

DOI: 10.11779/CJGE201810008

# 考虑率效应的岩石材料次加载面动态本构模型

周永强<sup>1</sup>, 盛谦<sup>1</sup>, 罗红星<sup>2</sup>, 冷先伦<sup>1</sup>, 付晓东<sup>1</sup>, 李娜娜<sup>3</sup>

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071; 2. 云南大永高速公路有限公司, 云南 大理 671000;  
3. 武汉科技大学城市学院, 湖北 武汉 430083)

**摘要:** 为反映岩石材料在循环荷载下的滞回圈特性及在动态荷载作用下的率效应, 首先基于次加载面理论, 建立了基于 Drucker-Prager 准则的次加载面应力路径模型; 其次, 在此基础上, 通过分析岩石材料率效应的体现, 分别在弹性模量上考虑了刚度的率效应和在 Drucker-Prager 准则上考虑了强度的率效应, 进而提出了考虑率效应的岩石材料次加载面动态本构模型; 通过自编程序, 实现了动态本构模型的植入, 并模拟了岩石材料在动态荷载下的力学响应。结果表明, 相对于 Drucker-Prager 准则, 应力路径模型能较好地描述玄武岩在循环荷载下体现的曼辛效应和棘轮效应, 同时揭示了玄武岩的发展形态; 利用动态模型对岩石材料的动态单轴加载和循环加载模拟, 发现加载的应变率越大, 岩石材料的弹性模量越大, 变形则越小, 正好反映了岩石材料在动态加载过程中所体现的率效应; 动态本构模型能同时反映岩石材料在地震荷载下的滞回圈特性和率效应, 正好说明了地震荷载不但具有等效循环荷载的形式, 还具有动态荷载的形式, 也说明了次加载面动态本构模型模拟岩石材料在地震荷载作用下的力学性质是可行的。

**关键词:** 次加载面; Drucker-Prager 准则; 率效应; 动态模型; 岩石材料

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2018)10-1818-09

**作者简介:** 周永强(1990-), 男, 助理研究员, 博士, 主要从事岩体动态本构及抗震方面的研究工作。E-mail: yqzhou@whrsm.ac.cn。

## Dynamic constitutive model for subloading surface of rock materials considering rate effect

ZHOU Yong-qiang<sup>1</sup>, SHENG Qian<sup>1</sup>, LUO Hong-xing<sup>2</sup>, LENG Xian-lun<sup>1</sup>, FU Xiao-dong<sup>1</sup>, LI Na-na<sup>3</sup>

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China; 2. Yunnan Dayong Expressway Co., Ltd., Dali 671000, China; 3. City College, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430083, China)

**Abstract:** In order to reflect the characteristics of the hysteresis loop under cyclic loading and the rate effect under dynamic loading of the rock materials, firstly, based on the theory of subloading surface, the stress-path model for the subloading surface considering Drucker-Prager criterion is proposed. Secondly, on this basis, the rate effect of rock materials is analyzed. The rate effect of stiffness is considered in the elastic modulus and the rate effect of strength is taken into account in the Drucker-Prager criterion, and then the dynamic constitutive model for subloading surface of rock materials is established. Finally, through the self-programming, the dynamic constitutive model for the sub-loading surface of the rock materials is implanted, and the mechanical response of the rock materials under dynamic loads is simulated. The results show that the stress path model, compared with the Drucker-Prager criterion, can describe the Massing effect and the ratchet effect of basalt under cyclic loading, and reveal the developmental pattern of basalt. Through the simulation of dynamic uniaxial loading and cyclic loading by using the dynamic model, it is found that the larger the strain rate is, the larger the elastic modulus is and the smaller the strain is, which is in accordance with the mechanical properties of the rock during dynamic loading. Under the seismic load, the stress-strain curve of the rock also exhibits the hysteresis loop and rate effect. The seismic load has the equivalent cyclic load and the form of dynamic load, and the dynamic constitutive model for subloading surface is feasible to simulate the mechanical properties of the rock materials under seismic loads.

**Key words:** subloading surface; Drucker-Prager criterion; rate effect; dynamic model; rock material

**基金项目:** 国家重点基础研究发展计划(“973”计划)项目(2015CB057905); 云南联合基金重点项目(U1402231); 国家自然科学基金项目(51679232)

**收稿日期:** 2017-07-20



## 0 引言

受强地震作用, 岩体工程可能会产生破坏, 影响着生产生活甚至是威胁到生命安全, 因此有必要研究岩体工程在地震作用下的稳定性, 而其研究基础就是能综合反映岩石在地震作用下的力学性质的动态本构关系。地震作用是很复杂的, 但是通常情况下可以把地震荷载等效成循环荷载, 而循环荷载往往属于动荷载, 因此地震荷载不但具有循环荷载的特点, 还具备了动荷载所包含的一般性质。

与静载不同, 在动荷载作用下岩石材料的强度与加载速率/应变率关系密切, 即岩石材料强度具有明显的率相关性<sup>[1-2]</sup>。梁昌玉等<sup>[3]</sup>通过对大量岩石试验的统计认为与地震荷载对应的应变率范围为  $10^{-4}/s$  和  $10^{-2}/s$  之间, 属于中低应变率。国内外学者已对岩石在中低应变率的动态荷载下的力学性质进行了大量的研究, 包括动态单轴压缩试验<sup>[4]</sup>、动态三轴压缩试验<sup>[5]</sup>和动态拉伸试验<sup>[6]</sup>等, 得到了许多有益的结论。另外, 岩石材料在循环荷载下的力学特性主要表现在两个方面, 一方面是变形特性, 表现为卸载曲线与加载曲线不相重合, 形成一封闭的塑性滞回环, 即曼辛效应, 同时也产生了棘轮效应: 随着循环数的增加, 滞回环向应变增大的方向移动, 且越来越密集, 岩石的不可逆塑性变形随动应变增加而小幅度增大。另一方面为强度特性, 岩石预先存在的微裂纹会扩张, 同时新的微裂纹产生, 这些微裂纹的出现和扩展称为损伤, 岩石在循环荷载作用下则产生累积损伤, 弱化岩石材料强度<sup>[7]</sup>。地震的强震持时一般为 20 s 左右, 属于低周荷载, 葛修润等<sup>[8]</sup>认为岩石的损伤在低周荷载作用下存在应力阈值, 这阈值往往与岩石的抗压强度近似, 根据经典弹塑性理论, 应力状态到达抗压强度之后即进入屈服, 因此该阶段则涉及了损伤和塑性的耦合, 为简化处理, 本文不考虑损伤效应。

