

DOI: 10.11779/CJGE201903003

# 考虑分界面的黏性泥石流下游演进数学模型研究

邓 墾<sup>1</sup>, 陈生水<sup>1,2</sup>, 钟启明<sup>1,2</sup>

(1. 南京水利科学研究院, 江苏 南京 210029; 2. 水利部土石坝破坏机理与防控技术重点实验室, 江苏 南京 210024)

**摘要:** 基于分界面理论, 以泥石流屈服深度对应的面为分界面, 将黏性泥石流分为理想流体和 Bingham 流体, 建立了模拟黏性泥石流演进过程的数学模型和相应计算方法。该模型基于泥石流的运动特征, 注重不同层间泥石流流速的差异, 并可合理反映泥石流运动速度对其演进形态的影响机制; 同时, 全面考虑了黏性泥石流在演进过程中所呈现的“舌状体”和“龙头”由上向下翻落现象, 因此可更准确描述黏性泥石流在演进过程中的运动状态。采用 3 组模型试验结果对建立的数学模型与计算方法进行了验证, 结果表明: 模型计算得出的泥石流泛滥范围和最大堆积厚度与模型试验结果误差在±5%以内, 验证了模型的合理性。

**关键词:** Bingham 流体; 分界面; 交替方向隐式法; 有限体积法

中图分类号: TV144 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2019)03-0422-08

作者简介: 邓 墾(1988- ), 男, 江苏扬州人, 博士后, 主要从事尾矿库溃坝及致灾后果评价研究。E-mail: zdeng@nhri.cn。

## Numerical simulation of evolution of viscous debris flows considering interface

DENG Zhao<sup>1</sup>, CHEN Sheng-shui<sup>1,2</sup>, ZHONG Qi-ming<sup>1,2</sup>

(1. Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China; 2. Key Laboratory of Failure Mechanism and Safety Control Techniques of Earth-Rock Dam of the Ministry of Water Resources of P.R. China, Nanjing 210024, China)

**Abstract:** Based on the interface theory, taking the corresponding surface of the yielding depth of debris flows as the interface, the viscous debris flow can be divided into ideal fluid and Bingham fluid. Thus, a numerical model and the relative algorithm are developed to simulate the evolution of debris flows. The model is based on the motion feature of the debris and considers the velocity differences of debris flows in different layers, thereby, it can reasonably describe the evolution mechanism and the influences on the morphology of debris flows due to the flow velocity. Meanwhile, the model fully considers the phenomena of “tongue-like” and “debris flow head” of actual debris flows, thus, the motion state of the debris flows during the evolution can be depicted accurately. A series of model tests are adopted to verify the proposed numerical model and the algorithm. The comparison between the measured and calculated results indicates that the relative errors of the inundation areas and the maximum accumulation thicknesses are within ±5%, and the rationality of the proposed model is validated.

**Key words:** Bingham fluid; interface; alternating direction implicit method; finite volume method

## 0 引言

泥石流是一种常见的地质灾害, 是泥沙在水动力作用下失稳后形成的特殊洪流, 通常发生在山区或者其他地形险峻的地区<sup>[1]</sup>。泥石流爆发具有突然性, 一般持续时间较短, 造成的危害非常严重。我国是世界上遭受泥石流危害最为严重的国家之一, 尤其是西部地区泥石流灾害频繁发生, 给当地人民生命财产安全带来了巨大的威胁<sup>[2-4]</sup>。因此, 有必要深入研究泥石流的发生、发展机制及其传播和泛滥规律, 以减轻泥石流灾害损失。

泥石流按物质状态, 可分为黏性泥石流、稀性泥石流以及过渡性泥石流, 其中, 最常见且危害最大的

当属黏性泥石流<sup>[5-6]</sup>。黏性泥石流属于非恒定的非牛顿流体, 在野外观测<sup>[7]</sup>和室内试验<sup>[8-10]</sup>中发现, 黏性泥石流大多以层流形式流动, 流动过程中呈“舌头”状, 且会不断出现“龙头”由上向下翻落的现象。由于黏性泥石流运动过程变化十分复杂, 为了更好地对其流动过程进行模拟, 各国学者针对黏性泥石流模型问题开展了一系列卓有成效的研究工作。20世纪70年代, Johnson 等<sup>[11]</sup>率先进行黏性泥石流水槽试验, 并依据试验中泥石流的运动速率与应力之间的比例关系呈非

基金项目: 国家重点研发计划项目(2017YFC0804605); 国家自然科学基金项目(51539006; 51779153); 中央级公益性科研院所基本科研业务费专项资金项目(Y118013)

收稿日期: 2018-02-27

线性, 选用 Bingham 流体模型建立了黏性泥石流运动方程。随后, 弗莱施曼等<sup>[12]</sup>、康志成等<sup>[13]</sup>和熊刚等<sup>[14]</sup>国内外学者均假定黏性泥石流为 Bingham 流体, 并开展了相关试验来确定其流变参数。近年来, 随着黏性泥石流机理研究的深入, 黏性泥石流数学模型也得到了进一步发展。Schamber 等<sup>[15]</sup>基于 Bingham 流体模型, 考虑层流阻力效应, 提出了模拟黏性泥石流演进的一维瞬态模型。为了更真实地模拟出泥石流的泛滥情况, 王纯祥等<sup>[16]</sup>基于质量守恒方程和 Naiver-stokes 方程, 考虑底床摩阻, 采用深度积分方法, 推导出了模拟山地泥石流运动的非恒定平面二维数学模型。针对二维泥石流模型在较低剪切速率时出现的计算结果不稳定的情况, Martinez 等<sup>[17]</sup>基于浅水方程和交叉流变理论, 通过交叉本构关系来体现泥石流内部摩擦损失, 提出了一种沿速度平均的改进二维泥石流模型。其后, Ouyang 等<sup>[18]</sup>进一步针对泥石流演进过程中的规模放大现象展开了研究, 其认为泥石流底层吸附是导致泥石流体积变大的主要原因, 并通过在浅水方程中耦合底层吸附项建立了可模拟泥石流放大过程的二维数学模型。然而上述黏性泥石流运动力学模型的泥石流流速均为垂向平均流速<sup>[19-20]</sup>, 不能考虑泥石流速度对其形态的影响机制, 从而无法模拟黏性泥石流在演进过程中呈现的“舌状体”以及“龙头”由上向下翻落的现象。因此, 有必要建立可考虑黏性泥石流流动过程中形态变化的数学模型, 以合理模拟黏性泥石流演进过程, 提高黏性泥石流致灾后果预测精度。

