

DOI: 10.11779/CJGE201807008

# 横观各向同性岩石蠕变性质与本构模型研究

王者超<sup>1, 2</sup>, 宗智<sup>1</sup>, 乔丽萍<sup>1, 2</sup>, 李歲<sup>1</sup>, 刘杰<sup>1</sup>

(1. 山东大学岩土与结构工程研究中心, 山东 济南 250061; 2. 东北大学深部金属矿山安全开采教育部重点实验室, 辽宁 沈阳 110819)

**摘要:** 层理的存在使得炭质板岩呈现出横观各向同性性质。开展了水平层理试样和竖直层理试样的三轴压缩蠕变试验, 研究了不同层理的炭质板岩在不同加载路径下的蠕变特性, 分析了蠕变流动方向特征, 发现水平层理试样和竖直层理试样蠕变流动方向差异明显; 根据蠕变试验结果, 提出了横观各向同性岩石蠕变本构模型, 该本构模型由基于广义八面体剪应力的蠕变势函数和非关联流动法则构成, 蠕变方程采用基于不可恢复应变的内变量蠕变方程; 采用不可恢复应变为内变量来描述炭质板岩的蠕变特性, 考虑了初始加速蠕变对初始蠕变的影响; 提出了模型参数确定方法, 并采用试验数据和文献数据对所提模型与参数求解方法进行了验证。研究结果为了解岩石横观各向同性蠕变特性和丰富岩石力学基本理论提供了基础。

**关键词:** 炭质板岩; 横观各向同性; 蠕变模型; 模型参数; 蠕变速率; 不可恢复应变

中图分类号: TU452 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2018)07-1221-09

作者简介: 王者超(1980-), 男, 博士, 教授, 主要从事岩土力学与工程的教学与研究工作。E-mail: wang\_zhechao@hotmail.com。

## Creep behaviors and constitutive model of transversely isotropic rocks

WANG Zhe-chao<sup>1, 2</sup>, ZONG Zhi<sup>1</sup>, QIAO Li-ping<sup>1, 2</sup>, LI Wei<sup>1</sup>, LIU Jie<sup>1</sup>

(1. Geotechnical and Structural Engineering Research Center, Shandong University, Jinan 250061, China; 2. Key Laboratory of Ministry of Education on Safe Mining of Deep Metal Mines, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

**Abstract:** The bedded carbonaceous slate exhibits transversely isotropic creep properties. The creep behaviors of carbonaceous slate are studied using the triaxial compressive creep tests on horizontal bedding specimens and vertical bedding specimens. The creep flow direction is analyzed with the experimental data. It is found that the creep flow directions of the horizontal and vertical bedding specimens are different. A creep constitutive model for transversely isotropic rocks is proposed. The constitutive model is composed of creep potential function based on the generalized octahedral shear stress and creep non-associated flow law. The creep equation is formulated as a function of stress and the irreversible strain, which is defined as an internal state variable. The method for determining the model parameters is proposed. The creep model, along with the method of parameter determination, is validated using the test data from this study and literatures. The effect of strain rate on initial creep state is discussed using the model. The results provide a theoretical basis for understanding the transversely isotropic creep behaviors of rocks and enriching the basic theory of rock mechanics.

**Key words:** carbonaceous slate; transverse isotropy; creep model; model parameter; creep rate; irreversible strain

## 0 引言

自然界中普遍存在着变质岩和沉积岩等各向异性岩石<sup>[1]</sup>, 其中层状岩体是工程中经常遇到的一种各向异性岩石, 由于其在层理面内性质相近, 因此其性质具有明显的横观各向同性性质<sup>[2]</sup>。蠕变是岩石的重要力学性质, 岩石蠕变的研究可对岩体工程的长期稳定性的评价和控制提供理论基础<sup>[3-4]</sup>, 因此, 研究横观各向同性岩石的蠕变性质具有重要的理论和应用价值。

