

DOI: 10.11779/CJGE201902014

水下双线平行隧道渗流场解析研究

朱成伟^{1, 2, 3}, 应宏伟^{1, 2, 3}, 龚晓南^{1, 2, 3}, 沈华伟^{1, 2, 3}, 王 霄^{1, 2, 3}

(1. 浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江大学软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310058;

3. 浙江省城市地下空间开发工程技术研究中心, 浙江 杭州 310058)

摘 要: 目前对于水下单线隧道渗流场的研究已取得了一定的进展, 但是对于双线平行隧道则鲜有研究。基于达西定律以及质量守恒定律, 采用保角变换法和叠加法对双线平行隧道稳态渗流场进行了推导, 获得该问题的水头分布以及隧道涌水量的解析解。采用数值软件 COMSOL 对本文解析解进行验证, 发现两者拥有较好的吻合度。结合算例, 讨论了隧道间距对双线平行隧道渗流场、衬砌外围水头分布形态以及隧道涌水量的影响。发现将双线隧道简化为单线隧道进行分析, 将会高估隧道周围水头以及隧道涌水量, 并且这一现象随着隧道间距的减小而愈发明显。

关键词: 双线平行隧道; 隧道间距; 解析解; 保角变换; 叠加法

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2019)02-0355-06

作者简介: 朱成伟(1992-), 男, 博士研究生, 主要从事隧道工程的科研工作。E-mail: zhuchengwei@zju.edu.cn。

Analytical solutions to seepage field of underwater twin parallel tunnels

ZHU Cheng-wei^{1, 2, 3}, YING Hong-wei^{1, 2, 3}, GONG Xiao-nan^{1, 2, 3}, SHEN Hua-wei^{1, 2, 3}, WANG Xiao^{1, 2, 3}

(1. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 2. Key Laboratory of

Soft Soils and Geoenvironmental Engineering of Ministry of Education, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 3. Engineering

Research Center of Urban Underground Development, Hangzhou 310058, China)

Abstract: The previous studies have made some research achievements on the seepage field of a single tunnel, but the researches on twin parallel tunnel are seldom. Based on the Darcy's law and the laws of conservation of mass, the problem of steady seepage field of twin parallel tunnels is solved using the conformal mapping technique and the method of superposition. The analytical solutions of hydraulic head distribution and water inflow of tunnels are obtained. The software COMSOL is used to verify the analytical solutions, and a good agreement is found between the two methods. Incorporating examples, discussion is given about the effects of tunnel distance on the seepage field of twin parallel tunnels, the hydraulic head distribution outside the linings and the tunnel water inflow. It is found that when the twin tunnels are simplified as a single tunnel, the hydraulic head around tunnels and the tunnel inflows would be overestimated. And the phenomenon is more obvious in case of small tunnel distances.

Key words: twin parallel tunnel; tunnel distance; analytical solution; conformal mapping technique; superposition method

0 引 言

作为一种重要的交通建设手段, 隧道在改善国民出行方式, 以及促进社会经济发展等多方面都体现出它的优越性, 并被广泛地应用在国内外多个工程^[1-2]。因此隧道领域的研究受到众多学者的广泛重视, 并取得了一系列的研究成果^[3-7]。在隧道渗流场研究方面, Fernández 等^[8]和 Lei^[9]基于 Harr^[10]提出的镜像法, 假定土层为多孔弹性介质, 并通过绘制服从达西定律的二维流网获得了孔隙水压的分布规律。应宏伟等^[11]假定衬砌以及注浆圈内只存在径向流, 采用镜像法获得了土层内水头分布和隧道涌水量的解析解。Joo 等^[12]进一步研究了衬砌外水头和隧道涌水量的关系。王建

