

DOI: 10.11779/CJGE201809022

砂土地基小直径单桩的浅层土 $p-y$ 曲线

王晓伟^{1, 2}, 叶爱君^{1, 2}, 商宇^{1, 2}

(1. 同济大学土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092; 2. 同济大学桥梁工程系, 上海 200092)

摘要: 小直径桩在桩基础的抗震设计、加固中已得到越来越多的应用。针对美国石油协会 (API) 规范的 $p-y$ 曲线法和我国规范的 m 法对小直径单桩的适用性问题, 通过拟静力试验研究了砂土地基小直径单桩的浅层土 (深度小于 1 m) $p-y$ 曲线。对实测桩身弯矩采用分段函数的拟合方法来推算土反力和桩身变形, 获得了小直径单桩在饱和中砂中的浅层土静力 $p-y$ 曲线, 并基于试验结果提出了三线性本构。进一步地, 通过数值模拟分析比较了所提出的浅层土三线性 $p-y$ 曲线、API 规范的 $p-y$ 曲线、我国规范的 m 法对预测小直径桩基受力和变形的有效性。结果显示 API 规范的 $p-y$ 曲线可能稍低估桩基的水平承载力, 并获得更深的桩身最大弯矩位置, 而提出的浅层土三线性 $p-y$ 曲线可更好地预测桩基的整体水平力和位移关系、桩身弯矩及变形。另外, 传统的 m 法仍然适用, 当桩身变形较小时 (土面桩身变形不超过 6 mm), m 值宜取推荐范围内的较大值, 而当桩身变形较大时, m 值宜取推荐范围内的最小值。

关键词: 拟静力试验; 小直径桩; $p-y$ 曲线; 浅层; 砂土

中图分类号: TU473

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2018)09-1736-10

作者简介: 王晓伟 (1987-), 男, 博士研究生, 主要从事土桩相互作用、桥梁抗震等的研究工作。E-mail: 10_wang@tongji.edu.cn。

Shallow-layer $p-y$ curves for single micropile in sands

WANG Xiao-wei^{1, 2}, YE Ai-jun^{1, 2}, SHANG Yu^{1, 2}

(1. State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Department of Bridge Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Micropiles are increasingly used in seismic design or retrofitting for pile foundations. This study aims to investigate the validity of the widely used $p-y$ relationships proposed by the American Petroleum Institute (API) and the 'm method' in the Chinese Code for numerical modeling of micropiles in sands. A quasi-static test is performed to reveal the shallow-layer (depth less than 1.0 m) experimental $p-y$ curves for the micropiles in saturated medium dense sands. A piecewise-function based $p-y$ derivation method is adopted to develop the experimental $p-y$ curves. Subsequently, trilinear models for the shallow-layer $p-y$ curves are proposed based on the test results. Further, numerical simulation techniques are used to analyze the validity of the proposed trilinear $p-y$ model, API $p-y$ model and 'm method' for predicting the strength and deflection of micropiles in sands. The results show that the API $p-y$ model may slightly underestimate the lateral strength and overestimate the depth-to-maximum bending moment, whereas the proposed shallow-layer trilinear $p-y$ model preferably predicts the global force-displacement relationship, bending moment and lateral deflection of micropiles. In addition, the conventional 'm method' is capable to predict the strength and deflection of micropiles. Specifically, a relatively large m value chosen from the recommended range is reasonable for the situation of deflection of small piles at soil surface (less than 6 mm), whereas for the micropiles with a relatively large deflection, the smallest m value among the recommended range is a preferable choice.

Key words: quasi-static test; micropile; $p-y$ curve; shallow layer; sand

0 引言

小直径桩 (micropile) 一般认为是桩径小于 0.3 m 的桩基础, 是地震多发地带常用的一种基础形式, 也是边坡加固的常用手段^[1]。国内外已有的相关研究^[2-3] (包括震害调查和数值分析等) 表明: 小直径桩的抗震性能较好, 可作为普通桩基础的替代选择。对于桩

基础的抗震设计, 如何准确预测桩基础在水平荷载下的受力和变形特性是关键。鉴于此, 很多学者提出了不同的分析方法, 主要包括简化的极限平衡法^[4]、基

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51278375); 土木工程防灾国家重点实验室项目 (SLDRCE 15-B-05)

收稿日期: 2017-05-24

于非线性温克乐地基梁 (BNWF) 的 $p-y$ 曲线法^[5] (p 为土抗力, y 为土体变形)、三维实体有限元法^[6]。这些方法中, $p-y$ 曲线法的应用最广泛^[7-11], 因为 $p-y$ 曲线法比简化的极限平衡法能更好地预测桩身变形^[12], 且比三维有限元法的计算效率更高^[13]。

中国公路桥涵地基与基础设计规范(以下简称“桥规”)^[14]推荐使用“ m 法”进行桩基础的设计。 m 法的基本假定是将土体视为弹性介质, 地基系数在土面处为零, 随深度成正比例增长, 即属于线弹性 $p-y$ 曲线法。桥规规定 m 法适用于土面处桩基位移很小的情况 (不超过 6 mm)。但是, 在桥梁的施工和运营过程中, 由于风、地震、波浪以及船舶撞击等因素影响, 土面处桩基的位移经常会超过该限值, 弹性假定也不再成立。目前工程上对 m 法的应用存在适用范围扩大化的现象, 即把 m 法作为桩基础计算的通用方法, 主要是因为缺乏其他简单有效的计算方法。燕斌^[15]研究了 m 法在桩径 2 m 的群桩基础抗震分析中的适用性, 发现桩身小变形范围内 m 法可以有效地预测群桩基础的抗震行为, 但当桩基发生较大的侧向变形时 (如土面桩身变形达 100 mm), m 法并不适用。

相比于“ m 法”, 非线性的 $p-y$ 曲线能够更真实地表现土-桩相互作用, 因为土体位移较大时通常表现出显著的非线性特性^[16]。为得到可靠的 $p-y$ 曲线, 自 20 世纪 60 年代开始, 国内外许多学者进行了相关试验研究^[16-27], 基本原理是利用粘贴于桩身表面的应变片记录桩身应变, 从而确定桩身的弯矩分布, 而后对弯矩分布分别进行二次微分和二次积分, 获得 $p-y$ 曲线。在砂土 $p-y$ 曲线中, 由 O'Neill 等^[18]提出的双曲正切函数的应用最为广泛, 因为它被美国石油协会 (API) 的基础设计规范^[28]采纳, 本文称之为“API $p-y$ 曲线”。API $p-y$ 曲线是通过现场原型桩基水平加载试验获得的, 试验中, 外径 0.61 m、壁厚 9.5 mm 的钢管桩埋置于水位线以下 21 m 的中密砂中^[29]。换言之, API $p-y$ 曲线适用于砂土中直径 0.61 m 左右的单桩, 而对于大直径桩 (如近海风电机组) 或场地极松、极密的情况, API $p-y$ 曲线的适用性存疑^[19-21, 25, 30-31]。其中一个共识是: API $p-y$ 曲线高估了土体的初始弹性模量, 并低估了极限土抗力^[19, 21, 25]。由于缺乏专门针对小直径桩的 $p-y$ 曲线本构模型, API $p-y$ 曲线在小直径桩基中也得到了一些应用^[32-33]。但是, 对于其在浅层 (深度小于 1 m) 砂土中的适用性, 未见相关报道。本文关注浅层土体是因为小直径桩的桩径较小, 其受力和变形往往由这部分浅层土体控制^[34], 比如, 桩身最大弯矩位置主要由浅层土体的强度和刚度控制。

