

DOI: 10.11779/CJGE2018S1002

# 非饱和粉砂临界状态的试验研究

蔡国庆<sup>1, 2</sup>, ASREAZAD Saman<sup>2</sup>, 刘超<sup>3</sup>, 赵成刚<sup>1, 2, 4</sup>

(1. 北京交通大学城市地下工程教育部重点实验室, 北京 100044; 2. 北京交通大学土木建筑工程学院, 北京 100044;

3. 天津市市政工程设计研究院, 天津 300051; 4. 桂林理工大学土木与建筑工程学院, 广西 桂林 541004)

**摘要:** 非饱和土临界状态给出了土变形过程的终点, 对于分析土的基本力学性质和建立相应的本构模型十分重要。以非饱和粉砂为研究对象, 利用非饱和土双压力室三轴试验系统(GDS)开展相关试验研究, 对不同干密度粉砂在不同净应力和吸力条件下剪切至临界状态过程中, 分别测定了强度、体变、含水率及饱和度等相关状态参量的变化规律。结果表明: 剪切至临界状态过程中, 不同干密度非饱和粉砂的强度和变形特性差异明显; 随轴向应变的不断增加, 不同初始干密度粉砂试样的偏应力、体应变以及饱和度曲线最终趋于稳定值, 试样剪切达到临界状态。基于试验结果, 揭示了临界状态条件下非饱和粉砂强度、孔隙比、孔隙水比体积随吸力的变化规律, 并建立了  $q - p'$ 、 $v - \ln p'$ 、 $v_w - \ln p'$  平面内的临界状态线方程, 提出了从强度、变形和孔隙水三个方面对非饱和粉砂临界状态进行综合描述的方法。**关键词:** 非饱和土; 粉砂; 三轴剪切试验; 临界状态

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 4548(2018)S1 - 0008 - 08

**作者简介:** 蔡国庆(1983 - ), 男, 副教授、博士研究生导师, 主要从事非饱和土力学及土体多场耦合等方面的研究工作。E-mail: guoqing.cai@bjtu.edu.cn。

## Experimental study on critical state of unsaturated silty sand

CAI Guo-qing<sup>1, 2</sup>, ASREAZAD Saman<sup>2</sup>, LIU Chao<sup>3</sup>, ZHAO Cheng-gang<sup>1, 2, 4</sup>

(1. MOE Key Laboratory of Urban Underground Engineering, Beijing 100044, China; 2. School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong

University, Beijing 100044, China; 3. Tianjin Municipal Engineering Design & Research Institute, Tianjin 300051, China; 4. School of

Civil Engineering and Architecture, Guilin University of Technology, Guilin 541004, China)

**Abstract:** The critical state of soil shows the end of its deformation process, which is very important for analysis and establishment of constitutive model for soil. The unsaturated silty sand is used in this study. The triaxial testing system (GDS) is used to study the critical state of soil with different dry densities, net stresses and suctions, and the variations of soil strength, volume change, water content and saturation during the process are investigated. The results show that in the process of shearing to critical state, the strength and deformation characteristics of unsaturated silty sand with different dry densities are different. With the increase of axial strain, the curve of deviatoric stress, strain and saturation of silty sand specimens with different initial dry densities tend to a stable value, which indicate the specimens are sheared to critical state. Based on the test results, linear critical state equation in the plane of  $q - p'$ ,  $v - \ln p'$  and  $v_w - \ln p'$  are established. The critical state of unsaturated soil are finally discussed based on the variation of strength, deformation and pore water.

**Key words:** unsaturated soil; silty sand; triaxial shear test; critical state

## 0 引言

自 Schofield 和 Wroth<sup>[1]</sup>提出临界状态理论以来, 饱和土的临界状态研究得到长足发展<sup>[1-4]</sup>, 并成为现代土力学诞生的标志。然而, 由于非饱和土的复杂性, 临界状态理论在非饱和土中的推广进展缓慢。基于饱和土临界状态理论的建立方法, 国内外诸多学者开展了非饱和土临界状态的试验和理论模型研究<sup>[5-14]</sup>。

然而, 非饱和土临界状态试验相对复杂且试验周期较长, 导致试验成果严重匮乏。代表性试验研究成

果有: Toll<sup>[5]</sup>针对 Kiunyu 砂开展了常含水率三轴剪切试验, 在饱和土临界状态理论基础上, 基于非饱和土三轴剪切试验结果, 建立了非饱和土临界状态方程, 给出了临界状态参数  $M_a$ 、 $M_b$ 、 $\lambda_a$ 、 $\lambda_b$  的取值。Toll 等<sup>[6]</sup>进一步给出了  $M_a$ 、 $M_b$  的函数表达式, 并与饱和

基金项目: 国家自然科学基金项目(51722802, 51678041); 北京市自然科学基金面上项目(8162032); 河南省交通运输科技计划项目(2017B4)