宇^[13]采用达西定理和竖井理论, 将圆形隧道近似为轴对称问题, 并获得该问题的近似解。王秀英等^[14]进一步获得山区高水位隧道注浆圈外水头的表达式。Tani^[15]和 Kolymbas 等^[16]等采用保角变换获得了不同的衬砌外边界条件(零水压或者等水头)对应问题的解析解。Huang 等^[17]利用 FLAC^{3D} 验证该方法的正确性。Park 等^[18]总结了该领域基于保角变换的解析解。童磊等^[19]综合保角变换和王建宇简化方法, 推导由土

基金项目: 国家自然科学基金项目(51338009, 51678523); 浙江省重点研发计划项目(2019C03103)

收稿日期: 2018-01-15

*通讯作者(E-mail: ice898@zju.edu.cn)

层和衬砌混凝土组成的大埋深水下隧道渗流场解析解。杜朝伟等^[20]进一步获得考虑注浆圈作用下该问题的解析解。朱成伟等^[21]总结了现有解析研究中的 4 种常见方法, 并指出凡是都考虑衬砌或者注浆圈作用的, 则必定要采用大埋深假定, 凡是能够适用于任意埋深的, 又不能考虑衬砌或者注浆圈的作用。

可见, 对于隧道渗流场的研究, 大部分学者将重心放在对单个隧道的分析上, 而实际工程中由于受工程地质条件或者技术手段等条件影响, 更多地采用双线隧道。不同于单线隧道, 双线隧道会互相影响彼此周围的渗流场, 因此将双线隧道简化为单线隧道会更加危险还是更加保守是应该关注的另一个问题。本文从稳态渗流的控制方程出发, 采用保角变换以及叠加法获得双线平行隧道渗流场水头分布以及隧道涌水量的解析解, 并且讨论了隧道间距对于双线平行隧道周围渗流场、衬砌外水头分布以及隧道涌水量的影响。

1 数学模型

1.1 基本假定

建立如图 1 所示的坐标系, 将整个研究区域分为土层 I 和衬砌 II 两个部分; 衬砌内外半径分别为 r 和 R , 水下双线隧道之间的圆心距为 l , 隧道的埋置深度为 h , 此处定义埋深为隧道中心到土层顶面的距离; 土层顶面 (当水位线位于土层内部时, 取水头线为土层顶面) 水深为 H , 基准水位线选在土层顶面。选取土层顶面为 x 轴, 左线隧道对称面为 y 轴。

作如下基本假定: ①土层与衬砌为各向同性的多孔材料; ②渗流场内水流遵循达西定律; ③衬砌内侧水压为 u 。

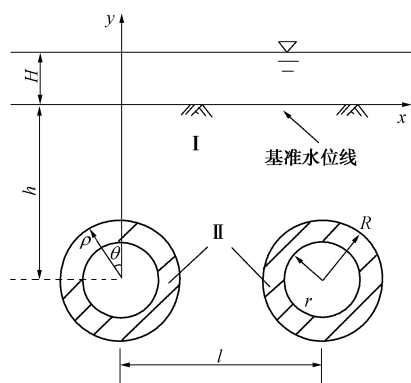


图 1 双线平行隧道示意图

Fig. 1 Schematic diagram of twin parallel tunnels

1.2 控制方程及边界条件

根据达西定律以及质量守恒定律可得平衡水位下渗流问题的控制方程为拉普拉斯方程, 即

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

式中, $\phi = y + p/\gamma_w$, y 为位置水头, p 为孔隙水压, γ_w 为水的重度。

由图 1 及基本假定可得以下两个边界条件:

$$\phi|_{y=0} = H \quad (2)$$

$$\phi|_{\sqrt{x^2+(y+h)^2}=r} = y + h_u \quad (3a)$$

$$\phi|_{\sqrt{(x-l)^2+(y+h)^2}=r} = y + h_u \quad (3b)$$

式中, h_u 为衬砌内部水压 u 对应的压力水头。

1.3 解析解求解

先求解单个隧道问题的解, 再采用叠加原理获得双线平行隧道渗流场的通解。如图 2 (a) 所示, 在平面 Z 直接求解存在一定困难, 通过式 (4) 所示的保角变换, 将半无限区域 Z 转换为图 2 (b) 所示的环形区域 ζ 将大大简化求解过程。

$$\zeta = \xi + \eta i = \frac{z + ia}{z - ia} \quad (4)$$

式中, z 为平面 Z 中任意一点, $a = \sqrt{h^2 - R^2}$, i 为虚数单位; ζ 为 z 对应映射域内的点, ξ 和 η 为映射域内坐标。

