

DOI: 10.11779/CJGE201906005

基于非线性 M-C 准则的深埋土质隧道三维塌落破坏上限分析

于 丽^{1, 2}, 吕 城^{1, 2}, 王明年^{*1, 2}

(1. 西南交通大学土木工程学院, 四川 成都 610031; 2. 西南交通大学交通隧道工程教育部重点实验室, 四川 成都 610031)

摘 要: 围岩条件较差时, 深埋土质隧道在隧道开挖过程中容易发生塌方, 准确预测深埋土质隧道塌方土体的范围极其重要, 目前能预测深埋土质隧道塌落范围的理论研究不够成熟。为了提前预测土质隧道围岩顶部塌落体的范围, 基于非线性 Mohr-Coulomb 准则和极限分析上限法, 推导出深埋土质隧道在三维破坏机制下塌落体的上限表达式, 得到了深埋土质隧道塌落体范围的精确解。通过数值软件 Matlab 绘制出了塌落体的三维形状, 研究了各参数对深埋隧道塌落体形状的影响, 并与既有研究进行对比分析, 研究表明: 土体中各参数、隧道顶部圆弧的半径和支护力对深埋土质隧道塌落体的范围影响比较大; 基于非线性 Mohr-Coulomb 准则下深埋土质隧道塌落体的上限分析可以求解出有、无支护力条件下塌落体的高度和宽度, 求解合理、可靠, 并能给出防止深埋土质隧道塌方发生的支护力大小, 可为隧道工程设计提供理论依据。

关键词: 非线性破坏准则; 上限分析; 三维破坏机制; 土质隧道; 塌落体

中图分类号: U459 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 4548(2019)06 - 1023 - 08

作者简介: 于 丽(1978—), 女, 辽宁大连人, 副教授, 博士, 主要从事隧道及地下工程研究。E-mail: 22643123@qq.com。

Three-dimensional upper bound limit analysis of deep soil tunnels based on nonlinear Mohr-Coulomb criterion

YU Li^{1, 2}, LÜ Cheng^{1, 2}, WANG Ming-nian^{1, 2}

(1. School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. Key Laboratory of Traffic Tunnel

Engineering, Ministry of Education, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: When the surrounding rock conditions are poor, the buried earth tunnel is prone to collapse during the tunnel excavation process. It is extremely important to accurately predict the extent of the collapsed soil in the deep buried soil tunnel. The theoretical study to predict the collapse range of the deep-buried soil tunnel is not mature enough. In order to predict the extent of the collapse of the surrounding rock of the soil tunnel in advance, based on the nonlinear Mohr-Coulomb criterion and the limit analysis upper bound method, the upper limit expression for the collapse block of the deep-buried soil tunnel under the three-dimensional failure mechanism is derived, and the exact solution to the extent of the tunnel collapse is obtained. The three-dimensional shape of the collapsed body is drawn by the numerical software Matlab. The influences of various parameters on the shape of the buried tunnel collapse are studied and compared with the existing researches. The results show that the parameters in the soil, the radius of the top arc of the tunnel and the supporting pressure have a great influence on the range of the collapse block. Based on the nonlinear Mohr-Coulomb criterion, the upper bound analysis of the buried earth tunnel collapse block can solve the height and width of the collapsed body with and without support force, and the solution is reasonable and reliable. The proposed method can also give the support force to prevent the collapse of deep-buried soil tunnels, which can provide a theoretical basis for the engineering design of tunnels.

Key words: nonlinear failure criterion; upper bound analysis; three-dimensional failure mechanism; soil tunnel; collapse block

0 引 言

随着经济建设的需要, 不可避免地修建了大量的土质隧道, 深埋土质隧道围岩条件较差时容易发生土体塌方。对于土质隧道的破坏模式主要分为 4 种^[1]:

基金项目: 中国铁路总公司科技研究开发计划课题 (2017G007-G-2);
四川省科技计划项目 (2018JY0566)

收稿日期: 2018 - 09 - 06

*通讯作者 (E-mail: 19910622@163.com)

①局部掉块；②塌穿型破坏；③散体结构崩溃破坏；④规整的塌落拱破坏。对于深埋土质隧道一般是发生塌落拱破坏，目前国内外对于深埋隧道土质塌方机制的理论研究尚不够成熟。扈世民等^[1]结合现场调研，通过离散元软件 PFC^{2D} 模拟了黄土隧道围岩破坏的演变过程，得到了深埋隧道稳态塌落拱的形状。Atkinson 等^[2]通过极限分析上、下限定理和模型试验研究了无黏性土质隧道的稳定性，基于一系列模型试验中隧道围岩的变形特征，构建了无黏性土质隧道的楔形破坏机制，圆形隧道顶部围岩形成了一个向下滑落的楔形塌落体，但构建的上限破坏机制过于简单尚不能得到最优意义的上限解；Mollon 等^[3]利用空间离散技术建立了隧道开挖面的三维破坏机制，该破坏机制能够精确地反映实际工程中隧道的破坏情况，但空间离散技术过于复杂难以实现。Fraldi 等^[4-5]基于 Hoek-Brown 破坏准则构建了一种曲线形破坏机制，通过理论分析得到了各种断面形式的隧道顶部围岩上限意义下的塌落面方程，得到了上限意义下的深埋隧道塌落范围，黄阜^[6]在 Fraldi 等^[4-5]研究的基础上构建了圆形和矩形隧道三维破坏机制研究了深浅埋隧道的塌方，没有考虑支护力对塌落体的影响，且 Hoek-Brown 破坏准则发展时间不长，参数在现实中难以确定。Hoek-Brown 破坏准则适用于岩质基础隧道而不适用于土质隧道，对于土质隧道只有选择合理的破坏准则才能得到更好的精确解。