岩石的本构模型是其强度和变形等指标的综合描述, 是内部裂纹的宏观表现, 因此岩石的动态本构模型应是率效应、曼辛效应和棘轮效应的综合反映介质。目前基于动荷载下的率效应的岩石动态模型, 国内外学者提出了许多既有理论依据又有工程使用价值的模型, 主要为经验和半经验模型及力学模型。基于试验数据, 结合经典的静力强度准则, 考虑应变率, 建立相应的动态本构关系, 即经验和半经验模型, 如钱七虎等<sup>[9]</sup>提出了考虑应变率效应的莫尔-库伦准则, 宫凤强等<sup>[1]</sup>给出了动态 Mohr-Coulomb 准则和动态 Hoek-Brown 准则的具体表达形式; 力学模型是基于岩石的动力特性, 通过基本力学元件按照一定的组合

方式而实现的, 过应力模型则是典型代表<sup>[10]</sup>, 此外还有黏塑性模型<sup>[11]</sup>。上述模型虽可以较好地反映岩石的应变率效应, 但却不能模拟岩石在循环荷载下的滞回圈及变形累积现象。

对于曼辛效应和棘轮效应的体现, 次加载面理论具有很好的优势: 满足循环塑性模型满足的连续性和光滑性等力学特性, K. Hashiguchi<sup>[12]</sup>把次加载面来模拟金属材料在循环荷载下的变形。孔亮等<sup>[13]</sup>则首次建立了基于广义塑性力学的土体次加载面循环塑性模型, 其后学者则把次加载面应力路径模型运用到了混凝土<sup>[14]</sup>以及软岩中<sup>[15]</sup>, 都取得了很好的结果。次加载面理论中应力点一直都在与常规屈服面保持几何相似的次加载面的假设就说明了该理论能较好地反映岩石在低于抗压强度时就能产生塑性变形的这一现象, 因此把次加载理论运用到描述岩石在循环加载条件下的力学性质是一个不错的尝试。由于次加载面理论也同样没有考虑率效应, 因此本文的思路是首先结合 Drucker-Prager 屈服准则和次加载面理论, 建立适用于岩石在循环荷载下的次加载面应力路径模型, 其次, 在此基础上考虑率效应, 初步提出能应用于地震作用下的考虑率效应的岩石材料动态本构模型, 最后验证该模型的适用性。

## 1 基于 Drucker-Prager 准则的岩石次加载面应力路径模型

### 1.1 次加载面的基本思路

次加载面模型的基本思路是假设在正常屈服面 (常规模型的屈服面) 的内部存在一个与之保持几何相似的次加载面, 当前应力点始终位于该加载面上, 因此加载准则不需要判断应力点是否位于屈服面上。

如图 1 所示, 可以得出如下的几何相似关系:

$$\bar{\sigma} = \sigma - \bar{\alpha} = R\hat{\sigma}_y = R(\sigma_y - \alpha) \quad , \quad (1)$$

$$\hat{s} = s - \alpha = \frac{\bar{s}}{R} = \frac{s - \bar{\alpha}}{R} \quad , \quad (2)$$

$$\bar{\sigma} = \sigma - s = R\bar{\sigma}_y = R(\sigma_y - s) \quad , \quad (3)$$

式中,  $s$  是相似中心,  $\alpha$  为正常屈服面的几何中心,  $\bar{\alpha}$  为次加载面的几何中心。当  $R=0$  时,  $\sigma = s = \bar{\alpha}$ , 表示次加载面与相似中心面重合, 即次加载面收缩为一个点; 当  $R=1$  时,  $\sigma = \sigma_y$ , 即为传统的弹塑性模型, 因此传统的弹塑性模型为次加载面模型的一个特例。

综合次加载面理论的性质和基本假设, 根据一致性条件, 可以得出弹塑性矩阵的表达式为<sup>[16]</sup>

$$D^{el} = D^{el} - \left( \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}} \right)^T D^{el} D^{el} \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}} \bigg/ \left\{ \left( \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}} \right)^T D^{el} \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}} + \left( \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}} \right)^T \cdot \right.$$

$$\left[ \frac{dF}{F d\varepsilon^p} \hat{\sigma} + \frac{dx}{d\varepsilon^p} + U \frac{\tilde{\sigma}}{R} + C(1-R) \left( \frac{\bar{\sigma}}{R} - \frac{\hat{s}}{x} \right) \right] \quad (4)$$

文献[16]对弹塑性矩阵表达式(4)的推导中涉及到一些参量,说明如下: $\chi$ 为相似中心比 $R_s$ 的最大值, $C$ , $a$ , $u$ , $r$ 为材料参数, $s$ 为相似中心、 $R$ 为相似比, $f$ 为屈服函数, $F$ 为硬化参数 $H$ 的函数,详见1.2节。该模型不同于理想屈服面模型,因为其包含了混合硬化,即等向硬化参数 $H$ , $R$ 和随动硬化参数 $\alpha$ , $\alpha$ 的表达式详见文献[16]。

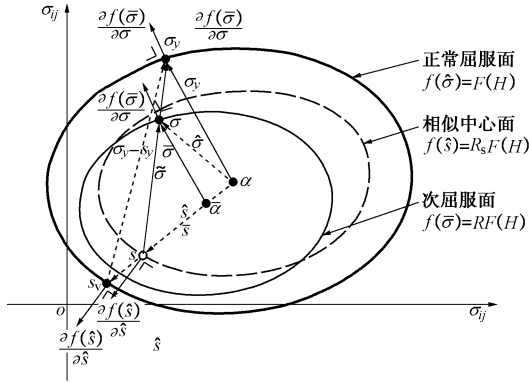


图1 次加载面示意图

Fig. 1 Schematic of subloading surface

## 1.2 基于Drucker-Prager准则的岩石次加载面应力路径模型

基于Drucker-Prager准则的岩石次加载面应力路径模型即是Drucker-Prager准则作为类似于传统弹塑性中的屈服函数和势函数,而在次加载面理论模型中则是正常屈服面函数。Drucker-Prager准则的具体表达式为