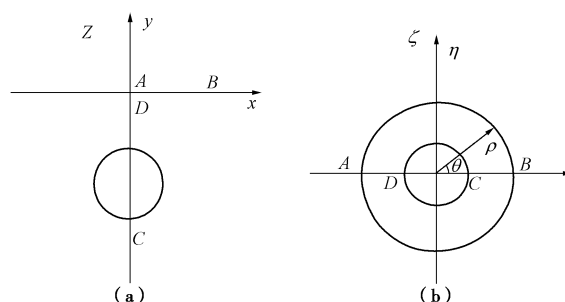


图 2 保角变换

Fig. 2 Conformal mapping

根据保角变换的性质, 可以将控制方程式 (1) 在映射域内重写为

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = 0 \quad (5)$$

式 (5) 的通解为

$$\phi = C_0 + C_1 \ln \rho + \sum_{n=1}^{\infty} C_{2n} (\rho^n - \rho^{-n}) \cos n\theta \quad (6)$$

式中, C_0 , C_1 , C_{2n} 为待定系数。

根据叠加原理以及边界条件式 (2) 可得双线平行隧道土层 (I) 内渗流场水头:

$$\phi_1 = H + \sum_{m=1}^2 \left(C_1 \ln \rho_m + \sum_{n=1}^{\infty} C_{2n} (\rho_m^n - \rho_m^{-n}) \cos n\theta_m \right) \quad (7)$$

$$\rho_m = \frac{\sqrt{(x_m^2 + y^2 - a^2)^2 + 4a^2 x_m^2}}{x_m^2 + (y - a)^2}, \quad (8a)$$

$$\theta_m = \arccos \frac{x_m^2 + y^2 - a^2}{\sqrt{(x_m^2 + y^2 - a^2)^2 + 4a^2 x_m^2}}, \quad (8b)$$

$$x_m = (-1)^{m-1} x + (m-1)l \quad (m=1, 2) \quad (8c)$$

类似的, 衬砌内水头的表达式为

$$\phi_{II} = A_0 + A_1 \ln \rho + \sum_{n=1}^{\infty} (A_{2n} \rho^n + A_{3n} \rho^{-n}) \cos n\theta + \sum_{n=1}^{\infty} (A_{4n} \rho^n + A_{5n} \rho^{-n}) \sin n\theta \quad (9)$$

式中, ϕ_{II} 为区域 II 内的水头, $A_0, A_1, A_{2n}, A_{3n}, A_{4n}$ 和 A_{5n} 为关于 C_1 和 C_{2n} 的表达式, ρ 和 θ 的方向如图 1 所示。

区域 II 有如下所示的两个级数形式的边界条件

$$\phi_{II}(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (W_n \sin n\theta + W'_n \cos n\theta) \quad (10a)$$

$$\phi_{II}(R, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (V_n \sin n\theta + V'_n \cos n\theta) \quad (10b)$$

式中,

$$W'_n = \begin{cases} h_u - h & (n=0) \\ r & (n=1) \\ 0 & (n \geq 2) \end{cases} \quad (11a)$$

$$W_n = 0 \quad (11b)$$

$$V_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \phi_1 \sin n\theta d\theta \quad (n \geq 1) \quad (11c)$$

$$V'_n = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \phi_1 d\theta & (n=0) \\ \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \phi_1 \cos n\theta d\theta & (n \geq 1) \end{cases} \quad (11d)$$

