

DOI: 10.11779/CJGE201808019

成层软土地基上土堤填筑稳定性的塑性极限分析

雷国辉^{1, 2}, 张惠敏^{1, 2}, 刘芳雪^{1, 2}, 张 飞^{1, 2}, 庄 妍^{1, 2}

(1. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学江苏省岩土工程技术工程研究中心, 江苏 南京 210098)

摘要: 针对成层软土地基上土堤填筑的稳定性分析问题, 考虑地基土体的不排水抗剪强度既随土层变化又随深度任意线性变化, 根据工程实践中揭示的堤基深层破坏模式, 基于塑性极限分析的上限理论, 构建满足运动许可的对数螺旋线与圆弧组合的转动破坏机制, 建立了便于快速评估成层软土地基上土堤填筑稳定性的临界高度、无量纲化的稳定数、稳定图、最小安全系数和临界滑动面的分析计算方法, 并将计算结果与2个土堤失稳现场试验工程案例的实测结果进行了对比。结果表明, 采用本文方法计算得到的土堤最小安全系数接近于土堤失稳时的最小安全系数的理论值1.0, 计算确定的临界滑动面也与实测的临界滑动面比较接近, 从而验证了本文方法的适用性。

关键词: 成层软土地基; 土堤填筑; 稳定性; 极限分析; 稳定数

中图分类号: TU751 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2018)08-1522-06

作者简介: 雷国辉(1972-), 男, 江西丰城人, 博士, 教授, 博士生导师, 从事土力学与地基基础工程教学与科研工作。E-mail: leiguohui@hhu.edu.cn。

Plasticity limit analysis of stability of embankment fill on layered soft soil ground

LEI Guo-hui^{1, 2}, ZHANG Hui-min^{1, 2}, LIU Fang-xue^{1, 2}, ZHANG Fei^{1, 2}, ZHUANG Yan^{1, 2}

(1. Key Laboratory of Geomechanics and Embankment Engineering of Ministry of Education, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Jiangsu Research Center for Geotechnical Engineering Technology, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: The stability of embankment fill on layered soft soil ground is analyzed. For each layer of soft soil, arbitrarily linearly increasing undrained shear strength with depth is considered. According to the deep-seated failure mode revealed from engineering practice, a logarithmic spiral and an arc combined rotational failure mechanism is constructed for the fulfillment of the kinematical admissibility based on the upper bound theory of plasticity limit analysis. The methods for the analysis of the critical embankment height, non-dimensional stability number, stability charts, the minimum factor of safety and the critical slip surface are established for rapid evaluation of the stability of embankment fill on layered soft soil ground. Comparisons are made of the calculated results with the measured ones from two case histories of field tests of embankment failure. It is shown that the minimum factor of safety derived from the proposed method is basically identical to the theoretical value of 1.0 of the minimum factor of safety for embankment instability. The critical slip surface determined by the proposed method is approximately consistent with the measured one. The applicability of the proposed method is thus verified.

Key words: layered soft soil ground; embankment fill; stability; limit analysis; stability number

0 引言

成层软土地基上土堤填筑的稳定性分析是路堤、海堤等工程设计中必不可少的研究内容。已有的试验结果^[1-11]表明, 软土地基上土堤填筑失稳的破坏模式主要表现为堤基软土的深层破坏, 而且, 堤基软土的不排水抗剪强度通常都呈现出既随土层又随深度而变化的特征。工程实践中, 普遍采用基于较多假设条件、理论上较为简单的极限平衡法开展土堤填筑稳定性设计计算, 虽然可以考虑土层间不排水抗剪强度的差异, 但不便于考虑土层内不排水抗剪强度随深度的变化特性。相比而言, 极限分析法在理论基础的严格性、

考虑抗剪强度的实际变化特性、构建稳定性分析的解析或半解析方法以提升设计效率方面, 却具有明显的优势。为此, 本文考虑成层软土地基土层间不排水抗剪强度的非均质性, 以及土层内不排水抗剪强度随深度任意线性变化特性, 依据堤基深层破坏模式, 建立针对成层软土地基上土堤填筑稳定性的极限分析计算方法。