$$f(\sigma) = A I_1 + \sqrt{J_2} = F(H) = k(H) \quad (5)$$

式中, $A$ 和 $k$ 为材料参数, $I_1$ 和 $J_2$ 则分别是应力的第一不变量和偏应力第二不变量, $k(H)$ 的表达式参考文献[17]。则正常屈服面为

$$f(\sigma_y) = A I_{y1} + \sqrt{J_{y2}} = F(H) = k(H) \quad (6)$$

$\sigma_y$ 是位于次加载面上当前应力 $\sigma$ 在正常屈服面上的对偶应力,由于次加载面与正常屈服面保持几何相似的,因此次加载面应力路径模型为

$$f(\bar{\sigma}) = A \bar{I}_1 + \sqrt{\bar{J}_2} = R F(H) = R k(H) \quad (7)$$

把式(7)代入式(4),即可求解出基于Drucker-Prager准则的次加载面应力路径模型的弹塑性模量。

相似比 $R$ 可以根据 $R = f(\bar{\sigma})/F(H)$ 求解,然而 $\bar{\sigma} = \tilde{\sigma} + R \hat{s}$ 包含了 $R$ ,因此须联合求解,即

$$\begin{aligned} f(\bar{\sigma}) &= f(\tilde{\sigma} + R \hat{s}) = A \text{tr}(\tilde{\sigma} + R \hat{s}) + \sqrt{1/2} \|\tilde{\sigma}' + R \hat{s}'\| \\ &= R F(H) \end{aligned} \quad (8)$$

变换式(8),可得相似比 $R$ 为

$$R = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac'}}{2a} \quad (9)$$

其中,

$$a = F(H)^2 - 6F(H)A\tilde{\sigma}_m + 9A^2\tilde{\sigma}_m^2 - 1/2\|\hat{s}'\|^2 \quad (10)$$

$$b = -6F(H)A\tilde{\sigma}_m + 18A^2\tilde{\sigma}_m\hat{s}_m - (\tilde{\sigma}' \otimes \hat{s}') \quad (11)$$

$$c' = 9A^2\tilde{\sigma}_m^2 - 1/2\|\tilde{\sigma}'\|^2 \quad (12)$$

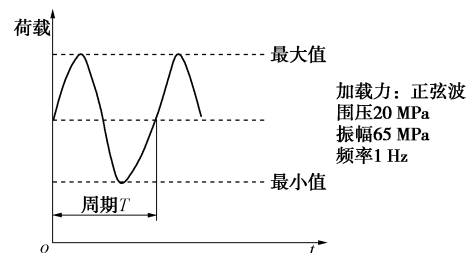
基于此,通过自编程序,可以实现次加载面应力路径模型的植入<sup>[16]</sup>。

## 1.3 验证

基于Drucker-Prager准则的次加载面应力路径模型的参数有 $E$ , $\nu$ , $c$ , $\varphi$ , $H$ , $a$ , $r$ , $u$ , $C$ 和 $\chi$ 等10个参数,其中前4个是根据静力单轴试验即可确定( $E$ 是弹性模量, $\nu$ 为泊松比, $c$ 是黏聚力, $\varphi$ 为内摩擦角), $H$ , $a$ 和 $r$ 为硬化参数( $H$ 为等向硬化参数, $a$ 和 $r$ 为随动硬化参数,本文设定 $a=r=0$ ,实际的参数为8个),可以根据应力应变曲线求得,后面3个参数 $u$ , $C$ 和 $\chi$ 是次加载面应力路径模型所特有的参数, $u$ 是控制应力点向正常屈服状态靠近的速率的参数,由中等变形速率的应力-应变曲线的斜率初步确定。 $C$ 的大小则影响滞回圈的宽度。 $\chi$ 则是最大相似中心面与正常屈服面的比值,其值不超过1。由于 $u$ 和 $C$ 之间存在交叉,这两个参数目前只能按试错法进行确定,需依据加载、卸载一再加载应力路径的单轴\三轴试验结果对其进行不断的调整,直到较好地拟合应力-应变曲线为止<sup>[13]</sup>。

### (1) 循环加载卸载

采用圆柱形玄武岩试样,直径是48.58 mm,高度是99.92 mm,在中国科学院武汉岩土力学研究所自行研制的RDT-10000型岩石高压动三轴试验系统进行动态压缩试验。围压为20 MPa,加载波形为正弦波,幅值为65 MPa,频率为1 Hz,加载路径如图2所示。利用该模型及传统的Drucker-Prager屈服准则分别对其进行模拟,并与试验数据进行对比。玄武岩参数如表1所示,次加载面模拟结果与玄武岩试验数据的对比如图2所示。



(a) 加载应力路径示意图

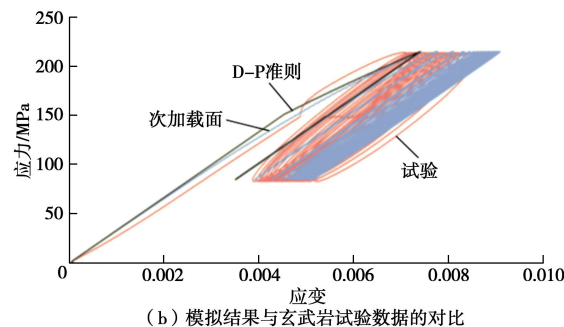


图 2 次加载应力路径模型模拟玄武岩在循环荷载的响应  
Fig. 2 Response of basalt under cyclic loading simulated by subloading stress path model

表 1 玄武岩参数表

Table 1 Parameters of basalt							
$E/\text{Pa}$	$\nu$	$c/\text{Pa}$	$\varphi/(^\circ)$	$H$	$u$	$C$	$\chi$
$3.2 \times 10^{10}$	0.2	$6.4 \times 10^6$	50	1	$8 \times 10^2$	$1 \times 10^2$	0.7

从图 2 可以看出, 该模型基本上能反映玄武岩在循环加卸载下的响应。相对于 Drucker-Prager 准则, 应力路径模型能模拟滞回圈, 也能反映累计应变, 同时揭示了玄武岩的发展形态。由于该模型没有考虑率效应, 表现出应力应变曲线的斜率没有试验曲线大, 且累计应变也比试验曲线大, 此外该模型在滞回圈大小方面模拟不是很好, 但是在累积应变方面能较好地反映。

