

DOI: 10.11779/CJGE201904019

# 基于薄环层元法的层状地基中摩擦桩竖向受荷计算

刘齐建<sup>1</sup>, 王剑波<sup>1</sup>, 马建军<sup>2</sup>, 高文华<sup>3</sup>

(1. 湖南大学土木工程学院, 湖南 长沙 410082; 2. 河南科技大学土木工程学院, 河南 洛阳 471023;

3. 湖南科技大学岩土工程稳定控制与健康监测重点实验室, 湖南 湘潭 411201)

**摘要:** 基于薄环层元法和虚土桩假设, 提出了层状地基中竖向受荷摩擦桩计算模型。将桩身正下方至基岩间的土层视为虚土桩, 并将桩土体系划分为多个薄层单元; 随后利用虚位移原理求得薄层单元和桩单元的单元矩阵方程, 并根据单元间平衡关系建立整体矩阵方程; 最后通过桩与桩周土的协调关系, 计算出层状地基中桩土体系位移。计算结果与已有方法结果吻合良好, 验证了本文的正确性与可靠性。参数分析表明, 计算单元厚度越小, 精度越高; 三层地基中的摩擦桩, 中间夹层模量越大, 其分担的荷载越多。桩端下卧土层厚度越小, 桩端刚度越大。当桩端土厚度小于 0.3 倍地基厚度时, 桩端刚度显著增大。当桩端以下土体分层时, 桩端刚度与持力层厚度和强度密切相关。

**关键词:** 竖向受荷桩; 薄环层元法; 层状地基; 摩擦桩; 虚位移原理

中图分类号: TU431; TU473

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2019)04-0748-07

**作者简介:** 刘齐建(1973-), 男, 博士, 副教授, 从事土-结构相互作用和地下结构计算理论等方面教学和科研工作。

E-mail: Q.Liu@hnu.edu.cn.

## Vertically-loaded single floating pile in layered soils by thin annulus element method

LIU Qi-jian<sup>1</sup>, WANG Jian-bo<sup>1</sup>, MA Jian-jun<sup>2</sup>, GAO Wen-hua<sup>3</sup>

(1. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China; 2. College of Civil Engineering, Henan University of

Science and Technology, Luoyang 471023, China; 3. Hunan Provincial Key Laboratory of Geotechnical Engineering for Stability Control

and Health Monitoring, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

**Abstract:** Based on the thin annulus element method and the hypothesis of fictitious soil pile, a model for the settlement of an axially-loaded single floating pile in the layered soils is proposed. The soil column beneath the floating pile is regarded as the fictitious pile shaft. The soil-pile system is then divided into the separate thin-layer elements. The stiffness matrices for the soil element and pile element are deduced using the principle of virtual displacements. The global matrices are constructed by considering the continuity and equilibrium conditions between the elements. The vertical displacement of the soil-pile system can be obtained by solving the matrix equation. The comparisons of the results between the proposed model and the available solutions indicate the accuracy of the proposed model. Parametric study shows that the accuracy of the proposed solution depends greatly on the thickness of the thin annulus element and the choice of the displacement function. For the floating pile in the three-layer soil, the bearing capacity of the middle layer around the shaft increases with the increase of its elastic modulus. The tip stiffness of the floating pile increases with the decrease of the layer thickness between the pile tip and bedrock. When this thickness is less than 0.3 times the soil thickness, the pile tip stiffness will increase significantly. The pile tip stiffness is also dependent greatly on the properties of the underlying soil below the tip of the floating pile.

**Key words:** vertically-loaded pile; thin annulus element method; layered soil; floating pile; virtual displacement principle

## 0 引言

桩基础具有承载力高、适应能力强、沉降少等优点, 是工程中应用广泛的基础形式。桩基础设计中的重要组成部分, 是竖向荷载下单桩荷载传递和沉降计算。目前, 单桩的沉降计算方法主要可分为荷载传递法<sup>[1-4]</sup>、弹性理论法<sup>[5-9]</sup>、剪切位移法<sup>[10-12]</sup>、有限元和

边界元法<sup>[13-16]</sup>以及经验方法<sup>[17]</sup>等。

在实际工程中, 摩擦桩计算比嵌岩桩和无限长桩

**基金项目:** 国家自然科学基金青年基金项目(11502072); 湖南省自然科学基金项目(2018JJ2049); 湖南科技大学岩土工程稳定控制与健康监测重点实验室开放基金项目(E21709)

收稿日期: 2018-04-04

更加困难。其原因是摩擦桩桩端下部土层可压缩, 该处的桩土荷载传递性状较复杂。已有计算模型多采用半空间上刚性板理论来近似模拟桩端土性状。然而, 该方法不能满足严格意义上的桩端土边界条件。为此, 王奎华等<sup>[18]</sup>、王宁等<sup>[19]</sup>和 Wu 等<sup>[20]</sup>提出了虚土桩概念, 将桩截面范围内桩端至基岩的土体视为桩的延伸, 称为“虚土桩”, 然后求解边值问题。