基金项目: 国家自然科学基金项目(51578213, 51508160); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(2017B00814, 2017B20614); 高等学校学科创新引智计划(“111计划”)项目(B13024)

收稿日期: 2017-05-10

$$dW_1 = \omega \left(\frac{2}{3} r \cos \theta \right) \left(\frac{1}{2} \gamma r^2 d\theta \right) = \frac{1}{3} \gamma \omega r^3 \cos \theta d\theta, \quad (11)$$

式中, ω 为滑动体的转动角速度。

将该微元体所做功率沿 BD 段积分, 即可得到对数螺旋区 $OBDO$ 重力所做功率为

$$W_1 = \frac{1}{3} \gamma \omega \int_{\theta_0}^{\theta_h} r^3 \cos \theta d\theta = \gamma \omega r_0^3 f_1, \quad (12)$$

其中,

$$f_1 = \frac{1}{3} \left[1 + 9 \left(\frac{\tan \varphi}{F_s} \right)^2 \right]^{-1} \left[\left(3 \frac{\tan \varphi}{F_s} \cos \theta_h + \sin \theta_h \right) \cdot e^{3(\theta_h - \theta_0) \frac{\tan \varphi}{F_s}} - 3 \frac{\tan \varphi}{F_s} \cos \theta_0 - \sin \theta_0 \right]. \quad (13)$$

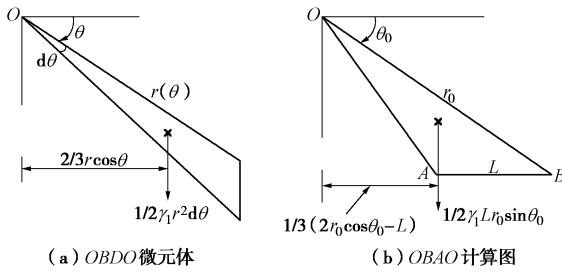


图 2 功率计算详图

Fig. 2 Calculation details for work rate

同理可得, 扇形区 $ODEO$ 重力所做功率为

$$W_2 = \frac{1}{3} \omega r_h^3 \int_{\theta_h}^{\pi - \theta_h} \gamma_i \cos \theta d\theta = 0. \quad (14)$$

计算三角形区域 $OBAO$ 重力所做功率 W_3 时, 可采用该区域的重力与其重心速度的垂直分量 (如图 2 (b) 所示) 的乘积求得, 即

$$W_3 = \frac{1}{6} \gamma \omega L r_0 \sin \theta_0 (2 r_0 \cos \theta_0 - L) = \gamma \omega r_0^3 f_3, \quad (15)$$

式中, L 为图 1 所示线段 AB 的长度;

$$f_3 = \frac{1}{6} \sin \theta_0 \frac{L}{r_0} \left(2 \cos \theta_0 - \frac{L}{r_0} \right). \quad (16)$$

同理可得, 三角形区域 $OAEAO$ 和 $AFEA$ 重力所做功率 W_4 和 W_5 分别为

$$W_4 = \frac{1}{6} \gamma \omega r_h \frac{H}{\sin \beta'} \sin(\theta_h - \beta') \cdot (r_0 \cos \theta_0 - L - r_h \cos \theta_h) = \gamma \omega r_0^3 f_4, \quad (17)$$

$$W_5 = \frac{1}{6} \gamma \omega H^2 (\cot \beta' - \cot \beta) (r_0 \cos \theta_0 - L - r_h \cos \theta_h + r_0 \cos \theta_0 - L - H \cot \beta) = \gamma \omega r_0^3 f_5, \quad (18)$$

其中,

$$f_4 = \frac{1}{6} e^{(\theta_h - \theta_0) \frac{\tan \varphi}{F_s}} \frac{H}{r_0} \frac{\sin(\theta_h - \beta')}{\sin \beta'}.$$

$$\left[\cos \theta_0 - \frac{L}{r_0} - e^{(\theta_h - \theta_0) \frac{\tan \varphi}{F_s}} \cos \theta_h \right], \quad (19)$$

$$f_5 = \frac{1}{6} \left(\frac{H}{r_0} \right)^2 (\cot \beta' - \cot \beta) \left[2 \cos \theta_0 - 2 \frac{L}{r_0} - \frac{H}{r_0} \cot \beta - e^{(\theta_h - \theta_0) \frac{\tan \varphi}{F_s}} \cos \theta_h \right]. \quad (20)$$