(2) 动态单轴加载

从上述可知该应力路径模型能模拟岩石的循环加卸载过程, 为验证其也能模拟动态加载过程, 同样采用了上述的岩石尺寸, 对其进行单轴动态加载模拟, 在 2 s 时间内加载到 12 MPa。分别采用线弹性模型、Drucker-Prager 屈服准则和上述应力路径模型, 参数为如表 2 所示 (线弹性模型、Drucker-Prager 屈服准则和该模型的常规参数一致), 得出如下的应力应变曲线、应变随时间的变化曲线见图 3, 4。

表 2 参数表

Table 2 Parameters of materials							
$E/\text{Pa}$	$\nu$	$c/\text{Pa}$	$\varphi/(^\circ)$	$H$	$u$	$C$	$\chi$
$1.2 \times 10^{10}$	0.2	$4 \times 10^6$	30	0	$3 \times 10^8$	$1 \times 10^3$	0.7

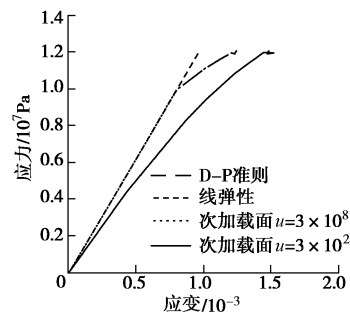


图 3 应力应变曲线

Fig. 3 Stress-strain curves

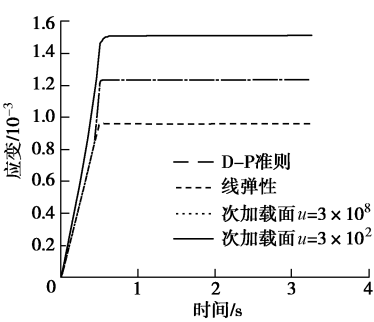


图 4 应变随时间的变化曲线  
Fig. 4 Strain versus time

从图 3 可知, 当荷载加载到 10 MPa 之前, 对于 Drucker-Prager 准则, 岩石只产生弹性变形, 超过 10 MPa 之后, 岩石进入塑性阶段, 不可恢复变形在逐渐增加。采用次加载面应力路径模型模拟岩石动态加载过程时, 当参数  $u=3 \times 10^8$  时, 该模型得出的应力路径与 Drucker-Prager 准则得出的结果基本一致, 即再次说明传统的屈服准则是次加载面应力路径模型的一个特例, 次加载面应力路径模型是经典弹塑性模型的扩展。当参数  $u=3 \times 10^2$  时, 次加载面应力路径模型模拟出的应力应变关系曲线在弹性和塑性阶段没有明显的区分, 且是平滑过渡, 相对于 Drucker-Prager 准则, 该模型的变形比较大, 其原因是由于次加载面理论的最基本假设: 应力点一直位于次加载面上。因此, 次加载面应力路径模型同样能模拟动态加载过程。

2 考虑率效应的次加载面动态模型

2.1 率效应的体现与计算

课题组已完成的研究成果表明: 白鹤滩玄武岩的弹性模量和抗压强度随应变率增加而增加, 动态弹性模量和抗压强度较静态的提高了 10%~30%<sup>[5]</sup>。因此岩石的率效应不仅表现在强度上, 也体现在弹性模量上。

(1) 动态强度

对于强度, 赵坚等<sup>[18]</sup>认为岩石强度的率效应主要体现在黏聚力上, 而与内摩擦角无关, 此外戚承志等<sup>[19]</sup>对岩石等脆性材料动力强度依赖应变率的物理机制进行了探讨, 提出在小应变率的范围内, 岩石强度 - 应变率依赖性受热活化机制控制, 随着应变率的增加, 岩石的宏观黏性阻尼机制出现, 并逐渐占据主导地位, 因此也佐证了岩石黏聚力的增加是岩石在中高应变率下率效应的主要原因。然而在地震动等中等应变率作用下的复杂围岩, 其强度和应变率的关系尚未形成统一的公式。由于混凝土与岩石材料性质相似, 都属于脆性材料, 且混凝土在动态荷载作用下率效应的研究成果比较成熟, 因此可以借鉴混凝土。1988 年欧洲混

凝土协会给出了混凝土抗压强度随中低加载速率变化的经验公式:

$$\frac{f_d}{f_s} = \left( \frac{\dot{\varepsilon}_d}{\dot{\varepsilon}_s} \right)^{\gamma} = \left( \frac{\dot{\varepsilon}_d}{\dot{\varepsilon}_s} \right)^{(5+3f_u/4)^{-1}}, \quad (13)$$

式中,  $f_d$  为动态抗压强度,  $f_s$  为静态抗压强度,  $\dot{\varepsilon}_d$  和  $\dot{\varepsilon}_s$  为动态应变率和静态应变率,  $f_u$  为立方体静态抗压强度。宋玉普根据多个文献的研究成果, 指出混凝土的抗压强度和弹性模量平均值与应变率的对数基本成线性关系, 并得出如下的公式<sup>[20]</sup>:

$$\frac{f_d}{f_s} = 1.0 + \beta \lg \frac{\dot{\varepsilon}_d}{\dot{\varepsilon}_s}, \quad (14)$$

式中,  $\beta$  为系数。当  $\beta$  取得比较合适时, 式(13)、(14)基本等效。岩石的黏聚力与抗压强度的关系为

$$c = \frac{f}{2} \frac{1 - \sin \varphi}{\cos \varphi}, \quad (15)$$

由上述所知,  $\varphi$  与应变率无关, 因此综合式(14)、(15)可知黏聚力与应变率的关系为

$$\frac{c_d}{c_s} = 1.0 + \beta \lg \frac{\dot{\varepsilon}_d}{\dot{\varepsilon}_s}, \quad (16)$$

式中,  $c_d$  和  $c_s$  分别为动态黏聚力和静态黏聚力。

## (2) 动态弹模

对于弹性模量的率效应计算方法, 欧洲混凝土协会在总结多数试验成果的基础上, 给出了不同应变率下弹性模量的强化系数, 即

$$K_E = E_d / E_s = \left( \frac{\dot{\varepsilon}_d}{\dot{\varepsilon}_s} \right)^{0.026}, \quad (17)$$

则动态弹性模量为

$$E_d = E_s \left( \frac{\dot{\varepsilon}_d}{\dot{\varepsilon}_s} \right)^{0.026}, \quad (18)$$

