

DOI: 10.11779/CJGE201808013

浅部地下洞穴散射波对波场扰动分析

柴华友¹, 柯文汇^{2, 3}, 陈 健⁴, 黄祥国², 李忠超²

(1. 武汉工程大学土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430073; 2. 武汉市市政建设集团有限公司, 湖北 武汉 430023; 3. 清华大学土木工程系, 北京 100084; 4. 华中科技大学土木工程与力学学院, 湖北 武汉 430074)

摘要: 均匀介质体表面源激发的瑞利波能量在介质浅部占主导地位, 当前行瑞利波遇体浅部洞穴时, 质点位移形状及轨迹会发生改变, 瑞利波在洞穴发生散射。散射波导致波场能量出现扰动, 波场不同区域扰动特征不同。在洞穴前方, 反射瑞利波与入射瑞利波相干, 能量谱出现干涉条纹; 在洞穴上方, 透射波发生频散, 相速度不同于瑞利波, 在某些条件下, 透射波传播特性类似于自由板中兰姆波, 透射波在洞穴后边界绕射会导致表面波场能量减小; 在后方区域, 受几何衰减影响, 表面波场逐渐由透射瑞利波主导, 其低频成份相对高频成份能量减少较多。本文基于散射波理论, 分析洞穴埋深/波长比对波场扰动影响, 由数值模拟计算验证理论分析, 结果表明由测点距一波长域能量谱扰动对应的临界波长可预测洞穴埋深。

关键词: 瑞利波; 散射波; 波场扰动; 洞穴; Green 函数

中图分类号: TU435; O451 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2018)08-1473-08

作者简介: 柴华友 (1965-), 男, 博士, 副研究员, 主要从事多相介质动力响应及波动特性研究。E-mail: chy_rsm@hotmail.com.

Disturbances of surface wave field due to wave scattering at shallow cavities

CHAI Hua-you¹, KE Wen-hui^{2, 3}, CHEN Elton J⁴, HUANG Xiang-guo², LI Zhong-chao²

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430073, China; 2. Wuhan Municipal Construction Group Co., Ltd., Wuhan 430023, China; 3. Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 4. School of Civil Engineering & Mechanics, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: In homogenous half spaces, the wave fields at shallow depth are dominated by Rayleigh waves activated by the surface sources. When the forward Rayleigh waves encounter a shallow cavity, the displacement shapes and the particle orbit are changed. Rayleigh waves are scattered at the cavity. The wave field is disturbed by the scattering waves. The different features of the disturbances can be found in different regions of the surface wave field. In the region in front of the cavity, the reflected and the incident Rayleigh waves interfere constructively or destructively with each other. The interference fringes are formed. In the region over the cavity, the transmitted waves are dispersive. The phase velocities are different from those of Rayleigh waves. Under certain conditions, the behaviour of the transmitted waves is similar to that of Lamb waves in the free plates. The diffraction of the transmitted waves along the back boundary results in the energy reduction in the surface wave field over the boundary. Influenced by the geometrical attenuation, the transmitted Rayleigh waves gradually dominate the surface wave field in the back region. The components at low frequencies have greater energy reduction as compared to those at high frequencies. Based on the wave scattering theory, the effects of the ratio of the buried depth to the wavelength of Rayleigh waves on the disturbances of the surface wave field are analyzed. The numerical simulations are used to verify the analyses. It is shown from the results that the buried depth can be estimated from the critical wavelength corresponding to the energy reduction in the offset-wavelength domain.

Key words: Rayleigh wave; scattered wave; disturbance of wave field; cavity; Green's function

0 引言

防空洞、溶洞等地下洞穴对建筑物、大坝以及其它设施来说是一个大隐患, 因此, 地下洞穴探测在岩土工程中是非常重要的。当介质存在异质体时, 异质

体与周围介质的材料特性参数出现差异, 从而形成一

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (41474113); 武汉工程大学人才专项经费资助项目; 湖北省建设科技计划项目 (2016)

收稿日期: 2017-04-25

个材料特性参数分界面。材料参数有热学的、磁学的、电学的、力学的，目前，已发展了很多不同种类物探方法探测这些物性参数变化，如地质雷达、井中雷达、电磁波 CT、高密度电法、电法 CT、波动测试方法等，不同物探方法有其局限性及适用范围^[1]。由于不同物性参数间差异程度不同，不同物探得到的异质体物性参数界面与其物理界面会有所不同。对充气或充水的溶洞，由于液体无剪切力，剪切波无法通过，而周围固体介质的剪切波速可能较高，因此，波的运动学及动力学特性变化对溶洞存在更为敏感，采用波动方法探测溶洞是首选的物探方法。

在介质表面竖直激振，会产生向介质四周传播体波及沿表面传播瑞利波，与体波相比，表面波能量主要分布于一个波长深度内。当浅部存在异质体，体波及瑞利波都可以发生散射，但浅部入射波场由瑞利波主导，其散射能量较强。反射瑞利波沿表面传播，方向性较强，易于在表面测量。利用异质体散射波对表面波场扰动来探测地下掩埋物是近年发展起来的新物探方法^[2-8]。夏宇靖用稳态瑞利波法实验研究不同形态相速度扰动与异质体分布关联性^[9]。在瞬态激振情况下，由表面不同位置相位差（即互谱分析法，简称 SASW）可得到瑞利波表观相速度随频率（或波长）变化^[10]。在水平分层情况下，瑞利波表观相速度变化仅与分层结构及层物性参数有关。当均匀介质出现洞穴，散射波会导致表观相速度扰动，这种扰动与分层结构中相速度变化不同。相速度扰动形态、扰动程度不仅与散射表面波与入射表面波能量比有关而且还道间距等因素有关^[11-12]。

利用Betti-Rayleigh互换理论，可得到半空间或水平分层介质中异质体散射波场解析表达式^[13-15]。理论上，由表达式可分析洞穴位置参数、几何形状及几何参数对波场扰动影响，但复杂Green位移函数及繁琐迭代运算过程阻碍了这种努力^[16]。

