

DOI: 10.11779/CJGE201906017

基于不完整边界先验信息的跨孔电阻率 CT 反演方法研究

刘征宇¹, 庞永昊¹, 王传武², 杨为民^{*1}, 刘沈华¹, 王 宁¹

(1. 山东大学岩土与结构工程研究中心, 山东 济南 250061; 2. 长安大学公路学院, 陕西 西安 710064)

摘要: 跨孔电阻率 CT 方法是一种孔中精细化探测的方法。近年来, 该方法在中小型地质异常(如溶洞、孤石等)探查方面取得了良好的应用效果。但是, 作为一种直流电阻率法, 其识别地质异常边界或界面的识别能力较差。通过钻孔、地震或者地质雷达方法, 可以比跨孔电阻率 CT 方法更清楚的确定差异明显的岩性界面。从约束反演理论的角度出发, 提出了不完整边界先验信息约束方法。首先依据地质雷达获得地质异常体的部分边界信息, 定义从已知部分边界辐射的“虚拟内部区域”和“虚拟边界”虚拟边界的完整描述。通过设置具有“相同光滑度”的外部约束、“各向异性光滑度”的边界约束和“渐变光滑度”的内部约束, 从而实现形态约束的构建。进一步的, 将此先验信息约束融入跨孔电阻率 CT 反演方程中, 形成了携带已知不完整边界信息的跨孔电阻率 CT 反演方法。然后, 利用数值反演算例和孤石探测物理模型试验, 检验了新方法的有效性和可行性。试验结果表明, 新方法对异常体边界识别的效果得到明显改善。

关键词: 跨孔电阻率 CT; 不完全边界; 先验信息; 数值模拟; 物理试验

中图分类号: P642 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2019)06-1124-09

作者简介: 刘征宇(1988—), 男, 山东昌乐人, 助理研究员, 主要从事跨孔电阻率层析成像与反演方面的研究工作。

E-mail: sdu_liuzhengyu@163.com.

Cross-hole resistivity inversion method constrained by prior information of incomplete boundary

LIU Zheng-yu¹, PANG Yong-hao¹, WANG Chuan-wu², YANG Wei-min¹, LIU Shen-hua¹, WANG Ning¹

(1. Research Center of Geotechnical and Structural Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China; 2. School of highway,

Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: The cross-hole electrical resistivity tomography method is a refined detecting method, and it has been well applied in the exploration of small and medium-sized geological anomalies such as caves and boulders. However, it's poor in identifying the interfaces of geological anomalies. By geological drilling, seismic or ground penetrating radar methods, it is able to recognize the distinct lithological interface more clearly than the cross-hole electrical resistivity tomography. From the perspective of constrained inversion theory, a new cross-hole resistivity inversion method constrained by prior information of incomplete boundary is proposed. Firstly, the complete description of the "virtual internal region" radiated from the known partial boundary is defined, which is usually the interface of the geological anomaly detected by the ground penetrating radar. The construction of morphological constraints are then achieved by setting the external constraints with "same smoothness", boundary constraints of "anisotropic smoothness" and internal constraints of "gradient smoothness". Further, by adding these prior information constraints into the cross-hole resistivity inversion equation, the new inversion method carrying with known incomplete boundary information is formed. A numerical inversion test and a physical model test on detection of boulders are used to verify the effectiveness and feasibility of the new method. The tests results show that the new method has a significant improvement on the boundary recognition of the anomalous body.

Key words: cross-hole electrical resistivity tomography; incomplete boundary; prior information; numerical simulation; physical model test

基金项目: 国家重点研发计划课题(2016YFC0401805, 2016YFC0401801); 国家重大仪器设备研制专项(51327802); 国家重点基础研究发展计划(“973”计划)项目(2014CB046901, 2015CB058101); 国家自然科学基金重点项目(51739007, 51479104); 国家自然科学基金青年科学基金项目(41502279); 山东省重点研发计划项目(2016ZDS02A01); 河南省重大科技专项(161100211100); 英国皇家工程院牛顿基金项目(UK-CIAPP\314)

收稿日期: 2018-07-31

*通讯作者(E-mail: weimin.yang@sdu.edu.cn)

0 引言

近年来, 随着中国工程建设安全要求的不断提高和地球物理技术的发展, 对电阻率勘探方法的精细化探测和成像提出了更高的要求。目前, 地表电阻率探测方法已经取得了广泛应用^[1-3], 但由于数据的获取仅在地表, 对深部异常的响应不敏感, 其成像结果的分辨率往往随深度而降低。与地表电阻率探测方法相比, 跨孔电阻率层析成像方法(也称跨孔电阻率 CT 方法)通过将探测电极置于两个或多个垂直钻孔中, 利用跨孔“透射对穿”获取数据的方式, 可以得到更高质量的孔间地质异常成像结果, 逐渐在精细化勘查领域取得了良好应用。如 Chambers J E 等^[4]利用三维跨孔电阻率 CT 对城市建筑环境下隐藏的回填矿井进行了精细成像, 指出三维跨孔电阻率 CT 在孔深范围内具有较高的分辨能力; Liu 等^[5]采用以跨孔电阻率 CT 为核心的地表综合探测方法, 对吉林引松工程小河沿段的岩溶进行了精细探查, 取得了良好的效果。

跨孔电阻率 CT 方法作为一种直流电阻率法, 由于其固有的物理限制, 与其它地球物理方法(如地震法、地质雷达)相比, 对地质异常体识别能力较差, 对中小地质异常体的空间定位和形态识别能力有待提高。跨孔电阻率 CT 方法的探测对象大多位于孔对之间, 仅通过地质钻探揭露和孔中有限数量电极测量的观测数据获知信息, 然后根据有限的已知信息去反演探测区域内部的电阻率参数, 其反演结果通常是非唯一的。非唯一性容易导致反演陷入局部极小并产生假异常, 这可能导致错误的地质解释。

为降低反演的非唯一性, 通常的做法是诉诸正则化和约束反演。在数学上, 正则化意味着反演问题需要补充其他方式获得的先验信息约束。例如, 通过钻孔、地震法和地质雷达法能够更清楚的确定差异明显的岩性界面信息, 并利用这些信息构造先验形态约束, 融入电阻率反演中。该做法能够降低非唯一性, 有助于提高空间定位精度和异常体形态识别效果。常见的形态约束类型有两种: ①对物理界面的切向和法向特征值施加不同权重, 进而控制电阻率成像中异常体的空间形状^[6-7]; ②对线性倾斜构造(如裂隙和断层)使用旋转矩阵约束, 使之具有明确的走向和倾角^[8-9]。Saunders 等^[10]通过地震层析成像、钻孔样本或其他成像方法获得结构信息, 应用空间和方向变化的正则化张量, 将已知信息纳入电阻率数据反演, 得到了改进的反演结果。Li 等^[7]使用了 3 个各向异性正交矢量(法向和两个切向量)来控制在其他方法获得的已知边界处的电阻率变化。上述研究取得了良好的效果, 对形

