

DOI: 10.11779/CJGE2018S1006

# 不同初始孔隙比土体进气值及土-水特征曲线预测

陶高梁<sup>1</sup>, 孔令伟<sup>2</sup>

(1. 湖北工业大学土木建筑与环境学院, 湖北 武汉 430068; 2. 中国科学院武汉岩土力学研究所, 湖北 武汉 430071)

**摘要:** 建立不同初始孔隙比条件下土-水特征曲线预测方法是进行非饱和土水-力耦合研究的基础, 因而具有重要的研究意义。为此, 以分形理论为基础建立了不同初始孔隙比下进气值预测方法, 分析了不同初始孔隙比条件下分维数近似不变的规律, 在此基础之上, 利用土-水特征曲线分形模型给出了不同初始孔隙条件的土-水特征曲线预测方法, 试验结果表明提出的预测方法较为合理。

**关键词:** 初始孔隙比; 土-水特征曲线; 进气值; 分形

**中图分类号:** TU43      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2018)S1-0034-05

**作者简介:** 陶高梁(1979-), 男, 副教授, 主要从事土力学教学和科研工作。E-mail: tgl1979@126.com。

## Prediction of air-entry value and soil-water characteristic curve of soils with different initial void ratios

TAO Gao-liang<sup>1</sup>, KONG Ling-wei<sup>2</sup>

(1. School of Civil, Architectural & Environmental Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China; 2. Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

**Abstract:** The prediction method for soil-water characteristic curve under different initial void ratios is the foundation of the study on hydro-mechanical coupling of unsaturated soils, so it is of important research significance. For this purpose, the prediction method for air-entry value of soils with different initial void ratios is established based on the fractal theory. The fractal dimension of different initial void ratios is studied and discovered to be approximately the same rule. On this basis, the prediction method for soil-water characteristic curve of soils with different initial ratios is established by using the fractal model. The experimental results show that the proposed prediction method is reasonable.

**Key words:** initial void ratio; soil-water characteristic curve; air entry value; fractal

## 0 引言

非饱和土在外载作用下发生变形, 变形会对其水力特性(土-水特征曲线、渗透性)产生影响, 而水力特性的改变又会影响其力学特性, 因此, 非饱和土需要考虑水力-力学耦合行为, 而这项工作的基础便是建立描述变形对水力特性影响规律的数学模型。其中, 非饱和土渗透系数可结合土-水特曲线进行预测。可见, 研究不同初始孔隙比条件下土-水特征预测方法具有重要的科学意义。

在这一方面, 张雪东等<sup>[1]</sup>以概率论为基础建立了描述变形对土-水特征曲线影响规律的经验模型, Zhou 等通过分析有效饱和度和孔隙比的关系建立了描述初始孔隙比对土-水特征曲线影响的方法<sup>[2]</sup>, 张昭等引入“水土体积比”的概念建立了不同孔隙比条件下土-水特征曲线经验预测方法<sup>[3]</sup>, 陶高梁等结合孔隙分布变化规律阐释了压缩变形条件下土-水特征曲线演化机理、并提出了简化表征方法<sup>[4]</sup>。

岩土孔隙及颗粒分布呈现分形特性<sup>[5-6]</sup>, 利用分形理论建立的土-水特征曲线模型具有物理意义明确、便于更为深入相关理论研究等特点, 徐永福等在该方面做出了突出工作<sup>[7]</sup>。本文结合分形理论, 通过预测不同初始孔隙比条件下进气值来预测土-水特征曲线, 并以试验验证其有效性。该方法提供了一种理论预测新思路, 为相关及后续研究提供了一种新方法。