收稿日期: 2017 - 06 - 11

土临界状态方程参数建立了关系。Wheeler 等<sup>[7]</sup>的试验研究表明, 含水比  $v_w$  在土样达到临界状态时未能趋稳, 因此不能将其作为描述临界状态的状态变量。Adams 等<sup>[8]</sup>通过试验研究指出, 土样初始结构对临界状态参数具有不可忽视的影响。Wang 等<sup>[9]</sup>对泥浆粉土开展了控制吸力的三轴试验, 验证了吸力和围压的增大对非饱和土应力-应变及临界状态特性具有相似的影响规律, 并得出不同吸力下非饱和土临界状态线相互平行的结论。Kayadelen 等<sup>[10]</sup>对土耳其残积黏土开展了三轴试验, 进一步验证了吸力对临界状态参数  $M$  和  $\lambda$  没有影响, 同时建立了临界状态线截距随吸力呈非线性变化的方程。陈正汉<sup>[15]</sup>为把非饱和土临界状态模型从  $p-s$  平面推广到三轴应力空间, 假定临界状态线的斜率不随吸力变化而是保持一常量。董建军和邵龙潭<sup>[16]</sup>应用数字图像测量技术开展了非饱和土三轴试验, 对非饱和土三维应力空间中临界状态面的合理形态进行了描述。Ng 等<sup>[17]</sup>提出了一种更为精确的三轴试样体变测量系统, 有效提高了非饱和土三轴试验测量精度。崔颖和繆林昌<sup>[18]</sup>针对广西膨胀土开展了非饱和土排水以及不排水三轴剪切试验, 验证了非饱和土临界状态线斜率与吸力无关, 并进一步验证了吸力强度参数随吸力的增加而增大。张登飞等<sup>[19]</sup>对西安北郊的  $Q_3$  原状黄土开展了控制吸力和净应力的三轴排水剪切试验, 试验结果表明吸力对临界状态线的影响程度随净应力增大而减小、不同吸力下非饱和土的临界状态线相互平行。李文文<sup>[20]</sup>针对西安北郊  $Q_3$  重塑黄土展开不同初始含水率的三轴剪切试验, 验证了  $v - \ln p'$  平面内非饱和土临界状态线为相互平行的直线。

在描述非饱和土临界状态的变量选择上, Wheeler 等<sup>[7]</sup>、Adams 等<sup>[8]</sup>、Wang 等<sup>[9]</sup>、Kayadelen 等<sup>[10]</sup>均采用平均净应力、偏应力、吸力和孔隙比来作为描述非饱和土临界状态的状态变量, 以此来研究到达临界状态的条件。此外, 也有研究者建议除了上述状态变量以外, 还应增加含水比  $v_w$  或饱和度  $S_r$  作为独立状态变量<sup>[7]</sup>。然而, Wheeler 等<sup>[7]</sup>通过试验测得的  $v_w$  在临界状态时并没有到达稳定值; 而 Ranpino 等<sup>[16]</sup>试验测得的  $v_w$  在临界状态时则趋于稳定。所以, Wang<sup>[9]</sup>等指出, 采用  $v_w$  作为非饱和土临界状态的独立状态变量, 需要更多的试验数据支持。

由此可见, 现有的少量关于非饱和土临界状态的试验研究成果尚未能形成统一的结论, 非饱和土临界状态方程的具体表达式也仍有待进一步研究。以非饱和粉砂为研究对象, 利用非饱和土三轴试验系统 (GDS) 开展相关试验研究, 分别测定了不同干密度

粉砂在不同净应力和吸力条件下剪切至临界状态过程中, 其强度、体变、含水率及饱和度等相关状态参量的变化规律。基于试验数据结果, 揭示了临界状态条件下非饱和粉砂强度、孔隙比、孔隙水比体积随吸力的变化规律, 建立了  $q - p'$ 、 $v - \ln p'$ 、 $v_w - \ln p'$  平面内的临界状态线方程, 提出了从强度、变形和孔隙水 3 个方面对非饱和土临界状态进行综合描述的方法。

# 1 试验材料及试验方案

## 1.1 试验材料

试验用土为取自北京地铁 16 号线某车站基坑的粉砂, 比重为 2.67, 液限为 15.4%, 塑性指数为 5.5, 土样物理性质指标见表 1, 将该土样重塑制成直径为 3.91 cm、高度 8 cm 的试样开展三轴试验。为减小同一干密度土样的质量差异, 控制各个试样质量误差小于 0.5g/个。该粉砂颗粒级配曲线如图 1 所示, 击实试验曲线如图 2 所示, 击实曲线峰值点的纵横坐标分别表示该土样的最大干密度和最优含水率。

表 1 土样物理性质指标

Table 1 Physical properties of soil samples				
干密度 $\rho_d/(\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$	饱和度 /%	孔隙比	比重	含水率 /%
1.96	49.2	0.36	2.67	6.5
1.6	28.5	0.68	2.67	6.5

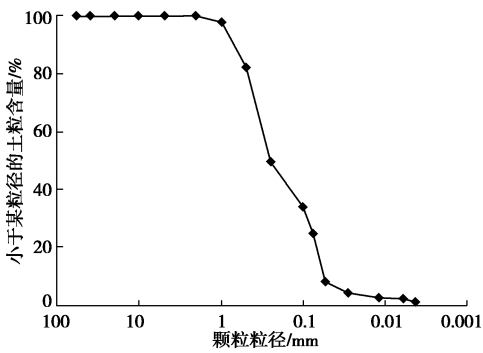


图 1 试验用粉砂颗粒级配曲线

Fig. 1 Grading curve of silty sand

## 1.2 试验方案

为获得不同干密度和吸力条件下非饱和土的临界状态, 分别测定不同干密度、吸力以及围压条件下土样达到临界状态时各状态参量的变化规律。配置初始干密度为 1.6  $\text{g}/\text{cm}^3$  和 1.96  $\text{g}/\text{cm}^3$  的重塑土样, 利用 GDS 非饱和三轴试验系统分别开展吸力为 30, 100, 200 kPa (每个吸力对应的 3 个净应力值为 100, 200, 300 kPa) 的三轴剪切试验。此外, 针对不同初始干密