## 1 数学模型

根据黏性泥石流运动过程中呈“舌状体”以及“龙头”由上向下翻落的现象, 可以判断出其表面流速大于底层流速, 见图 1。为了模拟出该现象, 本文应用分界面理论<sup>[21-22]</sup>, 即以泥石流屈服深度对应的面为分界面, 将黏性泥石流分为两层来考虑, 上层为理想流体, 下层则为 Bingham 流体。由于理想流体流速不受外界因素影响, 所以流动中上层泥石流流速要大于下层泥石流流速, 从而较好地模拟了黏性泥石流在演进过程中呈现的“舌状体”以及“龙头”由上向下翻落的现象。

假定黏性泥石流是均质连续且不可压缩的, 基于质量守恒方程和动量守恒方程, 建立描述黏性泥石流演进过程的运动方程组如下:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0 \quad , \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial(uh)}{\partial t} + \frac{\partial(u^2h)}{\partial x} + \frac{\partial(uvh)}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{gh^2}{2}\cos\theta\right) + gh\sin\theta - \frac{\tau_x}{\rho}, \\ \frac{\partial(vh)}{\partial t} + \frac{\partial(uvh)}{\partial x} + \frac{\partial(v^2h)}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{gh^2}{2}\cos\theta\right) - \frac{\tau_y}{\rho} , \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $h$  为泥石流深度,  $h=H(x, y, t)-B(x, y, t)$ ,  $H(x, y, t)$  为泥石流自由面高度,  $B(x, y, t)$  为河道底床高度,  $x$  和  $y$  为水平纵向和横向坐标,  $q_x$  和  $q_y$  为  $x$  和  $y$  向的单宽流量,  $u$  和  $v$  则分别表示  $x$  和  $y$  向的泥石流流速,  $\theta$  为底面与水平面的夹角,  $\rho$  为泥石流密度,  $\tau_x$  和  $\tau_y$  为应力项。

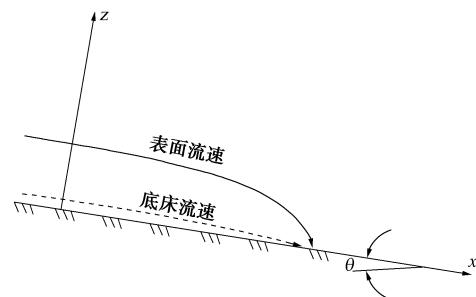


图 1 流速对比示意图

Fig. 1 Comparison of velocities in different layers

由于自由面  $z=H(x, y, t)$  上无压力, 静压可表示为

$$p = \rho g \cos\theta(H - z) \quad , \quad (3)$$

因此泥石流自由面上无剪应力,  $\tau_{xz}$  和  $\tau_{yz}$  分别为

$$\tau_{xz} = \rho g \left( \sin\theta - \cos\theta \frac{\partial h}{\partial x} \right) (H - z) \quad , \quad (4)$$

$$\tau_{yz} = \rho g \left( -\cos\theta \frac{\partial h}{\partial y} \right) (H - z) \quad , \quad (5)$$

且又由式 (4) 和式 (5) 可知泥石流底床总剪应力  $\tau_t$  为

$$\tau_t = \rho g (H - B) \left[ \left( \sin\theta - \cos\theta \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \left( -\cos\theta \frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} . \quad (6)$$

为了更真实地模拟黏性泥石流的流态, 以泥石流屈服深度对应的面为分界面将泥石流分两层考虑, 分界面对应的高度即为  $H_0$ 。由于分界面以下为 Bingham 流体, 初始流速为 0 时, 只有当所受剪应力  $\tau > \tau_0$  时, 才开始流动, 所以泥石流的屈服深度  $H_0$  可通过屈服应力  $\tau_0$  计算得到

$$\tau_0 = \rho g (H - H_0) \left[ \left( \sin\theta - \cos\theta \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \left( -\cos\theta \frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} , \quad (7)$$

参数  $\tau_0$  和  $\mu$  的获取可通过试验或经验公式计算<sup>[5]</sup>得到

$$\tau_0 = \begin{cases} 0.1 \left( \frac{s}{62} \right)^{2.1} & (62 < s < 1100 \text{ kg/m}^3) \\ 35 \left( \frac{s}{1100} \right)^5 & (s > 1100 \text{ kg/m}^3) \end{cases}, \quad (8)$$

$$\mu = \begin{cases} \frac{1}{100} \left( \frac{s}{100} \right)^{2.114} & (100 < s < 1300 \text{ kg/m}^3) \\ 2.3 \left( \frac{s}{1300} \right)^{5.747} & (s > 1300 \text{ kg/m}^3) \end{cases}, \quad (9)$$