因此, $A_0, A_1, A_{2n}, A_{3n}, A_{4n}$ 和 A_{5n} 表达式分别为

$$A_0 = \frac{(h_u - h) \ln R - V'_0 \ln r}{\ln(R/r)} \quad (12a)$$

$$A_1 = \frac{V'_0 - h_u + h}{\ln(R/r)} \quad (12b)$$

$$A_{2n} = \frac{W'_n R^{-n} - V'_n r^{-n}}{r^n / R^n - R^n / r^n} \quad (12c)$$

$$A_{3n} = \frac{V'_n r^n - W'_n R^n}{r^n / R^n - R^n / r^n} \quad (12d)$$

$$A_{4n} = -\frac{V_n r^{-n}}{r^n / R^n - R^n / r^n} \quad (12e)$$

$$A_{5n} = \frac{V_n r^n}{r^n / R^n - R^n / r^n} \quad (12f)$$

式 (7) ~ (12) 存在 C_1 和 C_{2n} 共 $n+1$ 个未知数, 为了获得这些系数的值, 需要构建 $n+1$ 个方程, 这可

以由式 (13) 所示的区域 I 和区域 II 界面上的渗流连续条件所得:

$$\frac{k_s}{k_l} \frac{\partial \phi_I}{\partial \rho} = \frac{\partial \phi_{II}}{\partial \rho} \quad (13)$$

式中, k_s 为土层渗透系数, k_l 为衬砌等效渗透系数^[19]。

将式 (13) 左端展开成傅里叶级数, 每一项系数为

$$a_{1,0} = \frac{C_1 k_s}{2\pi k_l} \sum_{m=1}^2 \int_0^{2\pi} \frac{\partial \ln \rho_m}{\partial \rho} d\theta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_{2n} k_s}{2\pi k_l} \sum_{m=1}^2 \int_0^{2\pi} \frac{\partial [(\rho_m^n - \rho_m^{-n}) \cos n\theta_m]}{\partial \rho} d\theta \quad (14a)$$

$$a_{1,k} = \frac{C_1 k_s}{\pi k_l} \sum_{m=1}^2 \int_0^{2\pi} \frac{\partial \ln \rho_m}{\partial \rho} \cos k\theta d\theta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_{2n} k_s}{\pi k_l} \sum_{m=1}^2 \int_0^{2\pi} \frac{\partial [(\rho_m^n - \rho_m^{-n}) \cos n\theta_m]}{\partial \rho} \cos k\theta d\theta \quad (14b)$$

$$b_{1,k} = \frac{C_1 k_s}{\pi k_l} \sum_{m=1}^2 \int_0^{2\pi} \frac{\partial \ln \rho_m}{\partial \rho} \sin k\theta d\theta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_{2n} k_s}{\pi k_l} \sum_{m=1}^2 \int_0^{2\pi} \frac{\partial [(\rho_m^n - \rho_m^{-n}) \cos n\theta_m]}{\partial \rho} \sin k\theta d\theta \quad (14c)$$

对式 (13) 右端进行类似的操作, 可以得到

$$a_{II,0} = \frac{1}{R \ln(R/r)} \left[H - h_u + h + \frac{C_1}{2\pi} \sum_{m=1}^2 \int_0^{2\pi} \ln \rho_m d\theta - \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} C_{2n} \sum_{m=1}^2 \int_0^{2\pi} (\rho_m^n - \rho_m^{-n}) \cos n\theta_m d\theta \right] \quad (15a)$$

$$a_{II,k} = \frac{2r^2 [1 - \operatorname{sgn}(k-1)]}{r^2 - R^2} + \frac{k R^{2k} + r^{2k}}{R R^{2k} - r^{2k}} \left[\frac{C_1}{\pi} \sum_{m=1}^2 \int_0^{2\pi} \ln \rho_m \cos k\theta d\theta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_{2n}}{\pi} \sum_{m=1}^2 \int_0^{2\pi} (\rho_m^n - \rho_m^{-n}) \cos n\theta_m \cos k\theta d\theta \right] \quad (15b)$$

$$b_{II,k} = \frac{k R^{2k} + r^{2k}}{R R^{2k} - r^{2k}} \left[\frac{C_1}{\pi} \sum_{m=1}^2 \int_0^{2\pi} \ln \rho_m \sin k\theta d\theta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_{2n}}{\pi} \sum_{m=1}^2 \int_0^{2\pi} (\rho_m^n - \rho_m^{-n}) \cos n\theta_m \sin k\theta d\theta \right] \quad (15c)$$