## 1 预测方法

### 1.1 土-水特征曲线分形模型

结合毛细理论, 文献[8]根据孔隙率模型推导了质量含水率表示的土-水特征曲线模型, 其表达式为

$$w = \frac{(1+e)(\psi_a/\psi)^{3-D} - 1}{G_s} \quad , \quad (1)$$

式中  $\psi$  为基质吸力;  $\psi_a$  为进气值;  $D$  为分维数,  $G_s$  为土粒相对密度;  $e$  为土体初始状态孔隙比。必须指出: ①式 (1) 适用范围为  $\psi > \psi_a$ , 若  $\psi = \psi_a$ , 令  $\psi = \psi_a$  代入 (1) 式, 土-水特征曲线变为  $w = e/G_s$ ; ②分维数  $D$  值计算时, 必须选择  $\psi > \psi_a$  的数据 (舍去含水率未开始下降或者微微开始下降的吸力阶段数据), 以  $-\ln\psi$  为横坐标、以  $\ln(1/G_s + w)$  为纵坐标作散点图, 作线性拟合得到斜率为  $k$ , 则  $D = 3 - k$ 。

## 1.2 不同初始孔隙比下的分维数

文献[4]通过压汞试验、SEM 试验及核磁共振试验研究了不同压缩度黏性土孔隙分布变化规律, 结果表明: 相对于单位质量包含的孔隙累计体积, 压缩变形主要是大孔隙体积减少的结果, 小孔隙累计体积几乎不变, 不同压缩度黏性土累计孔隙体积分布呈“扫帚型”分布。同时, 压缩变形影响下的质量含水率表示的土-水特征曲线变化规律与之相似, 同样呈“扫帚型”分布, 如图 1 所示。结合毛细理论, 文献[4]基于孔隙分布变化规律揭示了土-水特征曲线变化的内在机理。

1.1 节分维数  $D$  值计算时采用的数据主要为高吸力阶段土-水特征曲线数据, 如图 1 所示, 不同初始孔隙比条件下的这些高吸力阶段数据几乎不变 (这一结论与孙德安的发现相吻合<sup>[9]</sup>), 因此, 可以近似认为: 假设初始孔隙比为  $e_0$  时按照 1.1 节计算所得分维数为  $D$ , 则初始孔隙比为  $e_1$ ,  $e_2$  ( $e_0 > e_1 > e_2$ ) 时的分维数同样为  $D$ 。

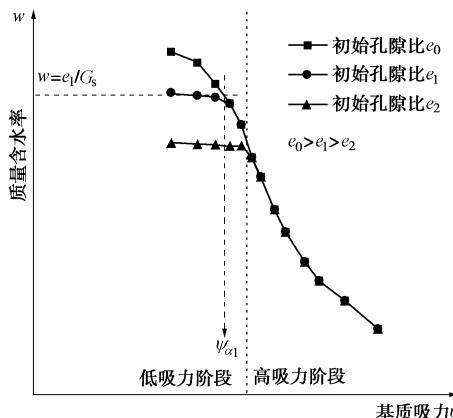


图 1 不同初始孔隙比条件下质量含水率表示的土-水特征曲线

Fig. 1 Soil water characteristic curves in terms of mass water content under different initial void ratios

## 1.3 不同初始孔隙比的进气值预测

本文给出了 2 种方法预测进气值。

### (1) 方法 1

文献[10]基于分形理论给出了一种孔隙率模型, 该模型能有效描述孔隙孔径分布规律, 其表达式为

$$\phi(>r) = 1 - (r/r_{\max})^{3-D} \quad , \quad (2)$$

式中,  $\phi(>r)$  为孔径大于  $r$  的孔隙对应的累计孔隙率,  $D$  为分维数,  $r_{\max}$  为最大孔径。根据式 (2), 土体总孔隙率可表示为

$$\phi = 1 - \left( \frac{r_{\min}}{r_{\max}} \right)^{3-D} \quad , \quad (3)$$

根据孔隙比与孔隙率关系, 有

$$e = \left( \frac{r_{\max}}{r_{\min}} \right)^{3-D} - 1 \quad . \quad (4)$$

利用 Young-Laplace 方程, 式 (4) 可变为

$$e = \left( \frac{\psi_{\max}}{\psi_a} \right)^{3-D} - 1 \quad , \quad (5)$$

式中,  $\psi_a$  为最大孔径  $r_{\max}$  对应的进气值,  $\psi_{\max}$  为最小孔径  $r_{\min}$  对应的基质吸力, 即考虑的最大基质吸力。因此, 根据式 (5), 进气值的预测公式为

$$\psi_a = \psi_{\max} (e+1)^{1/(3-D)} \quad . \quad (6)$$

最大基质吸力一般工程中取为  $10^6$  kPa<sup>[11]</sup>, 故本文统一取  $\psi_{\max} = 10^6$  kPa。根据 1.2 节预测出不同初始孔隙比下分维数后, 利用式 (6) 便很容易计算相应的进气值。