根据工程实际和大量的试验证明，岩土材料的破坏包络线并不是简单的线性，大多数破坏包络线是非线性的，线性只是其中的一种。Zhang^[7]首次将幂函数非线性破坏准则引入进行岩土工程相关问题的分析，此后基于非线性破坏准则的应用成为工程问题研究的热点。Maksimovic^[8]、Li^[9]、Jiang 等^[10]做了很多的研究。Hoek-Brown 破坏准则适合于岩石基础的工程问题，对于岩土材料更适合用非线性 Mohr-Coulomb 破坏准则研究相关的工程问题。本文将采用非线性 Mohr-Coulomb 准则基于上限法分析深埋土质隧道的三维破坏机制，研究不同参数对深埋隧道塌方的影响，得到上限意义下深埋隧道塌方宽度和高度的精确解及防止深埋土质隧道顶部围岩发生塌方的支护力的大小；将得到的塌落体的高度、宽度与 Fraldi 等^[4-5]的研究进行对比，验证了基于上限分析的非线性 Mohr-Coulomb 准则下深埋土质隧道三维塌落机制的合理性。

1 极限分析上限定理简介

根据极限分析上限定理可表述为^[11]：在任意的运动许可的塑性应变率场 $\dot{\epsilon}_i^*$ 和速度场 v_i^* 中，荷载 F_i 和

Y_i 都大于或等于真实的极限荷载，且由虚功率方程确定：

$$\int_s F_i v_i^* ds + \int_A Y_i v_i^* dA = \int_A \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^* dA, \quad (1)$$

式中， A 为塑性区， Y_i 为作用在研究对象的体力， F_i 为作用在研究对象上的面力， σ_{ij} 为运动许可速度场中的应力。

根据极限分析定理的应用条件，对研究的土体材料和速度场作如下假设^[12]：①土体材料没有应变软化、应变硬化特性，即为理想的塑性；②屈服面呈凸形，塑性应变率可以通过流动法则由屈服函数导出；③机动速度场中的塌落体是刚性体，忽略极限荷载下产生的几何变形，可采用虚功原理；④整个机构服从刚塑性理论，即不发生机构内部几何变形。

2 深埋土质隧道塌落面上限分析

2.1 非线性 Mohr-Coulomb 准则

非线性 Mohr-Coulomb 准则是用来描述岩土屈服材料屈服时主应力和切应力之间的非线性关系，由于其表达形式简单，物理意义明确，被广泛应用在各类岩土工程问题中^[13-15]。非线性 Mohr-Coulomb 准则的表达式如下：

$$\tau_n = C_0 \left(1 + \frac{\sigma_n}{\sigma_t} \right)^{1/m} \quad (m \in (1, +\infty), \sigma_t \geq 0, C_0 \geq 0) \quad (2)$$

式中 σ_n 、 τ_n 为正应力和剪应力； C_0 为初始黏聚力； σ_t 为轴向拉应力； m 为非线性系数，上述参数均可由三轴实验得出，当 $m=1$ 时为线性 Mohr-Coulomb 准则见下式：

$$\tau_n = c + c \cdot \frac{\sigma_n}{\sigma_t} = c + \sigma_n \tan \phi \quad (3)$$

材料服从相关流动法则，即塑性势面与屈服面重合，因此塑性势函数为 Ω ：

$$\Omega = \tau_n - C_0 \left(1 + \frac{\sigma_n}{\sigma_t} \right)^{1/m} \quad (4)$$

根据流动法则，塑性应变增量与塑性势函数的应力梯度成正比：

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_n &= \lambda \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma_n} = -\frac{\lambda C_0}{m \sigma_t} \left(1 + \frac{\sigma_n}{\sigma_t} \right)^{\frac{1-m}{m}} \\ \dot{\gamma}_n &= \lambda \frac{\partial \Omega}{\partial \tau_n} = \lambda \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中， λ 是塑性乘数。

2.2 深埋土质隧道三维破坏机制

参考 Fraldi 等^[4-5]和 Yang 等^[16]的研究，构建深埋土质隧道三维破坏机制如图 1 所示，隧道断面几何参数根据银西高铁驿马一号隧道设计图选取，图 1 中塌

落体的高度为 h , 宽度的一半为 L , v 为塌落体在机动速度场中的速率, 假设塌落体边界线速度间断线的方程为 $f(x)$, 从而在 XOZ 面上形成了一个二维拱形塌落面; 然后令曲线 $f(x)$ 在空间上绕 Z 轴旋转一周, 得到了一个关于 Z 轴对称的三维塌落体, 这个塌落体和它周围的岩体构成了深埋隧道的三维机动速度场。为了分析拱形结构对隧道顶部围岩塌落范围的影响, 由于球体的拱形结构与圆柱体形隧道的拱形结构基本一致, 本文将深埋土质隧道顶部围岩的圆柱体简化成球体进行计算^[6]。

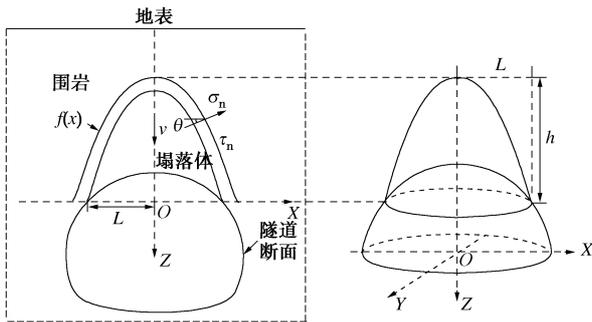


图 1 深埋土质隧道顶部围岩塌落体三维破坏模式图

Fig. 1 Three-dimensional failure mode of surrounding rock mass collapse at top of deep-buried soil tunnel