联立式 (14a) ~ (15c) 可以得到一个 $n+1$ 阶的方程组, 因此可以得到 C_1 和 C_{2n} 的数值。由式 (9) 可得单个隧道的涌水量为

$$Q = \int_0^{2\pi} k_l \frac{\partial \phi_{II}}{\partial \rho} \bigg|_{\rho=R} R d\theta = 2\pi k_l A_1 \quad (16)$$

2 算例验证

水下双线平行隧道水头解式 (7)、(9) 和涌水量解式 (16) 均是新解, 本节采用数值软件 Comsol 对

其进行验证。本次算例分析所需参数如下:土层水深为 25 m, 土层宽度为 1000 m, 土层厚度为 1000 m, 渗透系数为 3.0×10^{-9} m/s, 衬砌参数为:埋深为 10 m, 隧道间距为 20 m, 隧道外半径为 5.0 m, 隧道内半径为 4.5 m, 渗透系数为 3.0×10^{-11} m/s, 衬砌内压为 0 kPa。其中土层以及衬砌渗透系数取值参考上海地铁 2 号线人民公园站—石门路站区间隧道工程, $k_s = 3.0 \times 10^{-9}$ m/s, $k_l = 3.0 \times 10^{-11}$ m/s^[7]。由式 (13) 可知, 决定最终孔压分布形态的不是土层或者衬砌等效渗透系数本身, 而是两者的比值, 即 k_l/k_s 。图 3 为总水头等值线图(取一半分析), 其中实线代表本文解结果, 框点代表数值模拟结果。由图 3 可见, 总水头线均垂直于双线隧道对称轴线, 并且和数值解结果吻合较好, 验证了本文解正确可靠。

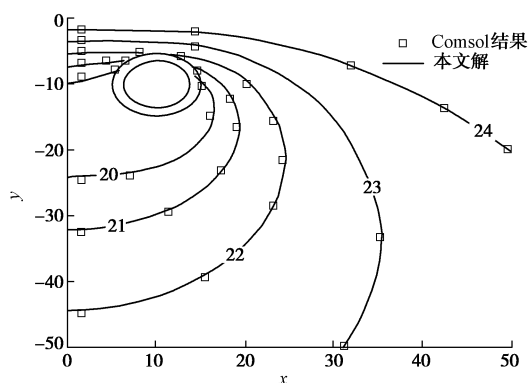


图3 总水头等值线图

Fig. 3 Contours of hydraulic head

3 讨 论

由于本文的关注点为双线隧道渗流场特性, 因此以下讨论部分主要从双线平行隧道与单线隧道的差异上展开。

3.1 隧道间距对渗流场的影响

本节选择隧道对称轴上总水头 Φ 随深度的分布来研究隧道间距 l 对双线平行隧道渗流场的影响。如图 4 所示, 相对于单线隧道, 双线隧道使得隧道周围的水头明显下降, 并且随着 l 的减小, Φ 也随之减小, 其中隧道下方受到的影响比隧道上方受到的影响更显著。在本例中, 当双线隧道间距为 11 m 时, 相比较于单线隧道, 隧道底部水头下降 3 m 左右, 隧道顶部下降 0.5 m 左右。

3.2 隧道间距对衬砌外水头的影响

如图 5 所示为不同隧道间距 l 下, 左线隧道衬砌外水头分布情况。由图可知, 受右线隧道的影响, 左线隧道衬砌外水头比单线隧道要小的多, 并且随着 l 的减小, 这一现象越明显。形态上, 单线隧道衬砌外