由于地质沉积等原因, 土层具有天然层状特性。针对层状地基中竖向受荷摩擦桩计算, 解析法虽理论基础严密, 但公式推导繁琐。而数值方法虽可处理复杂的边界条件和地层情况, 但所需计算时间长, 计算参数难以确定。

针对层状地基中的竖向受荷摩擦桩荷载传递计算, 本文提出一种薄环层元模型, 并建立了相应的半解析半数值计算方法。首先采用虚土桩法, 构建沿桩轴线桩土连续的计算对象; 接着, 沿深度和径向方向对土取薄环单元, 并利用虚位移原理, 建立薄环单元的单元刚度矩阵; 然后根据单元间的平衡关系, 建立整体刚度矩阵; 最后, 由桩土体系的连续条件和边界条件求取其位移场和应力场。在此基础上, 对层状地基中摩擦单桩竖向受荷性能进行了研究。

## 1 桩-多层土体系计算模型

考虑厚度  $H$  的层状地基中长度  $L$  的摩擦桩, 桩顶竖向荷载为  $P$ , 如图 1 所示。分析时, 将桩截面范围内桩底至基岩之间的土体视为桩身的延伸, 视为“虚土桩”<sup>[18-20]</sup>。以土层天然分层面及桩端处作为分层面, 沿深度方向可将系统分为  $m$  层薄层, 再将每个薄层沿径向划分为无数个宽度为  $dr$  的同心薄环单元。桩弹性模量为  $E_p$ , 半径  $r_0$ , 直径  $d$ , 桩身截面积  $A_p = \pi r_0^2$ 。第  $i$  层薄层土的弹性模量为  $E_{si}$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ), 泊松比为  $\nu_{si}$ , Lamé 常数为  $\lambda_i$  和  $\mu_i$ , 厚度为  $h_i$ 。

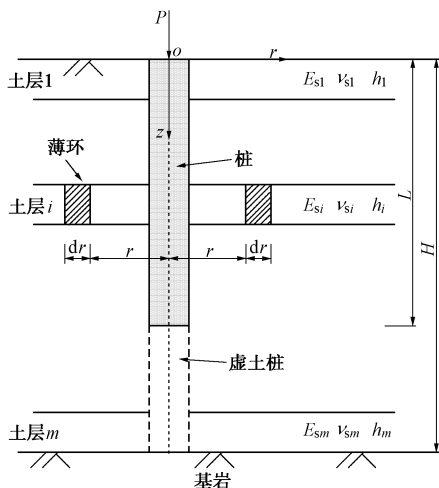


图1 计算模型

Fig. 1 Model for pile-soil system

计算时只考虑桩土系统的竖向位移, 忽略其径向位移, 并假定桩周土与桩身紧密接触, 无相对滑移。

## 2 方程的建立与求解

### 2.1 土的分析

如图 2 (a) 所示, 建立局部坐标系, 取第  $i$  层厚度为  $dr$  的薄环进行分析。其中  $P_{s1}$  和  $P_{s2}$  为作用在薄环单元上下表面的竖向应力;  $p_s(r, z)$  和  $p_s(r+dr, z)$  为作用在圆环单元内外侧的剪切应力, 可表示为<sup>[21]</sup>

$$p_s(r+dr, z) = \mu_i \frac{\partial w_i(r+dr, z)}{\partial r}, \quad (1)$$

$$p_s(r, z) = \mu_i \frac{\partial w_i(r, z)}{\partial r}, \quad (2)$$

式中,  $w_i(r, z)$  为第  $i$  层土  $(r, z)$  处竖向位移。

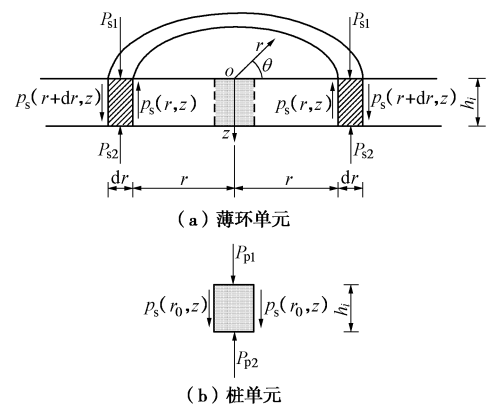


图2 薄环单元及桩单元受力图

Fig. 2 Forces on discrete annulus of soil and pile element

作用在薄环单元上的竖向正应力  $p_n(r, z)$  为

$$p_n(r, z) = (\lambda_i + 2\mu_i) \frac{\partial w_i(r, z)}{\partial z}. \quad (3)$$

根据虚位移原理有  $W_{se} = W_{si}$ , 其中外力对薄环单元所做虚功  $W_{se}$  和内力所做虚应变能  $W_{si}$  分别为

$$W_{se} = 2\pi r [P_{s1}(r)w_i(r, 0) + P_{s2}(r)w_i(r, h_i)]dr + \int_0^{h_i} 2\pi(r+dr)p_s(r+dr, z)w_i(r, z)dz - \int_0^{h_i} 2\pi r p_s(r, z)w_i(r, z)dz, \quad (4)$$

$$W_{si} = \int_0^{2\pi} \int_0^{h_i} \int_r^{r+dr} p_n(r, z) \frac{\partial w_i(r, z)}{\partial z} r dr dz d\theta, \quad (5)$$

