

DOI: 10.11779/CJGE201811023

土工离心试验应力相似差异特征与设计准则

王永志, 王海, 袁晓铭, 段雪峰

(中国地震局工程力学研究所地震工程与工程振动重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 土工离心试验优越性的基础在于建立模型与原型相同的应力条件与分布, 认识模型与原型之间应力相似差异与表征参数对控制系统误差和优化设计参数具有重要指导价值。引入总体分布应力、附加侧向应力和耦合动应力3个新概念与定义, 对模型与原型之间应力差异特征、表征参数和设计准则等进行了深入研究。总体分布应力采用应力误差描述, 表征参数为模型高度 H 和最大半径 R_{\max} ; 当 $H/R_{\max} \leq 0.3$ 和0.15, 可控制模型极限应力误差 $\leq 10\%$ 和5%。附加侧向应力由模型中心剖面向两侧宽度增大分布, 由模型宽度 b 、有效半径 R_{ef} 和有效离心加速度 a_{ef} 决定大小; 以100 kPa为标准, 给出了不同离心加速度下有效半径与允许模型设计宽度关系。耦合动应力影响采用目标与额外应力比进行评价, 以 R_{ef} 和角速度 ω 为表征参数, 给出了应力比以10%和20%为标准的 $a_{\text{ef}} - R_{\text{ef}}$ 的临界关系曲线; 当 $a_{\text{ef}} \geq 10g$ 、 $R_{\text{ef}} \geq 4$ m时, 耦合动应力的影响可以忽略。研究提出的新概念、表征参数和设计准则, 为改进设备、模型参数设计和推动量化研究提供研究基础与参考依据。

关键词: 土工离心试验; 应力相似; 附加侧向应力; 耦合动应力; 设计准则

中图分类号: TU411 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2018)11-2148-07

作者简介: 王永志(1984-), 男, 副研究员, 从事动力离心机试验理论、方法与技术研究工作。E-mail: yong5893741@163.com。

Difference characteristics of stress similitude for geotechnical centrifuge modelling and design criteria

WANG Yong-zhi, WANG Hai, YUAN Xiao-ming, DUAN Xue-feng

(Key Laboratory of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake

Administration, Harbin 150080, China)

Abstract: The advantage of geotechnical centrifuge modelling is founded on the exactly similar stress levels and distribution between models and prototypes. To recognize the differences and characterization parameters of stress similitude of model and prototype is of significant value to decreasing systematic errors and optimizing design parameters. Three new concepts of general distributed stress, additional lateral stress and coupling dynamic stress are proposed and defined, by using which the difference characteristics, characterization parameters and design principles of model stress compared to those of prototype are studied. The general distributed stress is represented by the stress error referring to the model height H and the maximum radius R_{\max} , and as $H/R_{\max} \leq 0.3$ and 0.15, the stress error limits of soil model are less than 10% and 5%. The magnitude of additional lateral stress increases from center section to two width boundaries, and is mainly governed by the model width b , effective radius R_{ef} and effective centrifugal acceleration a_{ef} . Selecting 100 kPa as a criterion, the allowable model width limits with varying effective radius for different centrifugal accelerations are proposed. The influence of coupling dynamic stress is evaluated through the ratio of the target stress to the extra stress involving two key parameters of R_{ef} and angular velocity ω . With 10% and 20% as the criteria of the stress ratio, the critical curves of $a_{\text{ef}} - R_{\text{ef}}$ are obtained and if $a_{\text{ef}} \geq 10g$ and $R_{\text{ef}} \geq 4$ m, the influence of coupling dynamic stress can be ignored. The proposed new concepts, characterization parameters and design criteria provide the reference and basis for the parametric design of facilities and soil models and development of quantitative researches.

Key words: geotechnical centrifuge model; stress similitude; additional lateral stress; coupling dynamic stress; design criterion

0 引言

土体是一种力学性态受自重应力和外荷载静、动应力共同支配的特殊离散材料, 具有强非线性变形特

基金项目: 中国地震局工程力学研究所基本科研业务费专项资助项目
(2017B05); 国家自然科学基金项目(51609218); 黑龙江省自然科学基金(LC2015021)

收稿日期: 2017-03-07

征和复杂时、空结构性^[1]。土工离心试验是目前岩土工程、水利工程和环境工程等领域活跃发展与应用的一种大型先进物理模型试验手段, 其优越性是基于高离心加速度场以获取模型与原型 1:1 应力-应变为目标, 使缩尺模型各质点沿深度建立与原型尽可能相同的应力水平及分布, 以此为基础真实、快速、有效地再现实际工程中场地、岩土构筑物、土-结作用等复杂非线性变形特征与失效机制^[2-4]。土工离心试验方法正逐步成为这些领域的一种“标准”式试验, 而其试验系统误差一直是国内外学者关注的焦点之一^[5-10]。