水头分布接近简谐曲线, 而双线隧道由于互相影响导致衬砌外水头的分布形态存在较大的变形。数值上, 最大水头位于衬砌顶部附近, 而最小水头位于衬砌底部右侧一定距离的位置上, 且随着 l 的减小, 越偏向右侧隧道, 如图 5 中虚线所示。

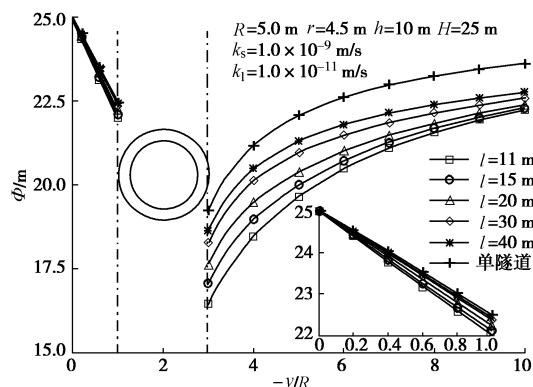


图4 隧道对称轴水头分布

Fig. 4 Hydraulic distribution of symmetric axis of tunnel

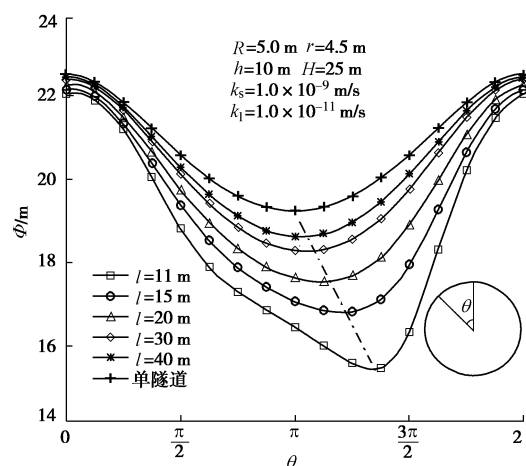


图5 衬砌外水头分布

Fig. 5 Hydraulic distribution of lining outercircumstance

3.3 隧道间距对涌水量的影响

如图 6 所示为涌水量 Q 与双线隧道间距 l 之间的关系。由图可知, Q 随着 l 的增加而增加, 不考虑双线隧道的相互作用, 将会高估隧道的涌水量。在本例中, 当隧道间距无限大时(等同于单线隧道) $Q = 1.585$ L/(d·m), 而当 $l = 11$ m 时, 隧道的涌水量为 1.468 L/(d·m), 为前者的 92.6%。另外本文还将结果与已有文献的研究结果进行了对比, 文献[19, 11, 21]分别为 1.603, 1.594, 1.586 L/(d·m), 可见文献[19, 11]过高地估计了隧道涌水量, 文献[21]和本文的计算值非常接近。这是由于文献[19, 11]假设衬砌外围为常水头, 而文献[21]假设衬砌外水头为简谐分布所致。这一点可以从 3.2 节衬砌外水头分布形态得到验证。

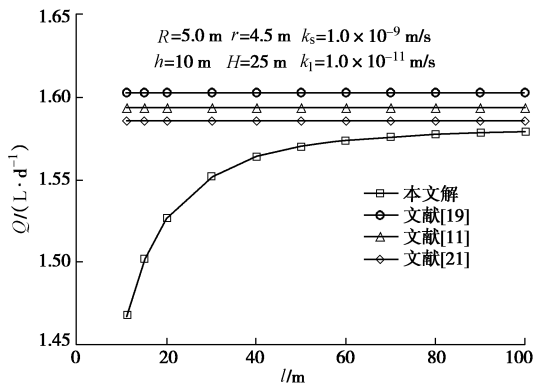


图6 涌水量与隧道间距的关系

Fig.6 Relationship between water in flow and tunnel distance

4 工程案例

上海地铁一号线某区间隧道为双孔盾构隧道, 圆形衬砌内径 5.5 m, 外径 6.2 m, 衬砌厚度 0.35 m, 两孔之间的中心距 l 为 13.0 m, 隧道埋深 h 为 10.25 m, 地下水位在地面以下 1.5 m。土层的渗透系数取隧道所在的灰色淤泥质黏土④, $k_s=5.07\times10^{-10}$ m/s^[22]。如图 7 所示为本文式 (16) 计算结果。1979 年—1982 年建成的上海地铁试验隧道的实际渗漏水实测值每昼夜为 0.02~0.12 L·m⁻¹, 可见隧道工后阶段衬砌的等效渗透系数为周围土层的 1%到 6.5%时计算隧道渗水量与实测值接近。