式中,  $w_i(r, 0)$  和  $w_i(r, h_i)$  分别为第  $i$  层薄环单元上、下表面位移。

位移  $w_i(r, z)$  表达式为

$$w_i(r, z) = \begin{Bmatrix} \phi_1(z) \\ \phi_2(z) \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} U_{i1}(r) \\ U_{i2}(r) \end{Bmatrix}. \quad (6)$$

式中  $U_{i1}(r) = w_i(r, 0)$ ,  $U_{i2}(r) = w_i(r, h_i)$ ;  $\phi_1(z)$  和  $\phi_2(z)$  为关于  $z$  的位移函数, 其边界条件为

$$\begin{cases} \{\phi_1(z), \phi_2(z)\}^T = \{1, 0\}^T & (z=0), \\ \{\phi_1(z), \phi_2(z)\}^T = \{0, 1\}^T & (z=h_i). \end{cases} \quad (7)$$

将式(1)~(3)代入等式  $W_{se}=W_{si}$ , 并利用变分原理可得薄环单元上下表面的竖向应力  $P_{s1}$  和  $P_{s2}$ :

$$\begin{Bmatrix} P_{s1} \\ P_{s2} \end{Bmatrix} = -[N^L] \begin{Bmatrix} U_{i1}'' + \frac{U_{i1}'}{r} \\ U_{i2}'' + \frac{U_{i2}'}{r} \end{Bmatrix} + [K^L] \begin{Bmatrix} U_{i1} \\ U_{i2} \end{Bmatrix}, \quad (8)$$

式中, “'” 和 “''” 分别为对变量的一阶导和二阶导; 系数矩阵  $[N^L]$  和  $[K^L]$  分别为

$$[N^L] = \mu_i \int_0^{h_i} \begin{Bmatrix} \phi_1(z) \\ \phi_2(z) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1(z) \\ \phi_2(z) \end{Bmatrix}^T dz, \quad (9)$$

$$[K^L] = (\lambda_i + 2\mu_i) \int_0^{h_i} \begin{Bmatrix} \phi_1'(z) \\ \phi_2'(z) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1'(z) \\ \phi_2'(z) \end{Bmatrix}^T dz, \quad (10)$$

考虑各薄环单元间协调条件和土的边界条件, 可得

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}_{m \times 1} = -[N] \begin{Bmatrix} U_{11}'' + \frac{U_{11}'}{r} \\ \vdots \\ U_{i1}'' + \frac{U_{i1}'}{r} \\ \vdots \\ U_{m1}'' + \frac{U_{m1}'}{r} \end{Bmatrix} + [K] \begin{Bmatrix} U_{11} \\ \vdots \\ U_{i1} \\ \vdots \\ U_{m1} \end{Bmatrix}, \quad (11)$$

式中,  $[N]$  和  $[K]$  为  $m \times m$  阶矩阵, 分别由  $[N^L]$  和  $[K^L]$  按照图 3 方式叠加组成。

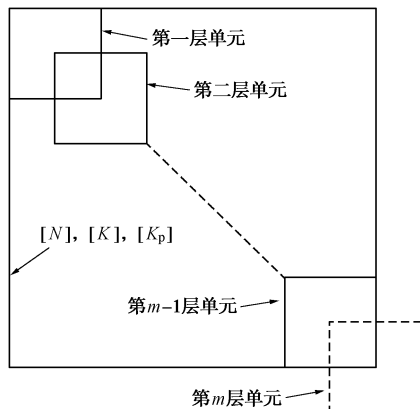


图 3 总体系数矩阵

Fig. 3 Global coefficient matrix

式(11)的解可表示为

$$U(r) = \sum_{i=1}^m A_i K_0(\lambda_i r) \beta_i + \sum_{i=1}^m B_i I_0(\lambda_i r) \beta_i. \quad (12)$$

式中  $U(r) = \{U_{11}, \dots, U_{i1}, \dots, U_{m1}\}^T$ ;  $A_i$  和  $B_i$  为未知系数, 由边界条件确定;  $I_0(\cdot)$  和  $K_0(\cdot)$  分别是零阶第一类和第二类修正 Bessel 函数; 特征值  $\lambda_i$  和  $m$  阶列向量  $\beta_i$

由式(13)确定:

$$[-\lambda_i^2 [N] + [K]] \beta_i = \{0\}. \quad (13)$$

## 2.2 桩的分析

取深度在  $z$  处的桩单元进行分析, 如图 2(b) 所示, 桩侧摩阻力  $p_s(z)$  可表示为

$$p_s(z) = \mu_i \frac{\partial w_i(r_0, z)}{\partial r}. \quad (14)$$

由于桩身和桩周土紧密接触且无相对滑移, 因此桩身位移等于桩周土位移  $w_i(r_0, z)$ , 作用在桩单元上的轴向力  $p_p(r, z)$  可表示为

$$p_p(r, z) = E_p \frac{\partial w_i(r_0, z)}{\partial z}. \quad (15)$$

图 2(b) 中,  $P_{p1}$  和  $P_{p2}$  分别为作用在桩单元上下表面竖向力。局部坐标下外力对桩单元所做虚功  $W_{pe}$  和内力所做虚应变能  $W_{pi}$  可分别表示为

$$W_{pe} = [P_{p1} w_i(r_0, 0) + P_{p2} w_i(r_0, h_i)] + \int_0^{h_i} 2\pi r_0 p_s(z) w_i(r_0, z) dz, \quad (16)$$

$$W_{pi} = \int_0^{h_i} \pi r_0^2 p_p(r, z) \frac{\partial w_i(r, z)}{\partial z} dz. \quad (17)$$