其中,  $E_d$  和  $E_s$  分别为动态弹性模量和静态弹性模量,  $\dot{\varepsilon}_s$  取为  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$ 。

## 2.2 反映率效应的岩石屈服准则

为考虑应变率效应, 目前学者主要是通过对一些已有的岩石类材料的准静态屈服准则进行修正来描述材料的动态力学特性, 从而建立相应的动态本构关系。通常在准静态屈服准则中考虑应变率效应有两种方法, 一种方法是把应变率考虑在应力-应变关系中, 另一种则是把应变率考虑在屈服函数中。

### (1) 把应变率考虑在应力-应变关系中

a) 在动态荷载条件下, 材料内部产生的应力是由准静态应力  $\sigma_s$  和过应力  $\sigma_d$  两部分组成, 过应力  $\sigma_d$  则反映了应变率效应, 即为<sup>[10]</sup>

$$\sigma = \sigma_s(\varepsilon) + \sigma_d(\varepsilon, \dot{\varepsilon}), \quad (19)$$

$$\sigma_d = q \varepsilon^n (\dot{\varepsilon})^p, \quad (20)$$

其中,  $n$  为描述应力应变曲线的形状,  $p$  为确定过应力的大小,  $q$  为影响系数。李夕兵等<sup>[21]</sup>采用组合模型研究方法, 将统计损伤模型和黏弹性模型相结合, 分别建立中应变率下岩石在一维和三维的动静组合加载本构模型。

b) 通常引入一个强化因子  $R$  来表征应变率效应的影响, 即可表示为

$$\sigma = \sigma_s(\varepsilon) R(\dot{\varepsilon}). \quad (21)$$

此式可认为材料准静态下应力应变关系已经包含了在不同应变率下的应力应变关系的主要特征。常用的模型有 Johnson-Cook 模型<sup>[22]</sup>等。

### (2) 把应变率考虑在屈服函数中

屈服函数能反映材料的强度特性, 因此有的学者直接在屈服准则中考虑材料的应变率。钱七虎院士在 Mohr-Coulomb 屈服准则中考虑了强度-应变率效应得到了复杂应力状态的岩石材料的动态屈服准则<sup>[9]</sup>; 宫凤强等<sup>[1, 23]</sup>则在 Mohr-Coulomb 准则和 Hoek-Brown 准则中考虑了率效应。

基于上述研究成果, 可知目前的研究基本上都是直接在应力应变关系或静态屈服准则中考虑应变率, 因此本文直接在 Drucker-Prager 准则基础上, 添加应变率(作为状态变量), 结合次加载面理论, 从而建立能同时反映应变率效应、曼辛效应和棘轮效应的岩石动态本构模型, 其正常屈服面的表达式为

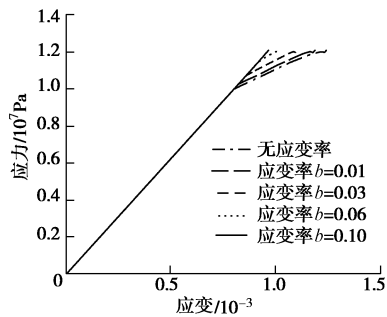
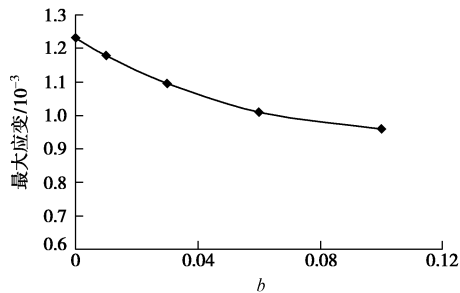
$$f = (J_2)^{1/2} + A I_1 - k(\dot{\varepsilon}) = 0, \quad (22)$$

$$k(\dot{\varepsilon}) = k * \left( 1 + \beta \lg \frac{\dot{\varepsilon}_d}{\dot{\varepsilon}_s} \right). \quad (23)$$

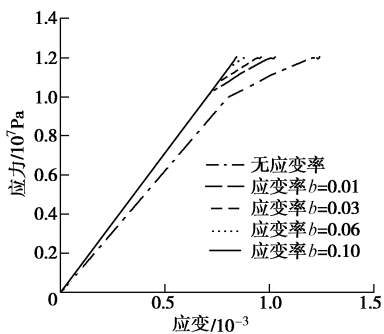
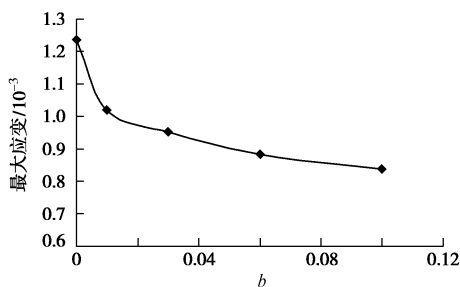
## 2.3 验证

### (1) 动态单轴加载

为验证该模型在强度和弹模上体现出的率效应, 本文对一个  $100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$  的立方体岩石, 采用单轴加载方式, 荷载为  $12 \text{ MPa}$ 。模型参数为表 2 所示。本文设置了 3 种工况: ①考虑应变率对强度的影响, 不考虑对弹模的影响; ②同时考虑应变率对强度和弹模的影响; ③不同应变率对岩石的影响。工况 1: 该工况分析了应变率对黏聚力  $c$  的影响, 暂没有考虑对弹模的作用。对于式(23)中的  $\beta$  (此处为  $b$ ) 参数, 分别设置为 0, 0.01, 0.03, 0.06, 0.1 等 5 种情况, 结果如图 5, 6。随着  $b$  值的增加, 岩石的黏聚力随应变率的增长就越大, 其变形也就越小, 岩石的变形趋于一个稳定值, 当  $b=0.1$  时, 即基本上只产生弹性变形, 而此时弹性模量保持不变, 说明了该动态模型较好地反映了对强度的率效应。

图 5 工况 1 应力应变随  $b$  的变化图Fig. 5 Change of stress-strain curves with  $b$  (condition one)图 6 工况 1 最大应变随  $b$  的变化图Fig. 6 Condition one: maximum strain with the change of  $b$ 