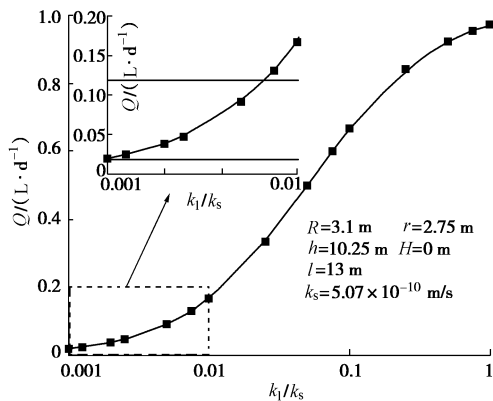


图7 隧道渗流量与衬砌渗透系数关系

Fig. 7 Relationship between water inflow and line permeability

5 结 论

基于达西定律以及质量守恒定律, 采用保角变换、叠加法以及傅里叶级数展开方法对水下双线平行隧道稳态渗流场进行了分析, 获得该问题的水头分布以及涌水量的解析解, 并且讨论了隧道间距对渗流场、衬砌外水头分布以及隧道涌水量的影响, 得出以下两点结论。

(1)对于双线隧道工程, 若不考虑隧道相互作用,

将会高估隧道周围水头以及隧道涌水量, 且隧道间距越小, 这一影响越明显, 另外双线隧道对于隧道下方渗流场的影响要比隧道上方的影响更显著。

(2)不考虑隧道相互作用时, 衬砌外水头分布形态接近简谐曲线, 但是相邻隧道的存在会使得衬砌外水头分布形态发生较大的变化, 随着隧道间距的减小, 衬砌外最小水头越偏向另一侧隧道。

参考文献:

[1] COLI M, PINZANI A. Tunnelling and hydrogeological issues: a short review of the current state of the art[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2014, **47**(3): 839 - 851.

[2] NILSEN B. Characteristics of water ingress in Norwegian subsea tunnels[J]. Rock mechanics and Rock Engineering, 2014, **47**(3): 933 - 945.

[3] STANDING J R, POTTS D M. Contributions to Géotechnique 1948-2008: Tunnelling[J]. Géotechnique, 2008, **58**(5): 391 - 398.

[4] BOBET A. Analytical solutions for shallow tunnels in saturated ground[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2001, **127**(12): 1258 - 1266.

[5] Li P F, FANG Q, ZHANG D L. Analytical solutions of stresses and displacements for deep circular tunnels with liners in saturated ground[J]. Journal of Zhejiang University (Science A), 2014, **15**(6): 395 - 404.

[6] 张治国, 杨 轩, 宫剑飞, 等. 复变函数法分析盾构隧道开挖引起的土体位移和衬砌变形[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(9): 1626 - 1635. (ZHANG Zhi-guo, YANG Xuan, GONG Jian-fei, et al. Complex variable analysis of soil displacement and liner deformation induced by shield excavation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(9): 1626 - 1635. (in Chinese))

[7] 刘 印, 张冬梅, 黄宏伟. 盾构隧道局部长期渗水对隧道变形及地表沉降的影响分析[J]. 岩土力学, 2013, **34**(1): 290 - 298. (LIU Yin, ZHANG Dong-mei, HUANG Hong-wei. Influence of long-term partial drainage of shield tunnel on tunnel deformation and surface settlement[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(1): 290 - 298. (in Chinese))

[8] FERNANDEZ G, ALVAREZ J T A. Seepage-induced effective stresses and water pressures around pressure tunnels[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1994, **120**(1): 108 - 128.