态约束的后续研究提供了重要借鉴。

在研究中发现, 获取完整的边界信息是形态约束的前提条件。然而, 通过地震法、地质雷达或钻孔获得地质异常体的整个边界信息是相当困难的。例如, 使用地质雷达可以观测到异常体的上边界反射信号, 但是由于能量衰减等原因, 对异常体的下边界并不敏感, 对于横向边界的探测和识别也很困难。换句话说, 通过二维或三维探测难以获得异常体的整个边界的完整描述。对于边界部分信息可用的情况, 通常只将边界的已知部分进行约束, 但约束几乎不能对整个异常体的成像起作用。

因此, 本文研究和解决的一个关键问题是: 如何在仅获取部分边界信息时, 使用约束反演来获得良好的结果。针对该问题, 本文提出了基于不完整边界先验信息约束的跨孔电阻率 CT 反演方法。在利用其他地球物理方法获取异常体的部分边界信息的基础上, 从已知部分边界出发, 构建了用于刻画地质异常的“虚拟内部区域”, 据此将反演区域划分为外部区域、边界区域和内部区域 3 个部分。进而构造了携带形态约束的跨孔电阻率 CT 反演目标函数, 对 3 个区域分别施加不同形式的光滑约束。最后, 结合数值模拟算例和孤石探测物理模拟试验, 检验了本文方法在提高跨孔电阻率 CT 方法识别地质异常体边界能力方面的有效性。

1 基于不完整边界先验信息约束的跨孔电阻率 CT 反演方法

1.1 具有先验不完整边界信息的形态约束的构造

对于事先仅能获得部分边界信息的情况, 地质体的其他边界和内部区域尚不清楚。如果仅使用各向异性的平滑约束, 可能无法将不完整边界的全部信息添加到电阻率反演中。

因此, 本文定义了从已知的不完整边界辐射的“虚拟内部区域”。可探测边界通常是异常体的上边界, 如图 1 所示, “勘探方向”定义为与地表垂直并指向勘探区域内部的方向。显然, 勘探方向是地表面的法线方向。以二维勘探为例, 假设 A 为地下异常体, Γ_p 为异常 A 的上部边界, M 为中点, 如图 1(a) 所示。假设只有上边界 Γ_p 是已知的, 而其他边界丢失。那么, 对于已知不完整边界的“虚拟内部区域”定义如下。如图 1(b) 所示, 本文对逐渐变化的辐射区域的下边界作如下假定: 将已知的上部边界 Γ_p 放大两倍, 并将其沿“勘探方向”进行平移。在平移中, 上边界中点 M 作为控制点, M 是下边界的中点, 上边界和下边界

之间的距离是上边界长度的两倍。除下边界之外，另一边界是连接上边界和下边界端点的线。因此，通过连接其端点，由已知的上边界、假定的下边界和其它边界包围的区域内部，构成了“虚拟内部区域”。这里，本文给出足够大的范围，以尽可能多地包含实际异常体的其它边界。三维虚拟内部区域的构造与二维相似，如图 1 (c) 所示。

定义 Ω_k 是从已知的不完整边界开始的“虚拟内部区域”， Γ_k 是“虚拟内部区域”的其它边界。 Ω_e 是“虚拟内部区域”之外的域，定义其为“外部区域”。在这个意义上，探测区域（即整个域 Ω ）由 3 部分组成：外部区域 Ω_e ，边界 Γ （ Γ_p 和 Γ_k ）和内部区域 Ω_k ，如图 1 (b)、(c) 所示。

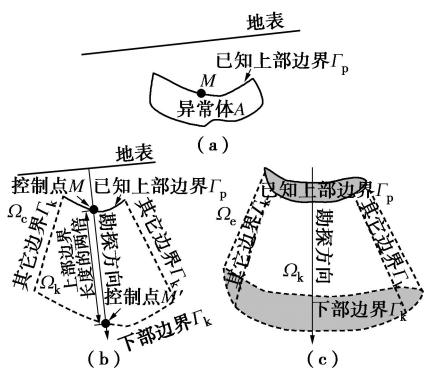


图 1 不完整边界的“虚拟内部区域”示意图

Fig. 1 Virtual internal area for incomplete boundary

通过“虚拟内部区域”的定义，本文假设了一个边界清晰、内部平滑的模型，即模型内部参数变化很小，但边界处是急剧变化的、不连续的。这代表了两个重要特征：

(1) 物理属性分布在边界或界面上是不连续的，但沿界面平滑。

(2) 物理属性分布（例如电阻率）在内部区域是平滑的或几乎没有变化。

这种假设在多数情况下是合理的，特别是在 Ω_k 较小的时候。此外，即使物理属性不均匀，但实际上主要关注的是异常体 Ω_k 的位置、形态和等效电阻率，而不是实际的内部电阻率分布。

基于上述假设，我们利用已知的不完整边界信息提出了一种新的形态约束。它由外部约束、边界约束和内部约束组成，具体如下：

(1) 一般而言，外部区域的电阻率分布不应受到严格限制，传统的光滑约束适用于这种情况。因此，在本文中，外部区域的网格将被施加具有合理权重的均匀光滑约束，这被称为“外部约束”。事实上，各方向相同权重的“外部约束”与传统的均匀光滑约束相同。

(2) 对已知边界中电阻率的分布施加先验边界信息约束。通常，电阻率分布在界面上具有很大的变化，但沿着界面是平滑的^[7]。在该约束条件下，电阻率变化的权重在法线方向上小于切线方向，即在界面中向不同方向施加“各向异性光滑度”，对于提高界面分辨能力是有效的。在已发表的论文中，各向异性光滑约束已被用于边界^[7]，其光滑度因子在界面上有一个急剧的变化，然而，这可能会导致一些新的虚假异常并促使反演方程不稳定。因此，本文使用快速渐变的光滑因子而不是突变的光滑因子，这被称为“边界约束”。