度饱和粉砂，利用全自动三轴仪展开不同净应力条件下的三轴剪切试验（对应净应力值为 100，200，300，400 kPa）。

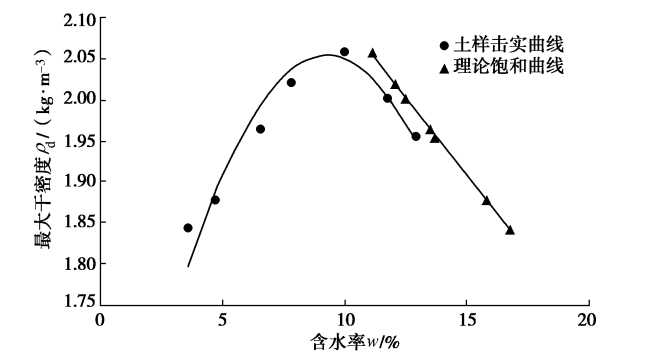


图 2 试验用粉砂击实试验曲线

Fig. 2 Curve of compaction tests on silty sand

非饱和粉砂三轴剪切试验包括吸力平衡、等吸力固结、等吸力剪切 3 个阶段。吸力平衡阶段，所有试样保持相同净应力 30 kPa，气压和反压值按 1.5 kPa/min 的速率增加至预设值（指定吸力值）；等吸力固结则是通过保持围压不变，以 0.5 kPa/h 的速率同时降低孔隙气压和水压值（吸力不变）来实现；对试样的等吸力剪切采用应变控制方式进行加载，剪切速率为 0.005 mm/min，最大剪应变 30%（24 mm），或者土样偏应力和体变相对稳定，认为试验剪切结束。各个阶段的具体试验方案如表 2~4 所示，应力路径如图 3，4 所示。表中，非饱和土各个试样试验及图示命名规则为：“S 吸力值——固结完成时净应力值”， $\sigma_c$  表示径向应力或围压， $q$  为偏应力， $p'$  为净平均应力， $s$  为吸力。

表 2 吸力平衡阶段试验方案

Table 2 Test programs for suction balance

试验编号	$\sigma_c$	$u_a$	$u_w$	$\sigma_c-u_a$	$s=u_a-u_w$
S30-100	550	520	490	30	30
S30-200	550	520	490	30	30
S30-300	550	520	490	30	30
S100-100	550	520	420	30	100
S100-200	550	520	420	30	100
S100-300	550	520	420	30	100
S200-100	550	520	320	30	200
S200-200	550	520	320	30	200
S200-300	550	520	320	30	200

饱和粉砂三轴剪切试验包括反压饱和、固结、剪切 3 个阶段。为达到较高的饱和度，试样安装到压力室前首先进行抽真空饱和。剪切速率采用 0.015 mm/min，相对缓慢的剪切速率能够保证试样顺利剪切至临界状态。具体试验方案如表 5 所示（表 5 中  $\Delta u_w$  表

示反压饱和过程中各级反压增量值， $u_{w,max}$  表示反压饱和过程中施加的反压上限值）。

表 3 等吸力固结阶段试验方案

Table 3 Test programs for consolidation

试验编号	$\sigma_c$	$u_a$	$u_w$	$\sigma_c-u_a$	$u_a-u_w$
S30-100	550	450	420	100	30
S30-200	550	350	320	200	30
S30-300	550	250	220	300	30
S100-100	550	450	350	100	100
S100-200	550	350	250	200	100
S100-300	550	250	150	300	100
S200-100	550	450	250	100	200
S200-200	550	350	150	200	200
S200-300	550	250	50	300	200

表 4 等吸力剪切阶段试验方案

Table 4 Test programs for shear

试验编号	$\sigma_c$	$u_a$	$u_w$	$\sigma_c-u_a$	$u_a-u_w$
S30-100	550	450	420	100	30
S30-200	550	350	320	200	30
S30-300	550	250	220	300	30
S100-100	550	450	350	100	100
S100-200	550	350	250	200	100
S100-300	550	250	150	300	100
S200-100	550	450	250	100	200
S200-200	550	350	150	200	200
S200-300	550	250	50	300	200

表 5 饱和土三轴剪切试验方案

Table 5 Test programs for triaxial shear of saturated soil

围压	反压饱和		固结		剪切	
	$\Delta u_w$	$u_{w,max}$	$\sigma_c$	$u_w$	$\sigma_c$	$u_w$
100	30	300	400	300	400	300
200	30	300	500	300	500	300
300	30	300	600	300	600	300
400	30	300	700	300	700	300

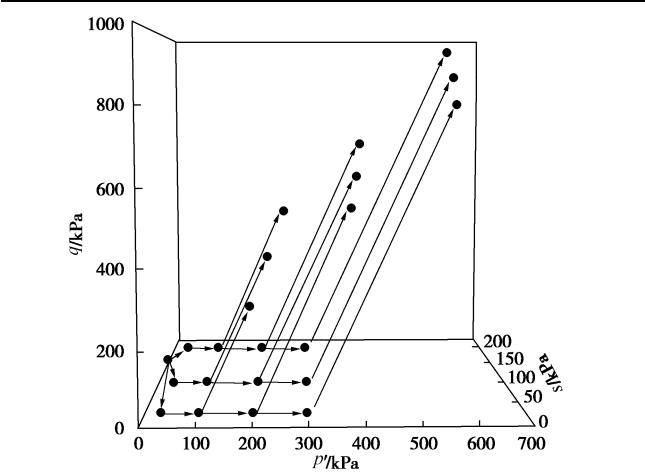
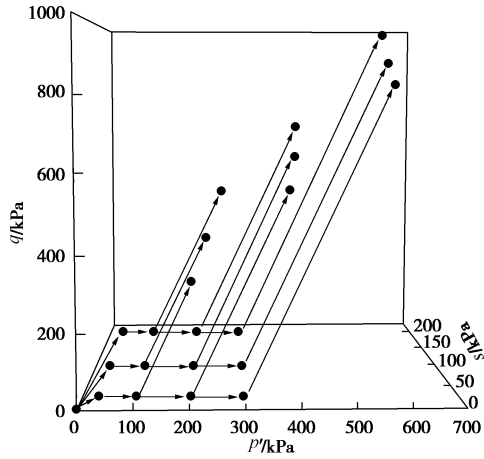