将式(14)、(15)代入平衡方程  $W_{pe}=W_{pi}$ , 可得

$$\begin{Bmatrix} P_{p1} \\ P_{p2} \end{Bmatrix} = -2\pi r_0 [N^L] \begin{Bmatrix} U_{i1}'(r_0) \\ U_{i2}'(r_0) \end{Bmatrix} + \pi r_0^2 [K_p^L] \begin{Bmatrix} U_{i1}(r_0) \\ U_{i2}(r_0) \end{Bmatrix}, \quad (18)$$

式中, 系数矩阵  $[K_p^L]$  为

$$[K_p^L] = E_p \int_0^{h_i} \begin{Bmatrix} \phi_1'(z) \\ \phi_2'(z) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1'(z) \\ \phi_2'(z) \end{Bmatrix}^T dz. \quad (19)$$

由桩单元之间协调关系和桩身边界条件, 可得

$$P = -2\pi r_0 [N] U'(r_0) + \pi r_0^2 [K_p] U(r_0), \quad (20)$$

式中,  $P = \{P, 0, \dots, 0\}^T$ , 其第一个元素  $P$  表示桩顶荷载;  $m$  阶方阵  $[K_p]$  由  $[K_p^L]$  按图 3 方式叠加而成。

## 2.3 位移函数的选取

式(6)中位移函数的确定, 直接关系到薄环单元位移形式。参考 Vlazov 地基模型<sup>[22]</sup>中关于位移衰减函数的选取, 假定本文中位移函数为线性变化和指数变化两种形式。当位移函数为线性变化时, 有

$$\begin{Bmatrix} \phi_1(z) \\ \phi_2(z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 - \frac{z}{h} \\ \frac{z}{h} \end{Bmatrix}, \quad (21)$$

若位移函数为指数变化, 则有

$$\begin{Bmatrix} \phi_1(z) \\ \phi_2(z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\sinh(h-z)}{\sinh(h)} \\ 1 - \frac{\sinh(h-z)}{\sinh(h)} \end{Bmatrix}. \quad (22)$$

## 2.4 求解过程

考虑到无穷远处位移为0, 由式(12)得

$$U(r) = \sum_{i=1}^m A_i K_0(\lambda_i r) \beta_i = X(r) A \quad (23)$$

式中,  $X(r) = \{K_0(\lambda_1 r) \beta_1, \dots, K_0(\lambda_i r) \beta_i, \dots, K_0(\lambda_m r) \beta_m\}$ ,  $A = \{A_1, \dots, A_i, \dots, A_m\}^T$ .

联合式(20)和(23), 可得

$$A = [-2\pi r_0 [N] X'(r_0) + \pi r_0^2 [K_p] X(r_0)]^{-1} P \quad (24)$$

由式(24)可得未知列向量  $A$ , 再将其代入式(23), 即可得桩土系统位移场。

## 3 模型验证

### 3.1 模型收敛性及计算精度

图4为3层地基中, 不同位移函数和单元厚度  $h$  时本文模型计算结果与有限元结果的对比。计算参数为:  $E_{s1} = 1 \text{ MPa}$ ,  $E_{s1} : E_{s2} : E_{s3} = 1 : 2 : 4$ ,  $H_{s1} = 10 \text{ m}$ , 各土层厚度比为  $H_{s1} : H_{s2} : H_{s3} = 1 : 2 : 1$ ,  $d = 1 \text{ m}$ ,  $L = 30 \text{ m}$ ,  $E_p / E_{s1} = 10^3$ ,  $\nu_{si} = 0.3$ 。计算时, 位移函数分别取线性和指数函数, 薄环单元的厚度分别取  $h = 0.5, 1.0, 5.0 \text{ m}$ 。有限元模型尺寸沿径向向外取  $40 \text{ m}$ , 单元尺寸为  $1 \text{ m}$ , 桩身和土体均采用弹性模型, 两侧边界限制水平侧移, 底部采用固定边界。

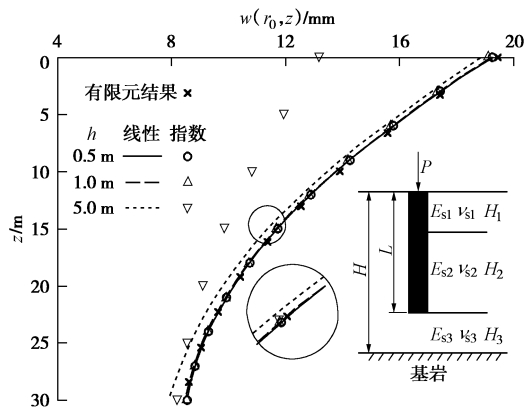


图4 不同位移函数和单元厚度对计算结果的影响

Fig. 4 Effects of displacement function and element thickness on pile deformation

