

DOI: 10.11779/CJGE201810001

# 土的负蠕变特性及其本构模型

姚仰平, 方雨菲

(北京航空航天大学交通科学与工程学院, 北京 100191)

**摘要:** 蠕变是指有效应力不变的情况下, 变形随时间的发展。土力学中, 蠕变往往指压缩蠕变, 如山区机场高填方工程中填方区的工后沉降。然而, 高填方工程中有时还需要对山体进行大体积深开挖, 以得到大面积的平整场地。开挖后, 土体的膨胀变形不能在短时间内稳定, 而是随时间继续发展。将这种随时间发展的膨胀变形定义为负蠕变, 相对应地, 将压缩蠕变定义为正蠕变。试验表明, 正、负蠕变都有趋于稳定的趋势。因此可以假设, 在  $e - \ln p$  空间中, 当时间足够长时, 不论发生正蠕变还是负蠕变, 土体都稳定在一条平行于正常压缩线的直线上, 这条线为稳定线。在上述概念的基础上, 提出了一个可以合理地描述土的负蠕变效应的一维计算公式, 结合 UH 模型, 建立了考虑负蠕变效应的 UH 模型。最后, 将模型预测结果与三轴不排水剪切正负蠕变试验结果进行了对比, 验证了模型的正确性。

**关键词:** 饱和黏土; 本构模型; 弹黏塑性; 正蠕变; 负蠕变

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2018)10-1759-07

作者简介: 姚仰平(1960-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事土的本构关系和机场高填方研究。E-mail: ypyao@buaa.edu.cn。

## Properties of negative creep and its constitutive model for soils

YAO Yang-ping, FANG Yu-fei

(School of Transportation Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** The deformation over time under a constant pressure is creep. In general, the creep refers to compressive deformation, for example, the post-construction settlements after filling valleys in high-fill engineering. However, in order to get a high-fill ground, sometimes soils are excavated from high places. The expansion of soils after unloading cannot be stable in a short time, but continues to develop. This time-dependent expansion is defined as the “negative creep”, while the traditional compressive creep is named as the “positive creep” in this paper. Moreover, the test results show that as time is prolonged, both the positive and negative creeps tend to be stable. Therefore, we can assume that in  $e - \ln p$  space, when the time for the positive or the negative creeps is long enough, the state point will reach a straight line, which is parallel to the normal compression line. This line is named as the normal stable line. Based on the above concepts, a new one-dimensional formula, which can reasonably describe the negative creep effect of soils, is proposed. By combining the formula with the unified hardening (UH) model, a new UH model considering negative creep is established. Finally, the predictions of the new model are compared with the experimental results of triaxial undrained positive and negative creep tests to validate the new model.

**Key words:** saturated clay; constitutive model; elastoviscoplasticity; positive creep; negative creep

## 0 引言

在岩土工程中, 土在有效应力不变时, 随时间延长会产生压缩变形, 即发生蠕变。高层建筑基础、公路路基、铁路路基、机场跑道道基等随时间的沉降变形, 边坡、隧道随时间的变形及人工岛、海上机场随时间的沉降变形等都不同程度地含有蠕变变形。土的蠕变可能导致建筑物基础的过大沉降或差异沉降, 进而影响到建筑物的正常使用及安全稳定。因此关于土的蠕变特性的研究在岩土工程中具有重要意义, 目前已经开展了大量研究工作。但是, 工程中还存在另一

种随时间产生的变形现象。例如, 高填方工程中因大面积平整场地而对山体进行开挖, 有时甚至会削去半个山体。这类大体积深挖方工程中, 地基卸载较多, 卸载回弹后, 膨胀变形不能在短期内达到稳定, 随时间发展会继续发生膨胀变形。这种随时间产生的膨胀变形是与土力学中传统的蠕变不同的现象。

为区分上述工程现象, 本文将一维条件下, 有效

基金项目: 国家自然科学基金项目(11672015, 51579005); 国家重点基础研究发展计划(“973”计划)项目(2014CB047006)

收稿日期: 2017-07-14

应力不变时, 随时间不断发展的压缩变形, 即传统蠕变定义为正蠕变 (positive creep), 随时间发展的膨胀变形定义为负蠕变 (negative creep)。

目前, 国内外关于土的蠕变 (即本文所指的正蠕变) 研究相对较多, 建立了许多相关的本构模型。例如 Perzyna<sup>[1-2]</sup>、Adachi 等<sup>[3]</sup>、Borja 等<sup>[4]</sup>、Vermeer 等及 Yao 等<sup>[6-7]</sup>的模型。而关于土随时间发生的膨胀变形的研究则主要针对膨胀性土。Muntohar 等<sup>[8]</sup>开展了关于土-膨润土混合物的随时间发生的膨胀变形的相关研究。Tong 等<sup>[9]</sup>、Yin 等<sup>[10-11]</sup>开展了砂-膨润土混合物的排水固结试验及常应变率加载试验, 并根据试验结果, 提出了能够考虑试样随时间发生的膨胀变形的计算公式。上述膨润土的膨胀变形主要由颗粒自身的膨胀量所决定, 与土颗粒材料的膨胀特性密切相关。