将式 (12)、(14)、(15)、(17) 和 (18) 代入式 (10) 可得滑动体 $ABDEFA$ 重力所做的功率为

$$W = \gamma \omega r_0^3 (f_1 - f_3 - f_4 - f_5). \quad (21)$$

上式中, 函数 f_1 , f_3 , f_4 和 f_5 对应的表达式分别为式 (13)、(16)、(19) 和 (20), 这些表达式中, H/r_0 和 L/r_0 的值可以根据图 1 的几何关系计算得到

$$\frac{H}{r_0} = e^{(\theta_h - \theta_0) \frac{\tan \varphi}{F_s}} \sin \theta_h - \sin \theta_0, \quad (22)$$

$$\frac{L}{r_0} = \cos \theta_0 + e^{(\theta_h - \theta_0) \frac{\tan \varphi}{F_s}} \cos \theta_h - \left[e^{(\theta_h - \theta_0) \frac{\tan \varphi}{F_s}} \sin \theta_h - \sin \theta_0 \right] \cot \beta'. \quad (23)$$

综合上述表达式可以看出, 滑动体 $ABDEFA$ 重力所做的功率是 θ_0 , θ_h 和 β' 这 3 个未知数的函数。

2.2 滑动面上的内能耗散率

内能耗散发生在滑动面即速度间断面 BD 和 DE 这两部分之上, 其内能耗散率可以通过微分面积 $rd\theta$ 与 $\cos \varphi$ 与黏聚力 c 或不排水抗剪强度 c_{ui} 以及间断面的切向速度 $\omega r \cos \varphi$ 连乘后, 在滑动面上进行积分计算得到。

滑动面 BD 段的内能耗散率为

$$Q_0 = \int_{\theta_0}^{\theta_h} c_m (\omega r \cos \varphi_m) \frac{rd\theta}{\cos \varphi_m} = \frac{c_{u01}}{\tan \varphi} \omega r_0^2 q_0, \quad (24)$$

其中,

$$q_0 = \frac{1}{2} \frac{c}{c_{u01}} \left[e^{2(\theta_h - \theta_0) \frac{\tan \varphi}{F_s}} - 1 \right]. \quad (25)$$

考虑滑动面 DE 段相对于滑动圆心 O 点垂线的对称性, 及成层地基各层土中不排水抗剪强度 c_{ui} 随深度 z 按式 (1) 呈线性变化, DE 段在第 i 层土中的内能耗散率为

$$Q_i = 2 \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} c_{u0i} \omega r_h^2 d\theta = 2 \frac{c_{u01}}{\tan \varphi} \frac{\tan \varphi}{F_s} \frac{c_{u0i}}{c_{u01}} \omega r_h^2 \cdot \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \left[1 + \frac{\rho_i}{c_{u0i}} (z - z_i) \right] d\theta. \quad (26)$$

根据图 1 所示的几何关系, 地基中圆弧滑动面上任一点的深度 z 与第 i 层土层顶面的深度 z_i 之差为

$$z - z_i = r_h (\sin \theta - \sin \theta_i), \quad (27)$$

将式(27)代入式(26)可得

$$Q_i = \frac{c_{u01}}{\tan \varphi} \omega r_0^2 q_i, \quad (28)$$

其中,

$$q_i = 2 \frac{\tan \varphi}{F_s} \frac{c_{u0i}}{c_{u01}} e^{2(\theta_h - \theta_0) \frac{\tan \varphi}{F_s}} \{ (\theta_{i+1} - \theta_i) - \\ \frac{c_i H}{c_{u0i}} \left(\frac{H}{r_0} \right)^{-1} e^{(\theta_h - \theta_0) \frac{\tan \varphi}{F_s}} \\ [(\theta_{i+1} - \theta_i) \sin \theta_i + (\cos \theta_{i+1} - \cos \theta_i)] \}. \quad (29)$$