自发展之初, 土工离心试验系统误差便得到了中国一些学者的关注和重视, 1980 年—1990 年中国曾派遣多批专家赴美、英等国调研和学习土工离心机原理与设计方法, 总结报告期间曾针对系统固有误差展开激烈讨论, 但认识存有较大争议和鉴于当时种种原因, 仅有少量成果发表^[5-6]。在土工离心试验系统固有误差与设备、模型设计参数关系方面, 目前取得主要研究成果与认识水平, 将在此扼要阐述。Schofield 揭示了离心加速度随半径变化导致模型应力与目标差异, 模型设计取深 2/3 处应力与原型相等, 可使应力偏差总和最小^[5]。朱维新^[6]和杜延龄^[7]基于离心模拟相似原理推导了自重应力相似控制基本方程, 提出了有效离心加速度设计位置应由试验研究目的和模型形状确定, 对地下构筑物模型应取其上土层厚度 1/2 位置。陈从新探讨了 3.5 m 臂长土工离心机边坡试验中离心力不均匀分布对安全系数的影响, 提出试验结果安全系数存在 10% 误差^[11]。杨俊杰等^[12]分析了模型剖面不规则时有效离心加速度的选取位置误差, 指出应根据研究对象与最大影响深度选取有效半径位置并给出计算方法。行业规程 (DL/T5102-2013) 规定试验宜取模型深 1/3 处计算有效离心加速度, 且模型高度与有效半径之比不超过 0.3^[13]。Huang 等^[9]基于 3.0 m 半径土工离心机展开了多组颗粒流试验, 证实了科氏效应可对离心试验颗粒运动形式产生明显影响。Tobita 等^[10]针对 1.5 m 半径土工离心机进行了考虑径向分布重力场的弧面与平面模型对比试验, 指出了径向辐射不均匀离心力场对试验结果具有重要影响, 应予重视和数值修正。综上, 以往研究与成果主要集中于有效半径选取位置与应力分布的误差关系和科氏效应、离心加速度不均匀分布对试验结果影响的验证方面, 而对于模型与原型应力差异特征、控制标准和设备、模型基本参数设计准则方面尚未有深入系统的研究与认识。

本文从土体作为一种特殊离散材料对应力敏感的根本性和土工离心试验的优越性基础出发, 围绕原型与模型应力相似差异和设备、模型参数设计准则展开深入研究。首先阐述土工离心试验环境特征和模型-

原型应力差异相关基本参数; 依次引入总体分布应力、附加侧向应力、耦合动应力 3 个新概念和基本定义, 对 3 种主要应力相似差异的分布特征、表征参数、控制标准和设计准则分别进行系统分析, 为降低基本系统误差和指导有效半径、模型高度、模型宽度、角速度等关键参数设计提供研究基础和参考依据。研究成果, 对提升中国土工离心试验技术水平和推动量化试验研究发展具有重要价值, 对精确化、规范化和标准化试验方法发展具有积极作用。

1 相似问题与基本参数

1.1 环境特征与相似问题

土工离心试验原理与离心荷载下应力分布如图 1 所示, 试验模型通过离心场补偿缩尺造成的应力损失^[2-13], 使模型空间各分布土单元尽可能均获得与原型相同的应力水平和分布, 以此为条件方可保障模型能够有效、准确、可靠地, 再现原型的变形特征与失效机制。然而, 因离心加速度场分布特点和产生机理不同于自然加速度场, 不可避免地导致模型应力特征与原型产生差异, 土工离心试验主要环境特征与导致的应力相似问题, 包含 3 方面。

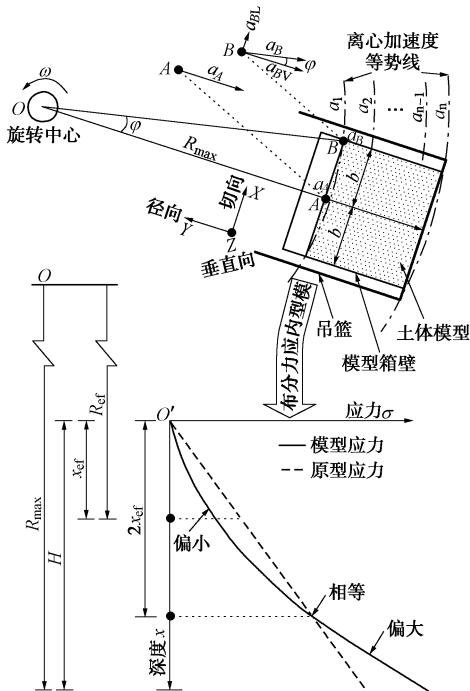


图 1 土工离心试验原理与应力分布差异

Fig. 1 Principle of geotechnical centrifuge modelling and stress distribution difference

(1) 离心加速度幅值与旋转半径成正比, 等势线为一族同心圆, 而自然加速度幅值由于地球半径巨大, 可视为均一等值场。离心荷载使模型沿深度的应力增长梯度随半径增大, 而实际原型沿深度应力增长梯度

为定值, 造成相似应力分布差异。

(2) 离心加速度方向背向旋转中心, 呈向外辐射发散力场, 实际自然加速度可视为平行力场。由于模型在任意平面上土单元离心加速度方向不同, 与原型相比, 使模型中心剖面外各土质点遭受额外的侧向水平荷载(如图 1 质点 B 离心加速度分量 a_{BL})。