本文将半无限体表面源激发瑞利波响应及Green位移函数瑞利波分量用瑞利波振型函数（即随深度变化的位移形状函数）等参数表示，基于散射波理论分析散射瑞利波能量与洞穴埋深/瑞利波波长比值间关系；分析洞穴前方、上方及后方波场散射波类型、传播特性及对波场扰动；由数值模拟计算验证分析；分析质点速度振幅谱扰动特征对应波长与洞穴埋深间关系，进而由特征波长预测洞穴埋深，为浅部洞穴瑞利波测试及分析方法提供理论依据。

1 散射波理论

对均匀半无限体，假设竖直向振源位置矢量为 \mathbf{x}^s ，频率成份为 $P(\omega)$ ，在位置矢量 \mathbf{x} 处位移分量

$$u_i^{inc}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^s) \quad (i=1, 2, 3 \text{ 分别对应于坐标 } x, y, z \text{ 为}) \\ u_i^{inc}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^s) = P(\omega)u_{i3}^G(\mathbf{x}, \mathbf{x}^s) \quad , \quad (1)$$

式中，上标“G”表示Green 函数， $u_{i3}^G(\mathbf{x}, \mathbf{x}^s)$ 为竖直向脉冲点荷载在不同方向 Green 位移分量。对表面竖直点源，表面质点位移一般以复杂的积分形式给出^[17-18]。若只仅考虑其中瑞利波分量，位移可用简正瑞利波振型函数表示^[19-20]。点或面荷载下瑞利波位移解析表达式推导过程见附录。当半无限体区域 D 存在异质体，异质体散射波位移用 $u_i^{sc}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^s)$ 表示，波场质点位移为

$$u_i(\mathbf{x}, \mathbf{x}^s) = u_i^{inc}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^s) + u_i^{sc}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^s) \quad . \quad (2)$$

异质体与周围介质的材料参数(密度、拉梅常数)差异会影响 $u_i^{sc}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^s)$ ，一些研究表明密度差异对反射波影响与拉梅常数差异的影响类似^[15-16]。若仅分析密度差异影响， $u_i^{sc}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^s)$ 可近似表示为

$$u_i^{sc}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^s) \approx \omega^2 \int_{\mathbf{x}' \in D} [\rho(\mathbf{x}') - \rho^0(\mathbf{x}')] u_{ik}^G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') u_k(\mathbf{x}', \mathbf{x}^s) dV, \quad (3)$$

式中， $\rho(\mathbf{x}')$ 和 $\rho^0(\mathbf{x}')$ 分别表示异质体及周围介质密度， $u_k(\mathbf{x}', \mathbf{x}^s)$ 为异质体区域位置 \mathbf{x}' 处位移， $u_{ik}^G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ 表示在位置 \mathbf{x}' 处沿 k ($k=1, 2, 3$ 分别对应于坐标 x, y, z) 方向单位点脉冲在位置 \mathbf{x} 处 i 方向 Green 位移函数。项 $\omega^2[\rho(\mathbf{x}') - \rho^0(\mathbf{x}')] u_k(\mathbf{x}', \mathbf{x}^s) dV$ 可理解为位置 \mathbf{x}' 处微元体密度变化在 k 方向上惯性力，区域 D 内各微元惯性力产生位移叠加就是密度差异产生的散射波位移。Green 函数对散射波分析非常重要，Riyanti 给出了层状半无限体 Green 张量表达式^[16]。但这种表达式繁琐，运算不便。对竖直向激振，散射波场一般由竖直向质点振动主导，均匀半无限体中 Green 位移矢量可只考虑 $k=3$ 项^[14-15]。

将式 (3) Green 函数的瑞利波分量用瑞利波振型函数表示可以分析异质体反射能量与入射瑞利波波长、埋深及异质体几何参数间关系。对深度 z' 处竖直向脉冲点源，距该源 (r, z) 处的 Green 位移向量可表示为^[20]

$$\bar{u}^G(r, z, \omega, z') = U^G \bar{e}_r + W^G \bar{e}_z \quad , \quad (4)$$

式中， \bar{e}_r ， \bar{e}_z 为柱坐标 r, z 方向单位向量， U^G ， W^G 为这两个方向 Green 位移分量。将 Green 位移函数分解成体波及瑞利波两部分：

$$\left. \begin{aligned} U^G(r, z, \omega, z') &= U^{G_B}(r, z, \omega, z') - \frac{i}{4} \phi_{xR}(z) \phi_{zR}(z') H_1^{(2)}(k_R r), \\ W^G(r, z, \omega, z') &= W^{G_B}(r, z, \omega, z') - \frac{i}{4} \phi_{zR}(z) \phi_{xR}(z') H_0^{(2)}(k_R r), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中， $i = \sqrt{-1}$ ， ϕ_{xR} 和 ϕ_{zR} 为标准化水平向及竖直向简正瑞利波振型函数，见附录 A(4)， k_R 为简正瑞利波波数， $H_j^{(2)}(k_R r)$ ($j=0, 1$) 是第 j 阶二类 Hankel 函数。

由于半无限体浅部波场由瑞利波主导, 忽略 Green 位移函数体波分量 $U^{G_B}(r, z, \omega, z')$ 和 $W^{G_B}(r, z, \omega, z')$ 。

2 散射波场分析

2.1 瑞利波散射分析

竖直向表面激振产生波场一般由质点竖直向振动主导, 由式(5)及附录A(7)可知 Green 位移竖直分量 $u_z^G(x, x')$ 及入射波竖直向位移 $u_z^{\text{inc}}(x)$ 与振型函数 $\phi_{zR}(z')$ 有关。由附录A(4)振型函数表达式可知瑞利波能量集中于半个波长深度, 分布于一个波长深度内, 在 $3/2$ 波长以下深度快速减小。用 E_I 为入射瑞利波能量, E_h 为入射瑞利波在 $[h_t, h_t+h]$ 深度范围能量, 即异质体反射面所对应的能量, 见图1。在入射瑞利波与异质体开始相遇时, 式(3)中当前位移 $u_z(x')$ 可认为是入射波位移 $u_z^{\text{inc}}(x')$, 入射至异质体能量越大, 则散射越强烈, 即 $u_z^{\text{sc}}(x)/u_z^{\text{inc}}(x) \propto E_h/E_I$ 。在反射面高度/波长比一定情况下, 可分析以下两种特殊埋深/波长比对波散射影响: ①当 $h_t/\lambda_R > 3/2$, 由于瑞利波在 $3/2$ 波长以下深度能量很小, 这样, $E_h/E_I \rightarrow 0$, 这意味着对波长相对埋深较小高频瑞利波传播几乎不受异质体存在影响; ②当 $0 < h_t/\lambda_R < 1/2$, 由于瑞利波能量集中于半波长深度内, 异质体对瑞利波散射强烈。