复合滑动面BD和DE总的内能耗散率则为

$$Q = Q_0 + \sum_{i=1}^k Q_i = \frac{c_{u01}}{\tan \varphi} \omega r_0^2 \left(q_0 + \sum_{i=1}^k q_i \right). \quad (30)$$

式(30)中的函数 q_0 和 q_i 对应的表达式分别为式(25)和(29)。综合这些表达式可以看出,复合滑动面BD和DE上的内能耗散率也是 θ_0 、 θ_h 和 β' 这3个未知数的函数。

2.3 土堤的临界高度、最小安全系数和稳定数

根据塑性极限分析上限方法^[12], 成层软土地基上土堤填筑失稳时, 滑动面上方滑动体重力所做的功率(式(21))应等于滑动面上的内能耗散率(式(30)), 即

$$\gamma \omega r_0^3 (f_1 - f_3 - f_4 - f_5) = \frac{c_{u01}}{\tan \varphi} \omega r_0^2 \left(q_0 + \sum_{i=1}^k q_i \right). \quad (31)$$

式(31)可以改写为

$$H = \frac{c_{u01}}{\gamma \tan \varphi} g(\theta_0, \theta_h, \beta') \quad (32)$$

其中,

$$g(\theta_0, \theta_h, \beta') = \frac{H}{r_0} \frac{1}{(f_1 - f_3 - f_4 - f_5)} \left(q_0 + \sum_{i=1}^k q_i \right). \quad (33)$$

式中, H/r_0 的表达式为式(22), 函数 g 则是 θ_0 、 θ_h 和 β' 的函数。

当 $F_s = 1$ 且 θ_0 、 θ_h 和 β' ($\beta' \leq \beta$) 满足条件

$$\frac{\partial g}{\partial \theta_0} = 0; \quad \frac{\partial g}{\partial \theta_h} = 0; \quad \frac{\partial g}{\partial \beta'} = 0 \quad (34)$$

时, 函数 $g(\theta_0, \theta_h, \beta')$ 有一个对应于土堤失稳临界高度的最小值, 将其代入式(32)后, 则可得到土堤失稳临界高度 H_{cr} 的一个最小上限值为

$$H_{cr} = \frac{c_{u01}}{\gamma \tan \varphi} \min[g(\theta_0, \theta_h, \beta')]. \quad (35)$$

不过, 由于式(33)所示函数 g 所包含的 q_i 项的表达式(29)中也含有 H , 因此, H_{cr} 需要通过迭代求解确定。

由于函数 $g(\theta_0, \theta_h, \beta')$ 中含有 $(\tan \varphi / F_s)$ 项, 为求得土堤的安全系数 F_s , 可以将式(32)改写为

$$\frac{c_{u01}}{\gamma H \tan \varphi} = \frac{1}{g(\theta_0, \theta_h, \beta')} \quad (36)$$

因此, 土堤的最小稳定安全系数对应的表达式为

$$\frac{c_{u01}}{\gamma H \tan \varphi} = \frac{1}{\min[g(\theta_0, \theta_h, \beta')]} \quad (37)$$

式中, $c_{u01}/(\gamma H \tan \varphi)$ 为土堤的稳定数^[13]。

通过输入参数 $\beta, c/c_{u01}, c_{u0i}/c_{u01}, \rho_i H/c_{u0i}$ 和 $\tan \varphi / F_s$, 计算出式(37)的右端项, 可以得到具有唯一关系的 $[c_{u01}/(\gamma H \tan \varphi)]$ 与 $(\tan \varphi / F_s)$ 的稳定图, 这样, 依据土堤的 $c_{u01}/(\gamma H \tan \varphi)$ 值通过查图法就可以得到其对应的 $(\tan \varphi / F_s)$ 值, 则土堤的最小安全系数 F_s 可以依据 $(\tan \varphi / F_s)$ 值和土堤的 φ 值直接得到, 无需迭代求解。