众多学者对岩石的蠕变开展了广泛研究, 孙钧等<sup>[4-6]</sup>对岩石的非线性流变进行了深入的研究, 陈宗基等<sup>[7]</sup>

对砂岩进行扭转蠕变试验, 研究其封闭应力和蠕变扩容现象。在蠕变模型方面, 主要有采用经验公式建立的经验模型, 采用粘弹塑性力学元件建立的元件模型, 采用损伤力学、非线性力学理论等建立的理论模型。徐卫亚等<sup>[8]</sup>将提出的非线性黏塑性体与五元件线性黏弹性模型串联, 建立了岩石非线性黏弹塑性流变模型。陈卫忠等<sup>[9]</sup>通过开展盐岩蠕变损伤机制研究, 提出了

盐岩非线性蠕变损伤本构模型。Wang<sup>[10]</sup>通过考虑温度影响的 Norton-Hoff 律中引入损伤变量得到加速蠕变方程。乔丽萍等<sup>[11]</sup>用分数阶微积分元件代替西原模型中牛顿体, 对盐岩蠕变试验的拟合效果更好。王者超等<sup>[12]</sup>、Zhou 等<sup>[13]</sup>提出了岩土材料内变量蠕变模型, 描述了蠕变速率 - 时间 - 应力之间一般关系。

在岩石各向异性蠕变方面, Fabre 等<sup>[14]</sup>对泥质岩各向异性蠕变特性进行了试验研究。Dubey 等<sup>[15]</sup>研究了结构各向异性对盐岩蠕变的影响。Naumann 等<sup>[16]</sup>对黏土膨胀、破坏和蠕变的各向异性行为进行了研究。Chen 等<sup>[17]</sup>通过单轴、三轴压缩蠕变试验对含结构面软岩各向异性蠕变特性进行了研究, 结构面的存在会改变各向异性软岩蠕变破坏模式。熊良霄等<sup>[18]</sup>对绿片岩进行单轴压缩蠕变试验, 研究了绿片岩轴向荷载与层理面夹角变化时的蠕变性质。Zhang 等<sup>[19]</sup>对石英片岩进行室内单轴拉伸、压缩及不同片理产状的蠕变试验, 研究其各向异性蠕变特性。吴创周等<sup>[20]</sup>对层状绿片岩进行单轴压缩蠕变试验, 研究层状岩石的各向异性蠕变规律。王安明等<sup>[21]</sup>根据应变协调原理建立了层状盐岩体宏观各向异性非线性蠕变增量型本构模型。潘鹏志等<sup>[22]</sup>在经典弹黏塑性理论的基础上建立了岩石各向异性弹黏塑性蠕变模型。

岩石的蠕变研究已经取得了许多成果, 但对于岩石的各向异性蠕变研究较少, 岩石的各向异性研究主要集中于对岩石的各向异性蠕变特性进行试验研究, 对岩石各向异性蠕变模型的研究明显不足, 没有反映体变的各向异性蠕变模型, 没有系统的岩石各向异性蠕变参数识别方法。本文通过开展不同层理试样的三轴压缩蠕变试验对炭质板岩的蠕变特性进行研究, 提

出了岩石横观各向同性蠕变模型和参数求解方法, 并采用试验数据进行了验证。

## 1 炭质板岩蠕变性质试验

### 1.1 试验方法

本文针对水平层理和竖直层理的炭质板岩试样开展三轴蠕变力学试验, 试验仪器为 RLW-500 型微机控制岩石三轴试验机, 该试验机最大轴向压力为 1000 kN, 精度为  $\pm 1\%$ , 最大径向压力为 50 MPa, 精度为  $\pm 2\%$ , 最大轴向变形为 10 mm, 最大径向变形为 5 mm, 精度为  $\pm 0.5\%$ , 数据采集可以连续工作达 1000 h。

选取水平层理和竖直层理试样开展分级蠕变试验和循环加载卸载分级蠕变试验, 其中水平层理试样轴向加载方向垂直于层理面, 试样如图 1 (a) 所示。竖直层理试样轴向加载方向垂直于层理面, 试样如图 1 (b) 所示。试样均为标准尺寸试样。具体的试验情况如表 1 所示。试验破坏后的试样如图 2 所示。