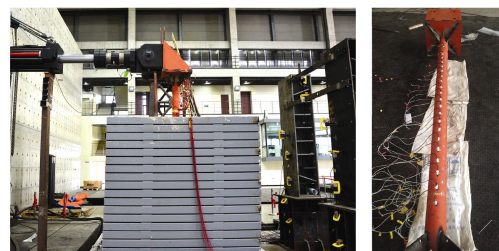
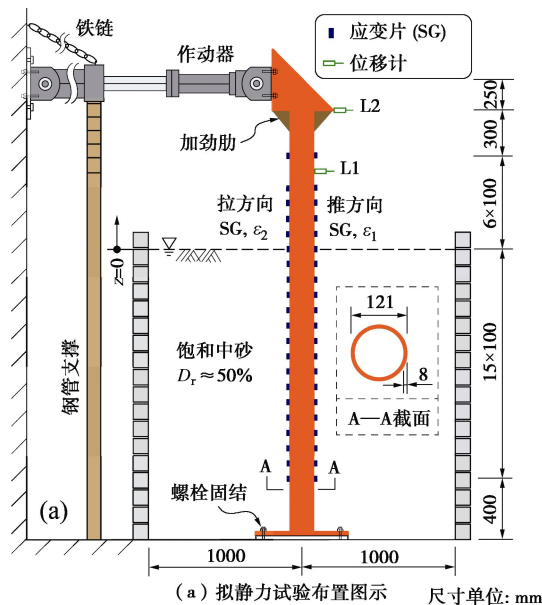
本文通过拟静力试验研究饱和中砂地基小直径桩的浅层土 $p-y$ 曲线, 并与 API $p-y$ 曲线、 m 法进行

比较。基于试验结果提出一种新的适用于浅层饱和中砂的三线性 $p-y$ 曲线本构模型, 并用数值模拟进行了验证。同时, 分析比较了这 3 种方法对预测小直径桩基在饱和中砂地基中受力和变形的适用性。成果可用于完善水平荷载下桩基础的设计和性能评估。

1 拟静力试验

1.1 试验总体介绍

图 1 给出了拟静力试验的总体布置。钢管单桩埋置于盛满饱和中砂的剪切土箱内。剪切土箱由伍小平等^[35]设计制造, 长 (加载方向)、宽、高分别为 2.0, 1.5, 2.0 m。以往振动台测试^[35]表明该土箱在离边界 40 cm 以上的范围内边界效应基本消除。因此, 试验中钢管桩置于土箱中心, 以尽可能减少边界效应的影响。制备土体前, 钢管桩桩底焊接 2 cm 厚钢板, 该钢板与箱底预留钢板间采用 8 枚螺栓连接, 即约束了桩底的平动、转动自由度。加载设备采用美国 MTS 公司制造的伺服控制作动器, 位移能力 ± 50 cm, 最大输出力 500 kN。试验过程中为保护作动器, 采用钢管支撑和铁链吊连的方式 (图 1), 这样的连接方式不可避免地约束了桩顶的自由转动 (尽管作动器两端容许转动), 后文试验结果将进一步说明, 而数值模拟中将采用附加转动弹簧的方式来考虑这一约束条件。



(b) 试验开始前实际情况

(c) 钢管桩

图 1 拟静力试验总体布置

Fig. 1 Global schematic diagram of quasi-static tests

1.2 小直径模型桩的物理力学特性

以往研究^[1-3]表明:小直径桩外径一般小于 0.3 m,壁厚 10 mm 左右。因此,本拟静力试验采用外径 $d=0.121$ m、壁厚 $t=8$ mm 的钢管桩来代表小直径桩。试验钢管桩采用 Q345 钢制造,名义屈服强度为 345 MPa,弹性模量为 200 GPa,对应的屈服应变为 0.001725,名义截面抗弯刚度 $EI=911$ kN·m²,后文将通过作动器水平力对 EI 进行修正。试件埋置深度为 1.9 m (15.7d),为方便加载和测量,土面以上桩身长度为 0.9 m。桩顶焊接刚性三角钢帽,方便与作动器连接来传递水平荷载,同时,桩顶处采用 4 枚三角形薄钢板(边长 15 cm,厚约 5 mm)加固以避免连接部位的损伤,从而保证传力路径的可靠。

1.3 土体的制备与物理力学特性

试验砂土选用上海砂,图 2 给出了试验用砂的级配曲线,平均粒径 $D_{50}=0.33$ mm,不均系数 $C_u=2.06$,级配不良,最大干密度 $\rho_{d,max}=1.654$ g/cm³,最小干密度 $\rho_{d,min}=1.429$ g/cm³。试验地基土采用分层落雨法制备相对密度 $D_r \approx 50\%$ 的饱和中砂。安装好钢管桩后,在土箱中灌入 20 cm 高的水,然后以 $D_r=50\%$ 为目标,采用人工落雨法加入相应质量的干砂,经过压实达到相应的高度,完成第一层地基土的制备;重复上述步骤 9 次,制备过程中水面始终高于土面 5~10 cm,以保证砂土的饱和。最后,共有 8730 kg 的干砂置于土箱内,地基土总高度为 1.9 m,体积为 5.7 m³,对应的各层土累计 $D_r=49.23\%$,达到预定的制备目标。将制备完成的地基土静置一夜,试验前对地基土进行采样分析,获得其平均饱和密度 $\rho_s=1.819$ g/cm³。

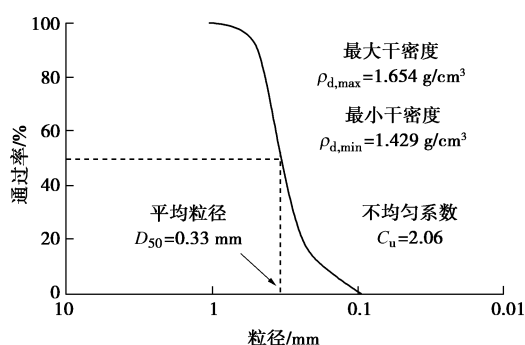


图 2 试验用砂土的级配

Fig. 2 Distribution of mesh size of test sand

1.4 测量布置与加载方案

模型桩桩身表面共布置 21 对 BX120-3AA 型应变片(具体间距见图 1),以 1/4 桥方式连接,应变片底层采用 502 黏合剂粘贴,粘贴前对钢管桩表面进行打磨处理,形成约 1.5 cm×3.0 cm 的光滑平面,应变片外层采用 703 黏合剂和环氧树脂保护。另外,在桩顶

和距土面 50 cm 处布置 2 个拉线式位移计(图 1 中 L1 和 L2),量程 50 cm,精度 0.25 mm。布置拉线式位移计的目的在于为后文 $p-y$ 曲线的推算提供边界条件。试验数据的采集通过美国国家仪器公司(NI)的数采系统进行,采样频率 256 Hz。

图 3 给出了拟静力试验的加载模式,以 2 mm/s 的低速进行位移控制的往复加载(一圈),最大幅值 10 cm。试验加载过程中最大加载幅值时应变片记录的最大拉应变为 0.001662(桩身土面以下 1.0 m 处),小于钢管桩的名义屈服应变 0.001725,说明 10 cm 的加载幅值可基本保证钢管桩保持在弹性范围内,这有助于减少桩基刚度在试验过程中的不确定性,以便获得可靠的试验 $p-y$ 曲线。