(3) 离心加速度产生于旋转体系的离心力, 而自然加速度产生于质量间的万有引力。根据科氏效应原理, 当模型在图 1 中 x 和 y 方向上发生运动与变形时, 旋转角速度的存在将引起对应 y 和 x 方向的耦合运动与变形, 导致模型动应力状态、试验结果与实际原型的差异。

1.2 基本参数

为深入研究各类应力相似差异问题, 首先阐明和统一相关基本参数的概念与表达式。以高 H 、宽 $2b$ 半无限地基模型为分析对象, 参照 DL/T5102—2013 行规相关规定^[13], 定义最大半径指由旋转中心 O 至吊篮(或振动台)台面的距离 R_{max} ; 有效半径指旋转中心 O 至模型选取深度 x_{ef} 的距离 R_{ef} , 其值为 $R_{max} - H + x_{ef}$, 用于计算试验设定有效离心加速度 a_{ef} 。需要特别强调, R_{max} 是基本设备参数, 对于具体设备, 其具有唯一不变值; R_{ef} 是基本试验参数, 其大小随模型高度 H 和选取位置 a_{ef} 不同而改变, 非基本设备参数。但是, 目前仍有一些学者将有效半径 R_{ef} 混淆为设备基本性能参数。

根据前人研究^[5-13], 有效半径 R_{ef} 的选取位置与模型-原型之间应力分布相似程度重要相关, 为此, 分别建立模型和目标(原型)应力分布沿深度变化的表达式。假定土工离机转臂旋转设定角速度为 ω , 模型为密度 ρ 的单一均匀成层土, 离心加速度荷载在模型一半宽度 b 剖面任意深度 x 土单元处产生应力大小为

$$\sigma_m = \int_0^x \rho(R_{max} - H + x)\omega^2 dx = \rho\omega^2 \left(R_{max} - H + \frac{x}{2} \right) x. \quad (1)$$

与之对应, 原型深 $x_p = Nx$ 土单元处(N 为模型率)目标应力大小为

$$\sigma_p = \int_0^{x_p} \rho g dx = \rho g x_p = \rho(Ng)x = \rho R_{ef} \omega^2 x, \quad (2)$$

式中, g 为重力加速度。为比较模型应力分布与原型之间的相似差异大小, 由式(1)、(2)分别定义模型与原型之间对应深度的应力偏差 $\Delta\sigma$ 和应力误差 E_σ , 表达式如下:

$$\Delta\sigma = \sigma_m - \sigma_p = \rho\omega^2 \left(\frac{x}{2} - x_{ef} \right) x, \quad (3)$$

$$E_\sigma = \frac{\sigma_m - \sigma_p}{\sigma_p} = \frac{\frac{x}{2} - x_{ef}}{R_{ef}}. \quad (4)$$

式(3)、(4)表明的共同点是, 模型上部土单元深 $< 2x_{ef}$ 应力比原型偏小, 下部土单元深 $> 2x_{ef}$ 应力比原型偏大, 深 $2x_{ef}$ 处为模型与原型等应力点, 如图 1 所示。式(3)、(4)表明的不同特点是, 应力偏差与模型密度 ρ 、角速度 ω 和选取位置 x_{ef} 相关, 而应力误差仅与位置 x_{ef} 相关。另外, 上部偏差极限值位于模型深 x_{ef} 处, 而上部误差极限值靠近模型顶部。

2 总体分布应力

2.1 定义

理论而言, x_{ef} 的选取位置应使模型与原型之间应力分布差异对试验结果的影响最小。图 1 中模型与原型比较, 应力分布上部偏小、下部偏大, 根据土体强度理论和摩尔圆偏移特性^[1, 14], 将使模型上部土体(深 $< 2x_{ef}$)易于破坏, 下部土体(深 $> 2x_{ef}$)偏于安全, 从而导致土工离心试验结果中模型破坏特征、机理与实际产生一定失真。为评价模型与原型二者之间应力分布差异的大小, 本文定义总体分布应力指离心加速度幅值随半径变化, 引起模型应力沿深度的分布变化和大小与原型的差异总和。

按照上述定义, 总体分布应力的大小可采用应力偏差总和 S_σ 、应力误差总和 S_E 两种形式表述, 由式(3)、(4)推导得到:

$$S_\sigma = \int_0^H \Delta\sigma dx = \int_0^H \rho\omega^2 \left(\frac{x}{2} - x_{ef} \right) x dx = \rho\omega^2 H^2 \left(\frac{H}{6} - \frac{x_{ef}}{2} \right), \quad (5)$$

$$S_E = \int_0^H E_\sigma dx = \int_0^H \frac{\left(\frac{x}{2} - x_{ef} \right)}{R_{ef}} dx = \frac{H \left(\frac{H}{4} - x_{ef} \right)}{R_{ef}}. \quad (6)$$