工况 2: 在应变率效应的作用下, 岩石的弹性模量得到增加, 变形量则越来越小, 同工况 1 类似, 随着  $b$  值的增加, 岩石的黏聚力随应变率的增长就越大, 其变形也就越小, 最后趋于一个定值, 当  $b=0.1$  时, 岩石基本不产生塑性变形, 与此同时, 弹性模量也随  $b$  值在增加, 最后也趋于一个常数, 说明了该动态模型能同时反映了对强度和弹性模量的率效应 (图 7, 8)。

图 7 工况 2 应力应变随  $b$  的变化图Fig. 7 Change of stress-strain curves with  $b$  (condition two)图 8 工况 2 最大应变随  $b$  的变化图Fig. 8 Change of maximum strain with  $b$  (condition two)

工况 3: 该工况设置了  $2 \times 10^{-4}/s$ ,  $2 \times 10^{-3}/s$  和  $2 \times 10^{-2}/s$  3 种情况, 得到了图 9 所示的不同应变率下的应力应变图, 从图中可知, 相对于次加载面应力路径模型, 动态模型得出的弹性模量随应变率的增加而增加, 变形量则随应变率的增加而相应地减少, 同时加载的应变率越大, 岩石的弹性模量越大, 变形则越小, 正好符合岩石在动态加载过程中所体现的力学性质。

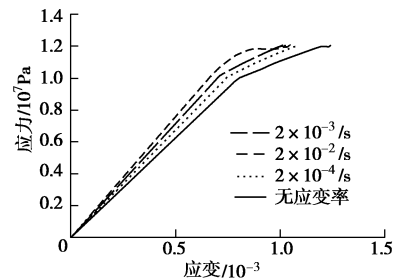


图 9 工况 3 不同应变率下岩石的应力应变图

Fig. 9 Stress-strain curves under different strain rates (condition three)

## (2) 循环加卸载

采用第(1)条动态单轴加载的例子, 其参数一样,  $\beta$  为 0.1, 加载路径如图 10, 得到了如图 11 的应力应变曲线。从图中可以看出, 在循环加卸载过程中, 由于率效应作用, 动态模型得出的岩石模量上比次加载面应力路径模型模拟的要大, 同时变形量也较次加载面应力路径模型要小, 因此该模型不但能模拟岩石在循环加卸载下表现的曼辛效应和棘轮效应, 还能同时反映率效应。

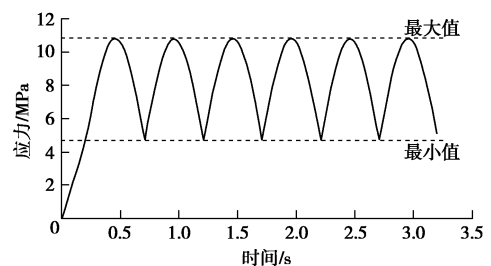


图 10 加载应力路径

Fig. 10 Curves of loading stress path

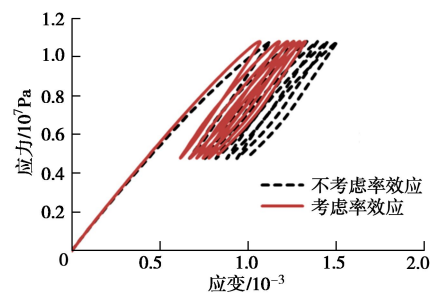


图 11 岩石的应力应变图

Fig. 11 Stress-strain curves of rock



### (3) 地震荷载

同样采用第(1)条动态单轴加载的例子,其参数一样( $\beta$ 为0.1),加载路径如图12,设置了如下4种工况,得到了如图13~15所示的结果。①不考虑应变率,②仅考虑应变率对弹模的影响,③仅考虑应变率对强度的影响,④同时考虑应变率对强度和弹模的影响。

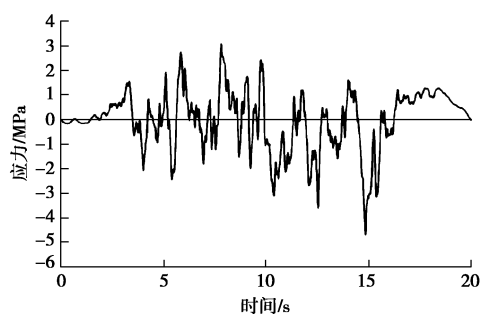


图12 加载应力路径

Fig. 12 Curves of loading stress path

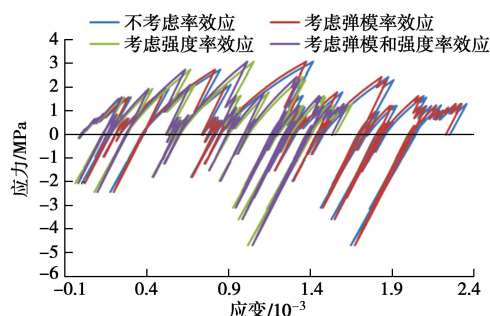


图13 地震荷载下岩石的应力应变图

Fig. 13 Stress-strain curves of rock under seismic loads

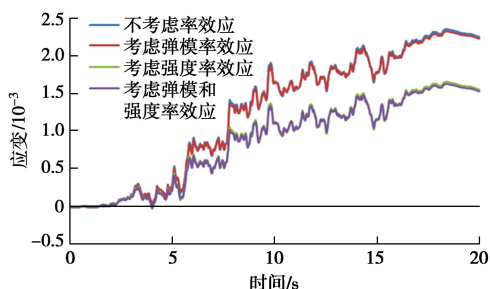


图14 地震荷载下应变随时间的变化过程

Fig. 14 Variation of strain with time of rock under seismic loads

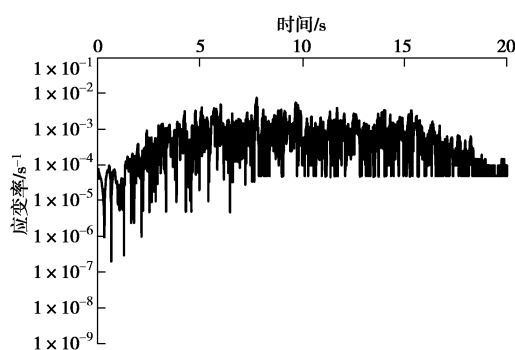


图15 地震荷载的应变率随时间的变化过程

Fig. 15 Variation of strain rate of seismic load with time

从图13中可以看出,在地震荷载下,岩石的应力应变曲线表现了曼辛效应和棘轮效应,说明由循环荷载来等效地震荷载是合理的,也说明了本文的次加载面应力路径模型模拟岩石材料在地震荷载作用下的力学性质是可行的。图15说明地震荷载的应变率基本在  $10^{-4}/s$  和  $10^{-2}/s$  之间,验证了上述的结论。由于率效应作用,工况2、3和4比工况1的应变都要小,但工况2和1的应变接近,工况3和4的应变也基本相同,如图14所示,说明应变率对弹模的影响小于对强度的影响,因此该本构模型同样能模拟岩石在地震荷载下表现的曼辛效应、棘轮效应和率效应。