### (2) 方法 2

根据变形前 (初始孔隙比  $e=e_0$ ) 的土-水特征曲线试验数据, 按照 1.1 节方法计算其分维数为  $D_0$ , 利用式 (1) 对其进行分析拟合, 获得相应的进气值  $\psi_{a0}$ , 则初始孔隙比  $e=e_0$  时的土-水特征曲线方程为

$$w = \frac{(1+e_0)(\psi_{a0}/\psi)^{3-D_0} - 1}{G_s} \quad . \quad (7)$$

参照文献[4]的方法, 当初始孔隙比变为  $e_1$  时 ( $e_0 > e_1$ ), 作水平线  $w = e_1/G_s$ , 与  $e=e_0$  时的土-水特征曲线的交点近似认为便是  $e_1$  时的进气值  $\psi_{a1}$ , 如图 1 所示。具体数学计算方法如下。将  $w = e_1/G_s$  代入式 (7) 中, 得到

$$\frac{1+e_1}{1+e_0} = \left( \frac{\psi_{a0}}{\psi} \right)^{3-D_0} \quad . \quad (8)$$

将式 (8) 进行简单变形得

$$\psi = \frac{\psi_{a0}}{\left( \frac{1+e_1}{1+e_0} \right)^{1/(3-D_0)}} \quad . \quad (9)$$

式 (9) 所得交点的基质吸力便可以近似认为是  $e_1$  时的进气值  $\psi_{a1}$ 。

## 1.4 预测方法计算要点

已知初始孔隙比  $e_0$  时的土-水特征曲线的条件下,

预测任意初始孔隙比  $e_1$  ( $e_0 > e_1$ ) 时的土-水特征曲线, 首先必须测量  $e_0$  时的土-水特征曲线, 按 1.1 节方法计算分维数  $D_0$ , 利用 (1) 式对土-水特征曲线进行拟合, 得到  $e_0$  时的进气值  $\psi_{a0}$ , 按照 1.2 节、1.3 节分别预测  $e_1$  时的分维数及进气值, 最后利用 (1) 式便能完成  $e_1$  时的土-水特征曲线 ( $\psi > \psi_{a1}$ ) 预测, 需强调: 当  $\psi \leq \psi_{a1}$ ,  $w = e_1/G_s$ 。

## 2 预测方法的验证

### 2.1 土-水特征曲线试验

取武汉某深基坑底部黏性土, 土粒相对密度为  $G_s=2.75$ , 风干过 2 mm 筛, 利用千斤顶制备不同初始孔隙比试样 7 个, 初始孔隙比  $e$  分别为 1.115, 1.037, 0.964, 0.897, 0.833, 0.719, 0.613。采用压力板测量 7 个试样的土-水特征曲线, 测量结果以质量含水率形式给出, 如表 1 所示。

表 1 土-水特征曲线测量结果 (质量含水率)

Table 1 Experimental results of soil-water characteristic curve

基质吸力/kPa	初始孔隙比 $e$						
	1.115	1.037	0.964	0.897	0.833	0.719	0.613
0	0.402	0.377	0.350	0.323	0.303	0.270	0.223
15	0.309	0.297	0.315	0.304	0.303	0.270	0.223
30	0.280	0.272	0.291	0.274	0.274	0.258	0.223
80	0.243	0.237	0.252	0.259	0.242	0.237	0.218
160	0.222	0.216	0.224	0.243	0.221	0.219	0.214
280	0.202	0.199	0.204	0.203	0.202	0.203	0.204
450	0.187	0.186	0.189	0.186	0.188	0.190	0.192
700	0.182	0.183	0.183	0.181	0.184	0.185	0.186
1250	0.180	0.178	0.180	0.174	0.178	0.181	0.181