若 h_t 位于瑞利波能量分布区, 但异质体反射面一部分位于瑞利波能量分布深度以下, 即 $(h_t+h)/\lambda_R > 3/2$, 在此情况下, 无论 h 如何变化, 散射能量变化微弱, 这说明, 散射波对异质体埋深参数比对高度参数敏感。

2.2 散射波类型分析

波散射基本特性研究一般基于平面或柱面入射波及平面或柱面介质分界面假设, 考虑到点荷载激发瑞利波以柱状波阵面传播, 这里采用轴对称模型。洞穴是一种常见的典型异质体, 不同截面形状洞穴散射波场特征不同, 这些特征与形状参数紧密联系, 利用这些特征有助于分析洞穴几何形状, 形状参数影响研究不在本研究之列。洞穴散射波能量以及洞穴上方透射波传播特性主要受埋深参数影响, 下面以矩形截面洞穴分析埋深/波长比值对散射波场影响基本特征, 轴对称模型及洞穴截面几何参数如图1。

为了便于描述洞穴散射波场, 依据洞穴相对振源位置将波场大致分为3个区域: 前方($0 < r < r_n$)、上方($r_n < r < r_f$)及后方($r > r_f$), 如图1所示。为了便于区分不同区域散射波, 分别称这3个区域散射波为反射波、上方透射波、后方透射波, 沿洞穴边界传播波为绕射波。图2是数值模拟得到的不同时刻入射波及

其散射波质点速度矢量幅值等值云图。入射波包括在介质体内传播P波、S波、介于P、S波之间首波、沿表面直达体波(或擦射波)以及瑞利波, 见图2(a)。入射瑞利波遇洞穴, 一些频率成份入射波质点位移分布及质点轨迹发生改变, 入射瑞利波无法以原有质点轨迹传播, 波发生散射, 见图2(b)。部分散射波反向传播, 距洞穴一定距离后形成反射瑞利波, 见图2(c)。洞穴上方散射波传播受洞穴上边界与自由表面约束, 边界面之间多次反射波与前行波干涉形成洞穴上方透射波。在洞穴上方与后方过渡区域, 部分透射波沿后边界绕射, 该区域表面波场能量减小。后方介质在前行方向及深度方向是无限延伸的, 对透射波相当于半无限体, 受几何衰减影响, 洞穴后方表面波场逐渐由透射瑞利波主导。

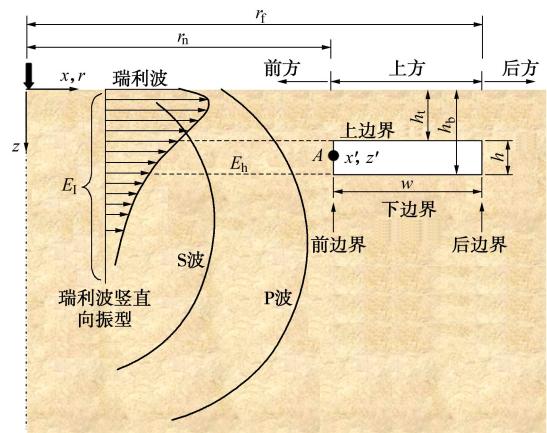


图1 矩形截面洞穴几何参数及表面波场划分

Fig. 1 Geometrical parameters for cavities with rectangular cross-section and division of surface wave-field

按柱面几何衰减规律对图2模型表面波场竖直向质点速度几何衰减校正, 然后用距振源最近位置响应最大幅值对其他位置响应作归一化处理, 归一化竖直向质点速度响应等值云图见图3, 图中符号A为入射瑞利波, B为直达P波, C为前边界反射P波, D为反射瑞利波, E为后边界反射瑞利波, F为后边界反射体波, G为上方透射波, H为后方透射体波, J为后方透射瑞利波。由图3可以看出反射瑞利波与入射瑞利波时程曲线斜率相同, 这表明两者传播速度相同。波长相对埋深较大波无法以原有质点位移分布及质点轨迹通过洞穴, 这些波在洞穴处发生散射, 部分能量在洞穴上方传播, 但传播速度发生变化, 当上边界尺寸与波长之间满足一定条件, 透射波传播特性类似于自由板中兰姆波^[21]。能量及速度变化导致上方透射波波列形状改变。在后方, 随着传播距离增加, 表面波场逐渐由透射瑞利波主导。