(3) 类似地，“虚拟内部区域”的约束被称为“内部约束”。事实上，对于事先只能获得地质异常体不完整边界的情况，内部面积（或体积）不明确。本文将图 1 中定义的“虚拟内部区域”视为“内部区域”。假设 Ω_k 电阻率分布假设比外部区域更平滑。“更平滑”意味着产生的虚假异常较少，但相应的分辨能力会损失。构建“内部约束”的具体方式如下：① 在已知边界附近的区域，使用较高的光滑度来保持稳定性，降低反演的非唯一性；② 当离开已知边界时，光滑度逐渐降低，分辨能力逐渐增加，有助于识别已知地质异常体的其它边界；③ 当接近“虚拟内部区域”的下边界时，光滑度因子达到“外部区域”的值。总而言之，该区域光滑度的权重从最初的最大值逐渐变为背景值，渐变的光滑度可以平衡内部区域的平滑度与边界识别的分辨能力，提供“搜索”反演过程中识别其它边界的可能，有利于减少反演的非唯一性和不稳定性。

为了直观地说明形态约束，图 2 中给出了整个域的空间变化光滑度的分布。首先， \mathbf{v}_1 ， \mathbf{v}_2 和 \mathbf{v}_3 表示 3 个相互正交的单位向量。 λ_1 ， λ_2 ， λ_3 是用于约束上述 3 个向量的权重系数。在图 2 中的每个点上，蓝色箭头表示 $\pm \lambda_i \mathbf{v}_i$ ($i=1,2,3$)，其中 \mathbf{v}_i 表示方向， λ_i 表示箭头的长度。如图 2 (a) 所示，在外部区域，光滑度是各向同性的，具有不变的权重系数 λ^e ，即 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda^e$ 。因此，蓝色箭头平行于坐标轴，且在每个方向上具有相同长度。对于异常体已知边界上的点 P ， \mathbf{v}_1 表示异常体界面的法向量， \mathbf{v}_2 和 \mathbf{v}_3 都是相应的切向单位向量。在这种情况下， \mathbf{v}_1 表示在点 P 处法线方向的短箭头， \mathbf{v}_2 和 \mathbf{v}_3 表示在点 P 处切线方向上的长箭头，即 $\lambda_1 < \lambda_2 = \lambda_3$ 。其物理意义是，沿法向方向上的电阻率分布的变化比切向方向更为急剧。

本文使用图 2 (b) 来说明二维条件下的光滑度分布。“外部区域”的光滑度权重是均匀的，取背景值 λ^e 。已知边界的光滑度是各向异性的：切向方向等于 λ^e ，法向方向快速渐变。快速渐变意味着法向权重从 λ^e 快

速降低到最小值 λ^{\min} , 并从 λ^{\min} 快速增加到最大值 λ^{\max} 。因此, 本文在已知的不完整边界周围定义了一个“快速渐变的过渡区域”。在“虚拟内部区域”内, 光滑度也是各向同性的。首先, 本文定义在区域 Ω_k^1 上光滑度因子沿勘探方向上变化, 该区域被已知边界端点引出的两条法线和假定的下部边界所包围。区域 Ω_k^1 中光滑度因子沿勘探方向逐渐减小, 从最初的最大值 λ^{\max} 到最终的背景值 λ^e 。在“虚拟内部区域”的内部, 除 Ω_k^1 外, 还有 Ω_k^2 和 Ω_k^3 , 这两个区域的光滑度因子在与地表的法线正交的方向上快速降低, 最终达到背景值 λ^e 。当接近已知的不完整边界区域时, 较高的光滑度权重对电阻率分布的限制将比“外部区域”更平滑。对于靠近“虚拟内部区域”的另一边界区域的区域, 光滑度的权重倾向于背景值 λ^e , 这有助于“搜索”异常体的其它边界。一般来说, “虚拟内部区域”内部的光滑度权重不小于背景值 λ^e , 这将平滑“虚拟内部区域”内的电阻率分布, 这也有助于保持稳定性并降低反演的非唯一性。

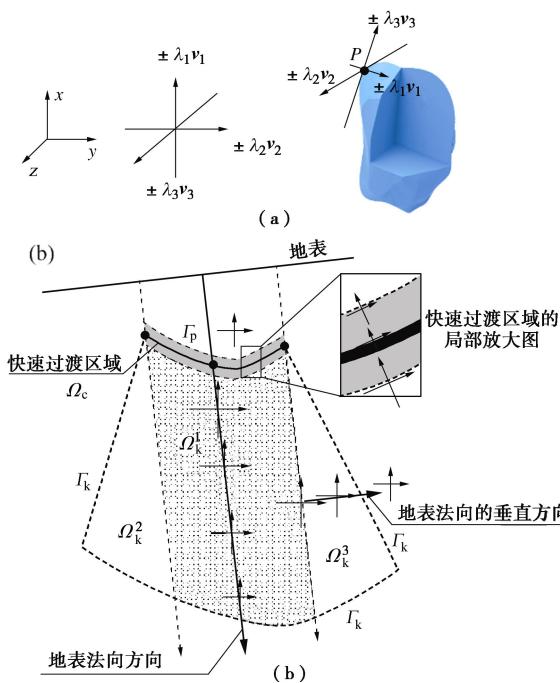


图 2 整个空间域内光滑度的分布示意图

Fig. 2 Distribution of smoothness over entire spatial domain

1.2 具有先验形态约束的跨孔电阻率 CT 反演方程

通常, 通过以下形式最小化无约束目标函数来解决跨孔电阻率 CT 反演问题^[11-12]:

$$\Phi = \phi_d + \lambda \phi_m = (\mathbf{d}_{\text{obs}} - \mathbf{d}_m)^T (\mathbf{d}_{\text{obs}} - \mathbf{d}_m) + \lambda \phi_m, \quad (1)$$

式中, ϕ_d 为数据拟合项, 依赖于观测数据 \mathbf{d}_{obs} 和数值正演数据 \mathbf{d}_m 之间的差异, ϕ_m 为模型正则化项, 控制模型的光滑度。 λ 为正则化参数, 用于平衡数据拟合