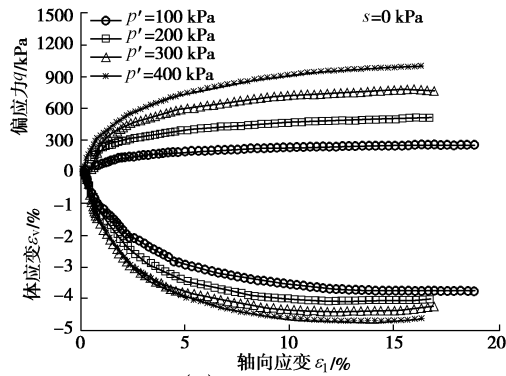
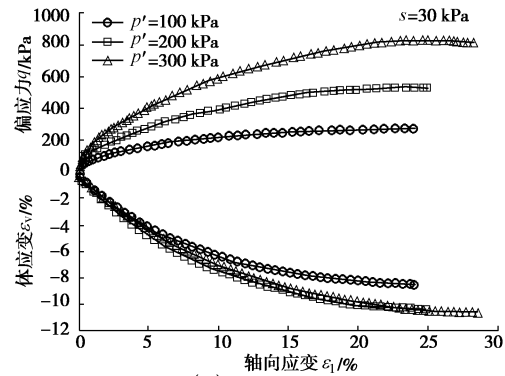
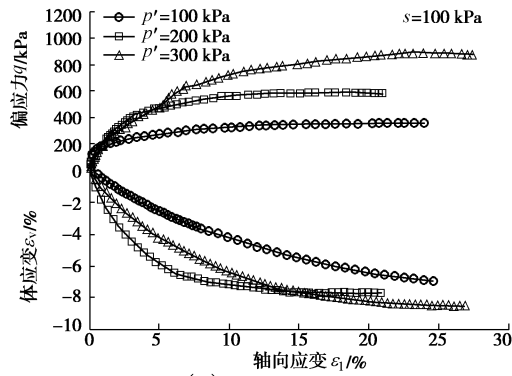
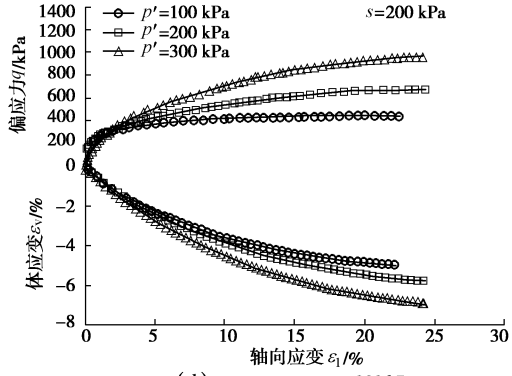
图 3 干密度 1.6 g/cm³ 试样的试验应力路径

Fig. 3 Stress paths of test specimens with dry density of 1.6 g/cm³

图 4 干密度  $1.96 \text{ g/cm}^3$  试样的试验应力路径Fig. 4 Stress paths of test specimens with dry density of  $1.96 \text{ g/cm}^3$ 

## 2 非饱和粉砂三轴剪切试验结果及分析

通过上述对饱和、非饱和粉砂三轴剪切试验研究, 可得到不同初始干密度、不同吸力及净应力条件下的强度值和体应变值, 干密度为  $1.6 \text{ g/cm}^3$  和  $1.96 \text{ g/cm}^3$  粉砂土样在不同吸力和净应力条件下的偏应力  $q$  ( $q = \sigma_1 - \sigma_3$ )、体应变  $\varepsilon_v$  及饱和度  $S_r$  与轴应变  $\varepsilon_1$  关系如图 5~7 所示。依据干密度不同试样的  $q - \varepsilon_1$  关系曲线以及  $v - \varepsilon_1$  关系曲线, 可将试验曲线分为硬化型和软化型两种类型。

(a)  $q - \varepsilon_1, \varepsilon_v - \varepsilon_1, s=0 \text{ kPa}$ (b)  $q - \varepsilon_1, \varepsilon_v - \varepsilon_1, s=30 \text{ kPa}$ (c)  $q - \varepsilon_1, \varepsilon_v - \varepsilon_1, s=100 \text{ kPa}$ (d)  $q - \varepsilon_1, \varepsilon_v - \varepsilon_1, s=200 \text{ kPa}$ 图 5 不同吸力非饱和粉砂典型应力 - 应变曲线 ( $\rho_d = 1.6 \text{ g/cm}^3$ )Fig. 5 Stress-strain curves of unsaturated tests on silty sand under different suctions ( $\rho_d = 1.6 \text{ g/cm}^3$ )

(1) 图 5(a)、图 6(a) 分别表示干密度  $1.6 \text{ g/cm}^3$  和  $1.96 \text{ g/cm}^3$  的饱和试样 ( $s=0 \text{ kPa}$ ) 三轴剪切试验应力 - 应变曲线。试验结果表明, 偏应力及体应变随着轴向应变的增加逐渐达到峰值或者趋于一稳定值, 在轴向应变达到  $10\% \sim 15\%$  时, 试样剪切至临界状态, 将轴向应变为  $20\%$  作为试验结束控制条件, 以保证试样剪切至临界状态。但对于干密度较大的试样, 如图 6(a), 体应变值趋于稳定值时, 试样轴向应变已超过  $20\%$ , 试样剪切至临界状态。饱和粉砂试样剪切结束时发生“鼓肚”现象, 并未出现明显的剪切破坏面。

(2) 图 5(b)~(d)、图 6(b)~(d) 分别表示干密度  $1.6 \text{ g/cm}^3$  和  $1.96 \text{ g/cm}^3$  非饱和试样 ( $s=30, 100, 200 \text{ kPa}$ ) 三轴剪切的应力 - 应变曲线。通过不同吸力、相同净应力条件曲线峰值对比发现, 非饱和粉砂试样的强度明显大于饱和粉砂试样强度, 尤其是吸力为  $100 \text{ kPa}$  和  $200 \text{ kPa}$  时, 说明吸力能够明显提高粉砂试样的抗剪强度。吸力  $30 \text{ kPa}$  试样与饱和试样的强度值较为接近, 表明吸力  $30 \text{ kPa}$  试样的饱和度仍然较高。与饱和试样试验曲线对比可见, 各条曲线形式基本相同, 即吸力不会改变试验的曲线形式。需要指出的是, 非饱和粉砂试样剪切至临界状态需要更小的剪切速率和更大的轴向应变。