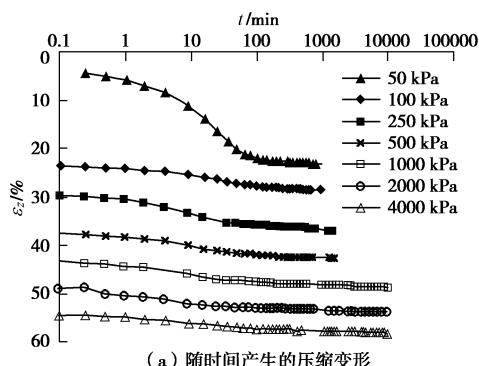
但需要指出的是, 在传统土力学中, 土的变形主要由孔隙变化引起, 不包含颗粒体积的变化。传统的蠕变 (即本文所指的正蠕变) 也是指孔隙随时间的变化。负蠕变与正蠕变相对应, 也应该是由孔隙随时间的变化引起, 不包含颗粒体积的变化。因此, 在本文研究中, 土体不具膨胀特性, 其变形由孔隙变化引起。关于本文所提的负蠕变及其特性的相关研究还需进一步开展。

## 1 土的负蠕变现象

### 1.1 试验中的负蠕变现象

Feng 等<sup>[12]</sup>对香港海滩沉积土进行了一维固结试验。试样前期固结压力为 10 kPa, 将试样加载到 50, 100, 250, 500, 1000, 2000, 4000 kPa, 试样垂直应变随时间的关系如图 1 (a) 所示。之后将试样由 4000 kPa 连续卸载到 2000, 1000, 500, 100 kPa, 试样垂直应变随时间的关系如图 1 (b) 所示。

由图 1 (a) 中可以看出, 当超固结度较小时, 有效应力不变的情况下, 土随时间发生压缩变形, 即引言中所述的正蠕变。而当土的超固结度较大时, 如图 1 (b) 中所示, 卸载回弹后, 土随时间发生膨胀变形, 即引言中所述的负蠕变。此外, 正、负蠕变曲线在  $\varepsilon_z - \ln t$  坐标系下都是非线性的, 随着时间延长, 每条正负蠕变曲线均逐渐趋于某一稳定值。



(a) 随时间产生的压缩变形

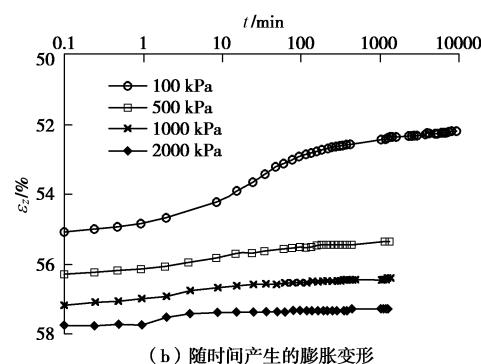


图 1 多级加载固结试验数据<sup>[12]</sup>

Fig. 1 Data from multistage loading oedometer tests<sup>[12]</sup>

### 1.2 土的正负蠕变规律

Bjerrum<sup>[13]</sup>根据试验规律提出了时间线 (time line) 的概念。YAO 等<sup>[6-7]</sup>提出了瞬时正常压缩线 (Instant Normal Compression Line, 简称 INCL) 的概念, 从 INCL 上的不同点进行相同时间的蠕变, 蠕变所引起的孔隙比变化相同。如图 2 所示,  $e - \ln p$  ( $e$  为当前状态孔隙比,  $p$  为当前状态下的平均正应力) 空间内存在 4 条蠕变时间不同的状态点连成的相互平行的线, 即时间线。在同一条时间线上, 土的蠕变时间是相同的。并且, 时间线位置越靠下, 对应的蠕变时间越长。最上面一条线是 INCL, 中间两条线分别是发生了不同时间 ( $t_1$  和  $t_2$ ) 蠕变的时间线。最下面一条线为蠕变时间无穷大的时间线, 线上每一点土都达到了相应应力状态下的蠕变稳定状态, 因此, 定义这条线为稳定线 (Normal Stable Line, 简称 NSL)。

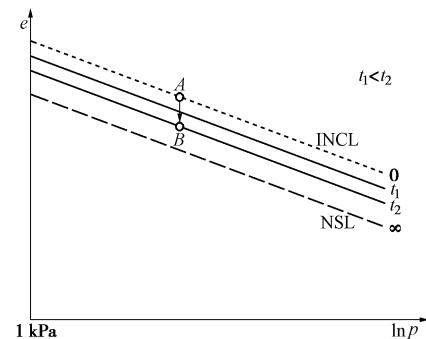


图 2 正蠕变时间线

Fig. 2 Time lines under positive creep

在  $e - \ln p$  空间内, INCL 和 NSL 围成了一个区域。在这一区域, 相同应力状态下土的密度比稳定时的密度小, 土的内部结构不稳定, 处于相对松散的状态。随着时间的发展, 土的内部结构重新排列, 逐渐趋于相对密实的稳定状态, 应力应变状态点向 NSL 发展, 即土随时间发生压缩变形。相反地, 如果通过卸载使土的状态点达到 NSL 下方, 由于相同应力状态下土的密度比稳定时的密度大, 土处于过密实的状态, 随着时间的发展, 其内部结构逐渐调整, 达到稳定状