2.4 求解方法

为求得函数 $g(\theta_0, \theta_h, \beta')$ 的最小值, 本文采用Chen^[14]提出的随机搜索优化法, 该方法已在前期的研究工作中证明是非常有效的^[15]。本文继续利用该方法, 针对上述推导的计算公式, 采用Matlab软件平台编写程序进行计算。在优化计算过程中, 以3个角度 $(\theta_0, \theta_h, \beta')$ 为搜索变量, 给定初始值, 并设定这3个角度的搜索精度为 0.001° , 进行随机搜索得到函数 $g(\theta_0, \theta_h, \beta')$ 的最小值。将计算得到的 $g(\theta_0, \theta_h, \beta')$ 的最小值代入式(35)则可得到土堤填筑的临界高度的上限值 H_{cr} , 与之相对应的滑动面即为临界滑动面。依据式(37)则可得到与参数 $\beta, c/c_{u01}, c_{u0i}/c_{u01}$ 和 $\rho_i H/c_{u0i}$ 相对应的具有唯一关系的量纲化为1的稳定数 $[c_{u01}/(\gamma H \tan \varphi)]$ 与 $(\tan \varphi / F_s)$ 的稳定图, 按照上节所述的查图法则可得到土堤的最小稳定安全系数 F_s , 将其再代入程序中搜索, 即可得到与之相对应的临界滑动面。

3 工程实例验证

为验证本文所提出的成层软土地基上土堤填筑稳定性塑性极限分析方法的工程适用性, 针对La Rochelle等^[10]和Brand^[3]报道的分别在加拿大和马来西亚开展的软土地基上土堤填筑至失稳破坏现场试验的工程案例, 开展了计算和分析。

3.1 加拿大土堤稳定性计算与分析

La Rochelle等^[10]详细报道了1个在加拿大开展的海相软黏土地基上压实粗粒土土堤填筑至失稳破坏的现场试验的工程案例。土堤的平均重度 γ 为 19.2 kN/m^3 , 土堤失稳时的堤高 H 为 3.9 m , 土堤边坡的坡比为 $1:1.5$, 对应的坡角 β 为 33.69° , 土堤的抗剪强度指标为 $c = 0 \text{ kPa}$, $\varphi = 44^\circ$ 。地基土体的不排水抗剪强度计算参数采用Leshchinsky等^[16]针对本工程案例开展变分极限平衡法土堤稳定性分析时, 与土堤

失稳时的理论最小安全系数 $F_s = 1.0$ 接近的计算结果所选用的分段线性变化的不排水抗剪强度计算参数, 如表 1 第 2~4 列数据所示。

表 1 试验土堤地基土体计算参数

Table 1 Calculation parameters of ground soils for test embankments

土层 <i>i</i>	加拿大土堤			马来西亚土堤		
	z_i /m	c_{u0i} /kPa	ρ_i (kPa·m ⁻¹)	z_i /m	c_{u0i} /kPa	ρ_i (kPa·m ⁻¹)
1	0.0	10.06	0.0	0.0	26.6	0.0
2	1.83	10.06	0.522	2.0	12.8	0.0
3	2.29	10.30	2.311	4.5	14.0	0.0
4	4.57	15.57	2.86	7.0	17.5	0.0
5	5.49	18.20	2.86	9.5	21.5	0.0

基于上述参数, 采用本文提出的塑性极限分析方法计算得到的稳定图如图 3 所示, 试验土堤和地基的 $[c_{u0i}/(\gamma H \tan \varphi)]$ 值对应的 $(\tan \varphi / F_s)$ 值如图中的带箭头虚线所示, 相应的最小安全系数为 1.008, 与土堤失稳时对应的最小安全系数的理论值 1.0 接近。计算得到的临界滑动面的形状和位置如图 4 中的实线所示, 与图中虚线所示的实测临界滑动面的形状和位置虽然有一定的差距, 但也还算是可以接受的。