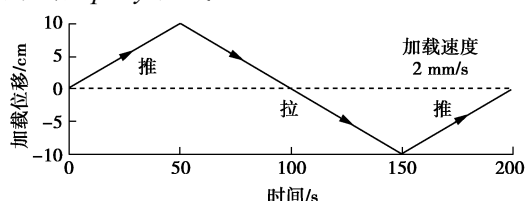


图 3 加载制度

Fig. 3 Loading protocol

2 试验 $p-y$ 曲线与讨论

2.1 $p-y$ 曲线的导出方法

利用某时刻 t 、同一标高 z 处的前、后侧应变片读数差 $\Delta \varepsilon(z, t)$,可求得截面曲率:

$$\phi(z, t) = \frac{\Delta \varepsilon(z, t)}{d} = \frac{\varepsilon_2(z, t) - \varepsilon_1(z, t)}{d}, \quad (1)$$

式中, d 为桩径, z 为桩身竖向标高, t 为加载过程某时刻, ε_1 和 ε_2 分别为前、后侧应变片读数。进一步地,利用下式求得应变片处桩身弯矩的离散值 $M(z, t)$:

$$M(z, t) = EI \cdot \phi(z, t). \quad (2)$$

然后,利用数值拟合手段获得桩身弯矩分布的函数表达式,并对该函数分别进行二次微分和二次积分,获得土抗力 $p(z, t)$ 和桩身变形 $y(z, t)$:

$$p(z, t) = -\frac{d^2 M(z, t)}{dz^2}, \quad (3)$$

$$y(z, t) = \int \left(\int \phi(z, t) dz \right) dz = \int \left(\int \frac{M(z, t)}{EI} dz \right) dz. \quad (4)$$

由式(3)、(4)可知,桩身弯矩分布的合理拟合是获得可靠 $p-y$ 曲线的前提。目前常用的拟合函数包括高阶多项式函数、多段多项式函数、多项式-三角函数联合函数以及加权残值函数^[36-37]。对于图 1 所示的钢管桩,理论上土面以上的桩身弯矩呈线性分布,而土面以下的桩身弯矩呈非线性分布。因此,本文采用分段多项式函数来拟合桩身弯矩分布,即土面以上弯矩分布 $M_a(z, t)$ 采用一次函数,土面以下弯矩分布

$M_b(z, t)$ 采用分数阶 5 阶多项式^[18]:

$$M_a(z, t) = a_0(t) + a_1(t) \cdot z, \quad (5)$$

$$M_b(z, t) = b_0(t) + b_1(t) \cdot z + b_2(t) \cdot z^{2.5} + b_3(t) \cdot z^3 + b_4(t) \cdot z^4 + b_5(t) \cdot z^5, \quad (6)$$

式中, $a_i(t)$ ($i=0, 1$) 和 $b_j(t)$ ($j=0, 1, 2, 3, 4, 5$) 为拟合系数。需要说明的是, 式 (6) 中采用分数阶 2.5 而非整数阶 2 的目的是为了满足弯矩二次微分后得到的土面处 ($z=0$) 土抗力 $p(z, t)=0$ 的要求:

$$p(z, t) = -3.75 \cdot b_2(t) \cdot z^{0.5} - 6 \cdot b_3(t) \cdot z - 12 \cdot b_4(t) \cdot z^2 - 20 \cdot b_5(t) \cdot z^3. \quad (7)$$

由于土面处桩身的弯矩水平剪力应该分别等于土面以上桩身的弯矩和剪力, 即 $M_a(z, t)$ 和 $M_b(z, t)$ 及其一次微分在 $z=0$ 处分别相等, 故 $b_0=a_0$, $b_1=a_1$ 。另外, 根据 L1 和 L2 处拉线式位移计的读数确定弯矩分布经两次积分后 (式 (4)) 产生的两个新未知系数。试验数据和上述函数式的计算在 Matlab^[38] 中进行。

2.2 桩截面抗弯刚度修正

由于制造工艺、粘贴应变片前的表面磨损等原因, 截面的实际抗弯刚度往往与名义值不同。为获得可靠的试验 $p-y$ 曲线, 本文利用“作动器水平力与土面以上桩身剪力相同”这一原理, 对截面抗弯刚度进行修正。对式 (5) 进行一次微分可获得 t 时刻土面以上桩身的剪力 $a_1(t)$, 该值应等于作动器的水平力 F 。图 4 (a) 给出了整个加载过程中, 按名义抗弯刚度 $911 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$ 求得的土面以上桩身剪力 $a_{1,\text{nomial}}$ 和作动器水平力 F 的比较, 发现两者存在明显的差距, 对两者求比值, 示于图 4 (b) 中, 发现存在一个比例均值 $\mu=1.35$, 图中跳跃段是因为往复加载过程中作动器的力接近零所致。根据此比值将截面抗弯刚度修正为 $EI =$

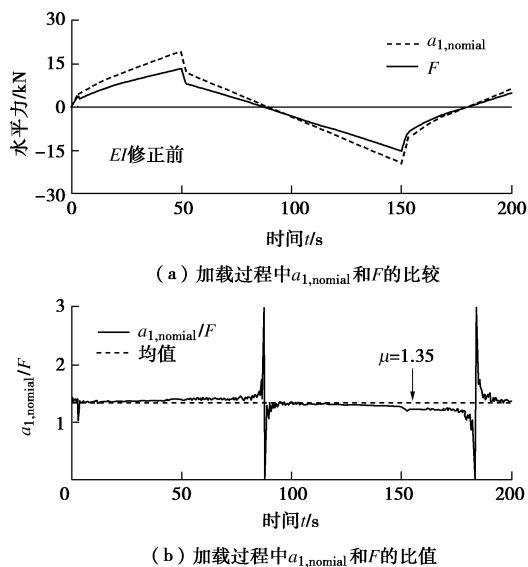


图4 桩截面抗弯刚度修正过程

Fig. 4 Procedure of modifying section flexural stiffness

$911/1.35 = 675 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$ 。接下来, 以修正的截面抗弯刚度导出试验 $p-y$ 曲线。图 5 给出了推算过程中作动器达到推方向最大位移时桩身实测弯矩值和分布的拟合、桩身位移和土抗力分布的推算结果: 从离散弯矩值的拟合结果来看, 接近桩顶处出现了一个弯矩反弯点, 这是由前述的作动器竖向约束所致; 从位移分布来看, 推算的桩身变形与拉线式位移计 L1 和 L2 的记录值相吻合, 说明推算结果是可靠的。

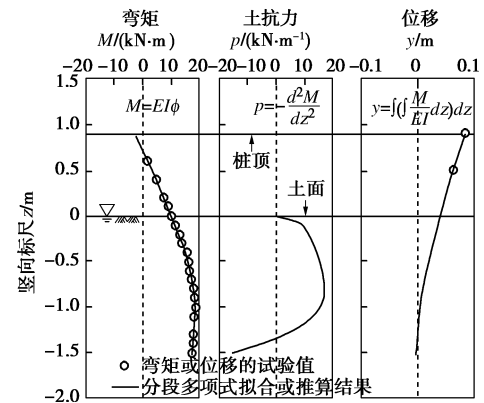


图5 推方向最大位移时刻桩身弯矩、位移和土抗力分布

Fig. 5 Distribution of bending moment, deflection and soil pressure at the maximum loading displacement