(3) 对比不同干密度试样的试验曲线可发现: 干密度  $1.6 \text{ g/cm}^3$  非饱和试样表现出典型的松砂试样剪

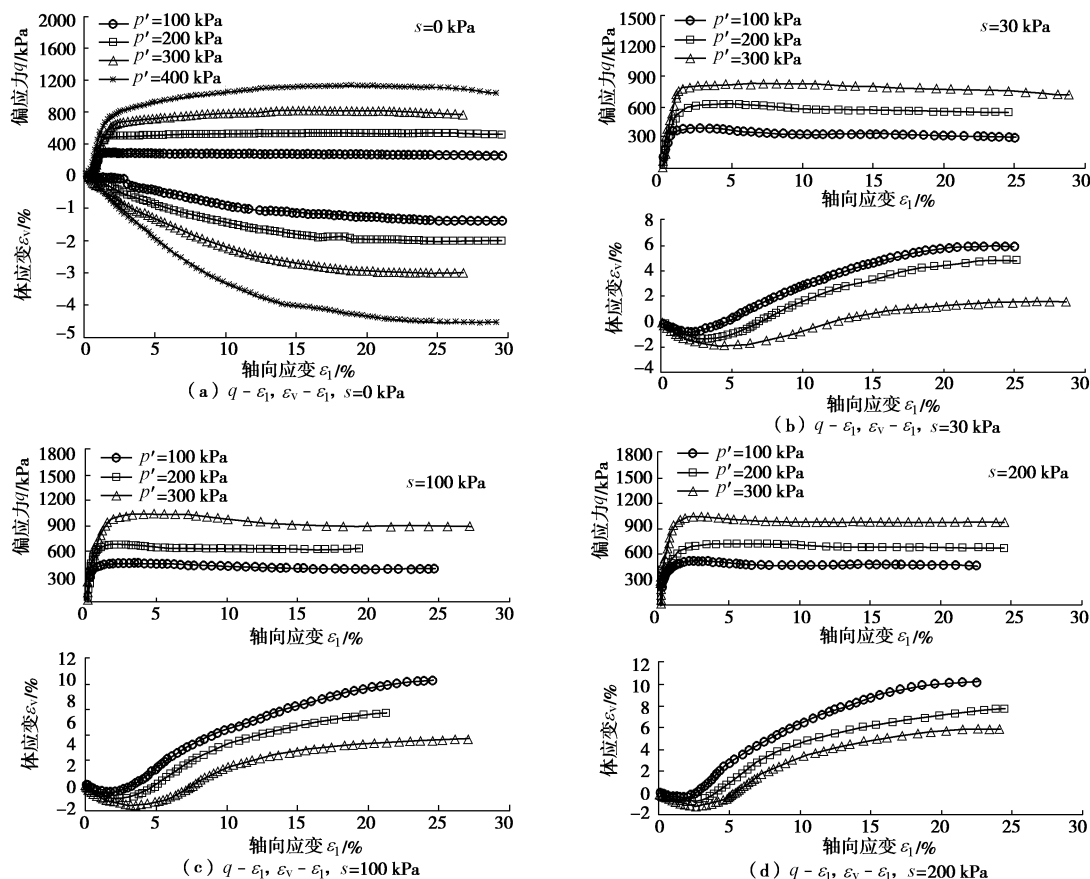
图 6 不同吸力非饱和粉砂典型应力 - 应变曲线 ( $\rho_d = 1.96 \text{ g/cm}^3$ )Fig. 6 Stress-strain curves of unsaturated tests on silty sand under different suctions ( $\rho_d = 1.96 \text{ g/cm}^3$ )

表 6 非饱和粉砂剪切前后饱和度值

Table 6 Saturation values of unsaturated silt before and after shearing

$S_r$	$p'/\text{kPa}$	$s=30 \text{ kPa}$		$s=100 \text{ kPa}$		$s=200 \text{ kPa}$	
		$S_{r0}$	$S_{r1}$	$S_{r0}$	$S_{r1}$	$S_{r0}$	$S_{r1}$
$\rho_d = 1.6 \text{ g/cm}^3$	100	46%	58%	32%	37%	25%	27%
	200	45%	59%	33%	37%	25%	27%
	300	47%	61%	32%	37%	27%	27%
$\rho_d = 1.96 \text{ g/cm}^3$	100	51%	37%	37%	34%	29%	23%
	200	50%	48%	37%	32%	27%	22%
	300	50%	46%	37%	33%	28%	23%

切特性, 试样强度随轴向应变不断强化, 最终趋于恒定值, 试样体变发生连续收缩, 最终趋于恒定值。干密度  $1.96 \text{ g/cm}^3$  非饱和试样表现出典型的密砂试样剪切特性, 试样强度随轴向应变不断增加, 达到峰值后下降并最终趋于恒定值, 试样体变则表现为先收缩后膨胀, 轴向应变在  $3\% \sim 5\%$  之间时试样体积收缩到最小值。干密度  $1.96 \text{ g/cm}^3$  饱和试样则未能表现出类似的密砂剪切特性。说明吸力的存在对同等干密度试样的力学特性起强化作用, 剪切时表现出密砂的剪切特性。