[9] LEI S. An analytical solution for steady flow into a tunnel[J]. Ground Water, 1999, **37**(1): 23 - 26.

[10] HARR M E. Groundwater and seepage[M]. Courier

- Corporation, 2012.
- [11] 应宏伟, 朱成伟, 龚晓南. 考虑注浆圈作用水下隧道渗流场解析解[J]. 浙江大学学报(工学版), 2016, **50**(6): 1018 - 1023. (YING Hong-wei, ZHU Cheng-wei, GONG Xiao-nan. Analytical solution on seepage field of underwater tunnel considering grouting circle[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2016, **50**(6): 1018 - 1023. (in Chinese))
- [12] JOO E J, SHIN J H. Relationship between water pressure and inflow rate in underwater tunnels and buried pipes[J]. Géotechnique, 2014, **64**(3): 226.
- [13] 王建宇. 再谈隧道衬砌水压力 [J]. 现代隧道技术, 2003, **40**(3): 5 - 9. (WANG Jian-yu. Once more on hydraulic pressure upon lining[J]. Modern Tunneling Technology, 2003, **40**(3): 5 - 9. (in Chinese))
- [14] 王秀英, 王梦恕, 张 弥. 计算隧道排水量及衬砌外水压力的简化方法[J]. 北方交通大学学报, 2004, **28**(1): 8 - 10. (WANG Xiu-ying, WANG Meng-shu, ZHANG Mi. A simple method to calculate tunnel discharge and external water pressure on lining[J]. Journal of Northern Jiaotong University, 2004, **28**(1): 8 - 10. (in Chinese))
- [15] EL TANI M. Circular tunnel in a semi-infinite aquifer[J]. Tunnelling and underground space technology, 2003, **18**(1): 49 - 55.
- [16] KOLYMBAS D, WAGNER P. Groundwater ingress to tunnels-the exact analytical solution[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2007, **22**(1): 23 - 27.
- [17] HUANG F M, WANG M S, TAN Z S, et al. Analytical solutions for steady seepage into an underwater circular tunnel[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2010, **25**(4): 391 - 396.
- [18] PARK K H, OWATSIRIWONG A, LEE J G. Analytical solution for steady-state groundwater inflow into a drained circular tunnel in a semi-infinite aquifer: a revisit[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2008, **23**(2): 206 - 209.
- [19] 童 磊, 谢康和, 卢萌盟, 等. 半无限含水层中带衬砌隧道渗流解析研究[J]. 岩土力学, 2011, **32**(1): 304 - 308. (TONG Lei, XIE Kang-he, LU Meng-meng, et al. Analytical study of seepage flow into a lined tunnel in a semi-infinite aquifer[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(1): 304 - 308. (in Chinese))
- [20] 杜朝伟, 王梦恕, 谭忠盛. 水下隧道渗流场解析解及其应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, **30**(增刊 2): 3567 - 3573. (DU Chao-wei, WANG Meng-shu, TAN Zhong-sheng. Analytic solution for seepage field of subsea tunnel and its application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(S2): 3567 - 3573. (in Chinese))
- [21] 朱成伟, 应宏伟, 龚晓南. 任意埋深水下隧道渗流场解析解[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(11): 1984 - 1991. (ZHU Cheng-wei, YING Hong-wei, GONG Xiao-nan. Analytical solutions for seepage fields of underwater tunnels with arbitrary burial depth[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(11): 1984 - 1991. (in Chinese))
- [22] 郑永来, 李美利, 王明洋, 等. 软土隧道渗漏对隧道及地面沉降影响研究[J]. 岩土工程学报, 2005, **27**(2): 243 - 247. (ZHENG Yong-lai, LI Mei-li, WANG Ming-yang, et al. Study on influence of seepage of metro tunnels in soft soil on the settlements of tunnels and ground[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(2): 243 - 247. (in Chinese))