2.3 浅层砂土试验 $p-y$ 曲线及其三线性本构

图 6 代表性地给出了从加载开始到推方向最大加载位移时深度 0.1, 0.3, 0.4 和 0.6 m 处的试验 $p-y$ 曲线。位移 y 和归一化位移 ($\bar{y} = y/d$) 同时示于水平坐标轴。由于试验采样频率较高 (256 Hz), 所得的原始 $p-y$ 曲线包含了很多“毛刺”, 为清晰地表征它的关键参数, 利用 Matlab^[38] 的平滑处理方法 (locally weighted smooth), 对原始试验结果进行了平滑处理。图 6 还表明试验 $p-y$ 曲线表现出了较明显的三线性特征, 由初始刚度 k_1 、弱化刚度 k_2 以及假定的平台段组成 (见图 6 (a))。其中, k_1 , k_2 通过目测以尽可能接近试验 $p-y$ 曲线的初始刚度、折减刚度为原则确定, 并由此确定第一个转折点 (p_1, y_1); 而另一个转折点 (p_2, y_2) 通过土抗力基本达到峰值确定, 该转折点之后假定为平台段。表 1 的前 6 列给出了深度 1 m 范围内试验 $p-y$ 曲线的这些关键参数的取值, 对于深度超过 1 m 的范围, 由于桩身变形很小, 未获得发展轨迹明晰的 $p-y$ 曲线。表 1 中其他参数将在下文进一步介绍。图 6 中的三线性曲线可用式 (8) 表达, 式中 \bar{z} 为归一化深度 ($\bar{z} = z/d$)。根据表 1 中三线性 $p-y$ 曲线的参数, 图 7 建立了式 (8) 中 $\bar{y}_1(\bar{z})$, $\bar{k}_1(\bar{z})$, $\bar{k}_2(\bar{z})$, $p_2(\bar{z})$ 与 \bar{z} 的关系, 图中 R^2 表征了离散点用某函数拟合的效果, R^2 介于 0~1, 越接近 1 表示拟合度越高, 函数越合理, 各函数见式 (9)~(12)。

表 1 三线性 $p-y$ 曲线关键参数及其与 API $p-y$ 曲线和桥规 m 法 ($m=15\text{ MN/m}^4$) 的比较

Table 1 Key parameters for trilinear $p-y$ curves and comparisons with $p-y$ curves in API code and m method ($m=15\text{ MN/m}^4$)

深度 /m	p_1 /($\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$)	y_1 /m	[1] p_2 /($\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$)	[2] k_1 /($\text{kN}\cdot\text{m}^{-2}$)	k_2 /($\text{kN}\cdot\text{m}^{-2}$)	[3] API 极限 抗力/($\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$)	[4] API 初始 刚度/($\text{kN}\cdot\text{m}^{-2}$)	[5] m 法刚度 /($\text{kN}\cdot\text{m}^{-2}$)	定量比较		
									[3]/[1]	[4]/[2]	[5]/[2]
0.1	6.18	0.0037	8.11	1682	123	1.16	1600	363	0.14	0.95	0.22
0.2	5.82	0.0034	11.5	1701	213	2.33	3200	726	0.20	1.88	0.43
0.3	5.03	0.0028	12.9	1818	429	2.73	4800	1089	0.21	2.64	0.60
0.4	4.74	0.0026	14.5	1860	595	3.93	6400	1452	0.27	3.44	0.78
0.5	4.21	0.0022	15.2	1947	800	5.81	8000	1815	0.38	4.11	0.93
0.6	4.12	0.0021	15.4	2002	947	8.05	9600	2178	0.52	4.80	1.09
0.7	4.07	0.0019	16.0	2199	1066	10.64	11200	2541	0.67	5.09	1.16
0.8	4.04	0.0016	16.1	2535	1347	13.59	12800	2904	0.84	5.05	1.15
0.9	3.96	0.0014	16.3	3455	1635	16.89	14400	3267	1.04	4.17	0.95

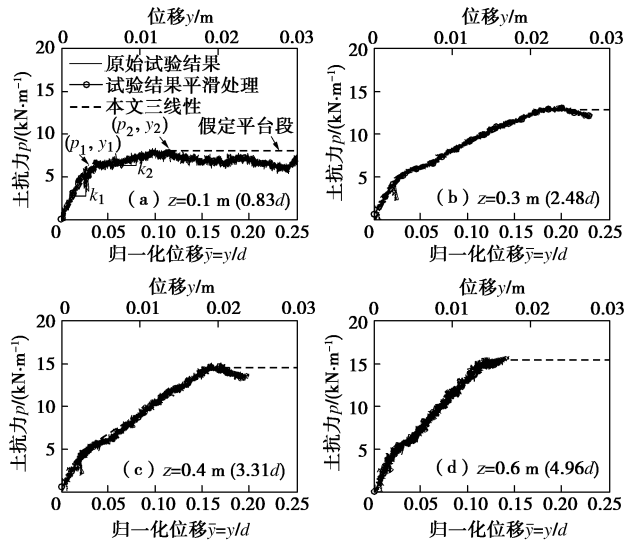


图 6 试验 $p-y$ 曲线及其三线性本构模型

Fig. 6 Experimental $p-y$ curves and corresponding trilinear constitutive models

$$p(\bar{z}) = \begin{cases} k_1(\bar{z})\bar{y}(\bar{z})d & \bar{y}(\bar{z}) \leq \bar{y}_1(\bar{z}) \\ k_1(\bar{z})\bar{y}_1(\bar{z})d + k_2(\bar{z})[\bar{y}(\bar{z}) - \bar{y}_1(\bar{z})]d & \bar{y}_1(\bar{z}) < \bar{y}(\bar{z}) \leq \bar{y}_2(\bar{z}) \\ p_2(\bar{z}) & \bar{y}(\bar{z}) > \bar{y}_2(\bar{z}) \end{cases}, \quad (8)$$

$$\bar{y}_1(\bar{z}) = -0.009\ln(\bar{z}) + 0.031, \quad (9)$$

$$k_1(\bar{z}) = 30\bar{z}^2 - 90\bar{z} + 1780, \quad (10)$$

$$k_2(\bar{z}) = 140\bar{z}^{1.20}, \quad (11)$$

$$p_2(\bar{z}) = 3.75\ln(\bar{z}) + 9.38. \quad (12)$$

而式 (8) 中 $\bar{y}_2(\bar{z})$ 可根据下式确定:

$$\bar{y}_2(\bar{z}) = \bar{y}_1(\bar{z}) + \frac{p_2(\bar{z}) - k_1(\bar{z})\bar{y}_1(\bar{z})}{k_2(\bar{z})}. \quad (13)$$

2.4 三线性 $p-y$ 曲线与 API、桥规 m 法 $p-y$ 曲线比较

(1) API 规范

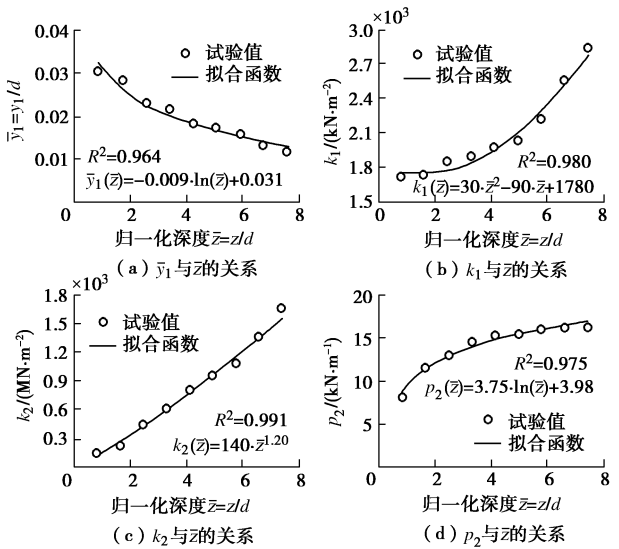


图 7 浅层土 $p-y$ 曲线的三线性本构关键参数模型

Fig. 7 Parameter models for trilinear $p-y$ curves

API $p-y$ 曲线采用双曲正切函数表达:

$$p = Ap_u \tanh\left(\frac{K_h z}{Ap_u} y\right), \quad (14)$$

式中, p_u (kN/m) 为土抗力极值, K_h 为地基系数 (kN/m^3), A 为荷载系数 (往复荷载取 0.9)。基于砂土的相对密实度、密度、桩径可根据 API 规范^[28]确定这些参数的取值, 或参见文献[10, 11, 39]。