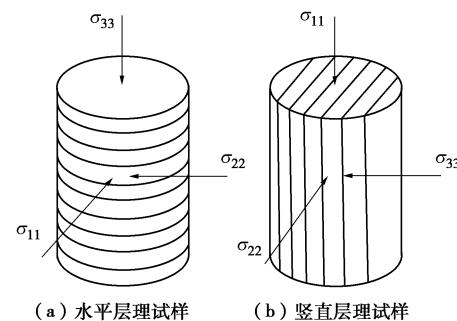


图 1 水平层理试样和竖直层理试样示意图

Fig. 1 Schematic of horizontal bedding and vertical bedding specimens

表 1 三轴蠕变试验一览表

Table 1 List of triaxial creep tests

试样编号	加载方向	试验内容	蠕变偏应力/MPa	围压/MPa
H5	垂直	分级蠕变	5, 11, 21, 43, 65, 97	5
H10	垂直	循环加卸载分级蠕变	22, 43, 108, 11, 22, 43, 76, 108	10
V5	水平	分级蠕变	22, 41, 71, 102	5
V3	水平	循环加卸载分级蠕变	31, 61, 92, 10, 31, 61, 92	3

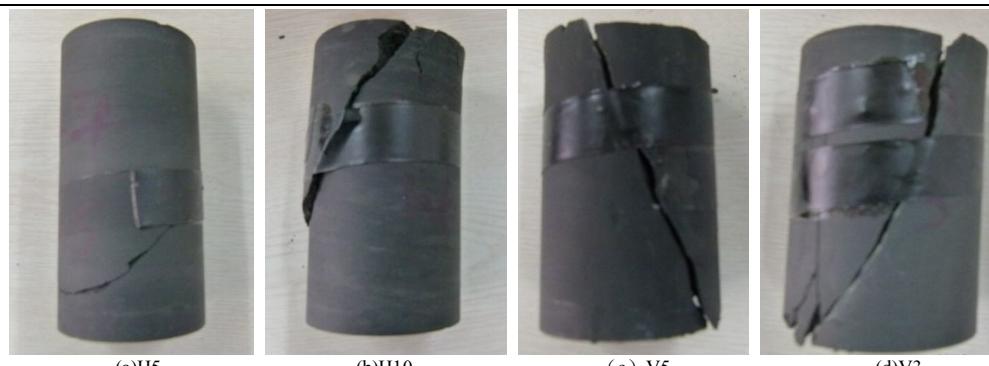


图 2 三轴压缩蠕变破坏后的试样

Fig. 2 Triaxial compression creep failures of the specimens

## 1.2 试验结果

### (1) 水平层理 H5 试样

H5 试样开展的是分级蠕变试验, 加载时蠕变偏应力分别为 5, 10, 21, 65, 97 MPa, 图 3 为 H5 试样偏应力 - 轴向应变关系图, 试样在偏应力 124 MPa 时发生破坏。图 4 为 H5 试样的体应变 - 轴向应变关系图, 体应变以压缩为正, 由图可知试样的体积先减小后增大, 当轴向应变为 0.003 时, 试样由剪缩进入剪胀阶段。图 5 为 H5 试样的轴向蠕变应变 - 时间关系图, 在低应力 5, 11, 21 MPa 时, 随着时间的增加轴向蠕变应变逐渐减小, 在较高应力 43, 65, 97 MPa 时, 随着时间的增加轴向蠕变应变逐渐增大, 应力越高蠕变应变越大。图 6 为 H5 试样的径向蠕变应变 - 时间关系图, 在低应力 5, 21 MPa 时, 随着时间的增加径向蠕变应变逐渐增大, 在应力为 11, 43, 65, 97 MPa 时, 随着时间的增加径向蠕变应变逐渐减小。这种现象与试样的体变趋势密切相关: 剪缩区内试样趋于稳定状态, 而剪胀区内试验趋于非稳定状态<sup>[23]</sup>。