### 3 临界状态特性分析

根据上述试验结果, 相应作出  $q - p'$ 、 $v - \ln p'$

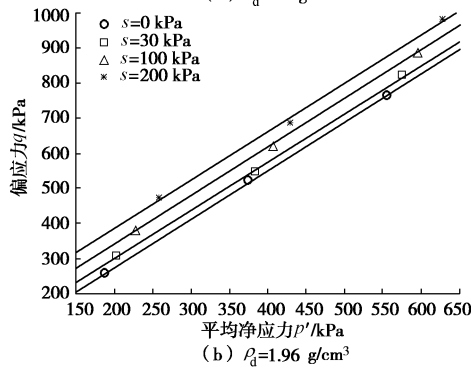
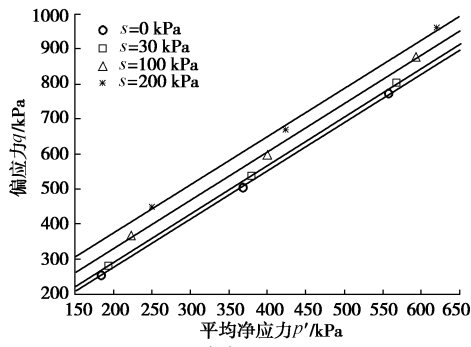
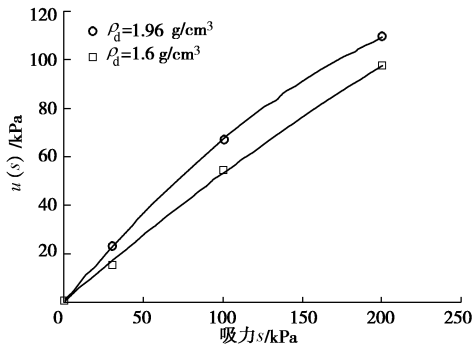
及  $v_w - \ln p'$  平面内的试验结束时的各参量值。三轴剪切条件下, 平均净应力为  $p' = q/3 + (\sigma_3 - u_a)$ 、孔隙水比体积  $v_w = 1 + w \cdot G_s$ 。不同干密度试样在不同初始吸力  $s_0$  下  $q - p'$  平面内的临界状态线如图 7 所示,  $v - \ln p'$  平面内临界状态线如图 9 所示。从图 7 和图 9 可以看出:

(1) 如图 7 所示,  $q - p'$  平面内临界状态线可拟合为直线, 直线的截距和斜率分别用  $\mu$  和  $M$  表示, 黏聚力  $c$  和内摩擦角  $\varphi$  可根据  $c = (3 - \sin \varphi) / (6 \cos \varphi) \mu$ 、 $\varphi = \sin^{-1}(3M / (6 + M))$  求得。由图 7 可知,  $q - p'$  平面内临界状态线随着吸力减小而平行向下移动, 且与饱和粉砂固结排水三轴剪切试验获得的  $q - p'$  线平行, 斜率  $M$  为 1.38, 截距  $\mu(s)$  则是吸力的函数, 这与已有的非饱和土三轴试验成果相一致<sup>[7-10]</sup>。不同吸力条件下的非饱和粉砂内摩擦角  $\varphi$  与饱和粉砂的有效内摩擦角  $\varphi'$  相等 ( $\varphi = \varphi' = 34^\circ$ ), 黏聚力  $c$  则随初始吸力的减小而减小。图 8 表示的是  $\mu(s)$  值随吸力增加而发生变化的情况。因此  $q - p'$  平面内临界状态线方程表示为公式 (1), 公式 (2) 与 (3) 分别表示干密度  $1.6 \text{ g/cm}^3$  和  $1.96 \text{ g/cm}^3$  试样临界状态时  $\mu(s)$  值随吸力变化方程。

$$q = Mp' + \mu(s) \quad (1)$$

$$\mu(s) = -0.0004s^2 + 0.5702s + 0.6685 \quad (2)$$

$$\mu(s) = -0.0013s^2 + 0.7976s + 0.1129 \quad (3)$$

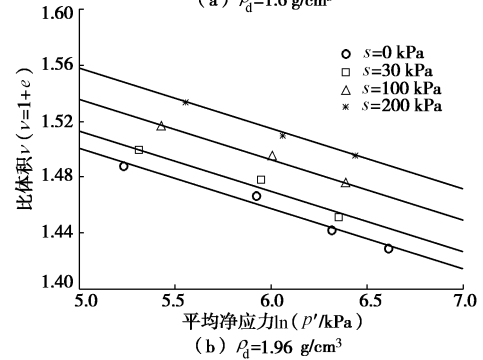
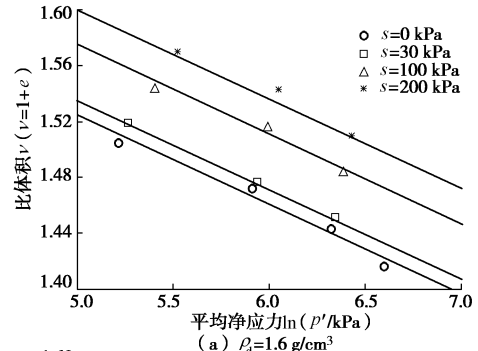
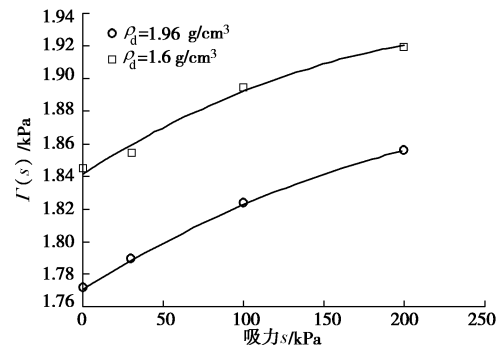
图 7  $q - p'$  平面内的临界状态线Fig. 7 Critical state lines on  $q - p'$  plane图 8  $q - p'$  平面临界状态线方程截距随吸力变化曲线Fig. 8 Variation of intercept of critical state line equation with suction on  $q - p'$  plane