(2) 桥规 m 法

桥规 m 法将土体视为弹性介质, 对应的地基系数 K_m (kN/m^3) 在土面处为零, 而后随深度 z 成正比例增长, 这个比例系数即为 m 法中的 m 值 (kN/m^4):

$$K_m = mz. \quad (15)$$

为与试验 $p-y$ 曲线和 API $p-y$ 曲线对比, 将 m 法表达为类似于 $p-y$ 曲线的弹性关系:

$$p = (K_m b)y = (mzb)y, \quad (16)$$

式中 b 为桩的计算宽度, 按下式计算:

$$b = k \cdot k_f (1.5d + 0.5) \leq 2d \quad (17)$$

式中 k 为桩间影响系数, 单桩取 1.0; k_f 为桩形状换算系数, 圆形截面取 0.9; d 为桩径。由于小直径桩的桩径很小 ($d = 0.121 \text{ m}$), 故桩的计算宽度 b 取 $2d$, 即 0.242 m 。桥规^[14]规定, 细砂、中砂和中密粉土的 m 值取值范围为 $10 \sim 20 \text{ MN/m}^4$, 实际工程中, 中间值 15000 kN/m^4 常作为中砂的取值, 尽管如此, 本文分析时取推荐范围的最大值 (20 MN/m^4)、最小值 (10 MN/m^4) 和中间值 (15 MN/m^4) 进行比较。

(3) $p-y$ 曲线的比较

图 8 代表性地给出了从加载开始到推方向最大加载位移时深度 $0.1, 0.3, 0.4 \text{ m}$ 和 0.6 m 处的本文三线性 $p-y$ 曲线及其与 API $p-y$ 曲线和桥规 m 法的对比。比较图 8 中的三线性 $p-y$ 曲线和 API $p-y$ 曲线可知, 试验所得的浅层三线性 $p-y$ 曲线的初始刚度更小, 而土抗力极限强度更大。表 1 还列出了三线性 $p-y$ 曲线的关键参数与 API $p-y$ 曲线以及 m 法 (以 $m = 15 \text{ MN/m}^4$ 为例) 的对比。从表 1 可知: 强度方面, API $p-y$ 曲线的极限抗力小于三线性 $p-y$ 曲线的极限抗力, 深度 0.1 m 时仅为三线性 $p-y$ 曲线的 14%, 随着深度的增加, 两者逐渐接近。刚度方面, API $p-y$ 曲线的初始刚度除 0.1 m 深度处略小于三线性 $p-y$ 曲线外, 其他深度处明显更大, 且两者间的比例有随深度增加而增大的趋势, 高达 5 倍左右, 而 m 法 (m 值取推荐范围的中间值) $p-y$ 曲线的刚度在深度小于 0.5 m 明显小于三线性 $p-y$ 曲线, 深度 $0.5 \sim 0.9 \text{ m}$ 范围内与其很接近。总体而言, 对于小直径桩的浅层土体, API $p-y$ 曲线高估了土体的初始刚度 (高达约 5

倍), 但低估了土体的极限抗力 (低至 20% 左右), 定性上, 该结论与普通直径或大直径桩中 API $p-y$ 曲线存在的问题相同^[19, 21, 24]。而 m 法 $p-y$ 曲线的刚度始终小于 API $p-y$ 曲线的初始刚度。

3 $p-y$ 曲线的数值验证

为验证或检验所得的砂土地基小直径单桩浅层土三线性 $p-y$ 曲线、API $p-y$ 曲线以及桥规 m 法在预测桩基抗力和变形中的有效性, 基于非线性温克乐地基梁模型, 采用 OpenSees^[40] 对试验进行数值模拟, 从桩身弯矩、变形分布以及整体力-位移曲线方面进行比较。

3.1 非线性温克乐地基梁模型 (BNWF)

图 9 给出了拟静力试验基于 BNWF 的数值模型, 钢管桩在试验过程中基本保持弹性, 故采用弹性梁柱单元模拟, 截面抗弯刚度取修正后的值, 单元长度 0.1 m 。对于土-桩相互作用的模拟, 土弹簧间隔与桩身单元长度对应, 也是 0.1 m , 采用图 9 所示的 3 种模拟方法: ① API 方法: 土面以下桩身均采用 API $p-y$ 曲线。② 本文方法: $0 \sim 0.9 \text{ m}$ 范围内采用本文提出的三线性 $p-y$ 曲线, 而其余深度采用 API $p-y$ 曲线, 一是因为试验未得到深度 1 m 以上的 $p-y$ 曲线, 二是因为 1 m 深度对应约 8 倍桩径, 而以往的研究表明: 桩身内力、变形主要受土面到 3~4 倍桩径深度范围内的土层特性的影响^[34]。③ 桥规 m 法: m 值分别取 10, 15, 20 MN/m^4 。由于作动器的受竖向约束, 桩顶转动受部分约束, 且桩顶三角形钢帽和三角形加劲肋受力相对比较复杂, 出于简化数值模拟的考虑, 数值模型中在桩顶附加一个转动弹簧来考虑这些因素导致的桩顶弯矩在整个加载过程中的变化。同时, 在桩顶处施加循环往复的位移 Δ_{ctrl} (通过图 1 中位移计 L2 的读数确定)。这个转动弹簧的本构通过试验测得的桩顶弯矩-转角关系确定, 转角通过桩身曲率分布的一次积分或变形分布的一次微分得到, 基于从开始加载到最大位移时的试验数据, 图 10 给出了该本构曲线。从图中可知, 作动器的竖向约束导致试验加载初期桩顶的转动受到显著制约, 当转角达到约 0.001 rad , 转角快速增大, 而弯矩基本保持不变, 故本文采用理想双线性本构来表达这一弯矩-转角关系, 见图 10。

3.2 数值模拟与试验结果的比较

一般而言, 桥规 m 法适用于土面桩身侧向变形不超过 6 mm 的情况。因此, 本文研究桩身小变形和大变形两种情况下各模拟方法的有效性。小变形的情况对应于土面桩身 6 mm 的时刻, 而大变形的情况对应于最大位移的时刻。

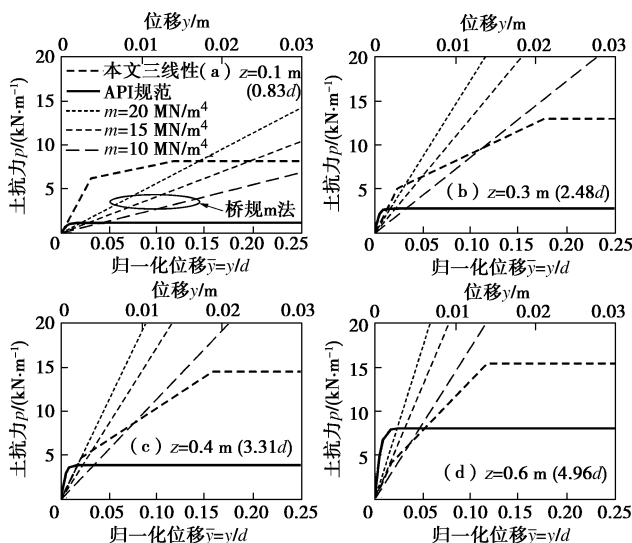


图 8 三线性 $p-y$ 曲线与 API 和桥规的比较

Fig. 8 Trilinear $p-y$ relationship and comparisons with API and $p-y$ curves of Chinese Codes