态时的密度, 即发生了负蠕变, 如图 3 所示。

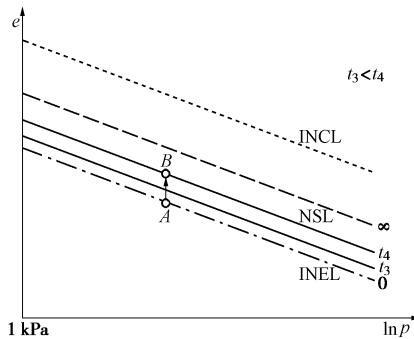


图 3 负蠕变时间线

Fig. 3 Time lines under negative creep

类似于正蠕变区的相关特性, 可以假设在图 3 中的负蠕变区,  $e - \ln p$  空间内也有相互平行的蠕变时间不同的时间线。在同一条时间线上, 土的蠕变时间是相同的。时间线位置越靠上, 对应的蠕变时间越长。最下面的一条不可逾越线, 称为瞬时膨胀线 (instant normal expansion line, 简称 INEL), 中间两条线分别是发生了不同时间 ( $t_3$  和  $t_4$ ) 蠕变的时间线。当蠕变时间无穷大时, 不同应力状态下的土都达到了蠕变稳定状态, 此时的时间线为上文提到的 NSL。

## 2 一维弹黏塑性计算公式

Bjerrum<sup>[13]</sup>将土的固结过程划分为瞬时变形和延时变形两个部分。在瞬时变形过程中, 假设应力瞬时加载到土骨架上。在延时变形过程中, 有效应力保持恒定, 土只随时间发生蠕变。根据这一概念, 土的总应变由瞬时应变和延时应变两部分组成:

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_v^s + d\varepsilon_v^t \quad (1)$$

式中  $d\varepsilon_v$  是总体应变增量;  $d\varepsilon_v^s$  是瞬时体应变增量, 由应力的变化引起;  $d\varepsilon_v^t$  是延时体应变增量, 由时间增长引起。

### 2.1 瞬时变形

瞬时变形的计算采用超固结黏土的统一硬化模型 (UH 模型)<sup>[14-17]</sup>的等向加卸载公式。模型通过引入双屈服面来描述土的超固结及其演化, 通过潜在强度势  $M_f$  来描述硬化边界, 并在当前屈服面中采用应力路径无关的统一硬化参量  $H$  作为硬化参数, 能够较好地描述黏土的硬化、软化、剪胀和剪缩特性。

瞬时加载计算公式如下所示:

$$d\varepsilon_v^s = \frac{\kappa}{1+e_0} \frac{dp}{p} + \frac{\lambda - \kappa}{1+e_0} \frac{M^4}{M_f^4} \frac{dp}{p} \quad (2)$$

式中,  $\lambda$  为  $e - \ln p$  空间内正常固结线的斜率,  $\kappa$  为  $e - \ln p$  空间内回弹线的斜率,  $e_0$  为初始孔隙比,  $M$  为临界状态应力比,  $M_f$  为土的潜在强度, 其详细介绍在本文 3.3 节。

基于上述公式, 土在  $e - \ln p$  空间中瞬时加卸载特性的分析如图 4 所示。图 4 中,  $A$  为 INCL 线上一点, 以点  $A$  为初始状态点加载, 应力路径沿 INCL, 斜率为  $\lambda$ , 从点  $B$  卸载到点  $C$ , 为弹性卸载, 应力路径斜率为  $\kappa$ , 由点  $C$  再加载至点  $D$ , 应力路径与 UH 模型再加载应力路径相同, 为弹塑性加载, 由点  $D$  卸载到点  $E$ , 为弹性卸载, 应力路径斜率为  $\kappa$ , 由点  $E$  继续卸载, 应力路径  $EF$  的斜率为  $\lambda$ 。

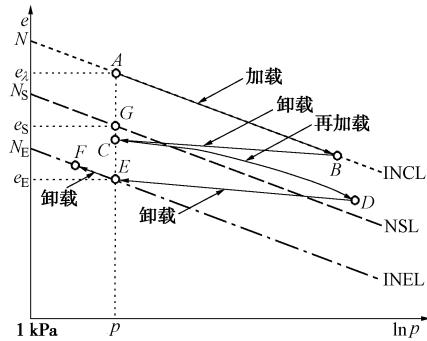


图 4  $e - \ln p$  空间中土的瞬时加卸载力学特性

Fig. 4 Mechanical properties of clays under instant loading and unloading conditions in  $e - \ln p$  plane