## 3 结 论

本文主要介绍了在基于 Drucker-Prager 准则的次加载面应力路径模型的基础上考虑了率效应,建立了能反映滞回圈特性和率效应的岩石材料动态本构模型,并得到了如下结论:

(1) 通过对动态单轴加载的模拟,当参数  $u=3 \times 10^8$  时,利用次加载面应力路径模型得出的应力路径与 Drucker-Prager 准则得出的结果基本一致,说明传统的屈服准则是次加载面应力路径模型的一个特例,次加载面应力路径模型是经典弹塑性模型的扩展。

(2) 相对于 Drucker-Prager 准则,次加载面应力路径模型能较好地描述玄武岩在循环荷载下体现的曼辛效应和棘轮效应,同时也能揭示玄武岩的发展形态。由于没有考虑率效应,玄武岩表现出应力应变曲线的斜率没有试验曲线大,且累计应变也比试验曲线大。

(3) 利用动态本构模型对岩石动态单轴加载进行模拟,发现加载的应变率越大,岩石的弹性模量越大,变形则越小,正好符合岩石在动态加载过程中所体现的力学性质;在循环加卸载过程中,动态模型得出的岩石模量上比次加载面应力路径模型模拟的要大,同时变形量也较次加载面应力路径模型要小。

(4) 在地震荷载下,岩石的应力应变曲线同样表现了曼辛效应和棘轮效应,说明了次加载面应力路径模型模拟岩石材料在地震荷载作用下的力学性质是可行的。地震荷载的应变率基本在  $10^{-4}/s$  和  $10^{-2}/s$  之间,因而考虑率效应的动态本构模型更符合实际。此外,应变率对弹模的影响小于对强度的影响。

## 参考文献:

- [1] 宫凤强, 陆道辉, 李夕兵, 等. 不同应变率下砂岩动态强度准则的试验研究[J]. 岩土力学, 2013, 34(9): 2433 - 2441. (GONG Feng-qiang, LU Dao-hui, LI Xi-bing, et al. Experimental research of sandstone dynamic strength



- criterion under different strain rates[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(9): 2433 - 2441. (in Chinese))
- [2] 李海波, 王建伟, 李俊如, 等. 单轴压缩下软岩的动态力学特性试验研究[J]. 岩土力学, 2004, **25**(1): 1 - 4. (LI Hai-bo, WANG Jian-wei, LI Jun-ru, et al. Mechanical properties of soft rock under dynamic uniaxial compression[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, **25**(1): 1 - 4. (in Chinese))
- [3] 梁昌玉, 李 晓, 李守定, 等. 岩石静态和准动态加载应变率的界限值研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, **31**(6): 1156 - 1161. (LIANG Chang-yu, LI Xiao, LI Shou-ding, et al. Study of strain rates threshold value between static loading and quasi-dynamic loading of rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, **31**(6): 1156 - 1161. (in Chinese))
- [4] 吴绵拔, 刘远惠. 中等应变速率对岩石力学特性的影响[J]. 岩土力学, 1980, **1**: 51 - 58. (WU Mian-bo, LIU Yuan-hui. The effect of intermediate strain rates on Mechanical properties of rock[J]. Rock and Soil Mechanics, 1980, **1**: 51 - 58. (in Chinese))
- [5] 张玉敏. 大型地下洞室群地震响应特征研究[D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2010. (ZHANG Yu-min. Study on response characteristics of large underground cavern group under earthquake[D]. Beijing: Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, 2010. (in Chinese))
- [6] 李海波, 张君伟, 邵 蔚, 等. Bukit Timah 花岗岩的动态拉伸力学特性实验研究[J]. 岩土力学, 2002, **23**(增刊): 1 - 4. (LI Hai-bo, ZHANG Jun-wei, SHAO Wei, et al. Mechanical Properties of Bukit Timah granite under dynamic tension[J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, **23**(S0): 1 - 4. (in Chinese))
- [7] LI X B, LOK T S, ZHAO J. Dynamic characteristics of granite subjected to intermediate loading rate[J]. Rock Mechanic and Rock Engineering, 2005, **38**(1): 21 - 39.
- [8] 葛修润, 卢应发. 循环荷载作用下岩石疲劳破坏和不可逆变形问题的探讨[J]. 岩土工程学报, 1992, **14**(3): 56 - 60. (GE Xiu-ru, LU Ying-fa. Discussion on fatigue damage and irreversible deformation of rock under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1992, **14**(3): 56 - 60. (in Chinese))
- [9] 钱七虎, 戚承志. 岩石、岩体的动力强度与动力破坏准则[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2008, **36**(12): 1599 - 1605. (QIAN Qi-hu, QI Cheng-zhi. Dynamic strength and dynamic fracture criteria of rock and rock mass[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2008, **36**(12): 1599 - 1605. (in Chinese))
- [10] LINDHOLM U S, YEAKLEY L M, NAGY A. The dynamic strength and fracture properties of dresser basalt[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1974, **11**(2): 181 - 191.
- [11] PERZYNA P. Fundamental problems in visco-plasticity[J]. Advances in Applied Mechanics, 1966, **9**: 243 - 377.
- [12] HASHIGUCHI K. Generalized plastic flow rule[J]. International Journal of Plasticity, 2005, **21**: 321 - 351.
- [13] 孔 亮, 花丽坤, 王燕昌. 次加载面理论及其在土体循环塑性模型中的应用[J]. 宁夏大学学报(自然科学版), 2003, **24**(1): 50 - 56. (KONG Liang, HUA Li-kun, WANG Yan-chang. The subloading surface theory and its application to the cyclic plastic model for soil[J]. Journal of Ningxia University (Natural Science Edition), 2003, **24**(1): 50 - 56. (in Chinese))
- [14] 伍大鹏. 混凝土在循环荷载作用下的次加载面应力路径模型[D]. 北京: 北京交通大学, 2012. (WU Da-peng. The sub-loading surface model of concrete under cyclic loading [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2012. (in Chinese))
- [15] FU Yu-kai, IWATA Maiko, DING Wen-qi, et. al. An elastoplastic model for soft sedimentary rock considering inherent anisotropy and confining-stress dependency[J]. Soils and Foundations, 2012, **52**(4): 575 - 589.
- [16] 周永强, 盛 谦, 冷先伦, 等. 基于循环加卸载的次加载面模型在岩石中的初步应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, **34**(10): 2073 - 2082. (ZHOU Yong-qiang, SHENG Qian, LENG Xian-lun, et al. Preliminary application of subloading surface to cyclic plastic model for rock under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, **34**(10): 2073 - 2082. (in Chinese))
- [17] 白 冰, 李小春, 石 露, 等. 基于虚强度参数的塑性硬化模式[J]. 长江科学院院报, 2012, **29**(8): 24 - 28. (BAI Bing, LI Xiao-chun, SHI Lu, et al. A plastic hardening mode based on virtual strength parameters[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2012, **29**(8): 24 - 28. (in Chinese))
- [18] 赵 坚, 李海波. 莫尔-库仑和霍克-布朗强度准则用于评估脆性岩石动态强度的适用性[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, **22**(2): 171 - 176. (ZHAO Jian, LI Hai-bo. Estimating the dynamic strength of rock using Mohr-Coulomb and Hoek-Brown criteria[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, **22**(2): 171 - 176. (in Chinese))
- [19] 戚承志, 钱七虎. 岩石等脆性材料动力强度依赖应变率的