式(5)、(6)表示的不同在于: 当总体分布应力大小以应力偏差方法表述时, 取 $x_{ef} = H/3$ 使 S_σ 绝对值最小为 0; 而当以应力误差方法表述时, 取 $x_{ef} = H/4$ 使 S_E 绝对值最小为 0。两种表述方法分别得出, 不同的 x_{ef} 最佳选取位置。为此, 必要对两种表述方法的优势进行对比。

与应力偏差比较, 应力误差方法在 4 方面较具优势: ①模型土体应力为其上各层土体自重应力累积之和, 而非其上各层土体所受应力累积之和, 但式(5)反映的是土体各层所受应力累积之和, 与土应力原理存在一定相悖。②应力偏差是绝对量, 且与密度 ρ 、角速度 ω 等参数相关, 而应力误差为相对量, 更易直接用于控制模型-原型应力分布差异和设计基本参数。③应力偏差方法取 $x_{ef} = H/3$ 时, 以图 2 为例($H = 1\text{ m}$, $\rho = 2.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $R_{max} = 4\text{ m}$, $a_{ef} = 100\text{ g}$), 虽偏差绝对值在上部小于下部(33, 100 kPa), 但对应误差绝对值上部却大于下部(10%, 5%), 其不符

合模型和原型应力上部小、下部大的分布特征。④图 2 中应力偏差沿深度呈非线性分布, 而应力误差沿深度呈简单线性分布, 同时取 $x_{\text{ef}} = H/4$ 时, 模型上、下应力误差极限绝对值相等, 可采用应力误差极限值控制模型应力差异分布。综上, 以应力误差方法表述与分析总体分布应力的大小更具科学性和实用性。

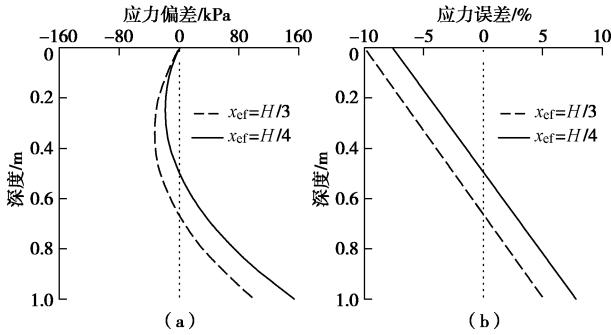


图 2 模型应力偏差和应力误差分布

Fig. 2 Stress deviation and error distribution of geotechnical centrifuge testing model

2.2 控制标准与设计准则

下面进一步研究总体分布应力的控制参数和设计准则, 由前面分析可知应力误差沿深度呈线性分布, 且取 $x_{\text{ef}} = H/4$ 时, 应力误差总和最小 $S_E = 0$, 因此, 只需讨论应力误差极限值的控制参数与变化规律即可。由式(4)和 $x_{\text{ef}} = H/4$ 可得, 模型中应力误差极限值 E_σ^{\lim} 的表达式并转换如下:

$$E_\sigma^{\lim} = \frac{\frac{H}{4}}{R_{\max} - H + \frac{H}{4}} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1 - \frac{3H}{4R_{\max}}} - 1 \right) \quad (7)$$

根据式(7)容易发现, 应力误差极限值仅由模型高度与最大半径之比决定, 并呈双曲线关系, 图 3 给出了应力误差极限值与模型高度 H : 最大半径 R_{\max} 之比的变化关系。由图 3 可知应力误差极限值在较大范围内变化, 且与 H/R_{\max} 正相关, 也说明了在试验中合理设计模型高度与最大半径比值, 对于控制模型总体分布应力差异具有可靠性和重要性。综合土工试验标准系统误差基本规定、岩土工程量测允许误差范围和土工离心试验特点及优势^[5, 14-15], 建议对一般模型试验宜控制 $E_\sigma^{\lim} \leq 10\%$, 对应 $H/R_{\max} \leq 0.3$; 对应力十分敏感土类或高精度模型试验宜控制 $E_\sigma^{\lim} \leq 5\%$, 对应 $H/R_{\max} \leq 0.15$, H/R_{\max} 的合理控制区间如图 3 中两部分填充面积所示。 $H/R_{\max} \leq 0.3$ 与行规^[13]中规定 $H/R_{\text{ef}} \leq 0.3$ 具有相似性, 但 $R_{\max} > R_{\text{ef}}$, 且 R_{ef} 为变化值不便于设计直接采用。当模拟超大型岩土结构物和巨厚地基时, 因最大半径有限, 将难以避免地出现 $H/R_{\max} > 0.3$, 此时应采用数值方法考虑总体分布应力

差异对试验结果进行校验和修正。而对于几何形状不规则和结构复杂的试验模型, 应根据土类性质、试验对象和研究目标, 专门研究确定有效半径选取位置、总体分布应力控制参数及是否需要数值方法校验。