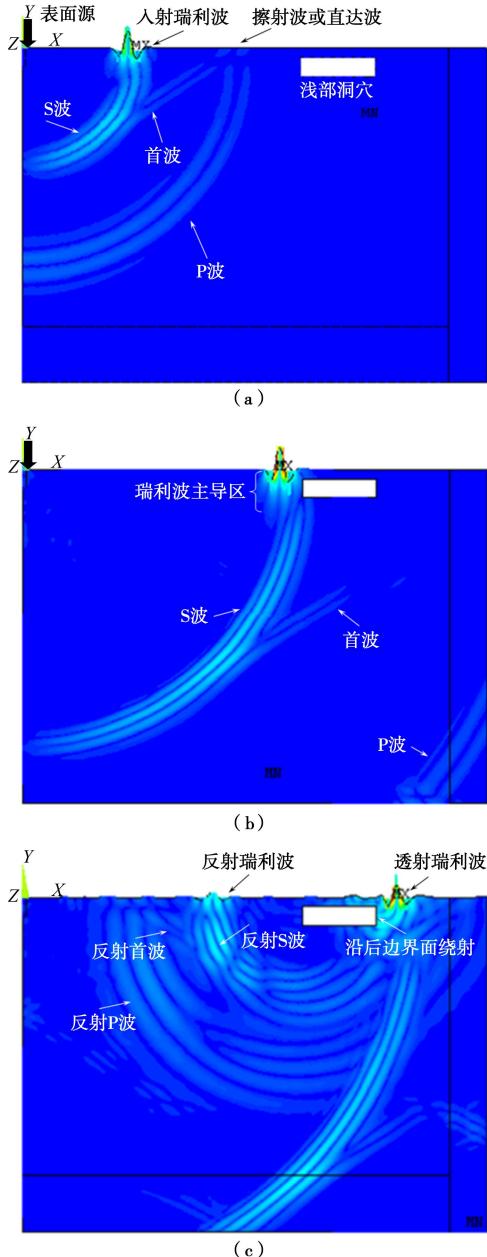


图 2 瑞利波在矩形洞穴散射

Fig. 2 Scattering of Rayleigh waves at rectangular cavity

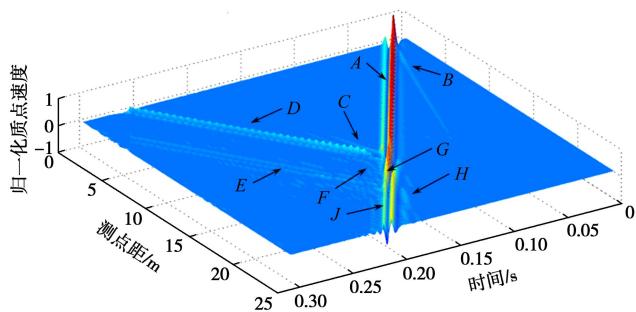


图 3 矩形洞穴散射波对表面竖向质点速度响应影响

Fig. 3 Effects of waves scattered at cavity with rectangular section on vertical velocity responses of particles at surface

2.3 波场扰动分析

散射波会对波场质点振动振幅谱(能量谱)产生

扰动,通过对扰动特征分析,有助于判断洞穴位置参数及埋深。反射瑞利波与入射瑞利波在前方波场叠加,略去谐波时间项,前方波场质点位移为

$$u_R(\omega, r) = u_R^{\text{inc}} + u_R^{\text{sc}} = A(\omega, r)e^{-i\omega r/c_R} + \bar{A}(\omega, r)e^{-i\omega(2r_n - r)/c_R + i\phi_0}, \quad (6)$$

式中, c_R 为均匀半无限体中简正瑞利波相速度, ϕ_0 为散射波初始相位, $A(\omega, r)$ 为入射瑞利波幅值, $\bar{A}(\omega, r)$ 为反射瑞利波幅值, $\bar{A}(r, \omega) / A(r, \omega) \propto E_h / E_i$ 。将式(6)改写为

$$u_R(\omega, r) = |u_R| e^{i\phi}, \quad (7)$$

振幅谱和相位谱分别为

$$\left. \begin{aligned} |u_R| &= \sqrt{A^2 + \bar{A}^2 + 2A\bar{A}\cos[2\omega(r - r_n)/c_R + \phi_0]}, \\ \phi &= \arctan[\text{Im}(u_R)/\text{Re}(u_R)], \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中, $\text{Im}(u_R), \text{Re}(u_R)$ 分别表示 u_R 虚部和实部。由于余弦函数随距离 $(r - r_n)$ 周期变化, 入射瑞利波与反射瑞利波干涉导致表面质点振动响应谱出现扰动, 当 $|2\omega(r - r_n)/c_R + \phi_0| = 2n\pi$ ($n=0, 1, \dots$) 两者相长相干, 当 $|2\omega(r - r_n)/c_R + \phi_0| = (2n+1)\pi$, ($n=0, 1, \dots$) 相消相干。高频瑞利波波长相对埋深较小, 散射波幅值较小, 这样, 振幅谱扰动程度小, 但随 $(r - r_n)$ 交替变化频度较高; 随着频率降低(波长增加), 散射波幅值增加, 振幅谱扰动程度增大, 随 $(r - r_n)$ 交替变化频度降低。

相较于前方反射瑞利波, 上方透射波传播特性复杂, 不同频率透射波传播速度不同, 透射波出现频散现象, 不同频率透射波也会出现干涉。部分透射波会沿后边界绕射, 导致上方能量在后边界附近显著递减, 见图 2(c)。递减程度与边界形状有关, 对连续(无拐角)边界, 这种递减是渐进的, 但对有拐角边界, 能量变化则是跳跃的。

在后方远场, 不同频率成份透射瑞利波以相同速度沿相同方向传播, 不会出现相长或相消相干, 只有散射体波与瑞利波干涉, 由于体波在表面波场能量较小, 扰动不如前方波场明显。

在这 3 个区域中, 洞穴上方波场扰动形态最为复杂, 扰动包含洞穴埋深信息最为丰富, 其特征分析也是预测洞穴埋深关键。

3 洞穴埋深预测

频率与埋深具有不同量纲, 利用波长、频率与相速度间关系 $\lambda = c/f$, 将频率域谱转换成波长域谱, 波长与深度量纲相同, 便于分析扰动特征波长与洞穴埋深间关系。不同区域相速度有所不同, 前方及后方波场以瑞利波为主, 相速度可取瑞利波波速, 上方透射波传播速度较复杂, 波长相对埋深较小波近似以瑞

利波速传播, 波长相对埋深较大的波, 其传播速度不同于瑞利波速。由于洞穴位置未知, 上方透射波相速度确定困难, 相速度统一取瑞利波速, 即按 $c = c_R$, 将不同位置频率转换成瑞利波长。表面源激发瑞利波以柱面波传播, 为了消除波阵面几何衰减, 以近源位置 r_0 质点响应作为参考值, 用 $(r/r_0)^{1/2}$ 对位置 r 处质点响应作几何衰减校正。测点距 - 波长域振幅谱扰动特征波长确定过程与激振方式有关。对可变频稳态源, 瑞利波相速度 c_R 可由高频谐波在不同位置同相位振动对应时间差计算。由瑞利波速、频率及不同位置质点振动幅值便可得到测点距 - 波长域不同质点振动幅值图。随着激励频率降低, 散射波能量逐渐增加, 洞穴前方、上方、后方波场开始扰动。