式中  $s$  表示含砂量。由式 (6) 和 (7) 可知, 河道底床处无泥石流流动, 所以当  $z=B$  时,  $u=v=0$ ; 分界面以上无剪应力, 所以当  $z=H_0$  时,  $\partial u/\partial z=\partial v/\partial z=0$ , 计算得到泥石流各层的相对流速为  
分界面以下 (当  $B < z < H_0$  时):

$$u_d(x, y, z, t) = \frac{\rho g}{2\mu} \left( \sin \theta - \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} \right) \cdot [(H_0 - B)^2 - (z - H_0)^2], \quad (10)$$

$$v_d(x, y, z, t) = \frac{\rho g}{2\mu} \left( -\cos \theta \frac{\partial h}{\partial y} \right) \cdot [(H_0 - B)^2 - (z - H_0)^2], \quad (11)$$

分界面以上 (当  $H_0 < z < H$  时):

$$u_u(x, y, z, t) = \frac{\rho g}{2\mu} \left( \sin \theta - \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} \right) (H_0 - B)^2, \quad (12)$$

$$v_u(x, y, z, t) = \frac{\rho g}{2\mu} \left( -\cos \theta \frac{\partial h}{\partial y} \right) (H_0 - B)^2. \quad (13)$$

分界面以下的泥石流流速受剪应力影响, 越接近底床流速越小; 分界面以上泥石流流速则不受影响, 以沿  $x$  向流速为例, 如图2所示。

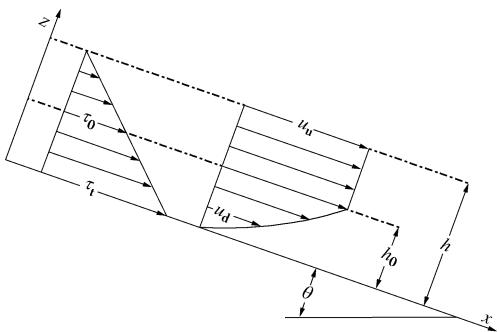


图 2 泥石流沿  $x$  向流速分布图

Fig. 2 Velocity distribution of debris flows in  $x$  direction

泥石流沿  $x$  和  $y$  方向的流速已知, 可得到单宽流量  $q_x$  和  $q_y$ :

$$q_x = \int_B^{H_0} u_d dz + (H - H_0) u_u, \quad (14)$$

$$q_y = \int_B^{H_0} v_d dz + (H - H_0) v_u, \quad (15)$$

沿深度积分, 并整理得

$$q_x = \frac{\rho g}{6\mu} [(3H - H_0 - 2B)(H_0 - B)^2] \left( \sin \theta - \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} \right), \quad (16)$$

$$q_y = \frac{\rho g}{6\mu} [(3H - H_0 - 2B)(H_0 - B)^2] \left( -\cos \theta \frac{\partial h}{\partial y} \right), \quad (17)$$

将式 (16) 和 (17) 代入式 (1), 并引入多项式  $F = \rho g / 6\mu [(3H - H_0 - 2B)(H_0 - B)^2] \cos \theta$  进行化简, 与式 (2) 联立得控制方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \tan \theta - \frac{\partial h}{\partial x} \right) F \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( -\frac{\partial h}{\partial y} \right) F \right] = 0, \\ \frac{\partial(uh)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( u^2 h + \frac{gh^2}{2} \cos \theta \right) + \frac{\partial(uvh)}{\partial y} = gh \sin \theta - \frac{\tau_x}{\rho}, \\ \frac{\partial(vh)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( v^2 h + \frac{gh^2}{2} \cos \theta \right) = -\frac{\tau_y}{\rho}. \end{cases} \quad (18)$$

## 2 数值计算方法

泥石流演进属于瞬态问题, 因此本文采用有限体积法对建立的控制方程进行求解, 首先引入交错网格系统对空间进行离散, 这里网格采用的是结构性网格, 大小分别为  $\Delta x$  和  $\Delta y$ , 网格沿  $x$  方向用  $i$  标记, 沿  $y$  方向用  $j$  标记, 假设泥石流的质量在网格中心处<sup>[23]</sup>, 流量位于网格接触面中心点处, 则离散网格如图3所示。

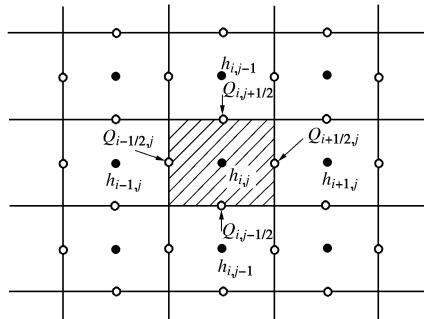


图 3 离散网格

Fig. 3 Discrete meshes

用二阶中心差分式替换控制方程中的偏导数, 以  $\partial h/\partial x$  为例, 其在点  $(i, j)$  上的分量  $h_{i,j}$  可化为

$$\left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)_{i,j} = \frac{h_{i+1,j} - h_{i-1,j}}{2\Delta x} + O(\Delta x)^2, \quad (19)$$

式中,  $O(\Delta x)^2$  表示截断误差, 截断误差一般数值较小, 在实际计算中可忽略不计。为计算网格接触面处的  $q_x$  和  $q_y$ , 假定接触面处深度为相邻两个网格中泥石流深度的平均值, 即  $h_{i+1/2,j} = (h_{i,j} + h_{i+1,j})/2$  和  $h_{i,j+1/2} = (h_{i,j} + h_{i,j+1})/2$ 。