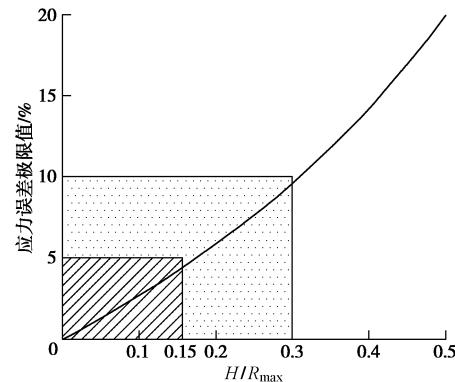


图 3 应力误差极限值与 H/R_{\max} 变化关系

Fig. 3 Limit value of stress error versus H/R_{\max}

3 附加侧向应力

前述土工离心试验环境特征分析可知, 模型中离心加速度场辐射分布导致模型中心剖面以外土质点, 遭受额外的侧向水平荷载。以图 1 中 A 、 B 两质点为例, 质点 A 处于中心剖面上, 其离心加速度方向与模型水平面垂直, 而质点 B 位于模型宽度 $2b$ 方向最远距离 b 处, 其离心加速度方向与质点 A 方向存在夹角 φ 。由几何关系知 $a_B = a_A / \cos \varphi$, 根据力学基本定律 a_B 又可等效分解为图 1 所示与模型垂直、水平 a_{BV} 和 a_{BL} 两个加速度分量, 其中 a_{BV} 与 a_A 方向相同、大小相等, 是目标荷载; 而 a_{BL} 与 a_A 方向垂直, 是多余荷载, 大小为

$$a_{BL} = b\omega^2 \quad (8)$$

由式(8)和图 1 可得出, 模型中心剖面外各土质点均受多余水平分量加速度作用, 其大小由中心剖面为 0 向两侧模型边界逐渐增大, 与至模型中心剖面的距离 w 成正比。这些水平分量加速度分布的作用下, 可使模型产生由中心剖面向两侧变形或运动的趋势甚至破坏, 使试验结果和自然界的原型产生差异。为深入认识和设计考虑这些多余水平分量加速度作用, 本文定义附加侧向应力指模型中离心加速度场辐射分布使模型产生多余的水平加速度分布, 由中心剖面向宽度两侧累积作用引起土体承受原型不具备的多余水平应力。根据附加侧向应力定义可知, 在模型宽度边界上产生的附加侧向应力最大, 其表达式为

$$\sigma_{L\max} = \int_0^b \rho w \omega^2 dw = \frac{1}{2} \rho b^2 \omega^2 \quad (9)$$

由式(9)可知, 附加侧向应力由模型宽度 b 和角

速度 ω 两参数决定。当宽度 b 较大时, 在模型表面土体总应力较小而附加侧向应力较大, 可直接使表面产生较大弧度变形, 甚至模型破坏。为建立附加侧向应力与设计参数之间的关系, 引入 $a_{\text{ef}} = R_{\text{ef}}\omega^2$, 使式(9)转化为

$$\sigma_{L\max} = \frac{1}{2}\rho \frac{b^2 a_{\text{ef}}}{R_{\text{ef}}} = \frac{1}{2}\rho \left(\frac{b^2}{R_{\text{ef}}} \right) a_{\text{ef}} \quad (10)$$

众所周知, 土工结构、边坡、地基等灾变机制多是先由局部土单元破坏进而发展为整体失稳或失效。因此, 可考虑限制 $\sigma_{L\max}$ 的大小控制附加侧向应力对试验结果的影响, 合理指导模型与设备参数设计。针对地震液化场地研究的常规离心试验模型, 综合土体强度破坏基本理论、参照土工试验标准和液化发生特征深度^[14, 16], 本文建议选取 100 kPa 作为 $\sigma_{L\max}$ 的控制标准, 结合式(10)可给出试验模型和设备设计参数之间的合理协调关系如图 4 所示。

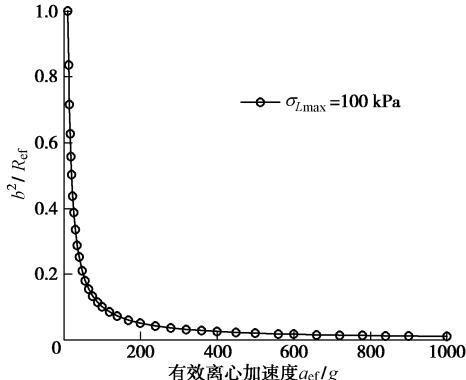


图 4 b^2/R_{ef} 与有效离心加速度协调关系

Fig. 4 Coordination relationship of b^2/R_{ef} and effective centrifugal acceleration

图 4 清晰表明了允许模型宽度平方与有效半径比值 b^2/R_{ef} 和有效离心加速度 a_{ef} 之间的双曲线关系, 随有效离心加速度提高, b^2/R_{ef} 快速下降, a_{ef} 为 100g, 500g 和 1000g 时, 对应的 b^2/R_{ef} 为 0.1, 0.02 和 0.01。图 4 结果说明: 有限的离心机旋转半径条件下, 当离心加速度指标提升时, 则要求允许模型设计宽度下降, 这与超大(巨)型土工离心机必然发展趋势下提高试验模型尺寸的要求发生一定背离。图 4 中曲线也说明了超大型土工离心机指标设计时, 旋转半径应和离心加速度一并适当提高, 以满足提升试验模拟能力的需求。