项最小化与模型参数的正则化效应。

Li 等^[7]提出了一种空间形态约束, 该方法通过使用各向异性的模型光滑度约束, 将地质体形态的信息添加到电阻率反演方程中。其离散化的表达式为

$$\begin{aligned} \phi_m &= \sum_{i=1}^{N_e} \sum_{k=1}^3 |V_i| |\lambda_k^{(i)}|^2 |\mathbf{v}_k^{(i)\top} \nabla \mathbf{m}|^2, \quad (2) \\ &= \left| v1_k^{(i)} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} + v2_k^{(i)} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} + v3_k^{(i)} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z} \right|^2 \\ &= \left| (v1_k^{(i)})^2 \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} \right)^2 + (v2_k^{(i)})^2 \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} \right)^2 + (v3_k^{(i)})^2 \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. 2v1_k^{(i)} v2_k^{(i)} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} + 2v1_k^{(i)} v3_k^{(i)} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z} + 2v2_k^{(i)} v3_k^{(i)} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z} \right| \\ &= \left| (v1_k^{(i)})^2 \left(\frac{m_x^i - m^i}{\Delta x_i} \right)^2 + (v2_k^{(i)})^2 \left(\frac{m_y^i - m^i}{\Delta y_i} \right)^2 + (v3_k^{(i)})^2 \cdot \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{m_z^i - m^i}{\Delta z_i} \right)^2 + 2v1_k^{(i)} v2_k^{(i)} \left(\frac{m_x^i - m^i}{\Delta x_i} \right) \left(\frac{m_y^i - m^i}{\Delta y_i} \right) + \right. \\ &\quad \left. 2v1_k^{(i)} v3_k^{(i)} \left(\frac{m_x^i - m^i}{\Delta x_i} \right) \left(\frac{m_z^i - m^i}{\Delta z_i} \right) + \right. \\ &\quad \left. 2v2_k^{(i)} v3_k^{(i)} \left(\frac{m_y^i - m^i}{\Delta y_i} \right) \left(\frac{m_z^i - m^i}{\Delta z_i} \right) \right|. \quad (3) \end{aligned}$$

其中, N_e 表示单元的数目, m^i 为第 i 个单元参数值 (一般为电阻率), m_x^i , m_y^i , m_z^i 表示网格沿着 3 个正方向上的相邻网格参数, V_i 为第 i 个单元的体积, $\mathbf{v}_k^{(i)}$ ($k=1,2,3$) 表示第 i 个单元上相互正交的方向向量, 含有 3 个元素值, 记为 $\mathbf{v}_k^{(i)\top} = (v1_k^{(i)}, v2_k^{(i)}, v3_k^{(i)})$ 。 $\lambda_k^{(i)}$ ($k=1,2,3$) 为对应于 $\mathbf{v}_k^{(i)}$ 的权重值。

本文在上一节中定义了外部区域, 边界区域和虚拟内部区域。显然, 不同区域需要不同的 $\lambda_k^{(i)}$ 去描述。首先, 外部约束与传统光滑约束的形式相同, 即

$$\lambda_1^{(i)} = \lambda_2^{(i)} = \lambda_3^{(i)} = \lambda^e. \quad (4)$$

(1) 边界约束

本文使用法线方向上的快速渐变的光滑度因子, 代替了在已发表的论文中使用的急剧变化^[7], 旨在提高反演的稳定性。快速渐变意味着法向光滑度因子从背景值 λ^e 到最小值 λ_1^{\min} 迅速减小, 并沿着法向多层网格从 λ_1^{\min} 快速增加到最大值 λ_1^{\max} 。通过法向光滑因子的变化, 设定的快速渐变的区域如图 2 (b) 所示。通常, 渐变区域在边界的法线方向上包括 4 层或 6 层网格, 该区域将边界划分为减小区域和增大区域。因此, 沿法线方向的网格层级决定了法向光滑度因子的值, 其定义为

$$\lambda_1^{(k)} = \begin{cases} \lambda_1^e - \frac{\lambda_1^e - \lambda_1^{\min}}{(L/2)} k & (\text{位于减小区域}) \\ \frac{\lambda_1^{\max} - \lambda_1^{\min}}{(L/2)} k + \lambda_1^{\min} & (\text{位于增大区域}) \end{cases}, \quad (5)$$

式中, k 表示快速渐变区域中的第 k 层网格, λ_1^k 表示第 k 层中对应于法向量的单元权重参数, L 是快速渐变区域中的网格总层数。这里, 在法线方向边界上的光滑度因子被设定为线性梯度。

对于权重系数 λ_2 和 λ_3 , 它们在减小区域与 λ_1^e 保持相同, 即 $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_1^e$ 。而在不断增大的区域 λ_1 , λ_2 和 λ_3 从 λ_1^e 到 λ^{\max} 线性变化。满足下式:

$$\lambda_2^k = \lambda_3^k = \frac{\lambda^{\max} - \lambda_1^e}{(L/2)} k + \lambda_1^e. \quad (6)$$

(2) 内部约束

根据“内部约束”的定义, “虚拟内部区域”内的光滑度因子是各向同性的 ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$), 光滑度因子从最大值 λ^{\max} 逐渐变化到背景值 λ^e 。式(2)可以简化为

$$\phi_{in} = \sum_{i=1}^{Ne} |\eta_{in}^i \nabla \mathbf{m}|^2, \quad (7)$$

式中, η_{in}^i 表示内部区域第 i 个网格的光滑约束权重值, 对于“虚拟内部区域”中的区域 Ω_k^1 , 光滑度因子沿着地表的法线方向从最大值线性减小到背景值。根据渐变光滑度的假设, η_{in}^i 从 λ^{\max} 逐渐变为 λ^e :

$$\eta_{in}^i = \lambda^{\max} - \frac{\lambda^{\max} - \lambda^e}{D_{vir}} l_{vir}^i, \quad (8)$$

式中, D_{vir} 是沿着勘探方向的整个“虚拟内部区域”的长度, l_{vir}^i 是沿着勘探方向已知边界与第 i 个单元格的网格层之间的距离。

对于区域 Ω_k^2 和 Ω_k^3 , 光滑度因子在与勘探方向正交的方向上是线性的从 λ^e 到 λ^i 向外减小。它从区域 Ω_k^1 和 Ω_k^2 之间的边界、或者区域 Ω_k^1 和 Ω_k^3 之间的边界开始, 按照以下规则向“虚拟内部区域”的外部减小:

$$\eta_{in}^{ij} = \eta_{in}^j - \frac{\eta_{in}^j - \lambda^e}{L_{ver}^j} l_{ver}^{ij}. \quad (9)$$

式中 η_{in}^{ij} 为沿勘探方向上“虚拟内部区域”的第 j 行网格的光滑度因子, 以及与勘探方向正交的方向上区域 Ω_k^1 和 Ω_k^2 之间边界 (或区域 Ω_k^1 和 Ω_k^3 之间边界) 上的第 i 列的光滑度因子; η_{in}^j 为网格单元在“虚拟内部区域”的第 j 行的 Ω_k^1 和 Ω_k^2 (或 Ω_k^3) 边界的光滑度因子; L_{ver}^j 为“虚拟内部区域” Ω_k^2 或 Ω_k^3 的第 j 行的长度; l_{ver}^{ij} 为“虚拟内部区域”的第 j 行中区域 Ω_k^2 或 Ω_k^3 第 i 列与 Ω_k^1 边界之间的距离。总之, 在 Ω_k^2 (或 Ω_k^3) 的区域中, 索引 j 为勘探方向上的“虚拟内部区域”