由图4可知, 采用线性位移函数时, 单元厚度  $h$  变化对计算结果的影响较小。若采用指数位移函数, 当  $h$  取值较小时, 计算精度较高。当  $h \leq 1.0 \text{ m}$  时, 两种位移函数的计算结果均与有限元计算结果吻合较好。

针对图4工况, 选用线性位移函数并令单元厚度  $h = 1.0 \text{ m}$ , 在 CPU 主频  $3.7 \text{ GHz}$ , 内存为  $4 \text{ GB}$  的计算机上运行基于本模型编写的 MATLAB 程序, 计算时长少于  $10 \text{ s}$ 。本文以下分析中, 单元厚度选  $h = 1.0 \text{ m}$ 。

### 3.2 方法验证

为方便分析, 定义桩顶刚度  $K_t$  为

$$K_t = \frac{P}{w_t E_p A_p} \quad (25)$$

式中,  $w_t$  为桩顶竖向沉降。

图5给出了本文方法与文献[23]的桩顶刚度对比图, 其中桩为双层土地基中嵌岩桩,  $E_p / E_{s1} = 10^3$ ,  $H_{s1} / H = 0.25$ 。图5表明本文计算结果与文献[23]结果吻合良好。可见, 随着长径比的增加, 桩顶刚度逐渐减小; 而当下层土模量增加时, 桩顶刚度不断增大。

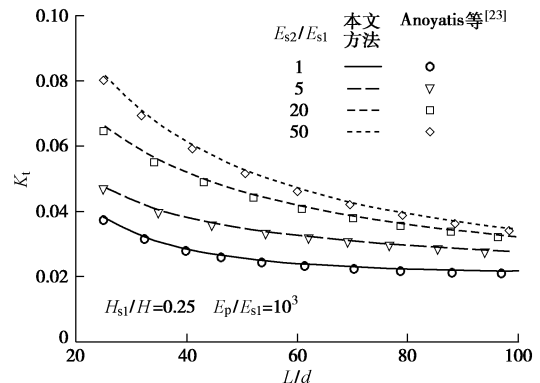


图5 桩顶刚度随长径比的变化

Fig. 5 Variation of pile head stiffness with slenderness ratio

## 4 参数分析

### 4.1 桩身轴力

图6给出了3层地基中摩擦桩的桩身轴力分布。计算参数为:  $E_p / E_{s3} = 10^3$ ,  $H_{s1} : H_{s2} : H_{s3} = 1 : 3 : 3$ ,  $L/d = 50$ ,  $L/H_{s1} = 5$ ,  $\nu_{si} = 0.3$ 。由图6可知, 桩身轴力曲线在土层分层处发生突变。当存在软弱夹层时, 软弱夹层基本不分担荷载, 轴力基本不变化。随着中间层模量增大, 桩身轴力在上层土范围内衰减趋势基本不变, 但是中间层分担荷载增多。此外, 中间夹层模量的增大减少了桩身下部土层对侧摩阻力的分担作用。同时, 还可以看到, 桩端阻力变化不大。在工程中对软弱层采取加强措施, 可有效改善桩侧摩阻力。

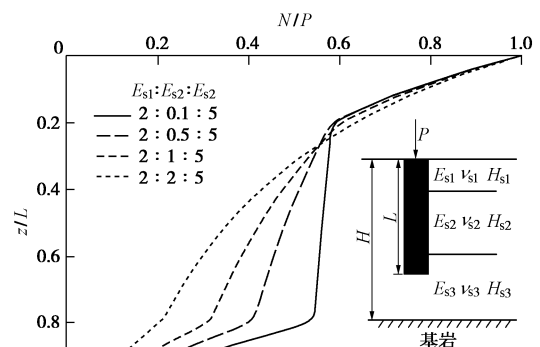


图6 桩身轴力与土层弹性模量比的关系

Fig. 6 Axial pile forces under different soil modulus ratios

图7给出了不同桩长细比时, 3层地基中桩身轴力的分布。计算参数为:  $E_{s1} : E_{s2} : E_{s3} = 2 : 0.1 : 5$ ,  $E_p / E_{s3} = 10^3$ ,  $H_{s1} : H_{s2} : H_{s3} = 1 : 3 : 3$ ,  $L / H_{s1} = 5$ ,  $\nu_{si} = 0.3$ 。可看出, 桩的长径比越大, 上层土体对桩侧摩阻力的贡献越大, 下层土体分担的荷载越小, 而中间软弱层和桩端仅承担小部分上部荷载。