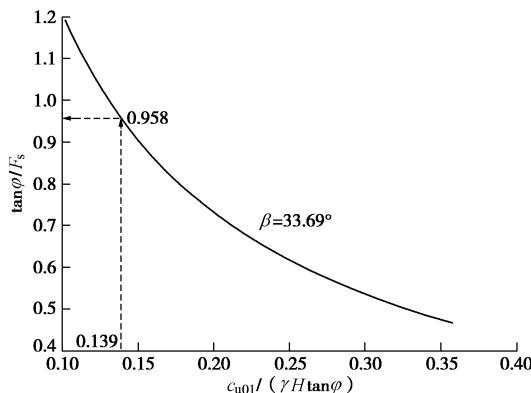


图 3 加拿大试验土堤的稳定图

Fig. 3 Stability chart for Canadian test embankment

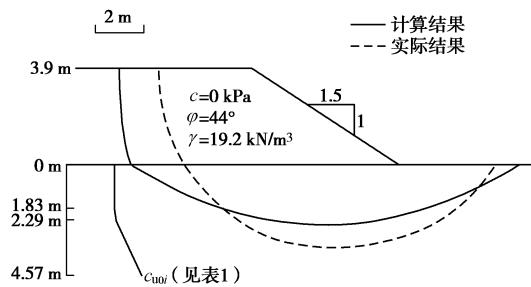


图 4 加拿大试验土堤的计算和实测临界滑动面

Fig. 4 Calculated and measured critical slip surfaces for Canadian test embankment

3.2 马来西亚试验土堤稳定性计算与分析

Brand^[3]详细报道了 1 个在马来西亚开展的软黏土地基上压实砂质黏土土堤填筑至失稳破坏的现场试验

工程案例。根据文中的报道, 土堤的平均重度 γ 为 20.4 kN/m³, 土堤失稳时的堤高 H 为 5.4 m, 土堤边坡的坡比为 1:2, 对应的坡角 $\beta = 26.57^\circ$, 土堤填土在不同剪前固结应力条件下开展的不固结不排水三轴剪切试验确定的抗剪强度指标^[3, 17]为 $c = 19$ kPa, $\varphi = 26^\circ$ 。地基土体的不排水抗剪强度计算参数采用 Chai 等^[17]针对本工程案例开展简化 Bishop 法土堤稳定性分析时所选用的分段均匀的不排水抗剪强度计算参数, 如表 1 第 5~7 列数据所示。

基于上述参数, 采用本文提出的塑性极限分析方法计算得到的稳定图如图 5 所示, 试验土堤和地基的 $[c_{u0i}/(\gamma H \tan \varphi)]$ 值对应的 $(\tan \varphi / F_s)$ 值如图中的带箭头虚线所示, 相应的最小安全系数为 0.976, 与土堤失稳时对应的最小安全系数的理论值 1.0 接近。计算得到的临界滑动面的形状和位置如图 6 中的实线所示, 与图中虚线所示的实测临界滑动面的位置稍有偏离, 但形状较为接近。

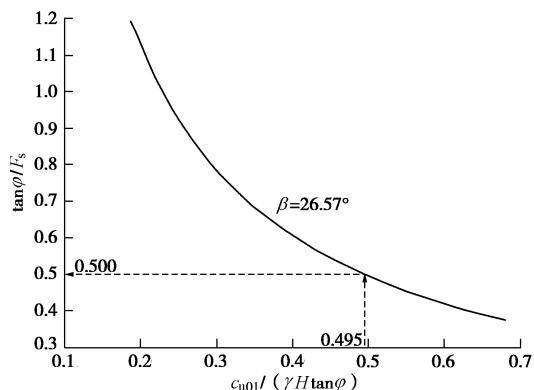


图 5 马来西亚试验土堤的稳定图

Fig. 5 Stability chart for Malaysian test embankment

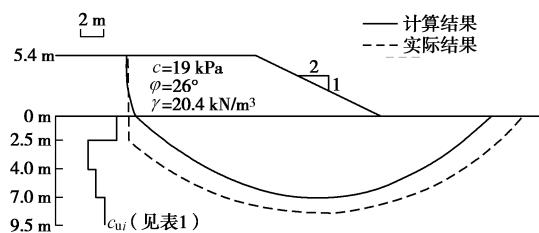


图 6 马来西亚试验土堤的计算和实测临界滑动面

Fig. 6 Calculated and measured critical slip surfaces for Malaysian test embankment