(2) 如图 9 所示,  $v - \ln p'$  平面内临界状态线同样可拟合为直线, 直线的截距和斜率分别用  $\Gamma$  和  $\lambda$  表示。由图 9 可知,  $v - \ln p'$  平面内临界状态线随着吸力减小而平行向下移动, 这一结论与已有的非饱和土三轴试验成果相一致<sup>[7-10]</sup>。且与饱和粉砂固结排水三轴剪切试验获得的  $v - \ln p'$  线平行, 直线斜率  $\lambda$  均可取为 0.064, 截距是吸力的函数。图 10 表示的是  $\Gamma(s)$  值随吸力增加而发生变化的情况。因此  $v - \ln p'$  平面内临界状态线方程表示为公式 (4), 公式 (5), (6) 分别表示干密度  $1.6 \text{ g/cm}^3$  和  $1.96 \text{ g/cm}^3$  试样临界状态时截距  $\Gamma(s)$  值随吸力变化方程。

$$v = \Gamma(s) - \lambda \ln(p') \quad (4)$$

$$\Gamma(s) = -10^{-6}s^2 + 0.0006s + 1.8422 \quad (5)$$

$$\Gamma(s) = -10^{-6}s^2 + 0.0006s + 1.7711 \quad (6)$$

图 9  $v - \ln p'$  平面内的临界状态线Fig. 9 Critical state lines on  $v - \ln p'$  plane图 10  $v - \ln p'$  平面临界状态线方程截距随吸力变化曲线Fig. 10 Variation of intercept of critical state line equation with suction on  $v - \ln p'$  plane

(3) 相同吸力条件下, 孔隙水比体积变化试验结果如图 11 所示, 在  $v_w - \ln p'$  平面内同样可拟合为直线, 但直线之间并没有表现出类似于  $q - p'$ 、 $v - \ln p'$  平面内临界状态线之间的平行关系。

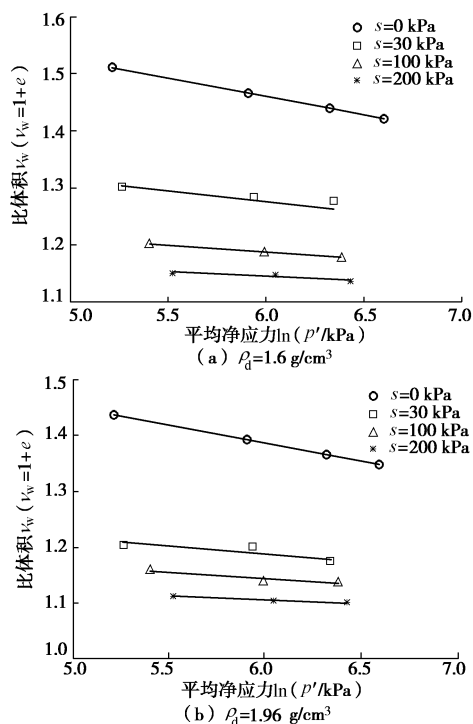
基于上述试验结果, 假定本试验中非饱和粉砂试样已完全剪切至临界状态, 状态变量  $v_w$  达到最后的平衡状态, 则有:

$$v_w = 1 + wG_s \quad (7)$$

$$v = 1 + e \quad (8)$$

$$S_r = \frac{wG_s}{e} \quad (9)$$

$$v = \Gamma(s) - \lambda \ln p' \quad (10)$$

图 11  $v_w - \ln p'$  平面内的临界状态线Fig. 11 Critical state lines on  $v_w - \ln p'$  planes

由式 (7) ~ (10), 可得孔隙水比体积  $v_w$ :

$$v_w = [\Gamma(s)S_r - S_r + 1] - (S_r \lambda) \ln p' \quad (11)$$

上式中, 令:

$$\Gamma_w = \Gamma(s)S_r - S_r + 1 \quad (12)$$

$$\lambda_w = S_r \lambda \quad (13)$$

则有

$$v_w = \Gamma_w - \lambda_w \ln p' \quad (14)$$

式 (11) ~ (14) 即为用临界状态参数表示的孔隙水比体积  $v_w$  表达式。基于该式, 在已知临界状态参数  $\lambda$ 、 $\Gamma$  以及土样所处饱和状态 ( $S_r$ ) 时, 就可以预测临界状态时孔隙水比体积  $v_w$ 。

本试验中, 具有相同吸力条件的试样至少有三个, 故在对式 (12) 和 (13) 进行计算时, 饱和度  $S_r$  取平均值, 结合  $v - \ln p'$  平面内临界状态线方程参数, 计算式 (14) 中各参数值, 结果列于表 7。

表 7  $v_w - \ln p'$  平面内临界状态线方程参量计算值

Table 7 Calculated values of parameters of critical state line

equation in $v_w - \ln p'$ plane						
$\rho_d$	$s$	$S_r$	$\lambda$	$\Gamma(s)$	$\lambda_w$	$\Gamma_w$
1.6 g/cm <sup>3</sup>	0	1	0.064	1.845	0.064	1.8450
	30	0.62		1.855	0.040	1.5301
	100	0.37		1.895	0.024	1.3312
	200	0.27		1.92	0.017	1.2484
1.96 g/cm <sup>3</sup>	0	1	0.064	1.771	0.064	1.7710
	30	0.46		1.789	0.029	1.3629
	100	0.33		1.823	0.021	1.2716
	200	0.23		1.856	0.015	1.1969

基于式 (14) 以及上述参数计算结果, 可给出  $v_w - \ln p'$  平面内的理论临界状态线, 如图 11 所示。通过与试验中独立测试得到的不同净应力条件下孔隙水比体积  $v_w$  的试验数据对比, 两者吻合度较高, 从而验证了将孔隙水比体积  $v_w$  作为临界状态参量的合理性。

## 4 结 论

以非饱和粉砂为研究对象, 利用非饱和土三轴试验系统 (GDS) 和饱和土全自动三轴仪开展相关试验研究, 分别测定了不同干密度粉砂在不同净应力和吸力条件下剪切至临界状态过程中, 其强度、体变、含水率及饱和度等相关状态参量的变化规律。基于试验数据, 得到以下结论:

(1) 饱和粉砂试样剪切至临界状态时, 试样发生明显“鼓肚”现象, 并不会出现明显的剪切破坏面; 相比于饱和土试样, 非饱和粉砂试样剪切至临界状态时需要更小的剪切速率和更大的轴向应变。