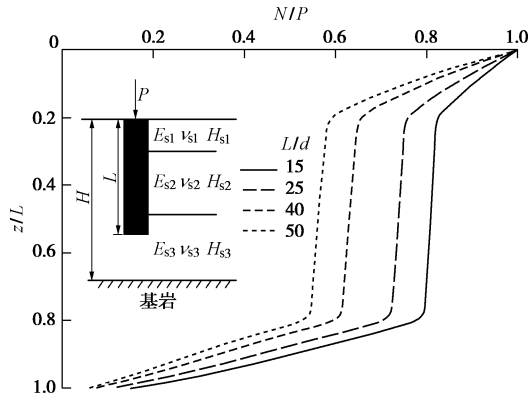


图7 不同长径比下的桩身轴力分布

Fig. 7 Axial pile forces under different slenderness ratios

#### 4.2 桩端刚度

在分析摩擦桩时, Randolph 等<sup>[10]</sup>将桩端视为作用在半空间上刚性圆盘, 按下式计算桩端位移:

$$w(r_0, L) = \frac{Q_b(1 - \nu_s)}{4r_0\mu_b}\eta, \quad (26)$$

式中,  $Q_b$  为桩端轴力,  $\nu_s$  和  $\mu_b$  分别为桩底以下土体的泊松比和剪切模量,  $\eta$  为影响系数, 常取  $\eta = 1.0$ 。

考虑到桩底以下有限土层的深度对于桩端位移的影响, Lee<sup>[11]</sup>对式(26)进行了如下修正:

$$w(r_0, L) = \frac{Q_b(1 - \nu_s)}{4r_0\mu_b}(1 - e^{-\frac{l}{2r_0}}), \quad (27)$$

式中,  $l$  为桩端距离基岩的深度。

现定义桩端刚度  $K_b$  如下:

$$K_b = \frac{Q_b(1 - \nu)}{4w(r_0, L)r_0\mu_b}. \quad (28)$$

图8给出了  $K_b$  随桩端以下土层深度的变化, 其中  $E_p / E_{s1} = 10^3$ ,  $E_{s1} / E_{s2} = 0.25$ ,  $L / d = 15$ ,  $\nu_{si} = 0.3$ 。可以看到, 当  $L / H$  较小时, 本文模型计算结果小于1。其原因是此时桩端相邻土体受挤压产生沉降, 桩端沉降较式(27)计算结果偏大, 从而导致  $K_b$  较小。当  $L / H$  增大时, 文献[11]和本文模型计算的  $K_b$  较大。这是由于基岩限制桩端沉降,  $K_b$  迅速增大。一种极端情况是当桩为嵌岩桩时, 桩端没有下卧土层,  $K_b$  为无穷大。可见, 当桩底土厚度较大时, 按文献[10]计算  $K_b$  误差较小; 反之, 则误差很大。在实际工程中, 当  $L / H \leq 0.7$  时, 可按圆盘理论估算桩底沉降; 而当  $L / H > 0.7$  时, 应考虑底部基岩对桩端沉降的限制作用。

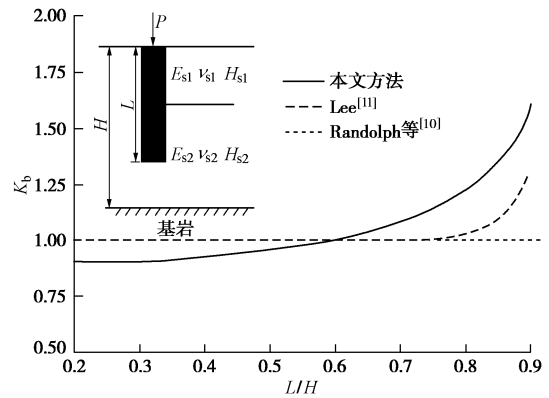


图8 桩端刚度随  $L / H$  的变化

Fig. 8 Variation of the pile tip stiffness with the ratio of  $L / H$

图9给出了中间土层厚度变化时, 3层地基中竖向受荷桩的桩端刚度变化。其中, 上下层土的模量一致,  $E_p / E_{s1} = 10^3$ ,  $L / d = 15$ ,  $\nu_{si} = 0.3$ , 中间土层厚度为  $t$ 。由图10可知, 当中间土层模量较小时,  $K_b$  随着  $t / L$  的增加而逐渐减小; 当厚度比  $t / L$  达到1.0时,  $K_b$  趋于平缓。当中间土层模量较大时,  $K_b$  随着其厚度  $t / L$  的增加而增大; 当厚度比  $t / L$  达到1.0时,  $K_b$  的变化逐渐平缓。这是因为随着中间硬土层厚度的增大, 桩端位移发展受到硬土层的限制, 桩端位移逐渐减小, 桩端刚度增大。当中间土层厚度增大到一定时, 桩端位移将不随  $t$  的增大而变化, 因此桩端刚度变化趋于平缓。在实际工程中, 当中间层厚度  $t$  小于  $0.6L$  时, 应考虑桩端刚度的变化。