- 物理机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, **22**(2): 177 - 181. (QI Cheng-zhi, QIAN Qi-hu. Physical mechanism of dependence of material strength on strain rate for rock-like material[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, **22**(2): 177 - 181. (in Chinese))
- [20] 宋玉普. 混凝土的动力本构关系和破坏准则[M]. 北京: 科学出版社, 2013. (SONG Yu-pu. Dynamic constitutive relation and failure criterion of concrete[M]. Beijing: Science Press, 2013. (in Chinese))
- [21] 李夕兵, 左宇军, 马春德. 中应变率下动静组合加载岩石的本构模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(5): 865 - 874. (LI Xi-bing, ZUO Yu-jun, MA Chun-de. Constitutive model of rock under coupled static-dynamic loading with intermediate strain rate[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **25**(5): 865 - 874. (in Chinese))
- [22] JOHNSON G R, COOK W H. A constitutive model and data for metals subjected to large strain, high strain rates and high temperatures[C]// Proc 7th Int Symp Ballistics, Am Def Pre Org(ADPA). The Hague, 1983: 541 - 547.
- [23] 宫凤强, 司雪峰, 李夕兵, 等. 基于应变率效应的岩石动态 Mohr-Coulomb 准则和 Hoek-Brown 准则研究[J]. 中国有色金属学报, 2016, **26**(8): 1763 - 1773. (GONG Feng-qiang, SI Xue-feng, LI Xi-bing, et al. Rock dynamic Mohr-Coulomb and Hoek-Brown criteria based on strain rate effect[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2016, **26**(8): 1763 - 1773. (in Chinese))

## 中国土木工程学会第十三届全国土力学及岩土工程学术大会 (第一号通知)

**主办单位:** 中国土木工程学会土力学及岩土工程分会

**承办单位:** 天津大学, 天津城建大学, 天津建筑学会岩土力学与地下工程专业委员会

4年一度的中国土木工程学会全国土力学及岩土工程学术大会是我国岩土工程领域历史最为悠久、影响最为深远的学术会议之一。第十三届全国土力学及岩土工程学术大会将于2019年7月在天津召开。当前是中国基础设施工程建设飞速发展的时期, 伴随着高速轨道交通、高速铁路、高速公路、城市地铁、超高超限建筑、海洋资源开发等重大工程, 提出了许多新的土力学及岩土工程问题。第十三届学术大会将以“岩土工程品质提升与可持续发展”为主题, 对中国近年来土力学与岩土工程领域的最新研究进展进行广泛的学术交流。

**征文内容:** 会议主要研讨岩土工程的理论与实践、新技术和新方法等。组委会接受全文投稿, 大会学术委员会将组织专家成立论文评审委员会。征文内容包括以下12个方面。①岩土的基本性质与本构关系; ②岩土工程勘察、测试与评价技术; ③基础工程与地基处理; ④地下工程及深基坑工程; ⑤岩土工程数值仿真与信息化技术; ⑥土动力学与岩土地震工程; ⑦特殊土与边坡工程; ⑧环境岩土工程; ⑨岩土工程中的新技术与新材料; ⑩地质灾害预警与防治; ⑪重大岩土工程实录; ⑫岩土工程机械设备与施工技术。

**投稿要求:** 大会组委会于2018年7月31日开始接受论文投稿。应征论文须符合上述征文内容要求且未公开发表。投稿时须向会务组提交全文电子文件(投稿邮箱附后), 论文请按《岩土工程学报》期刊格式撰写, 论文模板请登录《岩土工程学报》网站下载中心下载, 来稿务请注明作者的详细通讯地址、E-mail及联系电话。

本次会议是四年一届的学术大会, 对应征论文的学术水平与写作质量均有严格要求。每篇论文由两位专家评审, 决定是否录用。根据被录用论文的研究内容与学术水平, 分别推荐论文由《土木工程学报》(增刊)、《岩土工程学报》(增刊)、《岩土力学》(正刊、增刊)、《中国公路学报》(专刊)、《地下空间与工程学报》(正刊、增刊)、《工程地质学报》(正刊)、《防灾减灾工程学报》(专刊)、《地震工程学报》(正刊、增刊)等近十个国内高水平期刊以正刊、专刊或增刊形式发表, 其中多本期刊的专刊或增刊可被EI检索。热忱欢迎岩土工程勘察、设计、检测监测、科研教学、设备和施工领域的科技工作者踊跃投稿。

**联系方式:** 雷华阳(13512418728), 刘畅(13821202109), 程雪松(13821807355), 张雪莲(13011392385); 天津市津南区海河教育园雅观路135号天津大学北洋园校区, 第43教学楼建工学院土木工程系(300350), cismge2019@163.com, 022-27400843。

(大会组委会 供稿)