为便于工程应用, 进一步量化研究允许模型宽度、有效半径和离心加速度之间的关系, 图 5 给出了不同设计离心加速度指标 (100g, 250g, 500g 和 1000g) 下允许模型宽度与有效半径的变化关系。由图 5 中 4 条曲线容易发现, 允许模型宽度与有效半径之间呈递增形式, 而大小和增幅随离心加速度提高呈下降趋势。当 R_{ef} 为 10, 5 m, $a_{\text{ef}} = 100\text{g}$ 时, 对应允许宽度 $2b$ 分

别为 0.62, 0.44 m; 当 $a_{\text{ef}} = 500\text{g}$ 时, 对应允许宽度 $2b$ 分别为 0.88, 0.62 m。从边界效应和模拟尺度考虑, 模型宽度 $2b$ 越大越具优势, 但从以上数据能够看出, 附加侧向应力的允许宽度也应在宽度参数设计时给予充分考虑, 综合优化设计指标。图 5 以附加侧向应力 100 kPa 为控制标准, 给出了试验模型设计宽度允许值的分布变化, 可为设备、模型设计提供直接参考依据。

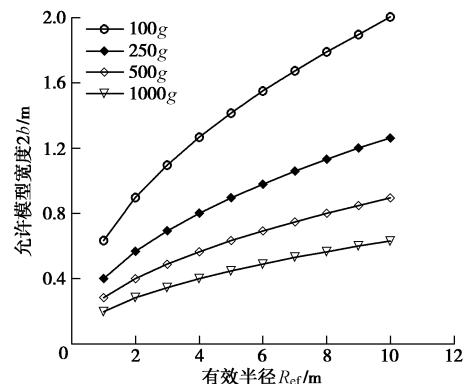


图 5 不同离心加速度下模型允许宽度与有效半径的变化关系
Fig. 5 Allowed limit of model width versus effective radius under various centrifugal accelerations

4 耦合动应力

由于模型处于旋转体系, 土工离心机振动台、爆炸等动力离心试验将不可避免地受科氏效应作用, 已有不少学者关于土工离心试验科氏加速度 a_k 的产生机制与特点做过相关论述, 并试验证明了其可对试验结果造成不容忽视的影响^[7, 9]。不同于以往学者研究, 本文将从应力和参数设计角度, 为科氏加速度的影响建立评价方法与设计准则。首先, 定义耦合动应力指土工离心试验模型在切或径向(图 1 中方向 x 或 y)发生运动与变形速率时, 旋转角速度引起对应径或切向产生耦合科氏加速度作用使土体承受额外的动态应力。

基于前人研究成果, 当试验模型在 x 向发生速率为 v_r 的运动时, 旋转体系 ω 与 v_r 垂直, 将相应在 y 向上耦合产生科氏加速度 $a_k = 2\omega v_r$ 。根据耦合动应力定义, 将模型高度分为 n 等分, 即 $\Delta H = H/n$, 自上而下各层土体在 x 水平方向加速度为 a_r^i 和速度为 v_r^i ($i=1, \dots, n$)。考虑地震动应力传播过程与求解公式十分复杂, 本文采用实测数据处理的简化方法计算土体的动应力^[17], 求得任意时刻 x 水平向剪应力和 y 垂直(模型)向耦合动应力计算公式, 分别为

$$\tau_i = \sum_{m=1}^i \rho a_r^m \Delta H = \rho \frac{iH}{n} \sum_{m=1}^i a_r^m \quad , \quad (11)$$

$$\sigma_k^i = \sum_{m=1}^i \rho a_k^m \Delta H = 2\rho\omega \frac{iH}{n} \sum_{m=1}^i v_r^m \quad . \quad (12)$$

从式(11)、(12)反映, τ_i 、 σ_k^i 分别为目标应力和额外应力, 二者差异大小主要由振动加速度 a_t^i 、速度 v_r^i 和角速度 ω 三个参数决定。基于量纲分析法^[6], 可借助目标应力 τ_i 和额外应力 σ_k^i 的比值进行耦合动应力对试验的影响评价, 二者比值为

$$r_k^i = \frac{\sigma_k^i}{\tau_i} = \frac{2\omega \sum_{m=1}^i v_r^m}{\sum_{m=1}^i a_t^m} \quad . \quad (13)$$

根据缩尺试验相似条件, 模型与原型要求同名物理参数之间具有唯一相似比, 而加速度 a_t^i 与速度 v_r^i 相互关联并在任意时刻上一一对应。因此, 为便于评价耦合动应力的影响, 式(13)应力比 r_k^i 可由模型最大峰值加速度和峰值速度简化求取。假定现场实测记录加速度、速度包络峰值分别为 a_p 和 v_p , 结合原型与模型加速度、速度相似率 N 和 1, r_k^i 可简化等效为比值 r_{p-m} :

$$r_{p-m} = \frac{2\omega v_p}{Na_p} = \frac{2\omega v_p g}{R_{ef} \omega^2 a_p} = \frac{2v_p g}{R_{ef} \omega a_p} \quad . \quad (14)$$