由于二维流体运动数学模型比较复杂, 所以用交替方向隐式法 (ADI) 来离散化计算时间, 将原本的二维数值计算问题转化成一维数值计算问题<sup>[24]</sup>。以控制方程中的连续方程为例, 其离散格式如下:

$$q_{x,i+1/2,j}^{n+1/2} = F_{i+1/2,j}^n \left( \tan \theta - \frac{h_{i+1,j}^{n+1/2} - h_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta x} \right) , \quad (20)$$

$$q_{y,i,j+1/2}^{n+1} = F_{i,j+1/2}^{n+1/2} \left( -\frac{h_{i,j+1}^{n+1} - h_{i,j}^{n+1}}{\Delta y} \right) , \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{F_{i-1/2,j}^n}{(\Delta x)^2} h_{i-1,j}^{n+1/2} + \left[ \frac{2}{\Delta t} + \frac{F_{i-1/2,j}^n + F_{i+1/2,j}^n}{(\Delta x)^2} \right] h_{i,j}^{n+1/2} - \\ & \frac{F_{i+1/2,j}^n}{(\Delta x)^2} h_{i+1,j}^{n+1/2} = \frac{2}{\Delta t} h_{i,j}^n - \frac{F_{i+1/2,j}^n - F_{i-1/2,j}^n}{(\Delta x)} \tan \theta + \\ & \frac{F_{i,j-1/2}^n h_{i,j-1}^n - (F_{i,j-1/2}^n + F_{i,j+1/2}^n) h_{i,j}^n + F_{i,j+1/2}^n h_{i,j+1}^n}{(\Delta y)^2} , \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{F_{i,j-1/2}^{n+1/2}}{(\Delta y)^2} h_{i,j-1}^{n+1} + \left[ \frac{2}{\Delta t} + \frac{F_{i,j-1/2}^{n+1/2} + F_{i,j+1/2}^{n+1/2}}{(\Delta y)^2} \right] h_{i,j}^{n+1} - \\ & \frac{F_{i,j+1/2}^{n+1/2}}{(\Delta y)^2} h_{i,j+1}^{n+1} = \frac{2}{\Delta t} h_{i,j}^{n+1/2} - \frac{F_{i+1/2,j}^{n+1/2} - F_{i-1/2,j}^{n+1/2}}{(\Delta x)} \tan \theta + \\ & \frac{F_{i-1/2,j}^{n+1/2} h_{i-1,j}^{n+1/2} - (F_{i-1/2,j}^{n+1/2} + F_{i+1/2,j}^{n+1/2}) h_{i,j}^{n+1/2} + F_{i+1/2,j}^{n+1/2} h_{i+1,j}^{n+1/2}}{(\Delta x)^2} . \end{aligned} \quad (23)$$

在每一个时间步，判断泥石流所受剪应力是否满足  $\tau > \tau_0$ ，由此确定泥石流流速是否发生变化，计算出该时间步泥石流深度和速度，并作为输入代入下一个时间步进行计算。

### 3 模型验证

#### 3.1 物理模型试验和计算参数选定

采用中科院成都山地所的泥石流堆积过程模型试验结果<sup>[25]</sup>来验证作者建议的数学模型和计算方法，该模型试验在云南东川蒋家沟泥石流现场进行。1991年9月1日蒋家沟暴发泥石流，9月4日取得下游沟床残留泥样作为试验材料，取样时将粒径大于20 mm的卵石剔除。样品属黏性泥石流，中值粒径为0.8 mm，其级配如图4所示。

该模型试验装置主要包括3个部分：泥石流供给箱，为一内边长46.2 cm的立方体，最大容积98611 cm<sup>3</sup>，可装载泥石流体约200 kg，侧边开有一直径5 cm的供给孔，由闸板开关控制泥石流的供给，供给箱由一固定支架支撑；泥石流流通槽，为一内宽15 cm，内高18 cm，有效流动长度150 cm的矩形槽。流通槽由一活动架支撑，活动架可调整流通槽坡度，坡度调节范围为10° ~ 34°；泥石流堆积板，为一宽150 cm、长200 cm的长方形平板，沿中轴每隔20 cm设置一个观测点以测定泥石流堆积厚度。堆积板直接放置于实验场地，坡度可任意调整，与流通槽以斜口方式平顺相接。

试验针对不同堆积区坡度一共进行了11组，堆积板坡度从0°开始，每次上调1°直至最大坡度10°，每次定量供给泥石流6318 cm<sup>3</sup>，流通槽坡度固定为

15°。待每次堆积过程完全停止后，测量最大堆积长度、最大堆积宽度和0~10号点的堆积厚度，并绘制成堆积扇平面图。用水龙头冲掉堆积物后，保持堆积板与上次试验基本相同的光洁度和干湿度，调整堆积板坡度，再进行第2组试验。

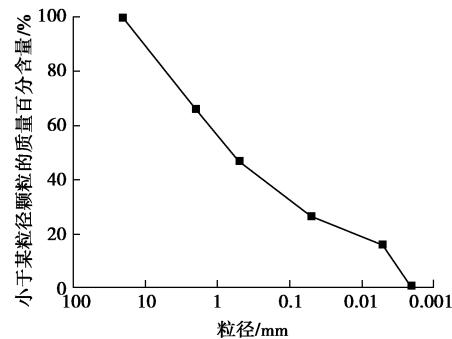


图4 泥石流样品颗粒级配曲线

Fig. 4 Grain-size distribution curve of experimental materials

选取其中3组试验结果对本文模型进行验证，3组试验的堆积区坡度分别为：0°，5°和10°，根据试验资料换算得到堆积体入流流量为20 cm<sup>3</sup>/s。试验用泥石流密度为2.03 g/cm<sup>3</sup>，由于泥石流排放口在短边中点处，因此以其为原点进行网格划分，计算采用结构网格，网格数20×40，大小分别为Δx=10 cm和Δy=3.75 cm，泥石流演进过程数值模拟计算参数如表1所示。