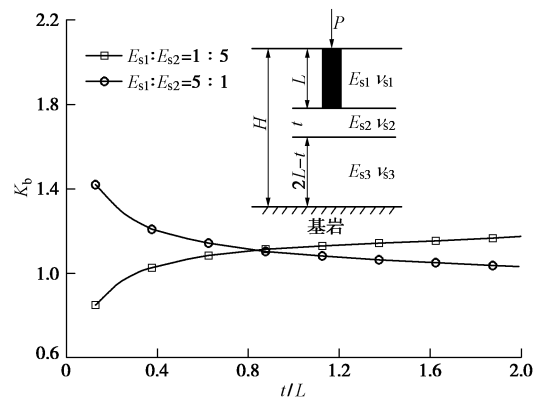


图9 中间土层厚度变化对于桩端刚度的影响

Fig. 9 Effects of middle layer thickness on pile tip stiffness

## 5 案例分析

为更好的验证本文方法, 现将本文方法与工程实例<sup>[24]</sup>进行对比研究。本文利用文献[24]中 P4 桩的实测数据及参数进行计算, P4 桩长 19 m, 桩径 0.2 m, 桩身弹性模量  $E_p$  为 27 GPa。桩周地层特性及计算模型参数如表1所示, 各土层泊松比取 0.3。

表 1 地层特性及计算参数  
Table 1 Soil properties and model parameters

编号	名称	土层厚度 /m	摩擦角 /(°)	平均端阻 /MPa	弹性模量 /MPa
1	人工填土	6	36~37	3.2	50
2	古代 沉积土	9	35	6.5	117
3	无黏性 火山灰	6	35~36	7.1	138
4	硬结 火山灰	20	39	20	∞

图 10 给出了桩顶荷载为164, 352 和 452 kN 时, 实测桩身轴力分布曲线与本文计算结果的对比。可见, 本文计算结果与实测数据吻合较好。还可以看到, 在土层分界处, 按本文方法计算的轴力分布曲线出现明显拐点, 这也恰好验证了前文的分析。

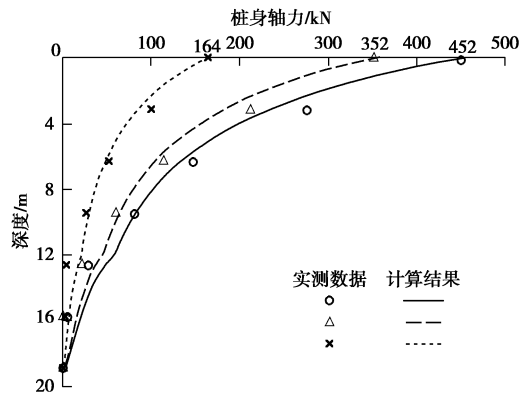


图 10 计算桩身轴力与实测结果的比较

Fig. 10 Comparison of the axial forces with in-situ test results

图 11 给出了按本文方法得到的荷载 - 沉降曲线与实测曲线的对比。由图 11 可知, 当桩顶荷载较小时, 计算值与实测值吻合良好。但当桩顶荷载较大时, 两者差别逐渐增大。这是因为当桩端荷载增加时, 桩侧土的非线性特征逐渐明显, 而本文仅考虑了弹性地基, 故误差逐渐增大。

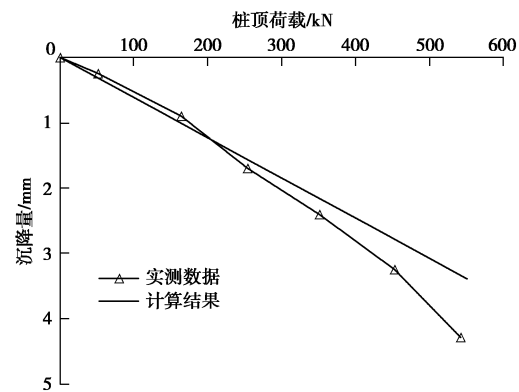


图 11 计算荷载 - 沉降曲线与实测曲线的比较

Fig. 11 Comparison between load-settlement and in-situ curves

6 结 论

本文基于薄环层元法和虚土桩理论, 提出了层状地基中竖向受荷摩擦桩的半解析半数值计算方法。首先将桩土体系划分为多个薄环单元, 利用虚位移原理求得各薄环单元的单元刚度矩阵, 根据各薄环之间的应力平衡和位移协调条件, 构建了桩土体系的整体矩阵刚度, 最后结合边界条件确定了桩土体系位移。基于该模型, 本文对双层和 3 层土中竖向受荷桩的荷载传递特性进行了研究, 得到了以下 3 点结论。

- (1) 对于 3 层地基中的摩擦桩, 中间夹层的模量越大, 其分担的荷载越多。对中间软弱层采取加强措施, 能有效改善和提高桩侧摩阻力。
- (2) 摩擦桩端刚度不为常数, 且随着桩端下卧土层的厚度变化而变化。当桩端土厚度小于 0.3 倍总土层厚度时, 桩端刚度显著增大, 此时不能按照传统半空间上圆盘理论预估桩端沉降。
- (3) 当摩擦桩桩端以下土层分层时, 其桩端刚度与桩端持力层厚度和刚度密切相关。

本文计算模型还可以推广至非均质层状地基 (如 Gibson 地基) 中的单桩沉降计算, 此时只需将土层细分为若干较小薄层, 将其视为均质地基, 然后按照本文方法处理即可。同时应该指出的是, 本文模型也存在一定局限性, 如难以考虑桩周土进入塑性阶段后桩的荷载传递性状。

参考文献:

[1] SEED H B, REESE L C. The action of soft clay along friction piles[J]. Transactions of the American Society of Civil Engineering, ASCE, 1957, **122**(1): 731 - 754.