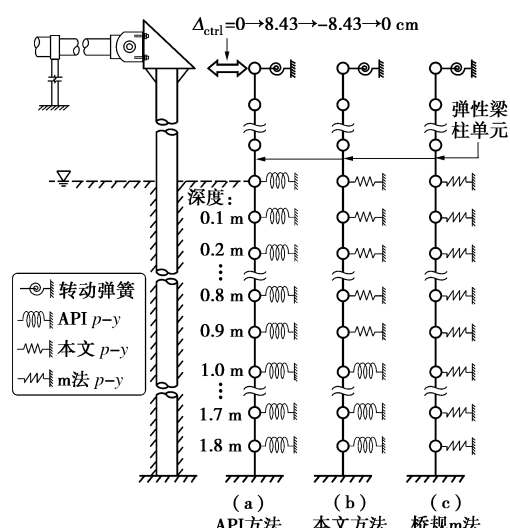


图 9 基于 BNWF 的有限元模型

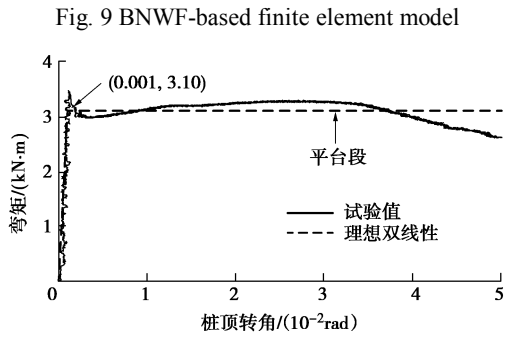


图 10 桩顶转动弹簧本构

(1) 整体力 - 位移关系曲线

图 11 给出了采用不同方法得到的钢管桩整体力 - 位移曲线, 试验的整体力 - 位移曲线通过作动器的水平力和桩顶处 L2 位移计 (图 1) 的读数获得。试验记录的整体力 - 位移曲线稍有不对称, 拉方向的峰值略大于推方向, 这可能是由于先推后拉的加载方式, 推方向加载时, 桩周土体可能会填充桩身的脱空区域, 导致拉方向加载时, 土体相对更密。土面桩身变形不超过 6 mm 的范围也示于图中, 大体而言, 该范围内, 3 种方法与试验结果均比较接近, 说明在小变形时, 3 种方法均能够预测小直径桩的水平承载力。

表 2 列出了小变形和大变形情况下桩基在拉方向的水平承载力定量比较。由表可知, 小变形时数值水平力与试验值相差基本在 10% 以内, 除了 m 值取最小值的极端情况。值得说明的是, 小变形时, m 值取最大值 (20 MN/m⁴) 时的模拟结果比中间值 (15 MN/m⁴) 更好, 因此, 对于工程中类似的情况, 即桩基侧向小变形时, 可适当取推荐范围内较大的 m 值。随着桩身位移的增大, m 法表现出显著高估桩基整体强度的趋势, 从表 2 可知: 大变形时, m 值取 20, 15, 10 MN/m⁴ 得到的水平力峰值比试验值分别高 32%, 19%, 3%, 说明桩基大变形时, 仍可采用 m 法估算其水平承载力, 但 m 值宜取推荐范围内的最小值。API 规范则低估了

桩基的整体水平承载力 (推方向最大位移时低估了 8%, 而拉方向最大位移时刻低估了 23%)。相比之下, 本文提出的浅层土三线性 $p-y$ 曲线能够较好地预测桩基的整体力 - 位移关系, 推、拉方向最大位移时的强度与试验值均相差 7%, 说明本文采用的 $p-y$ 曲线推算方法是合理的, 得到的结果是可靠的, 能更好地预测桩基的力和位移关系。

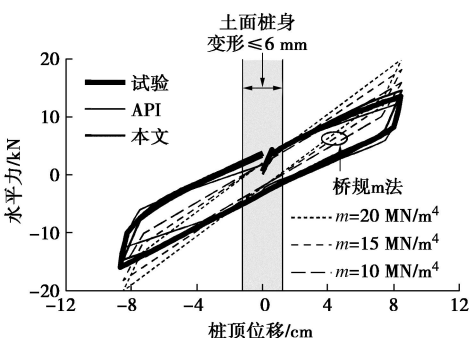


图 11 整体力 - 位移曲线

Fig. 11 Global force-displacement curves

表 2 水平承载力的比较

工况	桩基水平承载力/kN		差值百分比	
	小变形	大变形	小变形	大变形
试验	-4.95	-15.60	—	—
API	-5.20	-12.53	5%	-23%
本文	-5.21	-14.60	5%	-7%
$m=20\text{ MN/m}^4$	-4.66	-19.99	-6%	32%
$m=15\text{ MN/m}^4$	-4.44	-18.18	-11%	19%
$m=10\text{ MN/m}^4$	-3.95	-15.98	-21%	3%

注: 表中小变形指土面桩身位移为 6 mm 的时刻, 大变形指最大位移的时刻。差值百分比 = (数值模拟 - 试验) / 试验 × 100%, 正百分比表示高估, 负百分比表示低估。加粗结果代表与试验值误差较小 (10% 以内)。后文表格附注同此表。

(2) 桩身变形形态

图 12 给出了桩身小变形和大变形两种情况下, 桩身的变形形态。同时, 为比较无土和有土情况下桩身变形的区别, 将数值模型中的 $p-y$ 弹簧单元全部删除, 其他边界条件不变, 进行无土情况下桩基在水平往复荷载下的数值分析。由图可知, 无论是大变形还是小变形的情况, 在相同的桩顶位移下, 无土情况下的桩身变形明显大于有土的情况, 因为土体约束的缺失显著降低了桩基体系的水平刚度。对于有土的情况, 不同 $p-y$ 曲线的模拟结果与试验值都基本吻合, 说明不同模拟方式对桩身变形的影响较小。从图 12 可知: 对于有土的情况, 小变形时, m 法会使桩身产生相对较大的侧向变形, 变形稍大于采用本文提出的浅层土三线性 $p-y$ 曲线的模型, 更稍大于采用 API $p-y$ 曲线的模型, 这主要是因为 3 种模拟方法中, m 法对应的 $p-y$ 曲线的初始刚度最小, 小变形时的土体抗力也最小, 而 API $p-y$ 曲线的初始刚度最大; 大变形时则

相反, 采用 m 法的模型桩身变形最小, 采用 API $p-y$ 曲线的模型桩身变形最大, 因为 m 法未考虑土体的非线性, 大变形时土体抗力大于本文三线性 $p-y$ 曲线的极限抗力, 更大于 API $p-y$ 曲线的极限抗力。总体而言, 尽管 3 种 $p-y$ 曲线的本构差别较大, 但在相同的桩顶位移下, 桩身变形形态较接近。

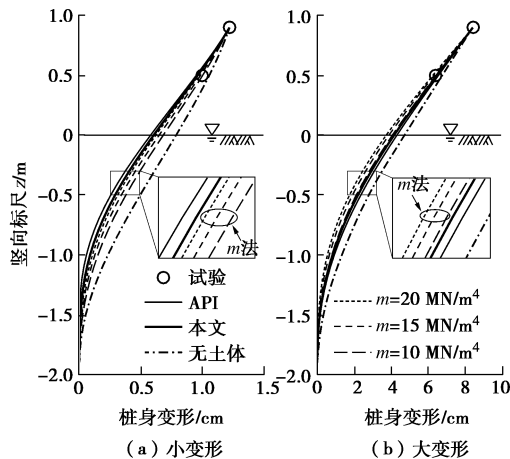


图 12 桩身变形分布
Fig. 12 Distribution of pile deflection

(3) 桩身弯矩分布

图 13 给出了小变形和大变形时刻的桩身弯矩数值模拟结果与试验值的比较。同样地, 图中给出了无土情况下的弯矩分布。由图可见, 无土情况下, 桩身弯矩呈三角形分布, 与有土的情况存在显著差别。表 3, 4 分别列出了有土情况下, 数值模拟得到的弯矩最大值及其对应深度与试验结果的比较。结合图表可知: 无论是小变形还是大变形的情况, 采用本文提出的浅层土三线性 $p-y$ 曲线可以更好地预测桩身弯矩分布, 包括弯矩峰值和最大弯矩深度, 误差 5% 左右。