如图 4 所示,  $e - \ln p$  空间下 INCL、NSL、INEL 的方程分别为

$$e_\lambda = N - \lambda \ln p \quad (3)$$

$$e_s = N_s - \lambda \ln p \quad (4)$$

$$e_e = N_e - \lambda \ln p \quad (5)$$

式中,  $N$  为  $p = 1 \text{ kPa}$  时 INCL 对应的孔隙比,  $N_s$  为  $p = 1 \text{ kPa}$  时 NSL 对应的孔隙比,  $N_e$  为  $p = 1 \text{ kPa}$  时 INEL 对应的孔隙比。 $e_\lambda$  为当前平均正应力为  $p$  时 INCL 对应的孔隙比,  $e_s$  为当前平均正应力为  $p$  时 NSL 对应的孔隙比,  $e_e$  为当前平均正应力为  $p$  时 INEL 对应的孔隙比。

### 2.2 延时变形

延时变形即是土的蠕变变形, YAO 等<sup>[6-7]</sup>采用如下的对数公式计算蠕变:

$$e - e_\lambda = -\beta \ln \left( \frac{t}{t_0} + 1 \right) \quad (6)$$

式中,  $e$  为当前状态孔隙比,  $\beta$  为黏性参数, 是  $e - \ln(t/t_0 + 1)$  空间内次固结曲线的斜率,  $t$  是蠕变时间,  $t_0$  为常数, 一般取 1 min。

用式 (6) 计算蠕变, 当时间足够长时会出现孔隙比为负的现象, 不是很合理。因此, 需要对蠕变计算公式进行修正。修正后的公式为

$$\ln \frac{e}{e_\lambda} = -\beta \ln \left( \frac{t}{t_0} + 1 \right) \quad (7)$$

进一步, 将 NSL 的概念引入式 (7) 可以得到

$$\ln\left(\frac{e - e_s}{e_\lambda - e_s}\right) = -\beta \ln\left(\frac{t}{t_0} + 1\right) \quad , \quad (8)$$

式中,  $\beta$  是黏性参数, 为  $\ln(e - e_s) - \ln(t/t_0 + 1)$  空间正蠕变曲线的斜率。

类似地, 可以得到负蠕变变形公式如下:

$$\ln\left(\frac{e_s - e}{e_s - e_e}\right) = -\beta \ln\left(\frac{t}{t_0} + 1\right) \quad . \quad (9)$$

为简化模型, 我们可以假设三条线具有简单的相对位置关系, 即 NSL 位于 INCL 与 INEL 正中间, 此时有如下关系式:

$$N_E = 2N_s - N \quad , \quad (10)$$

进而一维正蠕变及负蠕变的计算公式可以统一地写为

$$\ln\left(\left|\frac{e - e_s}{e_\lambda - e_s}\right|\right) = -\beta \ln\left(\frac{t}{t_0} + 1\right) \quad . \quad (11)$$

### 3 考虑负蠕变效应的弹黏塑性模型

将上文建立的一维正负蠕变计算公式, 引入到 UH 模型的屈服函数中, 扩展到剪切的情况, 建立考虑负蠕变效应的 UH 模型。

#### 3.1 参考屈服面

参考屈服面是指参考应力点所在的屈服面, 反映超固结黏土对应的正常固结状态。图 5 中参考应力点  $\bar{A}(\bar{p}, \bar{q})$  与当前应力点  $A(p, q)$  具有相同的应力比。 $\bar{p}_{x0}$  为初始条件下参考屈服面与  $P$  轴的交点横坐标, 若初始状态为等向压缩,  $\bar{p}_{x0}$  为前期固结压力;  $\bar{p}_x$  为参考屈服面与  $P$  轴的交点横坐标;  $p_{x0}$  为初始条件下当前屈服面与  $P$  轴的交点横坐标;  $p_x$  为当前屈服面与  $P$  轴的交点横坐标;  $(p, q)$  为当前屈服面上当前应力点  $A$  的应力;  $(\bar{p}, \bar{q})$  为参考屈服面上参考应力点  $\bar{A}$  的应力。

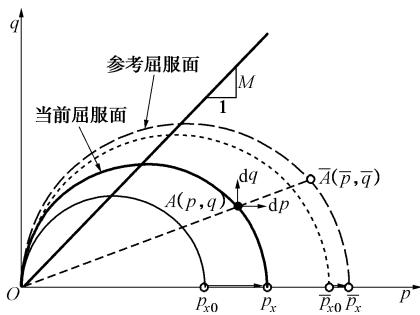


图 5 当前屈服面和参考屈服面

Fig. 5 Current yield surface and reference yield surface

考虑负蠕变效应的 UH 模型的参考屈服面采用椭圆方程。该屈服面方程不含时间因素, 能够反映正常固结土的剪切规律。

$$f = \ln\left(\frac{\bar{p}}{\bar{p}_{x0}}\right) + \ln\left(1 + \frac{\bar{q}^2}{M^2 \bar{p}^2}\right) - \frac{\varepsilon_v^p}{c_p} = 0 \quad , \quad (12)$$