稳态激振优点在于可以控制不同频率激振幅值, 有利于识别波场扰动及确定临界波长。由于稳态激振设备笨重, 安装要求较高, 工程上, 往往采用大锤敲击、落重或爆炸等方法瞬态激振。瞬态激振包含丰富的频率成份, 激发瑞利波有效波长范围从十几厘米至几十米, 可以满足岩土工程地下异质体探测要求。下面以数值模拟计算分析瞬态源下散射波对波场扰动及埋深预测。

地震响应常用 Ricker 函数模拟瞬态源, Ricker 函数时域及频域表达式如下:

$$\left. \begin{aligned} p(t) &= (1 - 2\pi^2 f_M^2 \hat{t}^2) e^{-\pi^2 f_M^2 \hat{t}^2}, \\ P(f) &= e^{-i2\pi f_M t} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{f^2}{f_M^3} e^{-\frac{f^2}{f_M^2}}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中, $\hat{t} = t - t_M$, t_M 为瞬态脉冲峰值对应时间, f_M 为峰值频率或主导频率, 脉冲能量主要分布于该频率附近区域, f_M 与 t_M 满足 $f_M = 1/t_M$ 。取 $t_M=0.01$ s, $f_M=100$ Hz, Ricker 函数时域及频域变化如图 4 所示。

轴对称数值模型半径 25 m, 高 20 m, 边界采用无反射边界条件。矩形截面洞穴位置参数 r_n , r_f , h_r , h_b 分别为 14, 19, 1.5, 2.5 m, 圆形截面洞穴直径 2 m, 中心距表面 2 m, 与振源水平距离 16 m。介质剪切波速 $c_s = 130$ m/s, 密度 $\rho = 1800$ kg/m³, 泊松比 $\nu = 0.3$ 。由附录式 (A6) 可得到瑞利波波速 $c_R \approx 0.928c_s = 120.6$ m/s, 主导频率对应主导波长 $\lambda_M = c_R / f_M \approx 1.2$ m, 脉冲能量集中于该波长附近。利用程序 Ls-dyna 模拟波场质点振动响应, 对表面竖直向质点速度响应作几何衰减校正, 两种不同截面情况下测点距 - 波长域竖直向质点速度振幅谱分别如图 5(a) 及 6(a) 所示, 图中虚线表示洞穴的几何尺寸以及在波场几何位置 (注: 波长与测点距网格代表长度不同), 由图可以看出, 在距源较近波场, 能量较大体波与瑞利波相干导致

致谱出现明显的宽条纹, 在洞穴前方, 反射与入射瑞利波相干, 谱出现细小扰动。透射波在洞穴上方与后方过渡区域, 能量减少。矩形截面洞穴由于拐角存在, 能量突变比光滑圆形截面洞穴明显。在洞穴后方, 不同类型透射波逐渐演化成透射瑞利波, 由于洞穴对不同频率波反射能量不同, 与入射瑞利波谱相比, 透射瑞利波振幅谱分布发生变化, 低频能量减少。

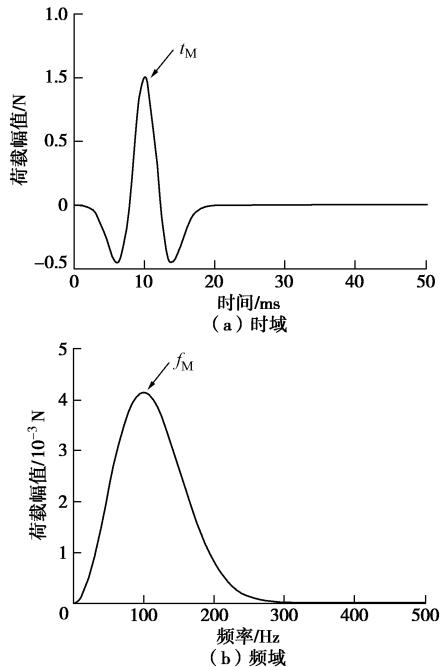


图 4 Ricker 函数

Fig. 4 Ricker function

瞬态信号能量集中于主导频率附近, 其它区间能量较弱, 一旦容易发生散射的入射波位于能量较弱频率区间, 散射波对波场扰动就不明显, 譬如, 图 4 所示能量集中在主导频率 100 Hz (波长 1.2 m) 附近, 频率低于 50 Hz (波长大于 2.4 m) 或高于 150 Hz (波长小于 0.8 m) 波能量较弱。通过散射能量与入射能量比值来反映该频率波散射程度, 可放大散射波对波场扰动。换句话说, 虽然入射瑞利波较弱, 其散射也较弱, 但其比值仍较大。为了实现这一目的, 选择一点位置响应参考谱, 对其它不同位置谱进行归一化处理, 若无散射波影响, 入射瑞利波各频率成份归一化幅值均为 1。选择离源较近一点的质点响应谱 $W(\omega, r_0)$ 作为参考, 虽然谱受直达体波影响, 但可以降低散射波影响, 近似认为是入射瑞利波频谱。对其它位置点响应谱 $W(\omega, r_i)$ 进行归一化 $W(\omega, r_i)/W(\omega, r_0)$ ($i=1, 2, \dots, N$), 在测点距 - 波长域得到归一化谱扰动, 见图 5(b)、6(b)。相对于图 5(a)、6(a), 图 5(b)、6(b) 中扰动程度及条纹更加清晰。对瞬态源, 振幅谱是由质点振动傅里叶变换得到的, 频率分辨率越高

(即 df 越小), 谱能量泄漏越少, 谱图越真实。由 $\lambda = c_R / f$ 可得波长分辨率 $d\lambda = -(c_R / f^2)df = -(\lambda^2 / c_R)df$, 由此可见, 在波长域, 随着波长增加, 谱分辨率降低。