对于有土情况下其他的 $p-y$ 曲线本构, 小变形时 m 值取最大值得到的弯矩分布与试验值基本吻合 (见图 13 (a)、表 3, 4), 比 m 值取中间值的效果更好, 结合前述小变形时较大的 m 值能更好地预测桩基的水平承载力, 以及桩身变形形态的分析, 可得结论: 小变形时宜取推荐范围内较大的 m 值。另外, 桩基小变形时, API 规范会高估桩身弯矩峰值, 主要是由于 API $p-y$ 曲线的初始刚度很大, 对应土抗力亦较大所致。

大变形时, 虽然采用 API 规范得到的弯矩峰值与试验值接近, 但它会高估桩身弯矩峰值所在的深度 (高估约 20%), 这是因为与试验 $p-y$ 曲线相比, API $p-y$ 曲线低估了土体的极限抗力, 故需要更深土层的抗力来使桩身达到弯矩峰值。对于 m 法, 图 13 (b) 表明, 当 m 值取最小值时 (10 MN/m^4), 弯矩分布与试验结果较接近, 弯矩最大值几乎相同, 只是最大弯矩值的位置稍浅 (低估约 15%), 考虑到试验值是由间隔 10 cm 的离散数据获得的, 这样的误差对工程实

际而言基本可接受。结合前述桩基整体力-位移关系中, m 值取推荐范围内的最小值可以更好地估算大变形时的水平承载力, 以及桩身变形形态的分析, 可以得到结论: 对于超过 m 法适用范围的大变形的情况, m 值取推荐范围内的最小值可以估算饱和中砂地基小直径桩基的水平承载力和桩身弯矩、变形。

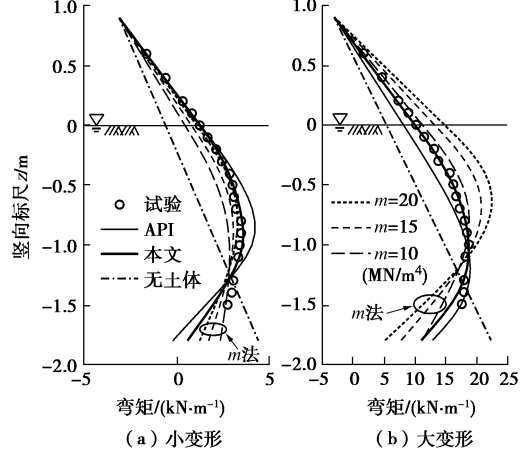


图 13 桩身弯矩分布
Fig. 13 Distribution of pile bending moment

表 3 弯矩最大值的比较

Table 3 Comparison of maximum bending moments				
工况	弯矩最大值/(kN·m)		差值百分比	
	小变形	大变形	小变形	大变形
试验	3.47	18.70		
API	4.22	18.93	22%	1%
本文	3.61	18.68	4%	0%
$m=20 \text{ MN/m}^4$	3.3	22.43	-5%	20%
$m=15 \text{ MN/m}^4$	3.07	20.74	-12%	11%
$m=10 \text{ MN/m}^4$	2.87	18.77	-17%	0%

表 4 最大弯矩值对应深度的比较

Table 4 Comparison of depth-to-maximum bending moments				
工况	最大弯矩值深度/m		差值百分比	
	小变形	大变形	小变形	大变形
试验	0.80	1.00		
API	0.85	1.20	6%	20%
本文	0.85	1.00	6%	0%
$m=20 \text{ MN/m}^4$	0.80	0.65	0%	-35%
$m=15 \text{ MN/m}^4$	0.90	0.70	13%	-30%
$m=10 \text{ MN/m}^4$	1.05	0.85	31%	-15%

4 结论与建议

本文通过开展拟静力模型试验研究了饱和中砂地基中小直径单桩的浅层土 $p-y$ 曲线, 提出了三线性浅层土 $p-y$ 曲线, 并与美国 API 规范的 $p-y$ 曲线和中国桥规 m 法进行了比较。结论与建议如下:

(1) 采用本文提出的三线性 $p-y$ 曲线可有效地预测小直径桩基在饱和中砂地基中的水平承载力和桩身弯矩、变形分布。验证了分段分数阶多项式函数在推算 $p-y$ 曲线过程中的合理性。

(2) 对于饱和中砂地基, API $p-y$ 曲线的初始刚度偏大、极限抗力偏小, 可能会稍低估小直径桩基的整体水平承载力 (约 10%~20%), 并高估最大弯矩对应的深度 (约 20%), 故建议对 1 m 深度范围内的浅层土采用本文提出的三线性 $p-y$ 曲线模拟, 其余土层采用 API $p-y$ 曲线模拟。

(3) 对于饱和中砂地基小直径桩的水平承载力和弯矩、变形的预测, m 法仍然适用, 当桩身变形较小时 (土面桩身变形不超过 6 mm), m 值宜取推荐范围内的较大值, 而对于桩身变形较大的情况, m 值宜取推荐范围内的最小值。

本文提出的浅层土 $p-y$ 曲线适用于埋置于饱和中砂地基中的小直径桩基, 对于其他相对密实度的砂土地基, 还需进一步的试验研究和理论分析。此外, 对于实际工程中的小直径摩擦桩, 特别是群桩基础, 建议分析模型中还需考虑土-桩竖向相互作用的影响。

参考文献:

- [1] 向波, 马建林, 何云勇, 等. 小直径钢管排桩加固边坡的离心模型试验[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, **31**(增刊 1): 2644 - 2652. (XIANG Bo, MA Jian-lin, HE Yun-yong, et al. Centrifugal model test of slope reinforced by small-diameter steel pipe row piles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, **31**(S1): 2644 - 2652. (in Chinese))
- [2] TOKIMATSU K, TAMURA S, SUZUKI H, et al. Building damage associated with geotechnical problems in the 2011 Tohoku Pacific Earthquake[J]. Soils and Foundations, 2012, **52**(5): 956 - 974.
- [3] GHORBANI A, HASANZADEHSHOOIILI H, GHAMARI E, et al. Comprehensive three dimensional finite element analysis, parametric study and sensitivity analysis on the seismic performance of soil-micropile-superstructure interaction[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2014, **58**: 21 - 36.
- [4] DOBRY R, ABDOUN T, O'ROURKE T D, et al. Single piles in lateral spreads: field bending moment evaluation[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2003, **129**(10): 879 - 889.
- [5] MATLOCK H, FOO H C, BRYANT L M. Simulation of lateral pile behavior under earthquake motion[C]// Proceedings of the ASCE Geotechnical Engineering Division Specialty Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics. Pasadena, 1978.
- [6] FINN W D, FUJITA N. Piles in liquefiable soils: seismic analysis and design issues[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2002, **22**(9-12): 731 - 742.
- [7] BOULANGER R W, CURRAS C J, KUTTER B L, et al. Seismic soil-pile-structure interaction experiments and analyses[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1999, **125**(9): 750 - 759.
- [8] 苏静波, 邵国建, 刘宁. 基于 $p-y$ 曲线法的水平受荷桩非线性有限元分析[J]. 岩土力学, 2006, **27**(10): 1781 - 1785. (SU Jing-bo, SHAO Guo-jian, LIU Ning. Nonlinear finite element analysis of piles under lateral load based on $p-y$ curves[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, **27**(10): 1781 - 1785. (in Chinese))
- [9] 苏栋. 弹塑性 $p-y$ 模型及非线性地基梁的增量有限元法[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(8): 1469 - 1474. (SU Dong. Elasto-plastic $p-y$ model and incremental finite element method for beams on nonlinear foundation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(8): 1469 - 1474. (in Chinese))
- [10] WANG X, LUO F, SU Z et al. Efficient finite-element model for seismic response estimation of piles and soils in liquefied and laterally spreading ground considering shear localization[J]. International Journal of Geomechanics, 2017, **17**(6): 6016039.
- [11] WANG X, YE A, HE Z, et al. Quasi-static cyclic testing of elevated RC pile-cap foundation for bridge structures[J]. Journal of Bridge Engineering, 2016, **21**(2): 4015042.
- [12] HE L, ELGAMAL A, ABDOUN T, et al. Liquefaction induced lateral load on pile in a medium d_r sand layer[J]. Journal of Earthquake Engineering, 2009, **13**(7): 916 - 938.
- [13] GIANNAKOS S, GEROLYMOS N, GAZETAS G. Cyclic lateral response of piles in dry sand: finite element modeling and validation[J]. Computers and Geotechnics, 2012, **44**: 116 - 131.
- [14] JTG D63—2007 公路桥涵地基与基础设计规范[S]. 2007. (JTG D63—2007 Code for design of ground base and foundation of highway bridges and culverts[S]. 2007. (in Chinese))
- [15] 燕斌. 桥梁桩基础抗震简化模型比较研究[D]. 上海: 同济大学, 2007. (YAN Bin. Study on simplified models of bridge pile-foundation subjected to earthquake[D]. Shanghai: Tongji University, 2007. (in Chinese))
- [16] KONDER R L. Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1963, **89**(1): 115 - 144.
- [17] REESE L C, COX W R, KOOP F D. Analysis of laterally loaded piles in sand[C]//Proceedings of the 6th Annual Offshore Technology Conference. Houston, 1974: 473 - 485.
- [18] O'NEILL M W, MURCHISON J M. An evaluation of $p-y$

- relationships in sands[R]. Houston: University of Houston, 1983.
- [19] YAN L, BYRNE P M. Lateral pile response to monotonic pile head loading[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1992, **29**(6): 955 - 970.
- [20] WILSON D W. Soil-pile-superstructure interaction in liquefying sand[D]. Davis: University of California, 1998.
- [21] TAK KIM B, KIM N-K, JIN LEE W, et al. Experimental load - transfer curves of laterally loaded piles in Nak-Dong river sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2004, **130**(4): 416 - 425.
- [22] ZHU B, SUN Y X, CHEN R P, et al. Experimental and analytical models of laterally loaded rigid monopiles with hardening $p-y$ curves[J]. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 2015, **141**(6): 4015007.
- [23] 王成雷, 王建华, 冯士伦, 等. 土层液化条件下桩土相互作用 $p-y$ 关系分析[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(10): 1500 - 1505. (WANG Cheng-lei, WANG Jian-hua, FENG Shi-lun. Analysis on $p-y$ curves of soil-pile interaction in liquefied soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(10): 1500 - 1505. (in Chinese))
- [24] 李雨润, 袁晓铭, 梁 艳. 桩-液化土相互作用 $p-y$ 曲线修正计算方法研究[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(4): 595 - 599. (LI Yu-run, YUAN Xiao-ming, LIANG Yan. Modified calculation method of $p-y$ curves for liquefied soil-pile interaction[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(4): 595 - 599. (in Chinese))
- [25] 朱 斌, 熊 根, 刘晋超, 等. 砂土中大直径单桩水平受荷离心模型试验[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(10): 1807 - 1815. (ZHU Bin, XIONG Gen, LIU Jin-chao, et al. Centrifuge modelling of a large-diameter single pile under lateral loads in sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(10): 1807 - 1815. (in Chinese))
- [26] 张永亮, 陈兴冲, 孙建飞. 桥梁群桩基础非线性静力计算模型及拟静力试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **32**(9): 1799 - 1806. (ZHANG Yong-liang, CHEN Xing-chong, SUN Jian-fei. Nonlinear static calculation model and pseudo-static test of pile group bridge foundations[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, **32**(9): 1799 - 1806. (in Chinese))
- [27] 高博雷, 张陈蓉, 张照旭. 砂土中边坡附近单桩水平抗力的模型试验研究[J]. 岩土力学, 2014, **35**(11): 3191 - 3198. (GAO Bo-lei, ZHANG Chen-rong, ZHANG Zhao-xu. Model tests on effect of slopes on lateral resistance of near single piles in sand[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, **35**(11): 3191 - 3198. (in Chinese))
- [28] API. Geotechnical and foundation design considerations[M]. Washington D C: American Petroleum Institute, 2011.
- [29] COX W R, REESE L C, GRUBBS B R. Field testing of laterally loaded piles in sand[C]//Proceedings of the 6th Annual Offshore Technology Conference. Houston, 1974: 459 - 464.
- [30] DYSON G J, RANDOLPH M F. Monotonic lateral loading of piles in calcareous sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, **127**(4): 346 - 352.
- [31] ACHMUS M, KUO Y S, ABDEL-RAHMAN K. Behavior of monopile foundations under cyclic lateral load[J]. Computers and Geotechnics, 2009, **36**(5): 725 - 735.
- [32] JURAN I, BENSLIMANE A, HANNA S. Engineering analysis of dynamic behavior of micropile systems[J]. Journal of the Transportation Research Board, 2001, **1772**(1): 91 - 106.
- [33] SHAHROUR I, JURAN I. Seismic behaviour of micropile systems[J]. Ground Improvement, 2004, **8**(3): 109 - 120.
- [34] ZHANG L, ZHAO M, ZOU X. Behavior of laterally loaded piles in multilayered soils[J]. International Journal of Geomechanics, 2015, **15**(2): 6014017.
- [35] 伍小平, 孙利民, 胡世德, 等. 振动台试验用层状剪切变形土箱的研制[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2002, **30**(7): 781 - 785. (WU Xiao-ping, SUN Li-min, HU Shi-de, et al. Development of laminar shear box used in shaking table test[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2002, **30**(7): 781 - 785. (in Chinese))
- [36] YANG K, LIANG R. Methods for deriving $p-y$ curves from instrumented lateral load tests[J]. Geotechnical Testing Journal, 2007, **30**(1): 100317.
- [37] SINNREICH J, AYITHI A. Derivation of $p-y$ curves from lateral pile load test instrument data[J]. Geotechnical Testing Journal, 2014, **37**(6): 1 - 12.
- [38] MATHWORKS. MATLAB the language of technical computing[CP]. MathWorks, 2015, Version b.
- [39] 王晓伟, 叶爱君, 罗富元. 液化场地桩柱式基础桥梁结构地震反应的敏感性分析[J]. 工程力学, 2016, **33**(8): 132 - 140. (WANG Xiao-wei, YE Ai-jun, LUO Fu-yuan. Seismic response sensitivity analysis of pile supported bridge structures in liquefiable ground[J]. Engineering Mechanics, 2016, **33**(8): 132 - 140. (in Chinese))
- [40] MCKENNA F. OpenSees: a framework for earthquake engineering simulation[J]. Computing in Science and Engineering, 2011, **13**(4): 58 - 66.