式中,  $\varepsilon_v^p$  为塑性体应变,  $c_p = (\lambda - \kappa)/(1 + e_0)$ , 表明了土的塑性刚度。

如图 6 所示, 考虑负蠕变效应的 UH 模型选取正常固结土的等向压缩线作为 INCL。由点  $A$  等  $p$  剪切至点  $B$ , 不产生弹性体应变, 塑性体应变等于总的体应变。由参考屈服面方程可以计算得到塑性体应变, 进而可得孔隙比的改变量  $\Delta e_p$  为

$$\Delta e_p = (\lambda - \kappa) \frac{\varepsilon_v^p}{c_p} = (\lambda - \kappa) \ln\left(1 + \frac{\eta^2}{M^2}\right) \quad , \quad (13)$$

式中,  $\eta$  为应力比,  $\eta = q/p = \bar{q}/\bar{p}$ 。

点  $B$  处的孔隙比  $e_\eta$  为

$$e_\eta = N - \lambda \ln p - \Delta e_p \quad . \quad (14)$$

姚仰平等<sup>[18]</sup>定义:

$$\xi = e_\eta - e \quad , \quad (15)$$

式中,  $\xi$  是描述黏土当前密度的状态参量, 反映了黏土的超固结程度。

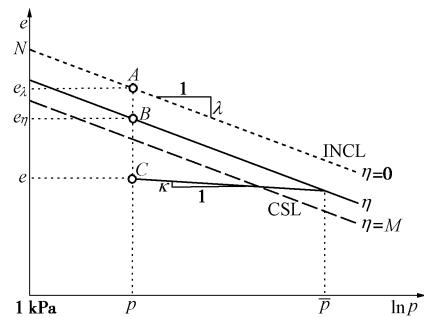


图 6  $e - \ln p$  空间 INCL 及等应力比线

Fig. 6 INCL and constant stress ratio lines of clays in  $e - \ln p$  plane

#### 3.2 延时变形时间与超固结参数的等效

蠕变对土的密度的影响可以用蠕变时间表示, 而土的密度又与超固结程度相关, 据此可以将 INCL 同时作为计算蠕变时间和超固结度的参考线, 建立蠕变时间和超固结参数之间的数学关系式。

由图 2, 3 可知, 由点  $A$  至点  $B$  的应力路径可以有许多种, 每一种应力路径对应一个加载时间。其中, 从瞬时参考线上点  $A$  沿  $AB$  等  $p$  蠕变至当前点  $B$  的时间为老化时间  $t_a$ 。因为在制样等试验前期准备过程中已经有时间的作用, 所以试验测得的时间会小于老化时间。

对于给定的应力应变状态点, 等效得到的老化时间是唯一确定的。联立式 (8)、(15) 得到正蠕变老化时间  $t_a$  和  $\xi$  的关系为

$$t_a = t_0 \left(1 - \frac{\xi}{e_\lambda - e_s}\right)^{\frac{1}{\beta}} - t_0 \quad , \quad (16)$$

联立式 (9)、(15) 可得负蠕变老化时间  $t_a$  和  $\xi$  的关系为

$$t_a = t_0 \left( \frac{\xi}{e_s - e_e} - \frac{e_\lambda - e_s}{e_s - e_e} \right)^{\frac{1}{\beta}} - t_0 \quad . \quad (17)$$

通过上面两式, 土的蠕变特性被转化为了超固结特性。微分式(11), 代入老化时间, 并结合体变与孔隙比的关系式, 可以得到蠕变变形的增量公式:

$$d\epsilon_v^t = \frac{\beta(e - e_s)}{1 + e_0} \frac{dt}{t_a + t_0} \quad , \quad (18)$$

将式(16)所示的正蠕变老化时间  $t_a$  和超固结参数  $\xi$  的关系代入(18), 得到正蠕变体应变增量:

$$d\epsilon_v^t = \frac{\beta}{1 + e_0} \frac{e - e_s}{t_0} \left( 1 - \frac{\xi}{e_\lambda - e_s} \right)^{\frac{1}{\beta}} dt \quad , \quad (19)$$

将式(17)所示的负蠕变老化时间  $t_a$  和超固结参数  $\xi$  的关系代入(18), 得到负蠕变体应变增量:

$$d\epsilon_v^t = \frac{\beta}{1 + e_0} \frac{e - e_s}{t_0} \left( \frac{\xi}{e_s - e_e} - \frac{e_\lambda - e_s}{e_s - e_e} \right)^{\frac{1}{\beta}} dt \quad . \quad (20)$$