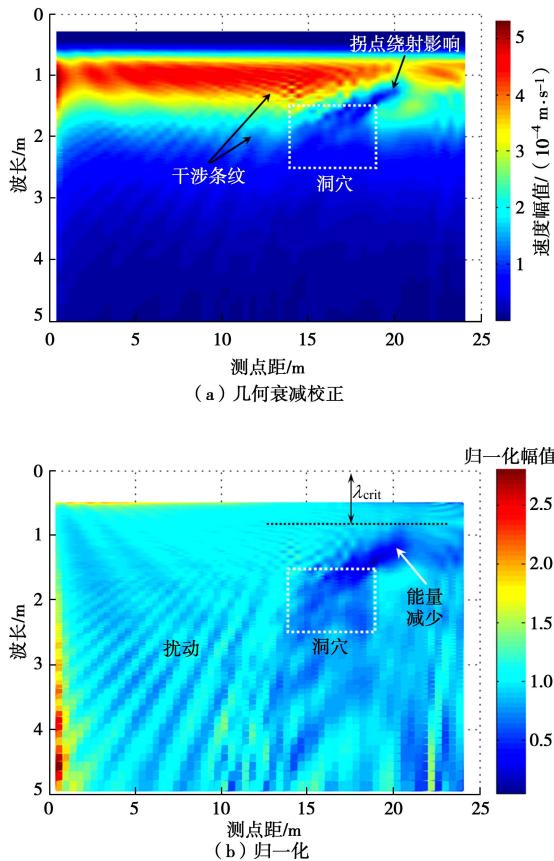


图 5 矩形截面洞穴散射波对表面竖直向质点速度响应振幅谱

扰动

Fig. 5 Disturbances of amplitude spectra of vertical velocity responses of particles at surface due to wave scattering at cavity with rectangular section

埋深是预测洞穴一个重要参数, 表面波场扰动特征对该参数变化反应比其它几何参数敏感, 一旦确定埋深, 可采用其它辅助手段对其详勘, 譬如钻探、井中雷达或声波等方法。由前面分析知道, 洞穴上方向后方介质过渡区的透射波在边界面绕射导致此区域表面波场能量显著减少, 用 λ_{crit} 表示能量分界线对应临界波长。由于满足 $h_t / \lambda_R > 3/2$ 条件瑞利波几乎不受洞穴影响, 在边界面绕射可以忽略。随着波长增加, 在 $1 < h_t / \lambda_R < 3/2$ 范围, 波在后侧边界面绕射能量增加, 导致该区域表面波场能量减少, 能量变化程度与洞穴边界面几何形状及几何尺寸有关, 临界波长与埋深关系没有一一对应关系, λ_{crit} 介于 $1 < h_t / \lambda_{crit} < 3/2$ 范围, 图 5 (b) 及 6 (b) 也证实这一分析, 由 λ_{crit} 可近似关系 $h_t \approx (1 \sim 1.5)\lambda_{crit}$ 预估埋深。

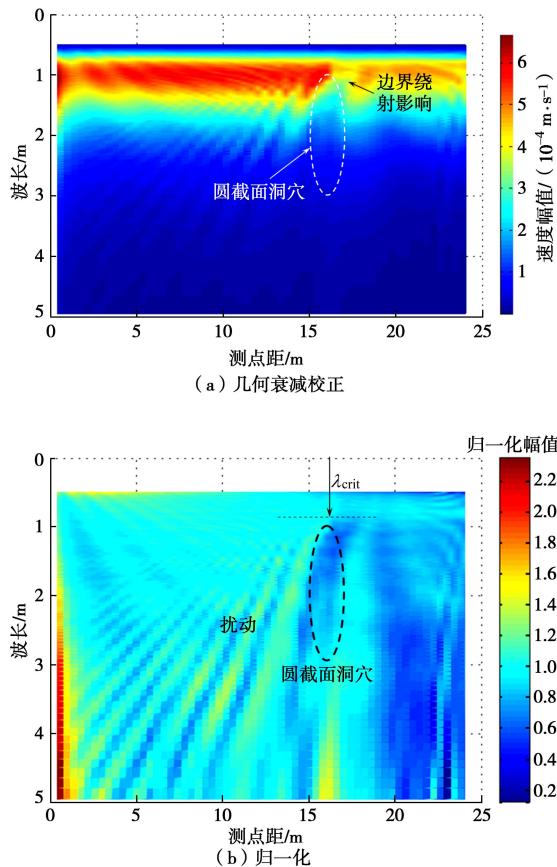


图 6 圆形截面洞穴散射波对表面竖直向质点速度响应振幅谱扰动

Fig. 6 Disturbances of amplitude spectra of vertical velocity responses of particles at surface due to wave scattering at cavity with circular section

4 结 论

表面源激发瑞利波在浅部波场中占主导地位, 前行瑞利波遇到浅部洞穴会发生散射, 散射波与洞穴反射面处入射瑞利波相对能量有关, 即 $u^{sc}/u^{inc} \propto E_h/E_i$ 。

(1) 当 $h_t / \lambda_R > 3/2$, 入射瑞利波能量在此深度范围很弱, $E_h/E_i \rightarrow 0$, 洞穴对瑞利波传播影响可以忽略。

(2) 当 $h_t / \lambda_R < 1/2$, 入射瑞利波能量在此深度范围较强, 散射能量较强。

(3) 当洞穴反射面一部分位于入射瑞利波能量分布深度以下, 散射波基本不受高度变化影响, 在此情况下, 散射波对洞穴高度参数不如埋深参数敏感。

反射瑞利波与入射瑞利波相互叠加干涉, 导致洞穴前方波场能量扰动, 扰动与比值 h_t / λ_R 有关, 当 $h_t / \lambda_R > 3/2$, 波场基本没扰动。在洞穴上方, 波长相对埋深较大透射波传播速度不同于瑞利波, 当洞穴上边界几何尺寸满足一定条件, 透射波传播特性类似于

板中兰姆波, 透射波在洞穴后边界面绕射会导致表面波场能量减少。在洞穴后方, 透射波逐渐演化成透射瑞利波。

按关系式 $\lambda = c_R / f$ 将频域谱转化成波长域谱, 在测点距一波长域, 由表面波场能量分界线对应临界波长 λ_{crit} 按 $h_i \approx (1 \sim 1.5)\lambda_{\text{crit}}$ 可以预估洞穴埋深。

参考文献:

- [1] CJJ/T 7—2017 城市工程地球物理探测标准[S]. 2018. (CJJ/T 7 — 2017 Standard for urban engineering geophysical exploration[S]. 2018. (in Chinese))
- [2] GUCUNSKI N, GANJI V, MAHER M H. Effects of obstacles on Rayleigh wave dispersion obtained from the SASW test[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1996, **15**: 223 – 231.
- [3] GANJI V, GUCUNSKI N, MAHER M H. Detection of underground obstacles by SASW method: numerical aspects[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1997, **123**(3): 212 – 219.
- [4] GRANDJEAN G, LEPOUX D. The potential of seismic methods for detecting cavities and buried objects: experimentation at a test site[J]. Journal of Applied Geophysics, 2004, **56**(2): 93 – 106.
- [5] GELIS C, LEPOUX D, VIRIEUX J, BITRI A, OPERTO S, GRANDJEAN G. Numerical modeling of surface waves over shallow cavities[J]. Journal of Environmental and Engineering Geophysics, 2005, **10**(2): 111 – 121.
- [6] NASSERI-MOGHADDAM A, CASCANTE G, PHILLIPS C, et al. Effects of underground cavities on Rayleigh waves: field and numerical experiments[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2007, **27**(4): 300 – 313.
- [7] XIA J H, NYQUIST J E, XU Y X, et al. Feasibility of detecting near-surface feature with Rayleigh-wave diffraction[J]. Journal of Applied Geophysics, 2007, **62**(3): 244 – 253.
- [8] TALLAVÓ F, CASCANTE G, PANDEY M. Experimental and numerical analysis of MASW tests for detection of buried timber trestles[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2009, **29**(1): 91 – 102.
- [9] 夏宇靖. 稳态表面波实测地下异质体 $D - \bar{V}_R$ 曲线的类型[J]. 煤田地质与勘探, 1996, **24**(1): 50 – 55. (XIA Yu-jing. Types of $D - \bar{V}_R$ curves obtained by steady Rayleigh wave testing[J]. Coal Geology and Prospecting, 1996, **24**(1): 50 – 55. (in Chinese))
- [10] 柴华友, 卢应发, 刘明贵, 等. 表面波谱分析影响因素研究[J]. 岩土力学, 2004, **25**(3): 347 – 353. (CHAI Hua-you, LU Ying-fa, LIU Ming-gui, et al. Influences of measuring factors on spectral analysis in surface wave testing[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, **25**(3): 347 – 353. (in Chinese))
- [11] 柴华友, 卢应发, 李祺, 等. 半无限体介质内异质体方位探测数值研究[J]. 岩土力学, 2007, **28**(1): 188 – 192. (CHAI Hua-you, LU Ying-fa, LI Qi, et al. Numerical study on detection of heterogeneities in an half space[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(1): 188 – 192. (in Chinese))
- [12] 柴华友, 崔玉军, 卢应发, 等. 地下洞穴对表面波表观相速度影响的数值分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(5): 956 – 962. (CHAI Hua-you, CUI Yu-jun, LU Ying-fa, et al. Numerical analysis of influences of underground cavity on apparent phase velocities of surface waves[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **25**(5): 956 – 962. (in Chinese))
- [13] VAN WIJK K. Multiple scattering of surface waves[D]. Colorado: Center for Wave Phenomena, Colorado School of Mines, 2003.
- [14] CAMPMAN X H, VAN WIJK K, SCALES J A, et al. Imaging and suppressing near-receiver scattered surface waves[J]. Geophysics, 2005, **70**(2): 21 – 29.
- [15] CAMPMAN X H. Imaging and suppressing near-receiver scattered seismic waves[D]. Delft: Delft Institute of Applied Mathematics, Delft University of Technology, 2005.
- [16] RIYANTI C D. Modeling and inversion of scattered surface waves[D]. Delft: Delft Institute of Applied Mathematics, Delft University of Technology, 2005.
- [17] 伊文, 贾戴茨基, 普瑞斯. 层状介质中的弹性波[M]. 刘光鼎, 译. 北京: 科学出版社, 1966. (EWING W M, JARDETZKY W S, PRESS F. Elastic waves in layered media[M]. LIU Guang-ding, tran. Beijing: Science Press, 1966. (in Chinese))
- [18] FOINQUINOS R, ROËSSET J M. Elastic layered half-spaces subjected to dynamic surface loads[M]. KAUSEL E, MANOLIS G, eds. Southampton: WIT Press, 2001.
- [19] KAUSEL E, PEEK R. Dynamic loads in the interior of a layered stratum: an explicit solution[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1982, **72**(5): 1459 – 1481.
- [20] KAUSEL E. Dynamic point sources in laminated media via the thin-layer method[J]. International Journal of Solids and Structures, 1999, **36**(31): 3614 – 3631.
- [21] CHAI H Y, PHOON K K, GOH S H, et al. Some theoretical

and numerical observations on scattering of Rayleigh waves in media containing shallow rectangular cavities[J]. Journal

of Applied Geophysics, 2012, 83: 107–119.

附录A：圆盘状表面源下均匀半无限体中瑞利波位移响应

下面由表面点源作用下半无限体中瑞利波表面位移解析表达式及简正瑞利波（自由状态下以平面波阵面传播的瑞利波）振型函数导出用振型函数表示瑞利波位移响应。

对幅值为 P 的表面简谐点荷载，竖直向及径向表面质点位移^[17]:

$$\left. \begin{aligned} u_z &= -\frac{P}{2\pi\mu} \int_0^\infty \frac{k_\beta^2 k \xi}{F(k)} J_0(kr) dk, \\ u_r &= \frac{P}{2\pi\mu} \int_0^\infty \frac{k^2 (2k^2 - k_\beta^2 - 2\xi\xi')}{F(k)} J_1(kr) dk. \end{aligned} \right\} \quad (\text{A1})$$

式中， μ 为剪切模量， J_0 ， J_1 分别为零阶及一阶 Bessel 函数， $\xi^2 = k^2 - k_\alpha^2$ ， $\xi'^2 = k^2 - k_\beta^2$ ， $k_\alpha^2 = \frac{\omega^2}{c_s^2}$ ， $k_\beta^2 = \frac{\omega^2}{c_p^2}$ ，