的第 j 行, 索引 I 为与勘探方向上从 Ω_k^2 (或 Ω_k^3) 与 Ω_k^1 内部边界的第 i 列。

(3) 反演方程

通过纳入外部约束、边界约束和内部约束, 具有先验形态约束的跨孔电阻率 CT 反演目标函数如下:

$$\Phi = \phi_d + \lambda \phi_m$$

$$= (\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_m)^T (\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_m) + \lambda (\mathbf{W}_m \Delta \mathbf{m})^T (\mathbf{W}_m \Delta \mathbf{m}), \quad (10)$$

$$\mathbf{W}_m = \mathbf{W}_{\Omega e} + \mathbf{W}_{\Omega k} + \mathbf{W}_\Gamma, \quad (11)$$

式中, \mathbf{W}_m 为新的空间光滑约束矩阵, 具体表达式如式(11)所示, 等式右端三项分别代表外部约束矩阵、内部约束矩阵和边界约束矩阵, 由本文针对不完整边界信息提出的新的形态约束 (外部约束、内部约束和边界约束) 确定。对目标函数公式(10)取极小, 得到如下形式的携带不完整边界信息约束的跨孔电阻率 CT 反演方程:

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \mathbf{W}_m^T \mathbf{W}_m) \Delta \mathbf{m} = \mathbf{J}^T \Delta \mathbf{d}, \quad (12)$$

其中, \mathbf{J} 为表征观测数据相对于模型参数偏导数的雅克比矩阵 $J_{ij} = \partial d_i / \partial m_j$ 。由此, 本文可以由式(12)计算模型更新, 通过迭代反演计算后, 可以得到跨孔电阻率 CT 反演的结果。

2 数值反演算例

建立如图 3 所示的地电模型, 图 3 中低阻异常体用于模拟水平层状含水层且在 $x=10$ m 附近存在一处向上发育的导水构造。假定背景电阻率为 $1000 \Omega \cdot \text{m}$, 低阻体电阻率为 $50 \Omega \cdot \text{m}$, 模拟含水层尺寸为长 15.0 m \times 宽 3.0 m \times 高 4.0 m, 向上发育的构造尺寸为长 3.0 m \times 宽 3.0 m \times 高 5.5 m。

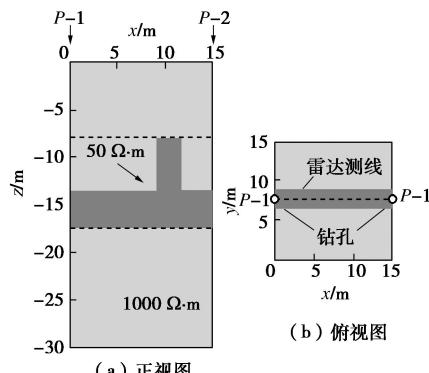


图 3 模拟含水层及向上发育构造的地电模型

Fig. 3 Geo-electric model for simulating aquifer with upwardly developed structure

图 4 显示了具有恒定权重的传统平滑约束反演的结果, 可以看到光滑约束反演图像中向上发育的低阻异常其形态特征与真实地电模型存在差异, 对其边界的分辨能力较差, 表征含水层的低阻体下边界形态出

现不同程度的起伏, 而且结果中出现了多处假异常。

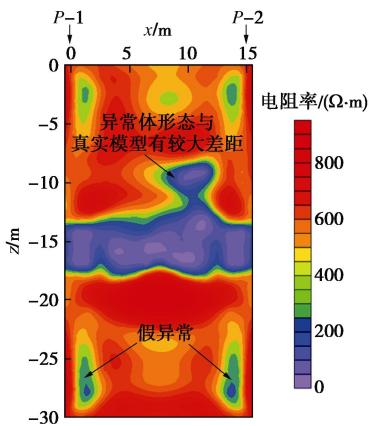


图 4 传统光滑约束跨孔电阻率 CT 反演结果 ($y=7.5\text{ m}$ 截面)

Fig. 4 Inversion results of traditional smooth constraints ($y=7.5\text{ m}$)

针对该模型, 地表雷达测线布置如图 3(b) 所示。设背景的相对介电常数为 14, 低阻体相对介电常数为 30, 得到地质雷达正演模拟结果和逆时偏移成像结果分别如图 5(a)、图 5(b) 所示。可以看到图像中对低阻体的上表面共有三处反射, 反射界面的位置和形状与真实模型基本一致, 由此本文得到了异常体的上界面信息, 并据此构造了如图 6(a) 所示的虚拟内部区域。

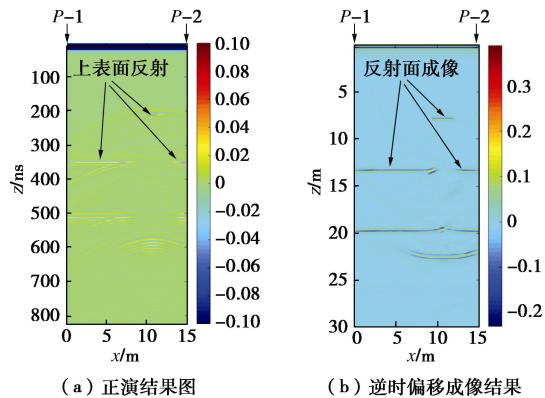


图 5 地质雷达结果图

Fig. 5 Results of ground penetrating radar

利用本文提出的新方法进行计算, 反演过程中的权重系数取值与算例一中相同, 反演迭代 8 次后得到的成像结果如图 6(b) 所示。可以看出, 与传统光滑约束反演的结果相比, 新方法反演结果中, 对向上发育的低阻构造的形态刻画更加准确, 水平层状低阻构造的下部边界也更加平滑, 与真实地电模型更为接近。不仅如此, 较图 4 结果相比, 消除了四个角上的假异常。既证实了不完整边界约束之一的“内部约束”逐渐变化的光滑度对其他边界的“搜索”能力, 也表明不完整边界约束对降低反演非唯一性的有益效果。

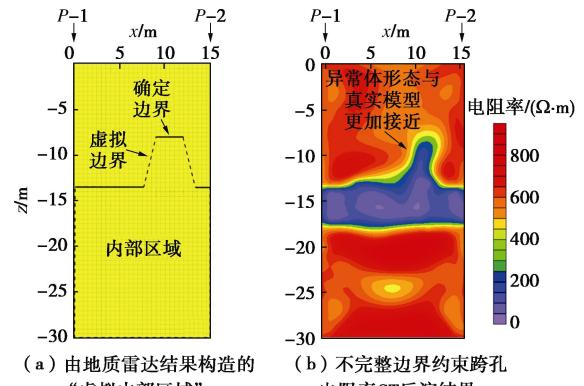


图 6 由地质雷达结果构造的“虚拟内部区域”和不完整边界约束跨孔电阻率 CT 反演结果 ($y=7.5\text{ m}$ 截面)