表1 泥石流演进过程数值模拟计算参数表

Table 1 Conditions of evolution cases of debris flows

泥石流密度 (g·cm <sup>-3</sup> )	$d_{50}$ /mm	黏滞系数 (Pa·s)	屈服应力/Pa	排放口宽度/cm	入流总量/cm <sup>3</sup>
2.03	0.8	1.55	28	15	6318

#### 3.2 计算结果分析

采用分界面泥石流模型计算得到的泥石流最终堆积情况见图5。

当堆积板坡度为0°时，泥石流在堆积区演进过程中重力加速度对其流动贡献较小，且由于初始流速较小，扩散作用是长度和宽度方向流动的主导因素，如图5(a)所示。由图5(a)可知，此情况下计算得到的泥石流最大堆积长度较小，为51.2 cm，而最大堆积宽度和最大堆积厚度较大，分别为89.2 cm和4.67 cm，最大堆积长度约为最大堆积宽度的一半，因此最终堆积的平面形态为半圆形。

当堆积板坡度为5°时，泥石流在堆积区演进过程中重力加速度对其流动贡献增大，且影响的主要是在长度方向的流动，泥石流演进的最终堆积形态如图5(b)所示。由图5(b)可知，该条件下计算得到的泥石流最大堆积长度、最大堆积宽度以及最大堆积厚度分别为86.6, 72.4和2.79 cm。相比于堆积板坡度为

$0^\circ$  的情况，泥石流最大堆积长度增大了 69.1%，而最大堆积宽度和最大堆积厚度则分别减小了 18.8% 和 40.3%，最大堆积长度接近最大堆积宽度，因此最终堆积的平面形态为椭圆形。

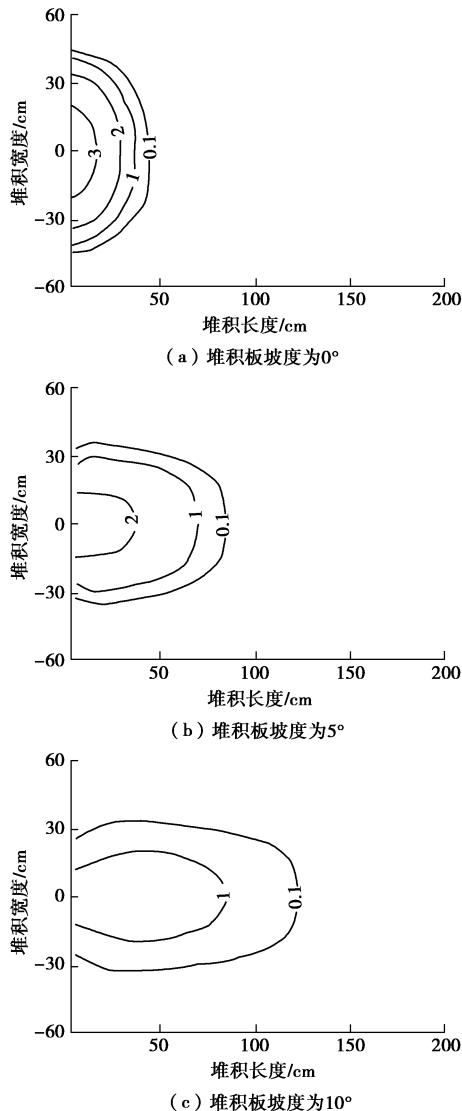


图 5 泥石流最终堆积情况等值线图

Fig. 5 Comparison between calculated and experimental deposition profiles of viscous debris flows

当堆积区坡度为  $10^\circ$  时，重力加速度对泥石流流动贡献更大，逐渐成为长度方向流动的主导因素，而宽度方向流动的主导因素则依旧是扩散作用。受重力加速度影响，泥石流主要沿长度方向流动，因此各观察点处泥石流最大堆积宽度差异不大，泥石流演进的最终堆积形态如图 5 (c) 所示。从图 5 (c) 中可以看出，该条件下泥石流最大堆积长度继续增大，而最大堆积宽度和最大堆积厚度则继续减小，最终结果分别为 126.3, 68.2 和 1.94 cm。相比于堆积分坡度为  $5^\circ$  的情况，泥石流最大堆积长度增大了 45.8%，而最大堆积宽度和最大堆积厚度则分别减小了 5.8% 和 30.5%，最大堆积长度约为最大堆积宽度的两倍，且

各观察点处泥石流最大堆积宽度比较接近，因此最终堆积的平面形态为“舌头”形。通过对比不同坡度堆积分板上泥石流最终堆积情况可知，随着堆积区坡度的增大，泥石流沿长度向的流动受重力加速度影响越大，堆积平面形状也越来越接近“舌头”形。泥石流最大堆积长度、最大堆积宽度、各观察位堆积深度、最大堆积长宽比与实测值的比较见表 2。

由表 2 可以看出，当堆积区坡度分别为  $0^\circ$ 、 $5^\circ$  和  $10^\circ$  时，计算得到的最大堆积长度分别为 51.2, 86.6 和 126.3 cm，与实测值偏差分别为 +2.4%、+1.9% 和 +1.6%；计算得到的最大堆积宽度分别为 89.2, 72.4 和 68.2 cm，与实测值偏差分别为 -3%，+3.4% 和 +4.9%；计算得到的最大堆积厚度分别为 4.67, 2.79 和 1.94 cm，与实测值偏差分别为 +3.8%，+3.3% 和 +2.1%。