$F(k) = (2k^2 - k_\beta^2)^2 - 4k^2 \xi \xi'$ ， c_s ， c_p 分别为剪切波速和纵波波速。当 $F(k) = 0$ ，极点处位移对应瑞利波分量，瑞利波竖直向及径向表面质点位移为^[18]

$$\left. \begin{aligned} u_r(r, 0, \omega) &= \frac{iP}{2\mu} \chi k_R H_1^{(2)}(k_R r), \\ u_z(r, 0, \omega) &= \frac{-iP}{2\mu} \tilde{\xi} k_R H_0^{(2)}(k_R r). \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2})$$

式中，

$$\begin{aligned} \tilde{\xi} &= \frac{(2\hat{k}^2 - 1)^2 \sqrt{(\hat{k}^2 - \eta^2)}}{8\hat{k}[1 - (6 - 4\eta^2)\hat{k}^2 + 6(1 - \eta^2)\hat{k}^4]}, \\ \chi &= \frac{(2\hat{k}^2 - 1)^2 [2\hat{k}^2 - 1 - 2\sqrt{(\hat{k}^2 - \eta^2)}\sqrt{(\hat{k}^2 - 1)}]}{8[1 - (6 - 4\eta^2)\hat{k}^2 + 6(1 - \eta^2)\hat{k}^4]}, \\ \hat{k} &= \frac{c_s}{c_R}, \quad \eta = \frac{c_s}{c_p} = \sqrt{\frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}}, \quad \nu \text{ 为泊松比}. \end{aligned}$$

作用半径为 a ，幅值为 q 圆盘状竖直向表面源激发瑞利波位移分量可用振型函数表示为^[19]

$$\left. \begin{aligned} u_z(r, z, \omega) &= -\frac{iq\alpha\pi}{2} \left\{ [\phi_z(z)]^2 J_1(k_R a) H_0^{(2)}(k_R r)/k_R \right. \\ u_r(r, z, \omega) &\left. \left. + \phi_x(z)\phi_z(z) J_1(k_R a) H_1^{(2)}(k_R r)/k_R \right\} \right. \end{aligned} \right. \quad (r \geq a). \quad (\text{A3})$$

式中，简正瑞利波水平向及竖直向振型函数分别为

$$\left. \begin{aligned} \phi_x(\omega, z) &= A(\gamma e^{-\alpha k_R z} - 2\alpha\beta e^{-\beta k_R z}), \\ \phi_z(\omega, z) &= A\alpha(\gamma e^{-\alpha k_R z} - 2e^{-\beta k_R z}), \end{aligned} \right\}, \quad (\text{A4})$$

A 为待定系数，它与频率有关，参数 $\alpha = \sqrt{1 - (c_R/c_p)^2}$ ， $\beta = \sqrt{1 - (c_R/c_s)^2}$ ， $\gamma = 2 - (c_R/c_s)^2$ 。

简正瑞利波速 c_R 由下式计算：

$$\left[\frac{c_R^6}{c_s^6} - 8 \frac{c_R^4}{c_s^4} + c_R^2 \left(\frac{24}{c_s^2} - \frac{16}{c_p^2} \right) - 16 \left(1 - \frac{c_s^2}{c_p^2} \right) \right] = 0, \quad (\text{A5})$$

式 (A5) 中，瑞利波相速度可用回归式计算：

$$c_R \approx \frac{0.87 + 1.12\nu}{1 + \nu} c_s. \quad (\text{A6})$$

这样，给定介质泊松比后，参数 α ， β 和 γ 便可确定。取 $P(\omega) = q\pi a^2$ ，当 $a \rightarrow 0$ ，利用 Bessel 函数的特性： $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{J_1(x)}{x} = J_1(x)_{,x} = J_0(x)/2 = 1/2$ ，由式 (A3) 得到点荷载瑞利波位移响应：

$$\left. \begin{aligned} u_z(r, z, \omega) &= -\frac{iP(\omega)}{4} \left\{ \phi_z(z)^2 H_0^{(2)}(k_R r) \right. \\ u_r(r, z, \omega) &\left. \left. + \phi_x(z)\phi_z(z) H_1^{(2)}(k_R r) \right\} \right. \end{aligned} \right\}, \quad (\text{A7})$$

取 $z=0$ ，得到表面位移，与式 (A2) 比较，可得式 (A4) 待定系数：

$$A = \frac{\hat{k}^2}{\alpha} \sqrt{\frac{2}{\mu} \tilde{\xi} k_R}. \quad (\text{A8})$$

这样，由式 (A4)、(A7) 及 (A8) 可得简谐点荷载下不同位置瑞利波位移式：

$$\left. \begin{aligned} u_z(r, \omega, z) &= \frac{-iP(\omega)}{2\mu} \hat{k}^4 \tilde{\xi} k_R \left\{ \frac{(\gamma e^{-\alpha k_R z} - 2e^{-\beta k_R z})^2 H_0^{(2)}(k_R r)}{\alpha} \right. \\ u_r(r, \omega, z) &\left. \left. + \frac{1}{\alpha} (\gamma e^{-\alpha k_R z} - 2\alpha\beta e^{-\beta k_R z})(\gamma e^{-\alpha k_R z} - 2e^{-\beta k_R z}) H_1^{(2)}(k_R r) \right\} \right. \end{aligned} \right. \quad (\text{A9})$$

由式 (A3) 可得到圆盘状竖直向荷载作用下瑞利波位移式：

$$\left. \begin{aligned} u_z(r, z, \omega) &= -\frac{iq\alpha\pi}{\mu} \hat{k}^4 \tilde{\xi} k_R \cdot \\ u_r(r, z, \omega) &\left. \left\{ \frac{(\gamma e^{-\alpha k_R z} - 2e^{-\beta k_R z})^2 J_1(k_R a) H_0^{(2)}(k_R r)/k_R}{\alpha} \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{1}{\alpha} (\gamma e^{-\alpha k_R z} - 2\alpha\beta e^{-\beta k_R z})(\gamma e^{-\alpha k_R z} - 2e^{-\beta k_R z}) J_1(k_R a) H_1^{(2)}(k_R r)/k_R \right\} \right. \end{aligned} \right. \quad (r \geq a). \quad (\text{A10})$$