Fig. 6 “Virtual interior zone” constructed from results of ground penetrating radar and cross-hole resistivity inversion results with incomplete boundary constraints ($y = 7.5\text{ m}$)

3 孤石探测物理模拟试验

在软土地层中的城市地铁施工中经常采用土压平衡盾构掘进机或泥水平衡盾构掘进机。如果在软土地层中存在孤石, 且无法提前探测出来, 盾构掘进机施工中一旦遇到孤石, 就会导致刀盘异常磨损、刀具损毁甚至地层扰动过大或喷涌灾害。孤石一般为强风化花岗岩岩体, 由于其粒径大小不一(从几十厘米到几米不等)。在软土地层盾构机掘进中, 对孤石的探测非常重要^[13-16]。

为了研究孤石探测的问题, 本文选择了一块软土地场构建了一个模拟实际孤石地层的试验模型。经地质钻孔勘察, 沿深度方向向下, 场区原始地层 $0\sim-3\text{ m}$ 为耕地黏土(电阻率约为 $50\sim100\text{ }Ω\cdot\text{m}$), $-3\sim-20\text{ m}$ 为均匀泥质粉砂岩层(电阻率约 $200\sim500\text{ }Ω\cdot\text{m}$)。为营造孤石实际赋存的地层条件, 对场区内的 $0\sim-10\text{ m}$ 地层实施全部开挖换填, 开挖范围为长 32 m 、宽 8 m , 在其中总共埋放 12 块花岗岩孤石, 全部采用耕地黏土回填, 并做压实处理。

3.1 测线布置

所选取的两块花岗岩体在模型中的位置及方位如图 7 所示。两块花岗岩块体的尺寸和埋深分别为长 $1.4\text{ m}\times\text{宽 }1.0\text{ m}\times\text{高 }1.0\text{ m}$ (#12 孤石, 顶部埋深 -4 m), 长 $1.8\text{ m}\times\text{宽 }1.4\text{ m}\times\text{高 }1.2\text{ m}$ (#5 孤石, 顶部埋深 -7 m)。

本次试验选取了 $8.0\text{ m}\times8.0\text{ m}$ 的正方形区域开展探测试验, 在地表共布置了 4 条地质雷达测线, 如图 7 所示, 其中雷达测线 1 和测线 2 经过#12 孤石的上方、测线 3 经过#5 孤石的上方、测线 4 则同时经过#5 孤石和#12 孤石的上方。地质雷达采用中心频率为 100 MHz 的 Mala 雷达。在正方形区域的四个顶点位置各布置一个深 16 m 的探测钻孔, 孔内布置电阻率跨孔 CT 测

线, 利用4条测线采集数据并进行三维反演和解译。其中, 每条测线有16个电极, 电极间距为1.0 m, 采用梯度法和AM-BN组合的观测方式^[17]采集数据。

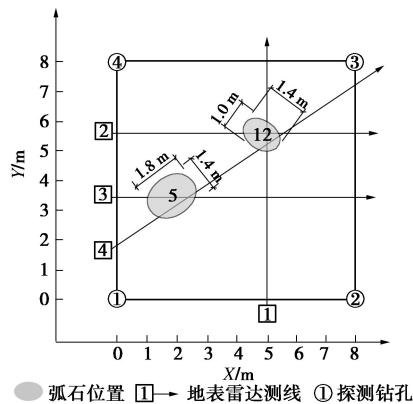


图7 地质雷达测线布置、电阻率CT探测钻孔平面图

Fig. 7 Layout of ground penetration radar lines and resistivity CT detection drillings

3.2 地质雷达探测结果及对孤石的响应分析

雷达记录经过能量增益、背景滤波、水平滤波、滑动平均等处理, 得到4条测线的探测结果如图8

(a)~(d)所示。由于探测区域内土质较为松软, 土颗粒间夹杂大量空气, 雷达波传播速度较快, 因此假定波速为0.15 m/ns进行了时间深度转换。

地质雷达4条测线在经过孤石上方时都出现了明显的反射信号, 如图8所示, 孤石在雷达剖面图中的响应特征是双曲线反射波, 其反射波顶部位置对应孤石上表面位置。地质雷达测线1和测线2探测到#12孤石, 如图8(a), (b)所示, 孤石上表面距离地面4 m左右; 地质雷达测线3探测到#5孤石, 如图8(c)所示, 孤石上表面距离地面7 m左右; 地质雷达测线4同时探测到两块孤石, 其中左侧孤石顶部埋深7 m左右, 右侧孤石顶部埋深4 m左右, 剖面中部有因地而引起的同相轴突起, 但不影响对孤石的识别。综合4个探测剖面的结果, 可以发现4条雷达测线较好地探测到了区域内埋藏孤石的上界面信息。

3.3 传统光滑约束三维电阻率跨孔CT探测结果

利用传统光滑约束最小二乘方法对三维电阻率跨孔CT探测数据进行反演, 迭代10次后收敛, 结果如图9所示。对成像结果中电阻率值大于1000 Ω·m的高阻异常区域进行了提取, 见图9中虚线所圈定的范围。从传统三维电阻率跨孔CT反演的结果中可以看到, 在背景围岩中存在一条明显的高阻异常带, 呈倾斜带状分布。通过与模型中两处孤石的实际分布的位置和大小比较来看, 该高阻异常带虽然在位置上覆盖了两个孤石, 但形态上将二者反映为一个整体的高阻区, 没有将两个孤石体独立识别。