为了进一步验证本文提出的泥石流模型的合理性，将计算得到的各观察点的堆积厚度与实测值进行对比，当堆积区坡度为  $0^\circ$  时，各观察点的厚度计算值与实测值偏差分别为：+3.8%，+3.9% 和 +8%；当堆积区坡度为  $5^\circ$  时，各观察点的厚度计算值与实测值偏差分别为：+3.3%，-2.9%，+2.8%，+8.2% 和 +6.7%；当堆积区坡度为  $10^\circ$  时，各观察位的厚度计算值与实测值偏差分别为：+2.1%，+2.2%，-2.8%，+8.5%，+3%，-6% 和 +10%，除少数较远观察位计算结果与实测值偏差稍大外，其他均与实测值较为接近，且由  $a/b$  值的偏差 +5.6%，-0.8% 和 -3.1% 可知数值模拟得到的泥石流最终堆积形态与实测结果较为吻合，从而验证了作者建立的分界面的泥石流数学模型和计算方法的合理性。

为了进一步研究泥石流演进过程中的形态变化，下面以堆积区坡度为  $5^\circ$  时为例，对泥石流的演进形态进行分析，具体见图 6。

图 6 (a) 表示，当  $1/4$  物料下泄时，由于下泄物料较少，泥石流淹没范围并不大，最大堆积长度、宽度以及厚度分别为 34.8, 49.4 和 2.13 cm。图 6 (b) 表示  $1/2$  物料下泄后泥石流的流动形态，此时泥石流最大堆积长最大堆积长度、宽度以及厚度分别为 59.4, 56.6 和 2.35 cm。图 6 (c) 则表示全部物料下泄后泥石流的流动形态，此时泥石流最大堆积长最大堆积长度、宽度以及厚度分别为 81.7, 71.3 和 2.84 cm。由图 6 (a) ~ (c) 可以看出，随着物料下泄量的增加，泥石流在下游的淹没范围逐渐增大，在此过程中重力加速度逐渐成为长度方向流动的主导因素，而宽度方向流动的主导因素则依旧是扩散作用，这也使得泥石流沿长度方向的演进距离明显大于沿宽度方向的演进距离，逐渐形成一个各观察点堆积宽度相近且中间高，



表 2 泥石流演进过程实测值与计算值比较

Table 2 Comparison between measured and calculated results of evolution of debris flows

堆积区坡度/(°)	0			5			10		
	试验值	计算值	偏差	试验值	计算值	偏差	试验值	计算值	偏差
最大堆积长度 $a/\text{cm}$	50	51.2	+2.4%	85	86.6	+1.9%	124	126.3	+1.6%
最大堆积宽度 $b/\text{cm}$	92	89.2	-3%	70	72.4	+3.4%	65	68.2	+4.9%
$a/b$ 值	0.54	0.57	+5.6%	1.21	1.20	-0.8%	1.91	1.85	-3.1%
堆积区厚度/cm 0号位	4.5	4.67	+3.8%	2.7	2.79	+3.3%	1.9	1.94	+2.1%
1号位	2.8	2.91	+3.9%	2.4	2.33	-2.9%	1.8	1.84	+2.2%
2号位	0.5	0.54	+8%	1.8	1.85	+2.8%	1.8	1.75	-2.8%
3号位	0.0	0.0	—	1.1	1.19	+8.2%	1.3	1.41	+8.5%
4号位	—	—	—	0.3	0.32	+6.7%	1.0	1.03	+3%
5号位	—	—	—	0.0	0.0	—	0.5	0.47	-6%
6号位	—	—	—	—	—	—	0.2	0.22	+10%
7号位	—	—	—	—	—	—	0.0	0.0	—

两侧低的“舌状体”。

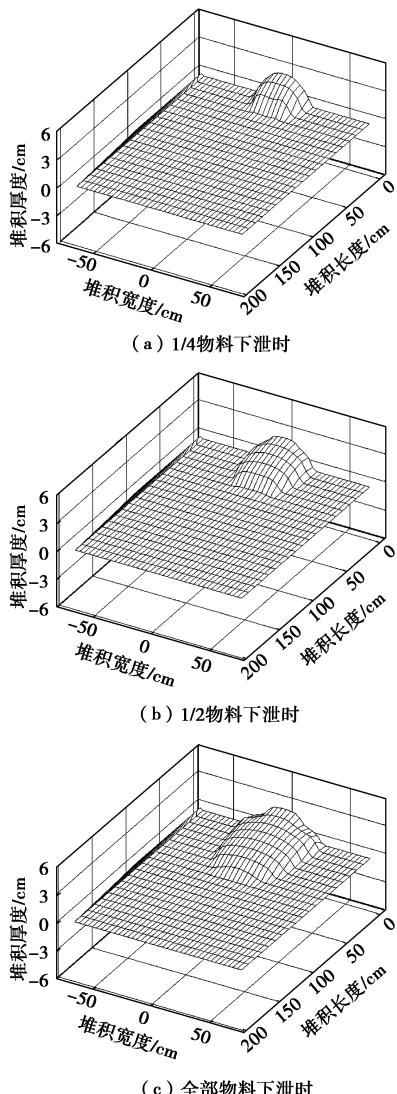


图 6 堆积区坡度为 5° 时泥石流流动情况三维图

Fig. 6 Results of evolution cases of viscous debris flows with accumulation plate slope of 5°