由图 1 可知, $\cot \theta = f'(x)$, 所以可以得到:

$$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{1+f'(x)^2}}, \quad (6)$$

$$\cos \theta = \frac{f'(x)}{\sqrt{1+f'(x)^2}}, \quad (7)$$

$$\dot{\epsilon}_n = \frac{v}{\delta} \sin \theta, \quad (8)$$

$$\dot{\gamma}_n = -\frac{v}{\delta} \cos \theta. \quad (9)$$

将式 (6) 代入式 (8), 式 (8) 代入式 (9) 可得

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_n &= \frac{v}{\delta \sqrt{1+f'(x)^2}}, \\ \dot{\gamma}_n &= -\frac{f'(x) \cdot v}{\delta \sqrt{1+f'(x)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中, δ 为塌落体和围岩间分离的厚度, v 为机动速度场中的速率。将式 (5) 代入式 (10) 可得

$$\sigma_n = \sigma_t \left(\frac{m \sigma_t}{f'(x) C_0} \right)^{\frac{1}{1-m}} - \sigma_t. \quad (11)$$

2.3 基于非线性 Mohr-Coulomb 准则下深埋土质隧道能耗计算

根据相关联动法则, 塑性势面与屈服面一致且塑性应变增量与塑性势的应力梯度成正比^[6]。由极限分析上限定理可以得到, 三维塌落体外表面上任意一

点的耗散功率表达式为

$$D = (\sigma_n \dot{\epsilon}_n + \tau_n \dot{\gamma}_n) \cdot \delta = \frac{-\sigma_t + \sigma_t^{1-m} C_0^{\frac{m}{m-1}} \left(\frac{1}{m} \right)^{\frac{m}{m-1}} (1-m) f'(x)^{\frac{m}{m-1}}}{\sqrt{1+f'(x)^2}} v. \quad (12)$$

而塌落体侧面的面积 S 可以按照旋转体侧面积的计算公式得到:

$$S = 2\pi \int_0^L x \sqrt{1+f'(x)^2} dx. \quad (13)$$

于是将式 (12) 沿着整个塌落体侧面积分可以得到塌落体表面上由切向应力和法向应力产生的耗散功率:

$$P_D = 2\pi \int_0^L \left[-\sigma_t + \sigma_t^{1-m} C_0^{\frac{m}{m-1}} \left(\frac{1}{m} \right)^{\frac{m}{m-1}} (1-m) f'(x)^{\frac{m}{m-1}} \right] x v dx. \quad (14)$$

曲线 $f(x)$ 绕 Z 轴旋转的旋转体被球体截得的空间几何体的体积可由下式计算:

$$V = \int_L^0 \pi x^2 f'(x) dx - \left[\frac{2}{3} \pi R^3 - \pi L^2 \sqrt{R^2 - L^2} - \frac{2}{3} \pi (R^2 - L^2)^{\frac{3}{2}} \right], \quad (15)$$

式中, R 为隧道顶部的圆弧半径, L 为塌落体的底面半径。因此, 重力在塌落体上做功而产生的功率为

$$P_\gamma = \gamma \int_L^0 \pi x^2 f'(x) v dx - \gamma \cdot \left[\frac{2}{3} \pi R^3 - \pi L^2 \sqrt{R^2 - L^2} - \frac{2}{3} \pi (R^2 - L^2)^{\frac{3}{2}} \right] v, \quad (16)$$

式中, γ 为土体的重度。

隧道围岩顶部支护力 q 的功率为

$$P_q = q v \cos \pi \cdot 2\pi R \cdot (R - \sqrt{R^2 - L^2}). \quad (17)$$

为了求出极限状态下构成塌落体的曲面方程的解析表达式, 这里用耗散功率和外力功率之差构建了一个包含曲线 $f(x)$ 方程的目标函数 ζ ^[16]:

$$\zeta [f(x), f'(x), x] = P_D - P_\gamma - P_q. \quad (18)$$

将 P_D 和 P_γ 的表达式代入式 (18) 可得

$$\begin{aligned} \zeta &= 2\pi \int_0^L \left\{ \left[-\sigma_t + \sigma_t^{1-m} C_0^{\frac{m}{m-1}} \left(\frac{1}{m} \right)^{\frac{m}{m-1}} (1-m) f'(x)^{\frac{m}{m-1}} \right] \cdot \right. \\ &\quad \left. x + \frac{\gamma}{2} x^2 f'(x) \right\} v dx + \gamma \left[\frac{2}{3} \pi R^3 - \pi L^2 \sqrt{R^2 - L^2} - \frac{2}{3} \pi (R^2 - L^2)^{\frac{3}{2}} \right] \\ &\quad - q v \cos \pi \cdot 2\pi R \cdot (R - \sqrt{R^2 - L^2}) \\ &= 2\pi \int_0^L \psi [f(x), f'(x), x] v dx + \gamma \left[\frac{2}{3} \pi R^3 - \pi L^2 \sqrt{R^2 - L^2} - \frac{2}{3} \pi (R^2 - L^2)^{\frac{3}{2}} \right] \\ &\quad - q v \cos \pi \cdot 2\pi R \cdot (R - \sqrt{R^2 - L^2}), \quad (19) \end{aligned}$$

式中, $\psi [f(x), f'(x), x]$ 的具体表达式如下:

$$\begin{aligned} & \psi[f(x), f'(x), x] \\ & = \left[-\sigma_t + \sigma_t^{\frac{1}{1-m}} C_0^{\frac{m}{m-1}} \left(\frac{1}{m}\right)^{\frac{m}{m-1}} (1-m)[f'(x)]^{\frac{m}{m-1}} \right] x + \\ & \quad \frac{\gamma}{2} x^2 f'(x) \quad (20) \end{aligned}$$

从式(19)中可以看出, ζ 的极值完全由 ψ 决定, ψ 中的自变量 $f(x)$ 本身也是一个函数, 且 ψ 是一个泛函, 因此可以根据变分法原理^[17]求出泛函 ψ 对应的欧拉方程, 将泛函的极值问题转化成求解欧拉方程在满足边界条件下的定解问题^[16]。泛函 ψ 对应的欧拉方程为

$$\frac{\partial \psi}{\partial f(x)} - \frac{d}{dx} \left[\frac{\partial \psi}{\partial f'(x)} \right] = 0 \quad (21)$$