[2] KOG Y C. Axially loaded piles in consolidating layered soil[J]. International Journal of Geomechanics, 2016, **16**(1): 0415039.

[3] DIAS T, BEZUIJEN A. Load-transfer method for piles under axial loading and unloading[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2018, **144**(1): 04017096.

[4] 木林隆, 康兴宇, 李 婉. 砂土地基中 V-H-M 组合荷载下单桩分析方法研究[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(增刊 2): 153 - 156. (MU Lin-long, KANG Xing-yu, LI Wan. Analytical method for single pile under V-H-M combined loads in sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(S2): 153 - 156. (in Chinese))

[5] POULOS H G, DAVIS E H. The settlement behavior of single axially loaded incompressible piles and piers[J]. Géotechnique, 1968, **18**(3): 351 - 371.

- [6] RAJAPAKSE R K N D. Response of an axially loaded elastic pile in a Gibson soil[J]. *Géotechnique*, 1990, **40**(2): 237 - 249.
- [7] ZHENG C J, DING X M, LI P, et al. Vertical impedance of an end-bearing pile in viscoelastic soil[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2015, **39**(6): 676 - 684.
- [8] TEHRANI F S, SALGADO R, PREZZI M. Analysis of axial loading of pile groups in multilayered elastic soil[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2016, **16**(2): 04015063.
- [9] WU W B, NAGGER M H E I, ADBLRAHEM M, et al. A new interaction model for the vertical dynamic response of pipe piles considering soil plug effect[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2017, **54**(7): 987 - 1001.
- [10] RANDOLPH M F, WROTH C P. Analysis of deformation of vertically loaded piles[J]. *Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 1978, **104**(12): 1465 - 1488.
- [11] LEE C Y. Discrete layer analysis of axially loaded piles and pile groups[J]. *Computers and Geotechnics*, 1991, **11**(4): 295 - 313.
- [12] 周立朵, 孔纲强, 彭怀凤, 等. 倾斜荷载下群桩承载特性理论分析[J]. *岩土力学*, 2017, **38**(9): 2647 - 2654. (ZHOU Li-duo, KONG Gang-qiang, PENG Huai-feng, et al. Theoretical analysis of bearing capacities of pile group under oblique load[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2017, **38**(9): 2647 - 2654. (in Chinese))
- [13] OTTAVIANI M. Three-dimensional finite element analysis of vertically loaded pile groups[J]. *Géotechnique*, 1975, **25**(2): 159 - 174.
- [14] 陈 斌, 卓家寿, 吴天寿. 嵌岩桩承载性状的有限元分析[J]. *岩土工程学报*, 2002, **24**(1): 51 - 55. (CHEN Bin, ZHUO Jia-shou, WU Tian-shou. Vertical bearing capacity of rock-socketed piles[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2002, **24**(1): 51 - 55. (in Chinese))
- [15] AI Z Y, HAN J. Boundary element analysis of axially loaded piles embedded in a multi-layered soil[J]. *Computers and Geotechnics*, 2009, **36**(3): 427 - 434.
- [16] AI Z Y, CHENG Y C. Analysis of vertically loaded piles in multilayered transversely isotropic soils by BEM[J]. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2013, **37**(2): 327 - 335.
- [17] 桩基工程手册编写委员会. 桩基工程手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1995. (Compile Committee of Pile Foundation. *Pile foundation*[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 1995. (in Chinese))
- [18] 王奎华, 王 宁, 刘 凯, 等. 三维轴对称条件下基于虚土桩法的单桩纵向振动分析[J]. *岩土工程学报*, 2012, **34**(5): 885 - 892. (WANG Kui-hua, WANG Ning, LIU Kai, et al. Longitudinal vibration of piles in 3D axisymmetric soil based on fictitious soil pile method[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2012, **34**(5): 885 - 892. (in Chinese))
- [19] 王 宁, 王奎华. 桩底土的成层性对桩体纵向刚度的影响[J]. *岩石力学与工程学报*, 2013, **32**(5): 1042 - 1048. (WANG Ning, WANG Kui-hua. Influence of layering of stratum under pile tip on pile longitudinal stiffness[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2013, **32**(5): 1042 - 1048. (in Chinese))
- [20] WU W B, LIU H, NAGGER M H E I, et al. Torsional dynamic response of a pile embedded in layered soil based on the fictitious soil pile model[J]. *Computers and Geotechnics*, 2016, **80**: 190 - 198.
- [21] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006. (XU Zhi-lun. *Elasticity*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2006. (in Chinese))
- [22] VLAZOV V Z, LEONTIEV U N. Beams, plates and shells on elastic foundations[M]. Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, 1966.
- [23] ANOYATIS G, MYLONAKIS G. Novel Tajimi models for static and dynamic soil-pile interaction[C]// *Proceedings of the 8th International Conference on Structural Dynamics, EURODYN 2011*. Leuven, 2011.
- [24] RUSSO G. Full-scale load tests on instrumented micropiles[J]. *Geotechnical Engineering*, 2004, **157**(3): 127 - 135.