为了模拟泥石流“龙头”由上向下翻落的现象，本文模型将泥石流分两层考虑，分界面取屈服深度所对应面。泥石流全部下泄时分界面上下泥石流流动情况对比如图 7 所示。

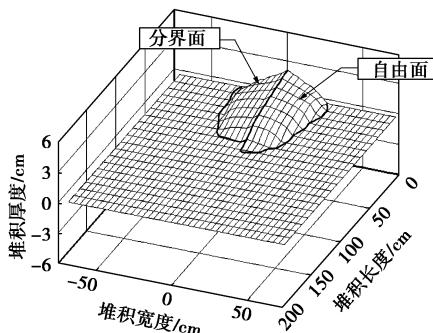


图 7 物料全部下泄时分界面上下泥石流流动情况三维图

Fig. 7 Comparison between two layers of viscous debris flows

由图 7 可以看出，由于采用分界面泥石流模型进行计算时，即便同一网格上的上下两层泥石流流速也并不相等，所以最终得到全部泥石流的流动情况图与分界面以下泥石流的流动情况图存在明显差异。同时，由式(10)和(11)可知分界面以上泥石流流速不随深度变化，因此可通过自由面和分界面的变化来分析分界面上下层泥石流的流动情况，具体见图 8。

由图 8(a)~(c)可以看出，泥石流演进过程中，代表自由面的曲线与代表分界面的曲线大体上保持平行关系且间隔大小不变，同时，都随着堆积长度的增大都呈减小趋势。由此可知，分界面以上部分泥石流在流动过程中深度基本不变，通过式(7)计算得到为 0.12 cm，而分界面以下部分泥石流的深度则不断减小。这主要是因为分界面以下部分泥石流在流动过程受底部摩阻影响，流速一直在变化，且越靠近底部

阻力越大, 流速也就越慢; 而分界面以上泥石流在流动过程中并不受阻力影响, 流速几乎没有变化。因此在流动过程中, 分界面以上部分泥石流深度基本不变, 而分界面以下部分泥石流则不断减小, 当分界面以上的泥石流比分界面以下泥石流先到达下一区域时, 泥石流就会出现“龙头”由上向下翻落的现象。

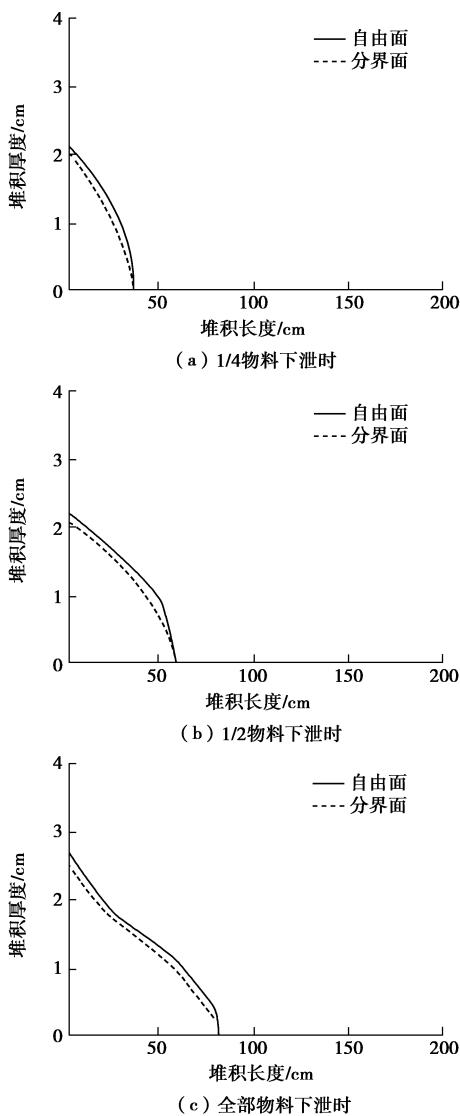


图 8 泥石流演进过程中自由面和分界面的变化情况

Fig. 8 Routing states of viscous debris flows in two layers

## 4 结语

基于分界面理论, 以泥石流屈服深度对应的面为分界面, 将黏性泥石流分为理想流体和非牛顿流体, 建立了一个合理反映泥石流速度对其演进形态影响机制, 较好模拟黏性泥石流在演进过程中所呈现的“舌状体”和“龙头”由上向下翻落现象的数学模型, 提出了相应的计算方法。计算得出的泥石流泛滥范围和堆积厚度与 3 组模型试验结果大体相同, 从而验证了

作者建议的数学模型与计算方法的合理性。

## 参考文献:

- [1] 赵学宏, 陈志, 沈发兴. 泥石流灾害国内外研究动态评述[J]. 自然科学, 2015, 3(4): 225–231. (ZHAO Xue-hong, CHEN Zhi, SHEN Fa-xing. Review on international research dynamic of debris flows disaster[J]. Open Journal of Nature Science, 2015, 3(4): 225–231. (in Chinese))
- [2] 吴积善, 田连权, 康志成. 泥石流及其综合治理[M]. 北京: 科学出版社, 1993. (WU Ji-shan, TIAN Lian-quan, KANG Zhi-cheng. Debris flows and comprehensive measures[M]. Beijing: Science Press, 1993. (in Chinese))
- [3] 杜榕桓, 李鸿琏, 唐邦兴, 等. 三十年来的中国泥石流研究[J]. 自然灾害学报, 1995, 4(1): 64–73. (DU Rong-huan, LI Hong-lian, TANG Bang-xing, et al. Research on debris flows for thirty years in China[J]. Journal of Natural Disasters, 1995, 4(1): 64–73. (in Chinese))
- [4] 费祥俊, 舒安平. 泥石流运动机理与灾害防治[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004. (FEI Xiang-jun, SHU An-ping. Debris flows movement mechanism and disaster prevention[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese))
- [5] 康志成, 李焯芬, 马蔼乃, 等. 中国泥石流研究[M]. 北京: 科学出版社, 2004. (KANG Zhi-cheng, LI Chuo-fen, MA Ai-nai, et al. Research on debris flow in China[M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese))
- [6] 乔成, 欧国强, 潘华利, 等. 泥石流数值模拟方法研究进展[J]. 地球科学与环境学报, 2016, 38(1): 134–142. (QIAO Cheng, OU Guo-qiang, PAN Hua-li, et al. Review on numerical modeling methods of debris flow[J]. Journal of Earth Sciences and Environment, 2016, 38(1): 134–142. (in Chinese))
- [7] 吴积善, 康志成, 田连权. 云南蒋家沟泥石流观测研究[M]. 北京: 科学出版社, 1990. (WU Ji-shan, KANG Zhi-cheng, TIAN Lian-quan. Observation and study of debris flow in Jiangjiagou, Yunnan[M]. Beijing: Science Press, 1990. (in Chinese))
- [8] 陈春光, 姚令侃, 杨庆华. 入汇主河的泥石流龙头运动机理研究[J]. 水利学报, 2004(1): 11–16. (CHEN Chun-guang, YAO Ling-kan, YANG Qing-hua. Movement of debris flow head in main channel at the confluence[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004(1): 11–16. (in Chinese))
- [9] 柳金峰, 欧国强, 游勇, 等. 沟道约束条件下泥石流扇状堆积试验研究[J]. 人民黄河, 2009(9): 72–73. (LIU Jin-feng, OU Guo-qiang, YOU Yong, et al. Test and study on