### 3.3 当前屈服面

当前屈服面是当前应力点所在的屈服面, 反映黏土的超固结状态。考虑负蠕变效应的 UH 模型当前屈服面的形状与参考屈服面相似, 为椭圆。但采用统一硬化参数  $H$  作为硬化参数。本文模型框架下, 正蠕变为塑性变形, 负蠕变为弹性变形。考虑正蠕变效应的当前屈服面的表达式为

$$f = c_p \ln \frac{p}{p_{x0}} + c_p \ln \left( 1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right) + \bar{t} - H = 0 \quad , \quad (21)$$

式中,

$$\bar{t} = c_p \frac{\beta}{\lambda - \kappa} \int \frac{M_f^4}{M^4} \frac{e - e_s}{t_0} \left( 1 - \frac{\xi}{e_\eta - e_s} \right)^{\frac{1}{\beta}} dt \quad , \quad (22)$$

$$H = \int \frac{M_f^4 - \eta^4}{M^4 - \eta^4} d\epsilon_v^p \quad , \quad (23)$$

$$M_f = 6 \left[ \sqrt{\frac{12(3-M)}{M^2}} \exp \left( -\frac{\xi}{\lambda - \kappa} \right) + 1 + 1 \right]^{-1} \quad , \quad (24)$$

式中的潜在强度是超固结参数  $M_f$  的函数, 给出了硬化的边界, 能反映超固结的衰化和应变软化。而统一硬化参数能统一地反映剪胀和剪缩。

考虑负蠕变效应的当前屈服面的表达式为

$$f = c_p \ln \frac{p}{p_{x0}} + c_p \ln \left( 1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right) - H = 0 \quad . \quad (25)$$

### 3.4 塑性势函数

考虑负蠕变效应的 UH 模型采用相关联流动法则, 塑性势面为椭圆形式。塑性势函数的表达式为

$$g = \ln p + \ln \left( 1 + \frac{q^2}{M^2 p^2} \right) + C = 0 \quad . \quad (26)$$

## 4 模型分析与试验验证

### 4.1 蠕变规律

图 7 为采用考虑负蠕变效应的 UH 模型预测得到的正蠕变曲线。可以看到, 在  $e - t$  空间内, 新的模型能够反映随着时间延长, 蠕变曲线斜率减小这一试验规律。

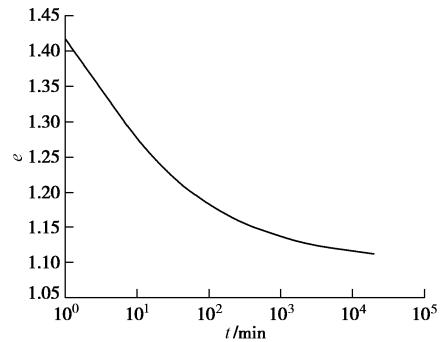


图 7 正蠕变曲线

Fig. 7 Predicted results of positive creep

### 4.2 剪切正蠕变试验

Zhu<sup>[19]</sup>对重塑香港海滩沉积土 (Remolded Hong Kong Marine Deposits, 简称 RHKMD) 进行了三轴不排水蠕变试验, 材料参数见表 1。3 个试样首先在 400 kPa 的围压下进行等向固结, 之后进行瞬时不排水剪切, 分别剪切至剪应力为 134, 189, 243 kPa, 随后进行等  $q$  蠕变。

表 1 RHKMD 材料参数

Table 1 Material parameters of RHKMD

| 材料参数      | 数值      |
|-----------|---------|
| $M$       | 1.27    |
| $\lambda$ | 0.20    |
| $\kappa$  | 0.04    |
| $\nu$     | 0.10    |
| $N$       | 2.10    |
| $N_s/N_e$ | 1.5/0.9 |
| $\beta$   | 0.013   |
| $t_0$     | 1 min   |

图 8 为试验结果与考虑负蠕变效应的 UH 模型的预测结果。不考虑时间因素的作用时, 我们可以认为剪切开始时试样的超固结度为 1。但土在外力不变时随时间发展也可能会发生孔隙比的变化, 进而造成土的性质的改变。本文考虑了这一因素, 在模型中将时间等效为超固结度。因此, 在本次试验的预测中, 土的初始超固结度取值大于 1 (为 1.2)。