### 2.2 土-水特征曲线预测

假设已知初始孔隙比  $e=e_0=1.115$  的土-水特征曲线 (如表 1 所示), 现根据第 1 节方法分别对  $e=1.037, 0.964, 0.897, 0.833, 0.719, 0.613$  时的土-水特征曲线进行预测。首先, 利用  $e=e_0=1.115$  时的试验数据, 按照 1.1 节方法, 计算分维数  $D_0$ , 如图 2 所示。

然后, 利用式 (1) 对  $e_0=1.115$  时的试验数据进行分析拟合, 得到  $e_0$  时的进气值  $\psi_{a0}=0.75$  kPa, 图 3 给出了拟合效果图, 可以看出拟合效果较好。

利用 1.3 节的两种预测方法分别对初始孔隙比  $e=1.037, 0.964, 0.897, 0.833, 0.719, 0.613$  的进气值进行预测, 并与根据试验数据直接拟合得到的进气值进行了比较, 见图 4。图 4 表明, 2 种方法预测的进气值与分析拟合获得的总体吻合较好。

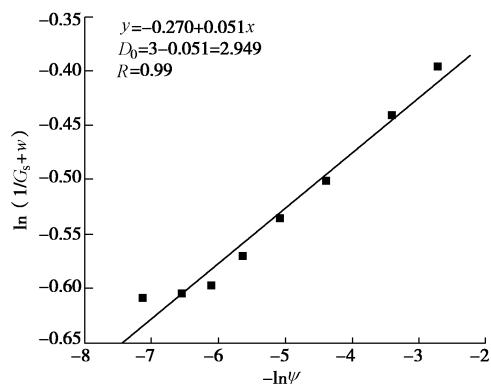


图 2  $e_0=1.115$  时分维数  $D_0$

Fig. 2 Fractal dimension for  $e_0=1.115$

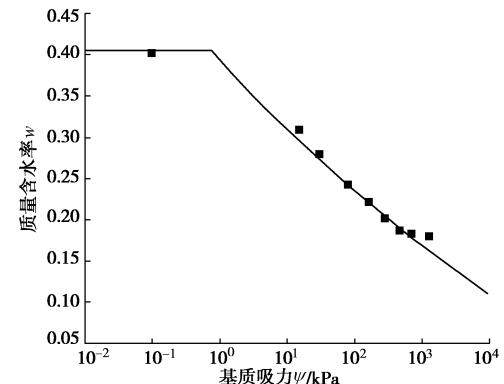


图 3  $e_0=1.115$  时土-水特征曲线拟合

Fig. 3 Fractal fitting of soil-water characteristic curve for  $e_0=1.115$

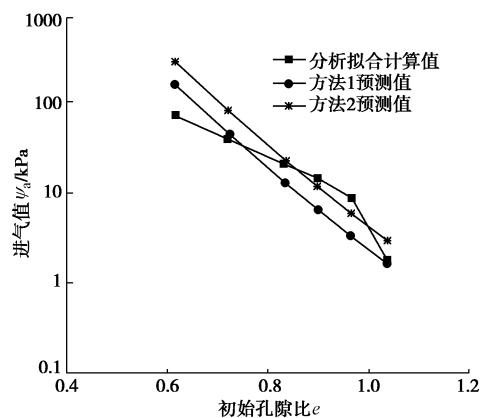


图 4 不同初始孔隙比下的进气值预测及分析拟合计算值

Fig. 4 Predicted and fitting results of air-entry value under different initial void ratios

基于计算的分维数  $D_0$  及图 4 中的进气值预测值, 利用式 (1) 对不同初始孔隙比下的土-水特征曲线进行预测, 并与实测值进行比较, 见图 5。图 5 表明: 预测值与实测值吻合较好, 尤其第 2 种进气值预测方法, 其预测效果与实测值更加接近, 基于第 1 种进气值预测方法预测的土-水特征曲线都比实测值及第 2 种方法预测结果稍稍偏小, 位于后者下方。可见, 第 2 种预测进气值方法效果优于第 1 种, 故进气值预测建议采用第 2 种。