(2) 非饱和三轴试验表明: 相同净应力条件下, 随吸力的增大, 试样强度不断增大; 相同吸力条件下, 随净应力的增加, 试样强度不断增大。相同净应力条件下, 随吸力的增大, 试样体应变压缩量越小/膨胀量越大; 相同吸力条件下, 随净应力的增加, 试样压缩量越大/膨胀量越小。

(3)  $q - p'$  平面内的非饱和土临界状态线斜率  $M$  不受吸力影响, 大小等于饱和土的临界状态线斜率, 截距  $\mu$  则是吸力的函数, 随吸力不同而发生改变。 $v - \ln p'$  平面内的非饱和土临界状态线斜率  $\lambda_s$  不受吸力影响, 大小等于饱和土的临界状态线斜率  $\lambda$ , 截距  $\Gamma$  则是吸力的函数, 随吸力不同而发生改变。 $v_w - \ln p'$  平面内的非饱和土临界状态线斜率  $\lambda_w$  和截距  $\Gamma_w$  则是饱和度 (吸力) 的函数, 函数的系数分别等于  $\lambda$  和  $\Gamma$ 。

## 参考文献:

- [1] SCHOFIELD A N, WROTH P. Critical state soil mechanics[J]. 1968, 7(70): 23 - 56.
- [2] WOOD D M. Soil behaviour and critical state soil mechanics[J]. Soil Behaviour & Critical State Soil Mechanics, 1991.
- [3] MAATOUK A, LEROUÉIL S, ROCHELLE P L A. Yielding and critical state of a collapsible unsaturated silty soil[J]. Géotechnique, 1995, 45(3): 465 - 477.
- [4] NEWSON T A. Validation of a non-associated critical state model[J]. Computers and Geotechnics, 1998, 23(4): 277 - 287.

- [5] TOLL D G. A framework for unsaturated soil behavior[J]. *Géotechnique*, 1990, **40**(1): 31 - 44.
- [6] TOLL D G, ONG B H. Critical-state parameters for an unsaturated residual sandy clay[J]. *Géotechnique*, 2003, **53**(1): 93 - 104.
- [7] WHEELER S J, SINAKUMAR N. An elasto-plastic critical state framework for unsaturated soil[J]. *Géotechnique*, 1995, **45**(1): 35 - 53.
- [8] ADAMS B A, WULFSOHN D. Variation of the critical-state boundaries of an agriculture soil[J]. *European Journal of Soil Science*, 1997, **48**: 739 - 758.
- [9] WANG Q, PUFAHL D E, FREDLUND D G. A study of critical state on an unsaturated silty soil[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2002, **39**: 213 - 218.
- [10] KAYADELEN C, SINRIKAYA O, TASKIRAN T, et al. Critical-state parameters of an unsaturated residual clayey soil from Turkey[J]. *Engineering Geology*, 2007, **94**: 1 - 9.
- [11] 陈正汉. 非饱和土与特殊土力学的基本理论研究[J]. *岩土工程学报*, 2014, **36**(2): 201 - 272. (CHEN Zhen-han. On basic theories of unsaturated soils and special soils[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2014, **36**(2): 201 - 272. (in Chinese))
- [12] SHENG D C. Review of fundamental principles in modelling unsaturated soil behavior[J]. *Computers and Geotechnics*, 2011, **38**: 757 - 776.
- [13] 赵成刚. 热动力学的稳态与非饱和土的临界状态[J]. *岩土工程学报*, 2012, **34**(4): 730 - 733. (ZHAO Cheng-gang. The thermal steady state and the critical state of unsaturated soils[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2012, **34**(4): 730 - 733. (in Chinese))
- [14] 孙德安. 非饱和土的水力和力学特性及其弹塑性描述[J]. *岩土力学*, 2009, **30**(11): 3217 - 3231. (SUN De-an. Hydro-mechanical behaviours of unsaturated soils and their elastoplastic modelling[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2009, **30**(11): 3217 - 3231. (in Chinese))
- [15] 陈正汉. 非饱和土研究的新进展[C]// 中国土木工程学会中加非饱和土学术研讨会. 1994: 145 - 152. (CHEN Zheng-han. New progress in the study of unsaturated soil[C]// *Chinese and Canada Memoir on Unsaturated Soils*. 1994: 145 - 152. (in Chinese))
- [16] 董建军, 邵龙潭. 基于试样中部变形的  $p - q - s$  空间临界状态面试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2009, **31**(10): 1607 - 1613. (DONG Jian-jun, SHAO Long-tan. Critical state surface in  $p - q - s$  stress space based on deformation of[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, **31**(10): 1607 - 1613. (in Chinese))
- [17] NG C W W, ZHAN L T, CUI Y J. A new simple system for measuring volume changes in unsaturated soils[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2002, **39**(3): 757 - 764.
- [18] 崔颖, 缪林昌. 非饱和和重塑土的临界状态研究[J]. *苏州科技学院学报(工程技术版)*, 2006, **19**(2): 26 - 29. (CUI Ying, MIAO Lin-chang. The critical state of unsaturated remolded soils[J]. *Journal of Suzhou University of Science and Technology (Engineering and Technology)*, 2006, **19**(2): 26 - 29. (in Chinese))
- [19] 张登飞, 陈存礼, 李文文, 等.  $Q_3$  原状非饱和黄土的水量变化和临界状态特性[J]. *岩土工程学报*, 2015, **37**(增刊 1): 197 - 201. (ZHANG Deng-fei, CHEN Cun-li, LI Wen-wen, et al. Characteristics of critical state and water volume change for  $Q_3$  unsaturated intact loess[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2015, **37**(S1): 197 - 201. (in Chinese))
- [20] 李文文. 不同应力路径下非饱和和重塑黄土的变形强度和屈服特性试验研究[D]. 西安: 西安理工大学, 2015. (LI Wen-wen. Experimental study on deformation and yield characteristics of unsaturated remolded loess under different stress paths[D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2015. (in Chinese))

(本文责编 明经平)