### 4.3 剪切负蠕变试验

韩剑等<sup>[20]</sup>对不同超固结度的 Merville 黏土进行了剪切蠕变试验, 材料参数见表 2。

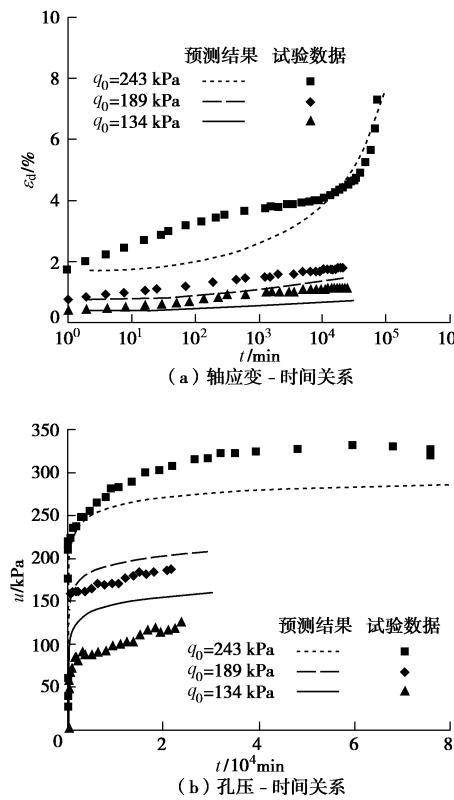
图 8 三轴不排水蠕变试验结果<sup>[19]</sup>和预测结果

Fig. 8 Predicted and measured<sup>[19]</sup> results of triaxial undrained creep

表 2 Merville 黏土材料参数

Table 2 Material parameters of Merville clay

| 材料参数      | 数值      |
|-----------|---------|
| $M$       | 1.01    |
| $\lambda$ | 0.26    |
| $\kappa$  | 0.04    |
| $\nu$     | 0.3     |
| $N$       | 3.2     |
| $N_s/N_e$ | 2.3/1.4 |
| $\beta$   | 0.25    |
| $t_0$     | 1min    |

图 9 为不同初始超固结度的土的三轴不排水剪切蠕变试验结果。4 组试样首先在 700 kPa 的有效固结压力下进行固结, 之后分别回弹到 350, 200, 100 和 50 kPa 再进行等向固结。四组试样固结完成时的孔隙比分别为 0.783, 0.811, 0.848 和 0.866。之后对其进行三轴不排水剪切, 剪切至接近临界状态应力比之后等  $q$  蠕变。图 9 (a) 为试验过程中的应力路径, 从左到右的试验点对应的蠕变时间为: 第 100 min, 第 1000 min, 第 10000 min 和蠕变试验结束时刻; 图 9 (b) 中为试验过程中孔隙比与平均正应力的关系。可以看到, 对于初始超固结度比较小、密度较小的土, 蠕变开始不久就破坏; 而对于初始超固结度较大、密度较大的土, 随着蠕变时间的增加, 并没有发生破坏, 应力路径向临界状态线右侧发展, 平均正应力增加。

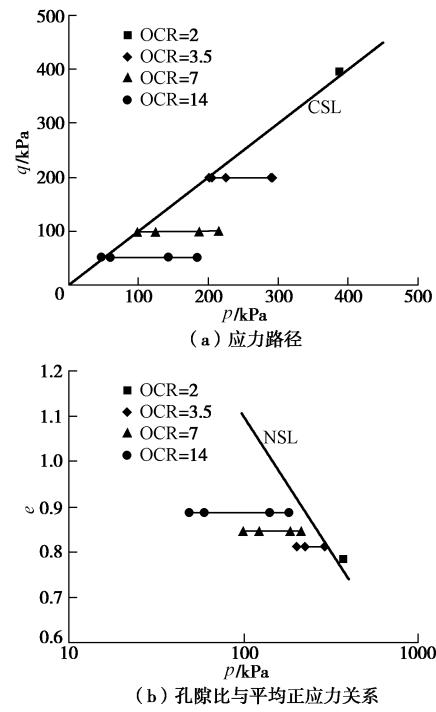
图 9 三轴不排水蠕变试验结果<sup>[20]</sup>

Fig. 9 Measured<sup>[20]</sup> results of triaxial undrained creep

图 10 为采用考虑负蠕变效应的 UH 模型对试验进行预测得到的有效应力路径和孔隙比与平均正应力关系预测结果。从图中可以看出, 考虑负蠕变效应的 UH 模型的预测结果与试验规律基本一致。超固结度为 2 的试样发生了正蠕变, 超固结度分别为 3.5, 7, 14 的试样发生了负蠕变。预测结果与试验规律一致, 考虑负蠕变效应的 UH 模型能够较为准确地反映正蠕变及