参考土动力学基本理论(一维与多维动力破坏特征)和一般振动台试验计量标准^[1-2, 7, 14], 建议选取 10% 作为 r_{p-m} 的控制标准。另外, 借鉴国内外大型离心振动台功能曲线统计和全球实测地震记录峰值分析^[2, 18], 本文取 $a_p = 1g$, $v_p = 1m/s$, 对 r_{p-m} 进行求解:

$$r_{p-m} = \frac{2v_p g}{R_{ef} \omega a_p} = \frac{2}{R_{ef} \omega} \leqslant 10\% \quad . \quad (15)$$

由式(15)可知, 简化的耦合动应力与目标应力比值 r_{p-m} 仅与有效半径 R_{ef} 和角速度 ω 相关, 二者之积 $R_{ef}\omega$ 越大, 耦合动应力对试验成果影响越小。为建立设计准则, 不等式(15)可转化等价为

$$(R_{ef}\omega)^2 = a_{ef} R_{ef} \geqslant 400 \quad . \quad (16)$$

由不等式(16)可给出考虑耦合动应力的临界 $a_{ef} - R_{ef}$ 曲线, 如图 6 所示。由图 6 知, 有效半径 R_{ef} 分别为 2, 4 和 10 m 时, 有效离心加速度 a_{ef} 对应大于 20g, 10g 和 4g 时, 即可忽略科氏效应引起耦合动应力的影响。然而, 行规^[13]要求试验有效离心加速度 $\geqslant 10g$, 因此, 相对振动控制和其它试验系统误差, 当 $R_{ef} \geqslant 4 m$ 时耦合动应力引起的误差可以忽略。同时, 图 6 也给出了以 20% 为额外应力与目标应力比控制标准时, 临界 $a_{ef} - R_{ef}$ 曲线。当试验模型在 Y 向发生运动时, 耦合动应力在 X 向为剪应力, 采用相同控制标准 10%, 可得一致分析结果。综上, 由于科氏加速度存在于土工离心振动台试验中, 合理设计模型、设备参

数将不会导致出现以往学者认为的难以分析多维运动耦合问题, 但这些结论是针对离心地震模型试验分析得出, 对于爆炸、冲击(刷)等离心试验, 可参考上述研究方法对模型和设备参数进行合理设计控制。

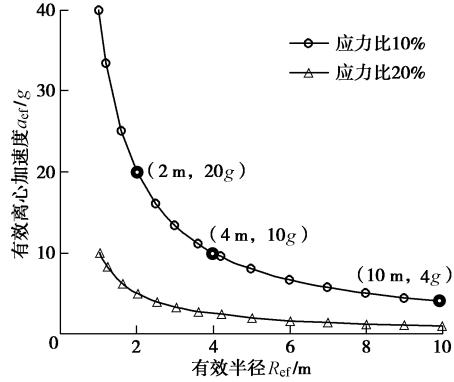


图 6 考虑耦合动应力的临界 $a_{ef} - R_{ef}$ 关系曲线

Fig. 6 Critical $a_{ef} - R_{ef}$ relation curves by considering coupling dynamic stress

5 结 论

模型与原型之间 1:1 相等应力条件及相似分布是保证土工离心试验结果准确性和可靠性的根本基础, 引入总体分布应力、附加侧向应力和耦合动应力 3 个基本概念和定义, 从理论方面对离心加速度幅值随半径变化、径向辐射分布形状和科氏加速度引起的模型与原型应力相似差异展开了深入研究, 包含分布特征、表征参数、控制标准和设计准则等, 为评价与控制试验系统固有误差提供研究方法和模型、设备参数设计建立基本准则, 对于推动土工离心试验手段及数值方法发展与量化研究具有重要意义。主要结论如下:

(1) 总体分布应力以应力偏差和误差两种表述方法相比, 应力误差更为科学和便于控制。根据应力误差方法, 取模型深 $H/4$ 为有效半径计算位置, 总体分布应力表征参数为模型高度 H 和最大半径 R_{max} , 常规试验模型建议取 $H/R_{max} \leqslant 0.3$, 对应极限应力误差 $E_\sigma^{lim} \leqslant 10\%$; 而对于高精度试验模型, 建议取 $H/R_{max} \leqslant 0.15$, 对应 $E_\sigma^{lim} \leqslant 5\%$ 。

(2) 附加侧向应力分布由模型中心剖面向两侧宽度逐渐增大, 是多于原型的附加静态应力, 其表征参数为模型宽度 b 、有效半径 R_{ef} 和有效离心加速度 a_{ef} 。提出以 100 kPa 为附加侧向应力控制标准, 建立了 b^2/R_{ef} 与 a_{ef} 的协调关系曲线, 给出了不同离心加速度、不同有效半径下模型的允许设计宽度。指出超大型土工离心机指标设计时, 旋转半径与离心加速度应一并提高。