- fan-like accumulation of mud-rock flow under the conditions of gully constraint[J]. Yellow River, 2009(9): 72 - 73. (in Chinese))
- [10] 王 洋, 崔 鹏, 王兆印, 等. 泥石流龙头的形成及特征研究[J]. 水利学报, 2017(4): 473 - 479. (WANG Yang, CUI Peng, WANG Zhao-yin, et al. Study on the formation and characteristics of height of debris flow head[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2017(4): 473 - 479. (in Chinese))
- [11] JOHNSON A M, RAHN P H. Mobilization of debris flows[J]. Zeitschrift Fur Geomorphologie, 1970, 9(S0): 168 - 186.
- [12] 弗莱施曼 C M. 泥石流[M]. 北京: 科学出版社, 1986. (FLEISHMAN C M. Debris flow[M]. Beijing: Science Press, 1986: 218 - 231. (in Chinese))
- [13] 康志成. 泥石流产生的力学分析[J]. 山地研究, 1987(4): 225 - 230. (KANG Zhi-cheng. The mechanical analyses of the generation of debris flow[J]. Mountain Research, 1987(4): 225 - 230. (in Chinese))
- [14] 熊 刚, 费祥俊. 泥石流浆体屈服应力的计算方法[J]. 泥沙研究, 1996(1): 56 - 66. (XIONG Gang, FEI Xiang-jun. Calculation of yield stress of debris flow slurry[J]. Journal of Sediment Research, 1996(1): 56 - 66. (in Chinese))
- [15] SCHAMBER D R, MACARTHUR R C. One-dimensional model for mud flows[J]. Nasa Sti/recon Technical Report N, 1985, 86: 1334 - 1339.
- [16] 王纯祥, 白世伟, 江崎哲郎, 等. 泥石流的二维数学模型[J]. 岩土力学, 2007(6): 1237 - 1241. (WANG Chun-xiang, BAI Shi-wei, ESAKI Tetsuro, et al. Two-dimensional mathematical model of debris flow[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007(6): 1237 - 1241. (in Chinese))
- [17] MARTINEZ C, MIRALLES W F, GARCIA M R. Verification of a 2D finite element debris flow model using Bingham and cross rheological formulations[J]. WIT Transactions on Engineering Sciences, 2008, 60: 61 - 69.
- [18] OUYANG C J, HE S, TANG C. Numerical analysis of dynamics of debris flow over erodible beds in Wenchuan earthquake-induced area[J]. Engineering Geology, 2015, 194(SI): 62 - 72.
- [19] ILSTAD T, ELVERHOI A, ISSLER D, et al. Subaqueous debris flow behaviour and its dependence on the sand/clay ratio: a laboratory study using particle tracking[J]. Marine Geology, 2004, 213(1/2/3/4): 415 - 438.
- [20] 乐茂华, 韩其为, 方春明. 基于固液两相流模型的泥石流流速垂向分布研究[J]. 水利学报, 2017(2): 168 - 174. (LE Mao-hua, HAN Qi-wei, FANG Chun-ming. Study of vertical velocity distribution in debris flow based on solid-liquid two-phase flow model[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2017(2): 168 - 174. (in Chinese))
- [21] MEI C C, YUHI M. Slow dow of a Bingham fluid in a shallow channel of finite width[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2001, 431: 135 - 159.
- [22] PELLEGRINO A M, SANTOLO A S D, SCHIPPA L. An integrated procedure to evaluate rheological parameters to model debris flows[J]. Engineering Geology, 2015, 196: 88 - 98.
- [23] 贺治国, 吴伟民. 考虑水沙相互作用的河堤溃决二维数值模型[J]. 水动力学研究与进展(A辑), 2010, 25(2): 147 - 154. (HE Zhi-guo, WU Wei-ming. Two-dimensional levee breaching model considering flow and sediment interaction[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2010, 25(2): 147 - 154. (in Chinese))
- [24] DOUGLAS J, RUSSELL T F. Numerical methods for convection-dominated diffusion problems based on combining the method of characteristics with finite element or finite difference procedures[J]. Siam Journal on Numerical Analysis, 1982, 19(5): 871 - 885.
- [25] 刘希林, 唐 林, 张松林, 等. 泥石流堆积扇地貌特征及其模型试验研究[J]. 中国地质灾害与防治学报, 1992(4): 34 - 42. (LIU Xi-lin, TANG Lin, ZHANG Song-lin, et al. The geomorphological characteristics of debris fans and their model experiments[J]. The Chinese Journal of Geological Hazards and Control, 1992(4): 34 - 42. (in Chinese))