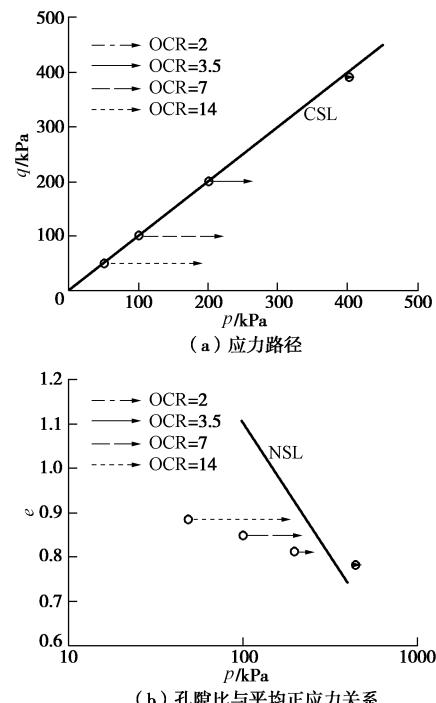


图 10 三轴不排水蠕变预测结果

Fig. 10 Predicted results of triaxial undrained creep

负蠕变的剪切蠕变试验规律。

## 5 结语

本文通过分析试验中试样随时间发生的膨胀变形规律, 提出了负蠕变、稳定线、瞬时膨胀线的概念, 并给出了既能够计算土的正蠕变也能够计算负蠕变的一维公式。将此公式与 UH 模型结合, 提出了考虑负蠕变效应的 UH 模型。所提出的模型能够描述土的负蠕变现象, 并能反映时间为无穷大时蠕变有界及蠕变曲线斜率随着时间延长而减小的试验规律。模型具有参数少、物理意义明确的优点, 能够较好地预测三轴不排水剪切蠕变试验中正负蠕变规律。

## 参考文献:

- [1] PERZYNA P. The constitutive equations for rate sensitive plastic materials[J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1963, **20**(4): 321 – 332.
- [2] PERZYNA P. Fundamental problems in viscoplasticity[J]. Advances in Applied Mechanics, 1966, **9**: 243 – 377.
- [3] ADACHI T, OKA F. Constitutive equations for normally consolidated clay based on elasto-viscoplasticity[J]. Soils and Foundations, 1982, **22**(4): 57 – 70.
- [4] BORJA R I, KAVAZANJIAN E. A constitutive model for the stress-strain-time behaviour of ‘wet’ clays[J]. Géotechnique, 1985, **35**(3): 283 – 298.
- [5] VERMEER P A, NEHER H P. A soft soil model that accounts for creep[J]. Beyond 2000 in Computational Geotechnics, 1999: 249 – 261.
- [6] YAO Y P, KONG L M, HU J. An elastic-viscous-plastic model for overconsolidated clays[J]. Science China Technological Sciences, 2013, **56**(2): 441 – 457.
- [7] YAO Y P, KONG L M, ZHOU A N, et al. Time-dependent unified hardening model: three-dimensional elastoviscoplastic constitutive model for clays[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2014, **141**(6): 04014162.
- [8] MUNTOHAR A S, HASHIM R. Properties of engineered expansive soils[C]// Proc the 1st Technical Postgraduate Symposium. Kuala Lumpur, 2002: 16 – 17.
- [9] TONG F, YIN J H. Nonlinear creep and swelling behavior of bentonite mixed with different sand contents under oedometric condition[J]. Marine Georesources & Geotechnology, 2011, **29**(4): 346 – 363.
- [10] YIN J H, TONG F. Constitutive modeling of time-dependent stress-strain behaviour of saturated soils exhibiting both creep and swelling[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2011, **48**(12): 1870 – 1885.
- [11] YIN J H, GRAHAM J. Viscous-elastic-plastic modelling of one-dimensional time-dependent behaviour of clays[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1989, **26**(2): 199 – 209.
- [12] FENG W Q, LALIT B, YIN Z Y, et al. Long-term Non-linear creep and swelling behavior of Hong Kong marine deposits in oedometer condition[J]. Computers and Geotechnics, 2017, **84**: 1 – 15.
- [13] BJERRUM L. Engineering geology of Norwegian normally-consolidated marine clays as related to settlements of buildings[J]. Géotechnique, 1967, **17**(2): 83 – 118.
- [14] YAO Y P, HOU W, ZHOU A N. Constitutive model for overconsolidated clays[J]. Science in China Series E: Technological Sciences, 2008, **51**(2): 179 – 191.
- [15] YAO Y P, HOU W, ZHOU A N. UH model: three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays[J]. Géotechnique, 2009, **59**(5): 451 – 469.
- [16] YAO Y P, GAO Z W, ZHAO J D, et al. Modified UH model: constitutive modeling of overconsolidated clays based on a parabolic Hvorslev envelope[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2012, **138**(7): 860 – 868.
- [17] 姚仰平. UH 模型系列研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(2): 193 – 217. (YAO Yang-ping. Advanced UH models for soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(2): 193 – 217. (in Chinese))
- [18] 姚仰平, 刘林, 罗汀. 砂土的 UH 模型[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(12): 2147 – 2153. (YAO Yang-ping, LIU Lin, LUO Ting. UH model for sands[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(12): 2147 – 2153. (in Chinese))
- [19] ZHU J G. Experimental study and elastic visco-plastic modelling of the time-dependent stress-strain behaviour of Hong Kong marine deposits[D]. Hong Kong: The Hong Kong Polytechnic University, 2000.
- [20] 韩剑, 姚仰平, 尹振宇. 超固结度对超固结饱和黏土不排水蠕变特性的影响研究[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(3): 426 – 430. (HAN Jian, YAO Yang-ping, YIN Zhen-yu. Influence of overconsolidation ratio to the undrained creep behavior of saturated clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(3): 426 – 430. (in Chinese))