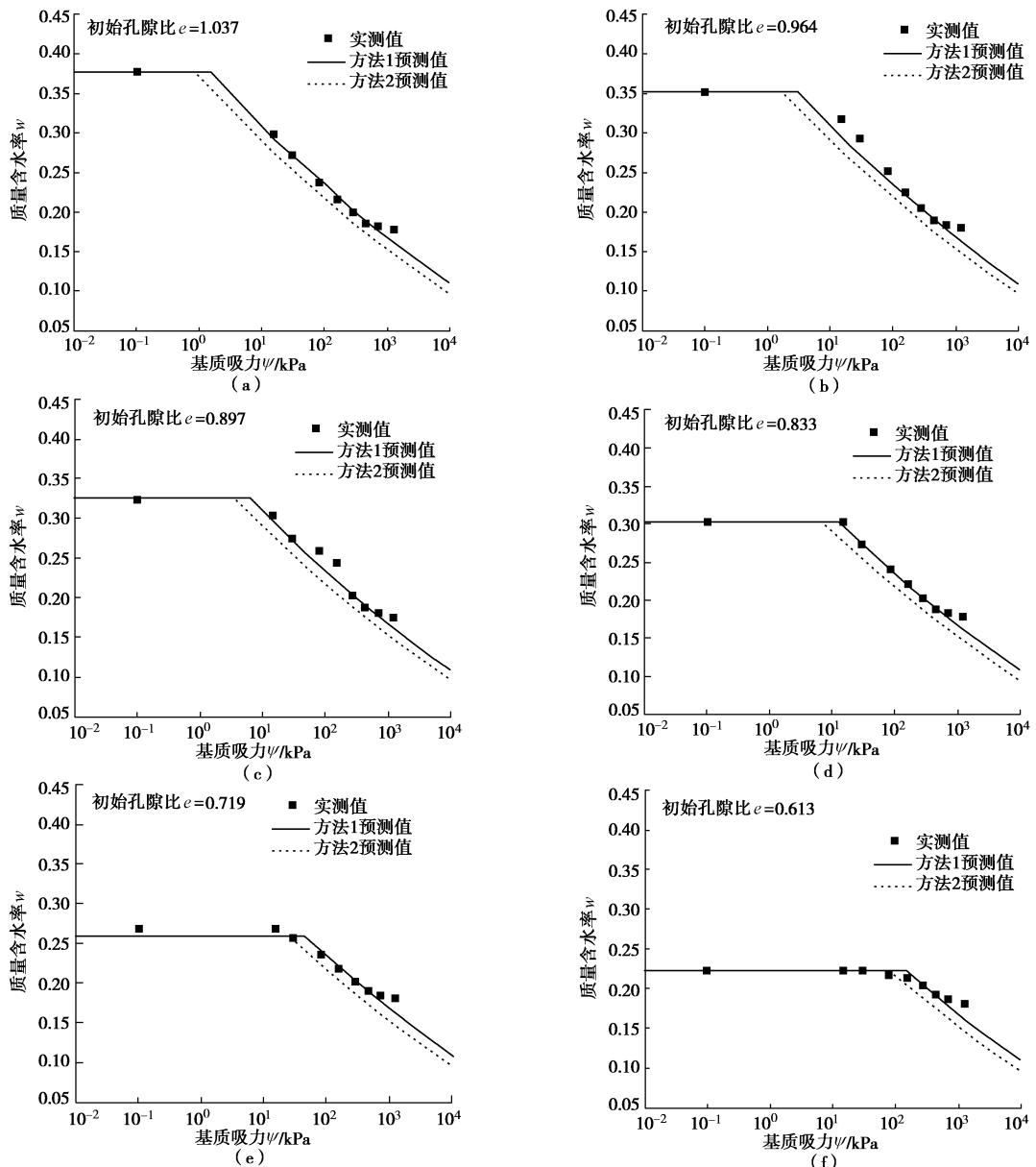


图 5 不同初始孔隙比土-水特征曲线实测值与预测值

Fig. 5 Experimental and predicted results of soil-water characteristic curves under different initial void ratios