将式(20)代入式(21)中可以求得 ψ 对应的欧拉方程:

$$\begin{aligned} & \gamma x - \sigma_t^{\frac{1}{1-m}} C_0^{\frac{m}{m-1}} \left(\frac{1}{m}\right)^{\frac{m}{m-1}} m [f'(x)]^{\frac{1}{m-1}} x - \\ & \quad \sigma_t^{\frac{1}{1-m}} C_0^{\frac{m}{m-1}} \left(\frac{1}{m}\right)^{\frac{m}{m-1}} \frac{m}{m-1} [f'(x)]^{\frac{2-m}{m-1}} \cdot f''(x) \cdot x = 0 \quad (22) \end{aligned}$$

可以看出, 式(22)是一个常系数非齐次二阶线性微分方程, 可以采用解析方法求其解析解。令

$$a = \sigma_t^{\frac{1}{1-m}} C_0^{\frac{m}{m-1}} m^{\frac{1}{m-1}} \quad (23)$$

则式(22)变为

$$\gamma x - a [f'(x)]^{\frac{1}{m-1}} x - \frac{a}{m-1} [f'(x)]^{\frac{2-m}{m-1}} \cdot f''(x) \cdot x = 0 \quad (24)$$

采用换元法对其进行降阶处理, 令 $f'(x)=p$, 那么 $f''(x)=dp/dx$, 则式(24)变为

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\gamma}{a} (m-1) \cdot p^{\frac{m-2}{m-1}} - \frac{m-1}{x} p \quad (25)$$

式(25)是一个伯努利方程, 这里假设 $y = p^{\frac{1}{m-1}}$ 并代入上式得到了一个非齐次的一阶线性微分方程:

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{\gamma}{a} \quad (26)$$

显然, 由一阶线性微分方程的通解求解可知:

$$y = e^{-\int \frac{1}{x} dx} \cdot \left(\int \frac{\gamma}{a} \cdot e^{\int \frac{1}{x} dx} dx + c \right) = \frac{\gamma}{2a} x + \frac{c}{x} \quad (27)$$

式中, c 为积分常数。由于 $y = [f'(x)]^{\frac{1}{m-1}}$, 可以解出 $f'(x)$ 的表达式:

$$f'(x) = \left(\frac{\gamma}{2a} x + \frac{c}{x} \right)^{m-1} \quad (28)$$

从图1中可以看出, 当 $x=0$ 时, $f'(x)=0$ 。因此, 上式中的常数 $c=0$, 又结合式(26), 则可得到

$$f'(x) = \left(\frac{\gamma}{2} x \right)^{m-1} \cdot \sigma_t \cdot C_0^{-m} \cdot m \quad (29)$$

则图1中 XOZ 平面上速度间断曲线 $f(x)$ 的解析表达式可以由式(29)积分得到

$$f(x) = \left(\frac{\gamma}{2} \right)^{m-1} \cdot \sigma_t \cdot C_0^{-m} \cdot x^m - h \quad (30)$$

式中, h 是三维塌落体的高度。根据上限定理, 令塌落面上的耗散功率等于外力功率 (即 $P_D = P_\gamma + P_c + P_q$) 时得

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{m+2} \left(\frac{\gamma}{2} \right)^m (\sigma_t \cdot C_0^{-m} \cdot m) \\ & \left[\sigma_t^{\frac{1}{1-m}} C_0^{\frac{m}{m-1}} m^{\frac{m}{m-1}} \cdot (1-m) (\sigma_t \cdot C_0^{-m} \cdot m)^{\frac{m}{m-1}} + 1 \right] \cdot L^{m+2} - \\ & \pi \sigma_t L^2 + \gamma \left[\frac{2}{3} \pi R^3 - \pi L^2 \sqrt{R^2 - L^2} - \frac{2}{3} \pi (R^2 - L^2)^{\frac{3}{2}} \right] - \\ & q \cdot \cos \pi \cdot 2\pi R \cdot (R - \sqrt{R^2 - L^2}) = 0 \quad (31) \end{aligned}$$

从图1可看出, 当 $x=L$ 时, $f(L)=0$, 代入式(29)得

$$h = \left(\frac{\gamma}{2} \right)^{m-1} \cdot \sigma_t \cdot C_0^{-m} \cdot L^m \quad (32)$$

通过 Matlab 软件求出式(31)中的 L 值, 然后代入式(32)中得到 h , 再将 h 代入式(30)中得到 $f(x)$ 的表达式, 最后绕 Z 轴旋转得到的旋转曲面方程式(33), 塌落体的形状可利用数值软件 Matlab 根据下式绘制出:

$$z = \left(\frac{\gamma}{2} \right)^{m-1} \cdot \sigma_t \cdot C_0^{-m} \cdot \left[(x^2 + y^2)^{\frac{m}{2}} - L^m \right] \quad (33)$$

2.4 影响参数分析

本文方法应用时需要确定隧道围岩顶部圆弧的半径 R 、非线性系数 m 、初始黏聚力 C_0 、轴向拉应力 σ_t 、土体重度 γ 及支护力 q 。为了明确不同参数对深埋土质隧道围岩顶部塌落体形状的影响, 需要控制单一参数变化。

首先分析土体物理力学参数对塌落体的影响, 令隧道上部圆弧半径为 $R=7.35$ m, 非线性系数 $m=1\sim 3$, 初始黏聚力 $C_0=10\sim 100$ kPa, 轴向拉应力 $\sigma_t=10\sim 60$ kPa, 重度 $\gamma=15\sim 23$ kN/m³, 支护力 $q=0$ kPa, 塌落体形状随非线性系数 m 的变化规律如图2(a)~(d)所示, 塌落体的宽度随非线性系数 m 的变化规律如图3(a)~(d)所示。