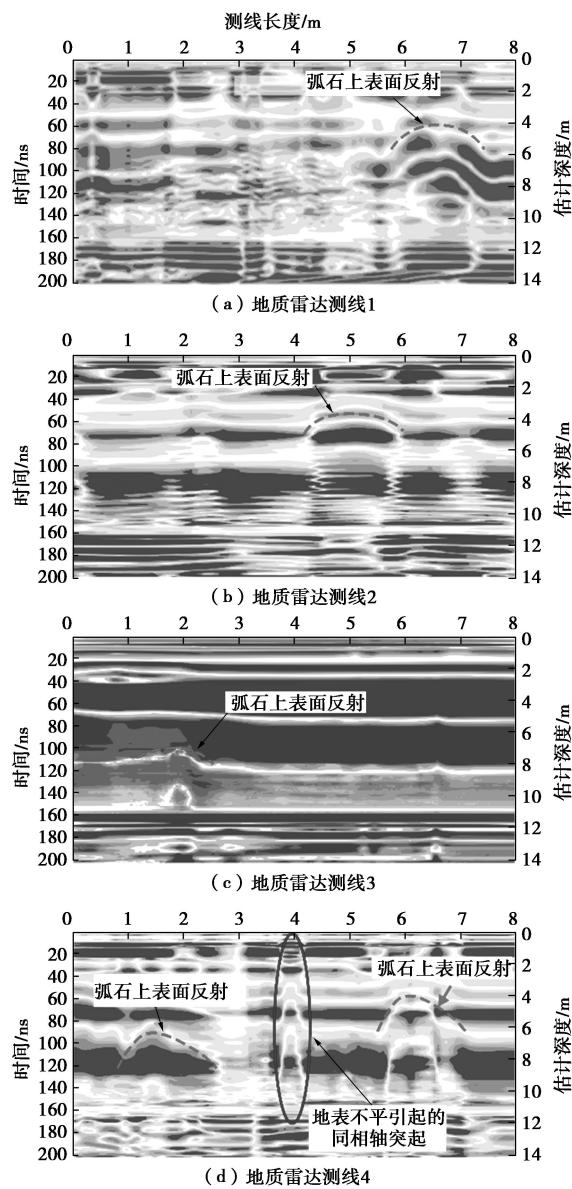


图8 地质雷达探测结果

Fig. 8 Results of ground penetrating radar detection

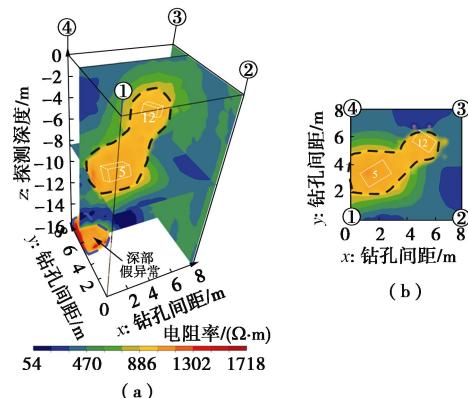


图9 三维电阻率CT探测反演结果提取图、俯视平面图

Fig. 9 Extraction and top view of inversion results of three-dimensional cross-hole ERT detection

3.4 施加不完整边界约束的三维电阻率跨孔CT反演结果

利用同一孤石体的2~3条交叉地质雷达测线剖

面中的双曲线反射(即孤石上边界反射),可以推断对应于孤石上边界的一个三维曲面,如图 10 所示。对模型中两处孤石探测的反射共形成了两个三维曲面,即:针对#12 孤石,地质雷达测线 1, 2 和 4 三条测线中的双曲面反射可形成一个三维曲面;针对#5 孤石,地质雷达测线 3 和 4 两条测线中的双曲面反射也可形成一个三维曲面。以两个三维曲面作为已知的不完整边界,按照本文提出的方法对两处孤石体分别构建了“虚拟内部区域”,如图 10 所示。以此构造不完整边界信息约束条件,施加到三维电阻率跨孔 CT 反演中,得到约束反演结果,如图 11 所示。

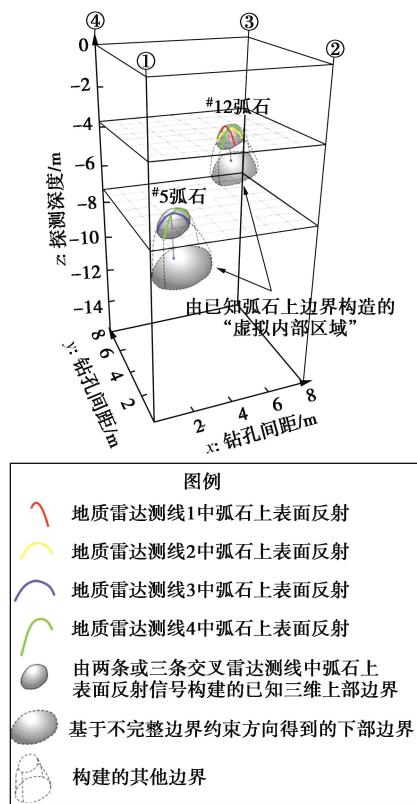


图 10 利用地质雷达探测剖面构造的三维“虚拟内部区域”
Fig. 10 Three-dimensional "virtual interior area" constructed by using geological radar detection profiles

在图 11 所示的反演结果中,存在两处明显的近似球状或椭球状的高阻异常区域,异常体中心附近的电阻率值均高于 $1300 \Omega\cdot m$ 。其中,位于图像右侧上方的高阻异常体分布在 x 为 5, 7 m, y 为 5, 7 m 范围内,深度方向为 -4~ -6 m;另外一处高阻异常体则分布在 $x=1\sim 4$ m, $y=2\sim 5$ m 范围内,深度方向为 -6~ -8 m。可见,在利用地质雷达探测结果构造不完整边界约束的反演结果中,得到了两处明显独立分布的高阻异常体,而且两处高阻异常区域与模型中两个孤石在空间位置、形态、体积方面较为接近,对两个孤石边界的刻画更加准确。与传统跨孔电阻率 CT 探测的试验结果对比可以发现,利用不完整边界信息约束的跨孔电阻率 CT 反演方法对于地质异常体边界识别的效果得

到了明显改善。

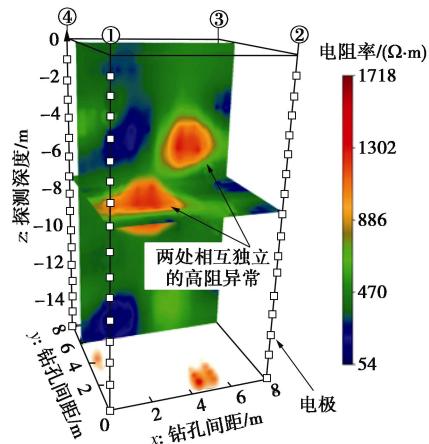


图 11 基于不完整边界约束的三维电阻率跨孔 CT 反演结果
Fig. 11 Inversion results of three-dimensional cross-hole resistivity based on incomplete boundary constraints

4 讨 论

传统的光滑约束能够在一定程度上降低电阻率反演方程的病态问题,但是全局一致的光滑约束对异常体边界的识别和刻画作用是有限的。本文提出的利用不完整边界信息的约束反演方法,一方面允许边界处电阻率值快速变化,实现对异常体边界的较准确刻画;另一方面,对异常体虚拟内部区域使用渐变的光滑约束,有利于寻找其他未知边界和降低反演的多解性。