4 结 论

(1) 基于严格的塑性极限分析理论, 针对成层软土地基上土堤填筑的稳定性问题, 考虑成层软土地基的不排水抗剪强度一般随深度线性变化的分布模式, 以及工程实践中揭示的堤基深层破坏模式, 建立了稳

定性分析计算方法, 可以得到具有唯一性的稳定图。

(2) 通过2个工程案例分析, 与土堤失稳现场试验结果的对比表明, 本文方法得到的最小安全系数与试验结果基本一致, 临界滑动面的形状和位置与试验结果虽有所偏差, 但尚在工程可接受的范围内, 验证了本文方法的适用性, 可为成层软土地基上土堤填筑的稳定性分析提供依据。

参考文献:

- [1] ROWE R K, GNANENDRAN C T, VALSANGKAR A J, et al. Performance of a test embankments constructed on an organic clayey silt deposit[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2001, **38**(6): 1283–1296.
- [2] CRAWFORD C B, FANNIN R J, KERN C B. Embankment failures at Vernon, British Columbia[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1995, **32**(2): 271–284.
- [3] BRAND E W. Predicted and observed performance of an embankment built to failure on soft clay[J]. Geotechnical Engineering, Southeast Asian Geotechnical Society, 1991, **22**(1): 23–41.
- [4] CROOKS J H A, BEEN K, MICKLEBOROUGH B W, et al. An embankment failure on soft fissured clay[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1986, **23**(4): 528–540.
- [5] 高长胜, 徐光明, 张凌, 等. 边坡变形破坏离心机模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2005, **27**(4): 478–481. (GAO Chang-sheng, XU Guang-ming, ZHANG Ling, et al. Centrifuge modeling of deformation and failure of slope[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(4): 478–481. (in Chinese))
- [6] 朱斌, 冯凌云, 柴能斌, 等. 软土地基上海堤变形与失稳的离心模型试验与数值分析[J]. 岩土力学, 2016, **37**(11): 3317–3323. (ZHU Bin, FENG Ling-yun, CHAI Neng-bin, et al. Centrifugal model test and numerical analysis of deformation and stability of seawall on soft clay[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, **37**(11): 3317–3323. (in Chinese))
- [7] DAVIES M C R, PARRY R H G. Centrifuge modelling of embankments on clay foundations[J]. Soils and Foundations, 1985, **25**(4): 19–36.
- [8] ALMEIDA M S S, DAVIES M C R, PARRY R H G. Centrifuge tests of embankments on strengthened and unstrengthened clay foundations[J]. Géotechnique, 1985, **35**(4): 425–441.
- [9] PILOT G, TRAK B, LA ROCHELLE P. Effective stress analysis of the stability of embankments on soft soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1982, **19**(4): 433–450.
- [10] LA ROCHELLE P, TRAK B, TAVENAS F, et al. Failure of a test embankment on a sensitive Champlain clay deposit[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1974, **11**(1): 142–164.
- [11] FLAATE K, PREBER T. Stability of road embankments in soft clay[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1974, **11**(1): 72–88.
- [12] CHEN W F. Limit analysis and soil plasticity[M]. Amsterdam: Elsevier, 1975.
- [13] MICHALOWSKI R L. Stability charts for uniform slopes[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2002, **128**(4): 351–355.
- [14] CHEN Z Y. Random trials used in determining global minimum factors of safety of slopes[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1992, **29**(2): 225–233.
- [15] GAO Y F, ZHANG F, LEI G H, et al. An extended limit analysis of three-dimensional slope stability[J]. Géotechnique, 2013, **63**(6): 518–524.
- [16] LESHCHINSKY D, SMITH D S. Deep-seated failure of a granular embankment over clay: stability analysis[J]. Soils and Foundations, 1989, **29**(3): 105–114.
- [17] CHAI J C, SAKAJO S, MIURA N. Stability analysis of embankment on soft ground (a case study)[J]. Soils and Foundations, 1994, **34**(2): 107–114.