(3)耦合动应力是由科氏效应引起垂直于目标方向之外的额外动态应力, 可采用目标与额外应力比评价科氏加速度的大小影响, 以有效半径 R_{ef} 和角速度 ω 为表征参数。取 10% 和 20% 为应力比控制标准, 给出了有效离心加速度和有效半径 $a_{\text{ef}} - R_{\text{ef}}$ 的临界关系曲线。当有效离心加速度 $a_{\text{ef}} \geq 10g$, 有效半径 $R_{\text{ef}} \geq 4 \text{ m}$ 时, 耦合动应力对试验的误差可以忽略。

致 谢: 2016 年全国第 27 届土工测试学术研讨会和亚洲第二届岩土工程物理模拟技术学术会上一些专家报告与讨论, 对本文撰写具有重要的启发和借鉴价值。特此, 向会议举办方河海大学、同济大学及有关报告专家和学者表示由衷感谢。

参考文献:

- [1] 汪闻韶. 土体液化与极限平衡和破坏的区别和关系[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(1): 1 - 10. (WANG Wen-shao. Distinction and interrelation between liquefaction, state of limit equilibrium and failure of soil mass[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27(1): 1 - 10. (in Chinese))
- [2] 王永志. 大型动力离心机设计理论与关键技术研究[D]. 哈尔滨: 中国地震局工程力学研究所, 2013. (WANG Yong-zhi. Study on design theory and key technology of large dynamic centrifuge[D]. Harbin: Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration, 2013. (in Chinese))
- [3] KHOSRAVI M, BOULANGER R W, WILSON D W, et al. Dynamic centrifuge tests of soft clay reinforced by soil-cement grids[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2016, 142(7): 1 - 13.
- [4] MASON H B, TROMBETTA N W, CHEN Z, et al. Seismic soil-foundation-structure interaction observed in geotechnical centrifuge experiments[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2013, 48: 162 - 174.
- [5] SCHOFIELD A N. Cambridge geotechnical centrifuge operation[J]. Géotechnique, 1980, 30(3): 227 - 268.
- [6] 朱维新. 土工离心模型试验研究状况[J]. 岩土工程学报, 1986, 8(2): 82 - 95. (ZHU Wei-xin. Centrifuge modelling for geotechnical engineering in the world[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1986, 8(2): 82 - 95. (in Chinese))
- [7] 杜延龄. 土工离心模型试验基本原理及若干基本模拟技术研究[J]. 水利学报, 1993(8): 19 - 28, 36. (DU Yan-ling. Fundamental principle and some modelling techniques of geotechnical centrifugal model test[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1993(8): 19 - 28, 36. (in Chinese))
- [8] BORES R G, ALMEIDA M M S, ALMEIDA M C F, et al. Centrifuge modelling of a buried pipeline below an embankment[J]. International Journal of Physical Modeling in Geotechnics, 2014, 14(4): 116 - 127.
- [9] HUANG C Y, STARK C P, CAPART H, et al. Coriolis effects in granular flow experiments on a geotechnical centrifuge[C]// The 2nd Asian Conference on Physical Modelling in Geotechnics. Shanghai, 2016: 117 - 123.
- [10] TOBITA T, ASHINO T, REN J, et al. Effect of the radial gravity field on dynamic response of saturated sloping grounds in centrifuge model testing[J], Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2016.
- [11] 陈丛新. 边坡稳定离心模型试验中离心力分布不均匀的影响[J]. 岩土力学, 1994, 15(4): 39 - 45. (CHEN Cong-xin. The influence of nonuniform distribution of centrifugal force in the centrifugal model test of slope stability[J]. Rock and Soil Mechanics, 1994, 15(4): 39 - 45. (in Chinese))
- [12] 杨俊杰, 刘 强, 柳 飞, 等. 离心模型试验中离心加速度取值误差探讨[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(2): 241 - 246. (YANG Jun-jie, LIU Qing, LIU Fei, et al. Discussion on error of centrifugal acceleration in centrifugal model tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(2): 241 - 246. (in Chinese))
- [13] DL/T 5102—2013 土工离心模型试验技术规程[S]. 2014. (DL/T 5102—2013 Specification for geotechnical centrifuge model test techniques[S]. 2014. (in Chinese))
- [14] GB/T50123 — 1999 土工试验方法标准 [S]. 1999. (GB/T50123—1999 Standard for soil test method[S]. 1999. (in Chinese))
- [15] GB 50026—2007 工程测量规范[S]. 2007. (GB 50026—2007 Code for engineering surveying[S]. 2007. (in Chinese))
- [16] BOULANGER R W, IDRISI I M. CPT-based liquefaction triggering procedure[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2016, 142(2): 1 - 11.
- [17] BRANDENBERG S J, WILSON D W, RASHID M M. Weighted residual numerical differentiation algorithm applied to experimental bending moment data[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2010, 136(6): 854 - 863.
- [18] CHIOU B S J, YONGS R R. An NGA model for the average horizontal component of peak ground motion and response spectra[J]. Earthquake Spectra, 2008, 24(1): 173 - 215.