分析隧道上部圆弧半径 R 对塌落体的影响, 令隧道上部圆弧半径为 $R=3\sim 10$ m, 非线性系数 $m=1.2$, 初始黏聚力 $C_0=25$ kPa, 轴向拉应力 $\sigma_t=60$ kPa, 重度 $\gamma=17$ kN/m³, 支护力 $q=0$ kPa, 塌落体形状随隧道上部圆弧半径 R 的变化规律如图2(e)所示, 塌落体的宽度随隧道上部圆弧半径 R 的变化规律如图3(e)所示。

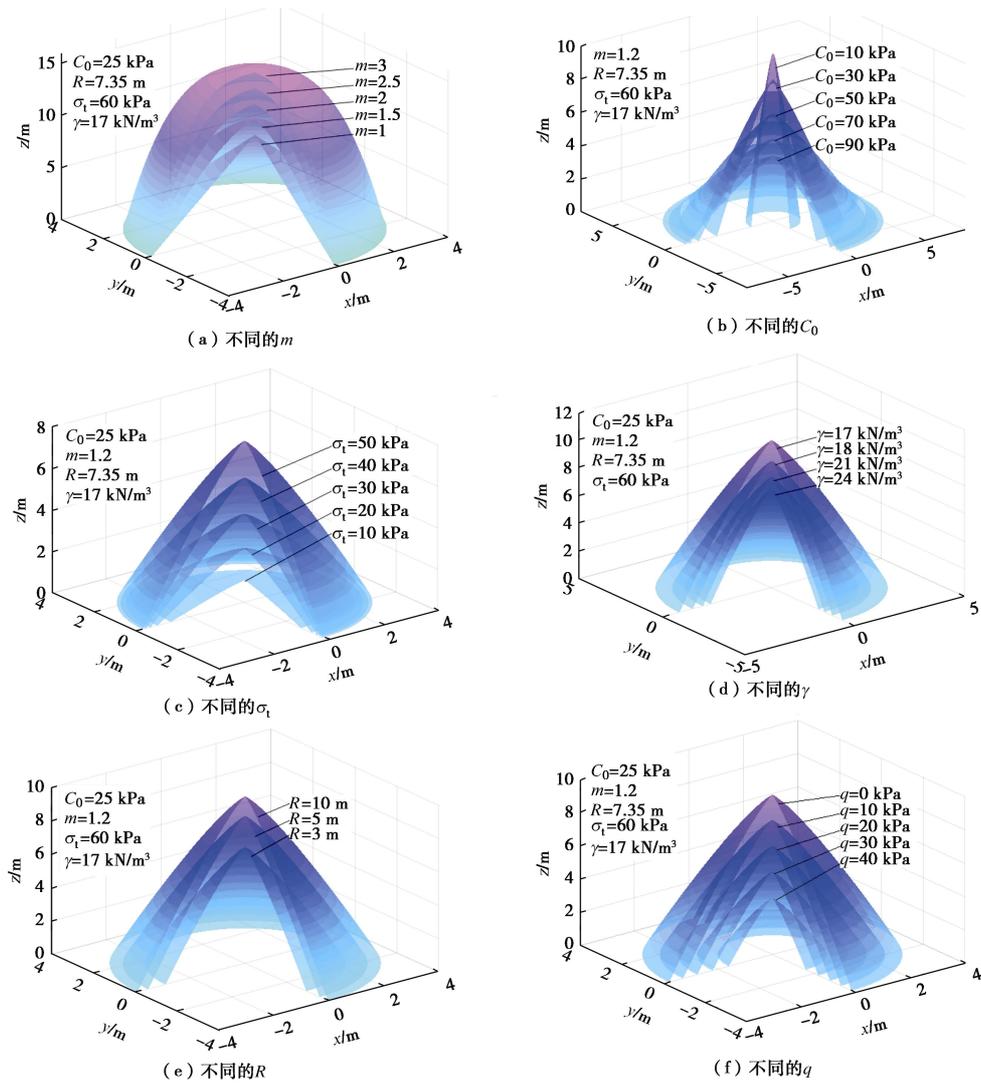
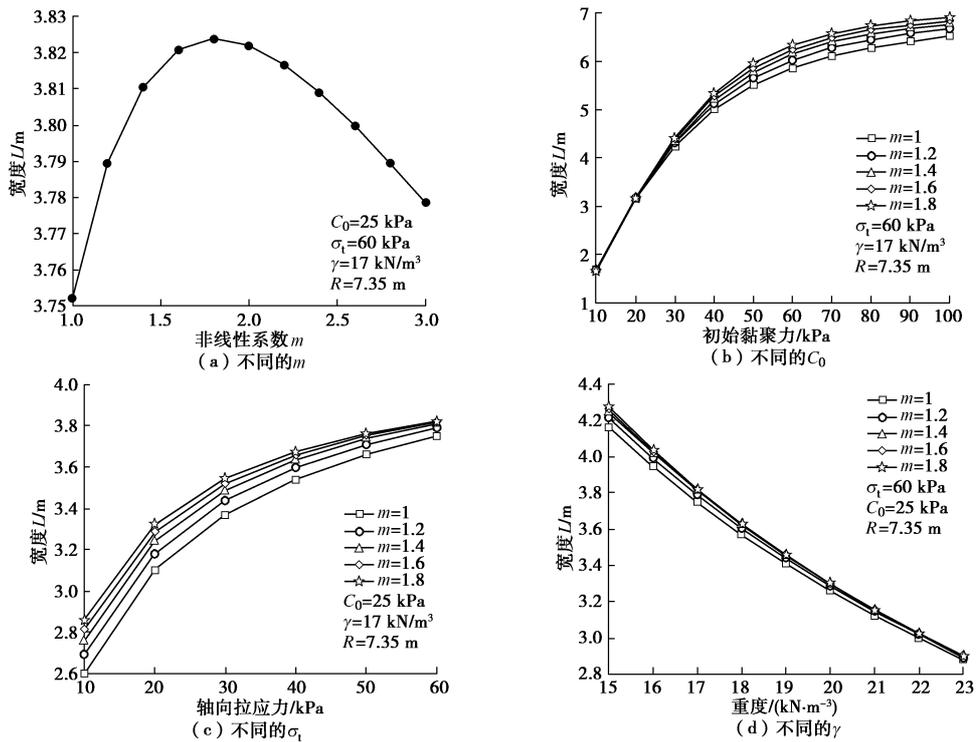