另外,本文提出的反演方法有以下两点需要说明:
①对虚拟内部区域的构造方式中,将“两倍”上边界长度作为异常体的高度和下边界长度;②对边界和内部区域的光滑变化选择了“线性”变化的方式。这里选择“两倍”和“线性”,可能并不总是最优的方案。比如,依据“两倍”建立的“虚拟内部区域”通常大于异常体的实际体积;而“线性”变化的光滑约束用于探测某些地质体时,与其它变化型式(如指数变化)相比可能不是最优的。然而实际上,光滑约束只是影响反演结果的一种因素,反演结果的好坏在更大程度上取决于数据本身所携带的有效信息和反演方程的宏观控制。因此,利用本文所提出的“两倍”和“线性”的方案构建具有不完整边界信息约束的跨孔电阻率 CT 反演方程,在多数情况下其反演结果是可接受的。本文的数值算例和物理模拟试验的结果也证实了这一点。

本文证实了利用地质异常体已知部分边界信息对于改善电阻率勘探方法对异常体边界的识别的有益效果,由此可见,充分利用已知边界信息是非常重要的。在本文研究的基础上,今后的研究可以考虑引入跨孔地质雷达、跨孔地震等方法,以获取地质异常体的横向边界信息。不难想象,更充足的边界信息和更严格的约束条件将会进一步提高电阻率勘探方法对异常体

边界的识别和刻画能力。

5 结 论

(1) 基于已知的部分边界信息,本文定义了一种“虚拟内部区域”,并据此给出了形态约束的构建方法,为利用地质异常体的边界和内部区域施加约束提供了先决条件。

(2) 提出了基于不完整边界信息约束的跨孔电阻率 CT 反演方法。该方法通过对已知边界施加“各向异性光滑度”,提高了界面处的空间分辨效果。通过对内部约束施加相对较高的渐变光滑度,在降低反演非唯一性、减少假异常的基础上,提供了“搜索”异常体其他边界的可能。

(3) 数值模拟和物理模拟试验验证了本文反演方法的有效性和可行性。将其他地球物理方法获得的部分边界信息作为已知先验信息,构建形态约束并施加到跨孔电阻率 CT 反演方程中,可以有效的提高跨孔电阻率 CT 方法对异常体边界的识别效果,降低电阻率勘探的多解性。本方法为多种地球物理方法之间的约束联合反演提供了可行的参考。

参 考 文 献:

- [1] DI Qing-yun, WANG Miao-yue. Determining areas of leakage in the Da Ye Dam using multi-electrode resistivity[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2010, **69**: 105 – 109.
- [2] 底青云, 王妙月. 积分法三维电阻率成像[J]. 地球物理学报, 2011, **44**(6): 843 – 851. (DI Qing-yun, WANG Miao-yue. 3-D resistivity tomography by integral method[J]. Chinese J Geophys, 2011, **44**(6): 843 – 851. (in Chinese))
- [3] 马凤山, 底青云, 李克蓬, 等. 高密度电阻率法在海底金矿含水构造探测中的应用[J]. 地球物理学报, 2016, **59**(12): 4432 – 4438. (MA Feng-shan, DI Qing-yun, LI Ke-peng, et al. Application of high-density resistivity method in detecting water-bearing structures at a seabed gold mine[J]. Chinese J Geophys, 2016, **59**(12): 4432 – 4438. (in Chinese))
- [4] CHAMBERS J E, WILKINSON P B, WELLER A L, et al. Mineshaft imaging using surface and crosshole 3D electrical resistivity tomography: A case history from the East Pennine Coalfield, UK[J]. Journal of Applied Geophysics, 2007, **62**(4): 324 – 337.
- [5] LIU B, LIU Z, LI S, et al. Comprehensive surface geophysical investigation of karst caves ahead of the tunnel face: a case study in the Xiaoheyan section of the Water Supply Project from Songhua River, Jilin, China[J]. Journal of Applied Geophysics, 2017, **144**: 37 – 49.
- [6] KAIPIO J P, KOLEHMAINEN V, VAUHKONEN M, et al. Inverse problems with structural prior information[J]. Inverse Problems, 1999, **15**(3): 713 – 729.
- [7] LI S C, NIE L C, LIU B, et al. 3D electrical resistivity inversion using prior spatial shape constraints[J]. Applied Geophysics, 2013, **10**(4): 361 – 372.
- [8] LI Y, OLDENBURG D W. Incorporating geological dip information into geophysical inversions[J]. Geophysics, 2000, **65**(1): 148 – 157.
- [9] LELIEVRE P, OLDENBURG D, WILLIAMS N. Constraining geophysical inversions with geologic information[M]//SEG Technical Program Expanded Abstracts 2008. Houston: Society of Exploration Geophysicists, 2008: 1223 – 1227.
- [10] SAUNDERS J H, HERWANGER J V, PAIN C C, et al. Constrained resistivity inversion using seismic data[J]. Geophysical Journal International, 2005, **160**(3): 785 – 796.
- [11] OLDENBURG D W, MCGILLIVRAY P R, ELLIS R G. Generalized subspace methods for large-scale inverse problems[J]. Geophysical Journal International, 1993, **114**(1): 12 – 20.
- [12] LI Y, OLDENBURG D W. 3-D inversion of gravity data[J]. Geophysics, 1998, **63**(1): 109 – 119.
- [13] LI B, WU L, XU C, et al. The detection of the boulders in metro tunneling in granite strata using a shield tunneling method and a new method of coping with boulders[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2016, **34**(4): 1155 – 1169.
- [14] CHENG F, LIU J, WANG J, et al. Multi-hole seismic modeling in 3-D space and cross-hole seismic tomography analysis for boulder detection[J]. Journal of Applied Geophysics, 2016, **134**: 246 – 252.
- [15] WISÉN R, LINDERS F, DAHLIN T. 2D and 3D resistivity imaging in an investigation of boulder occurrence and soil depth in glacial till[C]//Near Surface 2006-12th EAGE European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics. Helsinki, 2006.
- [16] LEOPOLD M, VÖLKEL J, HUBER J, et al. Subsurface architecture of the Boulder Creek Critical Zone Observatory from electrical resistivity tomography[J]. Earth Surface Processes and Landforms, 2013, **38**(12): 1417 – 1431.
- [17] DANIELSEN B E, DAHLIN T. Numerical modelling of resolution and sensitivity of ERT in horizontal boreholes[J]. Journal of Applied Geophysics, 2010, **70**(3): 245 – 254.