### 3 结语

在已知初始孔隙比  $e_0$  时的土-水特征曲线的条件下, 预测任意初始孔隙比  $e_1$  ( $e_0 > e_1$ ) 时的土-水特征曲线, 对于非饱和土水力-力学耦合分析、变形条件下土体渗流特性研究等方面都具有极其重要的意义。为此, 论文首先分析了不同初始孔隙比条件下分维数及进气值变化规律, 然后给出了相应预测方法: 不同初始孔隙条件下, 分维数可近似认为相等, 进气值可基于式(6)或者式(9)进行计算, 在此基础之上, 利用式(1)便可预测不同初始孔隙比条件下的土-水特征曲线。试验结果表明本文提出的预测方法预测效果较好, 其中进气值预测式(9)较式(6)更佳。

### 参考文献:

- [1] 张雪东, 赵成刚, 刘艳, 等. 变形对土水特征曲线影响规律模拟研究[J]. 土木工程学报, 2011, 44(7): 119-125. (ZHANG Xue-dong, ZHAO Cheng-gang, LIU Yan, et al. Modeling study of the relationship between deformation and water retention curve[J]. China Civil Engineering Journal, 2011, 44(7): 119-125. (in Chinese))
- [2] ZHOU A N, SHENG D C, CARTER J P. Modelling the effect of initial density on soil-water characteristic curves[J]. Géotechnique, 2012, 62(8): 669-680.
- [3] 张昭, 刘奉银, 赵旭光, 等. 考虑应力引起孔隙比变化的土水特征曲线模型[J]. 水利学报, 2013, 44(5): 578-585.

- (ZHANG Zhao, LIU Feng-yin, ZHAO Xu-guang, et al. A soil water characteristic curve model considering void ratio variation with stress[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2013, **44**(5): 578 – 585. (in Chinese))
- [4] 陶高梁, 张季如, 庄心善, 等. 压缩变形影响下的土-水特征曲线及其简化表征方法[J]. *水利学报*, 2014, **45**(10): 1239 – 1245. (TAO Gao-liang, ZHANG Ji-ru, ZHUANG Xin-shan, et al. Influence of compression deformation on the soil-water characteristic curve and its simplified representation method[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2014, **45**(10): 1239 – 1245. (in Chinese))
- [5] 谢和平. 岩土介质的分形孔隙和分形粒子[J]. *力学进展*, 1993, **23**(2): 145 – 164. (XIE He-ping. Fractal pores and fractal particles of rock and soil materials[J]. *Advances In Mechanics*, 1993, **23**(2): 145 – 164. (in Chinese))
- [6] TAO G L, ZHANG J R. Two categories of fractal models of rock and soil expressing volume and size-distribution of pores and grains[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2009, **54**: 4458 – 4467.
- [7] 徐永福, 董 平. 非饱和土的水分特征曲线的分形模型[J]. *岩土力学*, 2002, **23**(4): 400 – 405. (XU Yong-fu, DONG Ping. Fractal models for the soil-water characteristics of unsaturated soils[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2002, **23**(4): 400 – 405. (in Chinese))
- [8] 陶高梁, 孔令伟, 肖衡林, 等. 土-水特征曲线的分形特性及其分析拟合[J]. *岩土力学*, 2014, **35**(9): 2443 – 2447. (TAO Gao-liang, KONG Ling-wei, XIAO Heng-lin, et al. Fractal characteristics and fitting analysis of soil-water characteristic curves[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, **35**(9): 2443 – 2447. (in Chinese))
- [9] 孙德安, 孟德林, 孙文静, 等. 两种膨润土的土-水特征曲线[J]. *岩土力学*, 2011, **32**(4): 973 – 978. (SUN De-an, MENG De-lin, SUN Wen-jing, et al. Soil-water characteristic curves of two bentonites[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, **32**(4): 973 – 978. (in Chinese))
- [10] ZHANG J, TAO G L, HUANG L, et al. Porosity models for determining the pore-size distribution of rocks and soils and their applications[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2010, **55**(34): 3960 – 3970.
- [11] FREDLUND D G, XING An-qing. Equations for the soil-water characteristic curve[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1994, **31**: 521 – 532.

(本文责编 孙振远)