图 2 不同参数对三维塌落体形状的影响规律

Fig. 2 Effects of different parameters on shape of three-dimensional slump



(a) 不同的 m

(b) 不同的 C_0

(c) 不同的 σ_t

(d) 不同的 γ

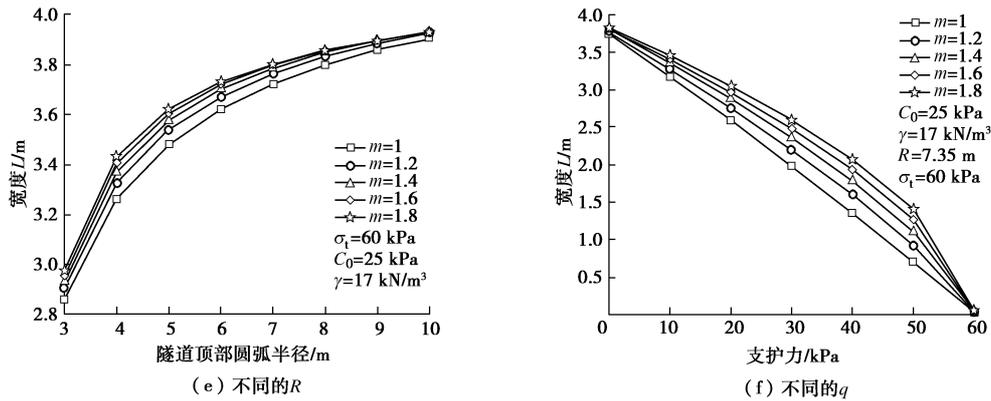


图3 不同参数对三维塌落体宽度的影响规律

Fig. 3 Effects of different parameters on width of three-dimensional slump

分析隧道支护力 q 对塌落体的影响, 令隧道上部圆弧半径为 $R=7.35\text{ m}$, 非线性系数 $m=1.2$, 初始黏聚力 $C_0=25\text{ kPa}$, 轴向拉应力 $\sigma_1=60\text{ kPa}$, 重度 $\gamma=17\text{ kN/m}^3$, 支护力 $q=0\sim 60\text{ kPa}$, 塌落体形状随隧道支护力 q 的变化规律如图 2 (f) 所示, 塌落体的宽度随隧道支护力 q 的变化规律如图 3 (f) 所示。

从图 3 中可以看出, 在保持其它参数不变的情况下, 深埋土质隧道塌落体的高度随着非线性系数 m 、重度 γ 和支护力 q 的增大而减小, 随初始黏聚力 C_0 、隧道围岩顶部圆弧的半径 R 和轴向拉应力 σ_1 的增大而增大; 非线性系数 $m=1$ 时, 塌落体顶部为锥形, 深埋土质隧道围岩顶部的塌方往往呈稳定的“塌落拱”, 可见 $m=1$ 时不符合工程实际情况, 而非线性系数 m 越大塌落体顶部越圆滑更符合工程的实际情况。

从图 3 中可以看出, 塌落体宽度随非线性系数 m 的变化规律不同于塌落体高度, 塌落体宽度随着非线性系数 m 的增大先增大后减小; 塌落体宽度随着轴向拉应力 σ_1 和初始黏聚力 C_0 的增大而增大, 且增大的速度越来越小; 塌落体宽度随着重度 γ 的增大而减小; 塌落体的宽度随着隧道顶部围岩圆弧半径 R 的增大而增大, 说明隧道开挖尺寸越大围岩顶部发生塌落的风险越大。塌落体的宽度随着支护力的增大而减小, 当支护力大于 60 kPa 时塌落体宽度近似为 0, 可见此时支护力为 60 kPa 时能够防止深埋隧道围岩顶部塌方事故的发生。

3 计算方法验证

为了进一步检验非线性 Mohr-Coulomb 准则下深埋土质隧道塌落机制上限分析的合理性, 取 $m=1$ 即将非线性 Mohr-Coulomb 准则转换为线性 Mohr-Coulomb 准则, $m=1$ 时按照上述方法进行推导同样可以得到线性 Mohr-Coulomb 准则下的塌落体相关计算公式。

线性 Mohr-Coulomb 准则下 XOZ 平面上速度间断曲线 $f(x)$ 的解析表达式为

$$f(x) = \frac{x}{\tan \varphi} - h \quad (34)$$

式中, h 是三维塌落体的高度。根据上限定理, 令塌落面上的耗散功率等于外力功率 (即 $P_D = P_\gamma + P_c + P_q$) 时得

$$\frac{\pi \gamma L^3}{3 \tan \varphi} + \frac{1}{3} \pi \cdot \gamma \frac{L^3}{\tan \varphi} - \frac{\pi c L^2}{\tan \varphi} - q \cdot \cos \pi \cdot 2\pi R \cdot (R - \sqrt{R^2 - L^2}) + \gamma \left[\frac{2}{3} \pi R^3 - \pi L^2 \sqrt{R^2 - L^2} - \frac{2}{3} \pi (R^2 - L^2)^{\frac{3}{2}} \right] = 0 \quad (35)$$

当 $x=L$ 时, $f(L)=0$, 代入式 (34) 得到

$$h = \frac{L}{\tan \varphi} \quad (36)$$

Fraldi 等^[4-5]构建了隧道围岩顶部为圆形的二维破坏机制, 基于非线性 Hoek-Brown 破坏准则得到了塌方的高度和宽度计算公式:

$$L - AB^{-B}(1+B)^B \left(\frac{\sigma_c}{\gamma} \right)^{(1-B)} \left(\frac{\sigma_1}{\gamma} - \frac{R^2}{2L} \left[\arcsin \frac{L}{R} - \frac{L}{R} \sqrt{1 - \left(\frac{L}{R} \right)^2} \right] \right)^B = 0 \quad (37)$$

$$h = B^{-1}(1+B) \left(\frac{\sigma_1}{\gamma} - \frac{R^2}{2L} \left[\arcsin \frac{L}{R} - \frac{L}{R} \sqrt{1 - \left(\frac{L}{R} \right)^2} \right] \right) \quad (38)$$

式中, σ_c 为岩体的单轴抗压强度, σ_1 为岩体拉伸强度, 令 $B=1$, $A = \tan \varphi$, $\sigma_1 = c / \tan \varphi$ ^[4], 式 (38) 可以用线性 Mohr-Coulomb 准则来表示:

$$L - \frac{2c}{\gamma} + \frac{R^2}{L} \tan \varphi \cdot \left[\arcsin \frac{L}{R} - \frac{L}{R} \sqrt{1 - \left(\frac{L}{R} \right)^2} \right] = 0 \quad (39)$$

$$h = \frac{L}{\tan \varphi} \quad (40)$$

由于 Fraldi 等^[4-5]的研究没有考虑支护力的作用, 下面比较两种计算方法在无支护力作用下不同参数下结果, 当计算参数黏聚力 $c=10\sim 80$ kPa, 重度 $\gamma=16$ kN/m³, 隧道顶部圆弧半径 $R=7.35$ m, 内摩擦角 $\varphi=30^\circ$, 计算结果随黏聚力 c 变化关系如图 4 (a) 所示。

当计算参数黏聚力 $c=30$ kPa, 重度 $\gamma=16$ kN/m³, 隧道顶部圆弧半径 $R=7.35$ m, 内摩擦角 $\varphi=10^\circ\sim 40^\circ$, 计算结果随黏聚力变化关系如图 4 (b) 所示。

当计算参数黏聚力 $c=30$ kPa, 内摩擦角 $\varphi=30^\circ$, 重度 $\gamma=22$ kN/m³, 隧道顶部圆弧半径 $R=7.35$ m, 计算结果随黏聚力变化关系如图 4 (c) 所示。

当计算参数黏聚力 $c=30$ kPa, 内摩擦角 $\varphi=30^\circ$, 重度 $\gamma=16$ kN/m³, 隧道顶部圆弧半径 $R=3\sim 9$ m, 计算结果随黏聚力变化关系如图 4 (d) 所示。

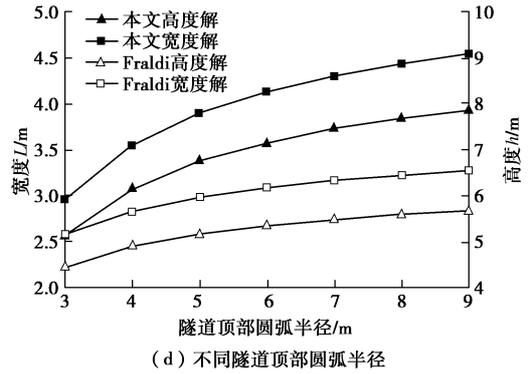
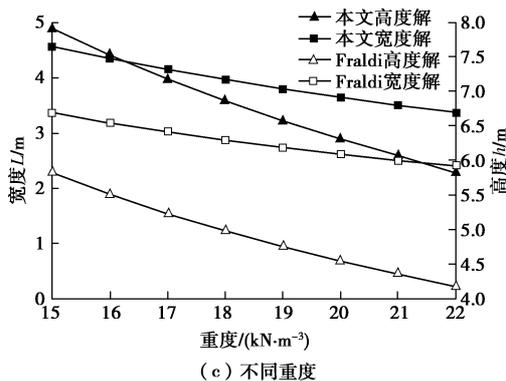
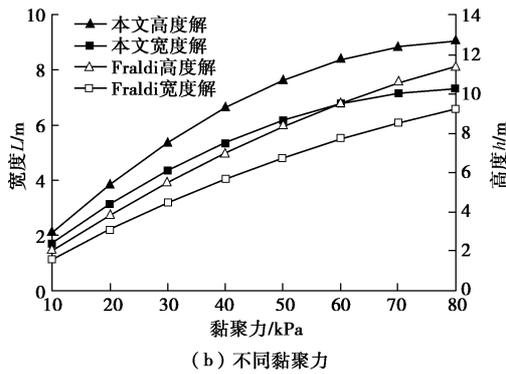
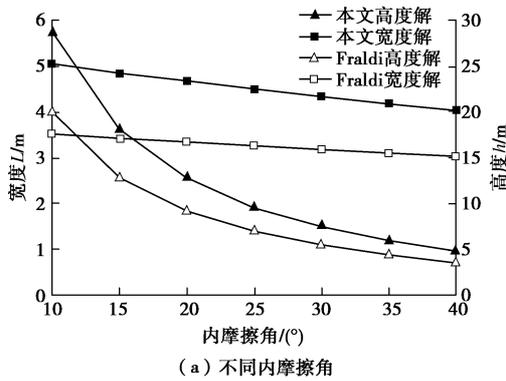


图 4 不同参数变化下计算结果对比

Fig. 4 Comparison of calculated results under change of different parameters

从图 4 可知: 本文方法计算得到的塌落体的宽度和高度解随不同参数变化的规律和 Fraldi 等^[4-5]的解随不同参数变化的规律是一致的, 塌落体的宽度和高度随着内摩擦角和重度的增大而增大, 随着黏聚力和隧道顶部圆弧半径的增大而减小, 且本文方法的宽度和高度解均大于 Fraldi 等^[4-5]的解, 根据计算结果本文方法的解比 Fraldi 等^[4-5]的解增大的百分比为 10.0%~30.8%, 可见本文方法的解是更加安全的, 基于三维破坏机制进行的隧道支护结构设计能够有效减小隧道顶部塌方发生的概率。Fraldi 等^[4-5]的只能应用于岩质基础的隧道, 且 Hoek-Brown 破坏准则发展时间不长, 相关参数在现实中难以确定, 本文方法中应用的非线性 Mohr-Coulomb 破坏准则的参数在实际工程中容易获取, 为预测深埋土质隧道围岩顶部塌方范围提供了理论依据。

4 结 论

本文基于非线性 Mohr-Coulomb 准则, 采用三维破坏机制对深埋土质隧道的塌落体进行上限分析, 研究了单一参数变化对塌落体形状的影响, 得到了如下结论:

(1) 基于非线性 Mohr-Coulomb 准则和上限分析构建了深埋土质隧道的三维破坏机制, 通过理论推导得到深埋隧道顶部围岩三维塌落面的表达式, 利用数值软件 Matlab 绘制出深埋隧道塌落面的三维图形, 本文方法可得到有无支护力条件下塌落体的高度、宽度及防止深埋隧道塌方发生的支护力数值。

(2) 在保持其它参数不变的情况下, 深埋土质隧道塌落体的高度随着非线性系数 m 、重度 γ 和支护力 q 的增大而减小, 随初始黏聚力 C_0 、轴向拉应力 σ_t 和围岩顶部圆弧半径 R 的增大而增大。

(3) 深埋土质隧道塌落体的宽度随着非线性系数 m 的增大先增大后减小; 随着轴向拉应力 σ_t 和初始黏

聚力 C_0 的增大而增大, 且增大的速度越来越小; 塌落体宽度与重度 γ 的增大而减小; 塌落体宽度随着隧道顶部围岩圆弧半径 R 的增大而增大; 随支护力 q 的增大而减小, 当支护力足够大时可防止塌方事故的发生。

(4) 将本文方法中非线性系数 $m=1$ 时的上限解和 Fraldi 等的研究进行比较, 两种方法的塌落体高度及宽度随参数的变化规律一致, 证明本文的上限解法正确的、有效的, 本文方法的上限解比 Fraldi and Guarracino 的上限解增大 10% 以上, 本文方法预测塌方范围更安全。

参考文献:

- [1] 扈世民, 张顶立. 大断面黄土隧道破坏模式离散元分析[J]. 北京交通大学学报, 2013, **37**(4): 13 - 18. (HU Shi-min, ZHANG Ding-li. DEM analysis of failure modes of surrounding rock for large-section loess tunnel[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2013, **37**(4): 13 - 18. (in Chinese))
- [2] ATKINSON J H, POTTS D M. Stability of a shallow circular tunnel in cohesionless soil[J]. Géotechnique, 1977, **27**(2): 203 - 215.
- [3] MOLLON G, DIAS D, SOUBRA A H. Face stability analysis of circular tunnels driven by a pressurized shield[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2010, **136**(1): 215 - 229.
- [4] FRALDI M, GUARRACINO F. Limit analysis of collapse mechanisms in cavities and tunnels according to the Hoek-Brown failure criterion[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2009, **46**(4): 665 - 673.
- [5] FRALDI M, GUARRACINO F. Analytical solutions for collapse mechanisms in tunnels with arbitrary cross sections[J]. International Journal of Solids and Structures, 2010, **47**(2): 216 - 223.
- [6] 黄 阜. 隧道围岩塌落机理与锚杆支护结构的上限分析研究[D]. 长沙: 中南大学, 2012. (HUANG Fu. Upper bound analysis of collapsing mechanism of surrounding rock and rockbolt supporting structures for tunnels[D]. Changsha: Central South University, 2012. (in Chinese))
- [7] ZHANG X J, CHEN W F. Stability analysis of slopes with general nonlinear failure criterion[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1987, **11**(1): 33 - 50.
- [8] MAKSIMOVIC M. A family of nonlinear failure envelopes for non-cemented soils and rock discontinuities[J]. The Electronic Journal of Geotechnical Engineering, 1996(1): 1 - 62.
- [9] LI X. Finite element analysis of slope stability using a nonlinear failure criterion[J]. Computers and Geotechnics, 2007, **34**(3): 127 - 146.
- [10] JIANG J C, BAKER R, YAMAGAMI T. The effect of strength envelope nonlinearity on slope stability computations[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, **40**(2): 308 - 325.
- [11] 杨 峰, 阳军生. 浅埋隧道围岩压力确定的极限分析方法[J]. 工程力学, 2008(7): 179 - 184. (YANG Feng, YANG Jun-sheng. Limit analysis method for determination of earth pressure on shallow tunnel[J]. Engineering Mechanics, 2008(7): 179 - 184. (in Chinese))
- [12] 黄 阜, 杨小礼, 黄 戡, 等. 考虑孔隙水压力效应和非线性破坏准则的浅埋地下洞室支护力上限分析[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(12): 1903 - 1909. (HUANG Fu, YANG Xiao-li, HUANG Kan, et al. Upper bound solutions of supporting pressure of shallow cavities subjected to pore water pressure based on nonlinear failure criterion[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(12): 1903 - 1909. (in Chinese))
- [13] JIANG J C, BAKER R, YAMAGAMI T. The effect of strength envelope nonlinearity on slope stability computations[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, **40**(2): 308 - 325.
- [14] ZHANG X J, CHEN W F. Stability analysis of slopes with general nonlinear failure criterion[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1987, **11**(1): 33 - 50.
- [15] YANG X L, YIN J H. Estimation of seismic passive earth pressures with nonlinear failure criterion[J]. Engineering Structures, 2006, **28**(3): 342 - 348.
- [16] YANG X L, HUANG F. Three-dimensional failure mechanism of a rectangular cavity in a Hoek-Brown rock medium[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2013, **61**(10): 189 - 195.
- [17] 樊 涛. 非线性非保守系统弹性力学拟变分原理研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2007. (FAN Tao. Research on the quasi-variational principles in nonlinear non-conservative elasticity[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2007. (in Chinese))