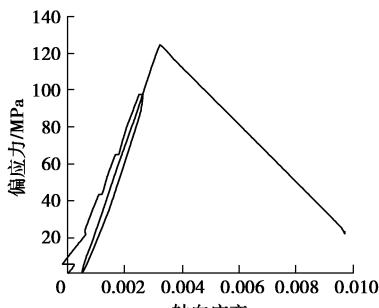


图 3 偏应力 - 轴向应变关系

Fig. 3 Relationship between deviatoric stress and axial strain

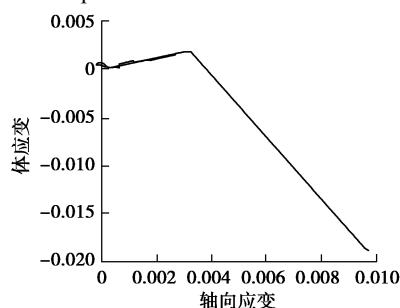


图 4 体应变 - 轴向应变关系

Fig. 4 Relationship between volumetric strain and axial strain

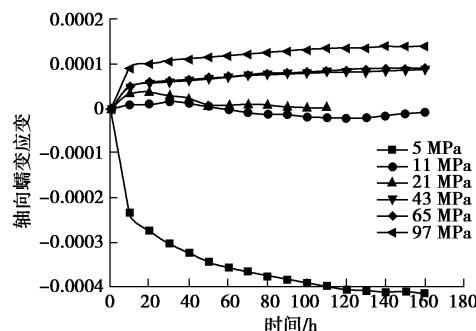


图 5 轴向蠕变应变 - 时间关系

Fig. 5 Relationship between axial creep strain and time

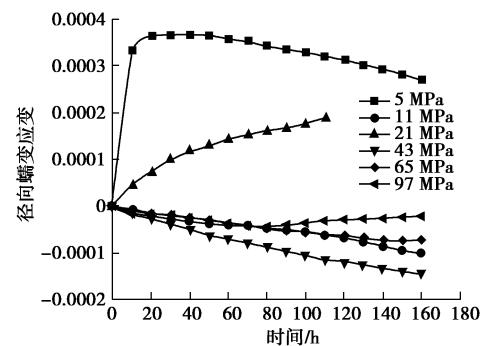


图 6 径向蠕变应变 - 时间关系

Fig. 6 Relationship between radial creep strain and time

图 7 为 H5 试样的轴向蠕变速率 - 时间关系图, 除了应力 5 MPa, 其它应力水平下蠕变开始阶段速率最大, 随着时间增加蠕变速率逐渐降低, 趋于稳定, 则试样逐渐进入稳态蠕变阶段。图 8 为 H5 试样的径向蠕变速率 - 时间关系图, 除了低应力 5, 21 MPa, 其它状态下径向速率均为负值, 径向速率的大小随着时间的增加逐渐减小并趋于稳定, 进入稳态蠕变阶段。相对于稳态蠕变阶段的速率, 蠕变开始阶段的径向蠕变速率不大。

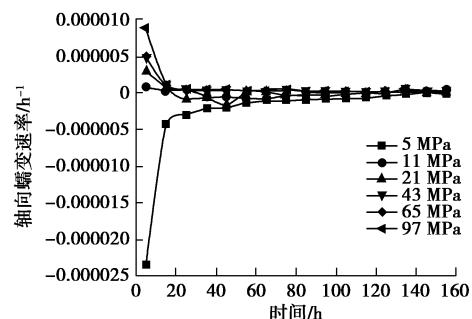


图 7 轴向蠕变速率 - 时间关系

Fig. 7 Relationship between axial creep rate and time

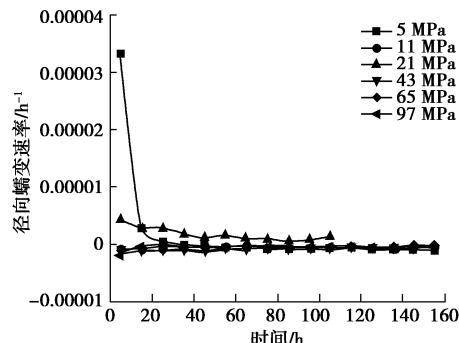


图 8 径向蠕变速率 - 时间关系

Fig. 8 Relationship between radial creep rate and time

### (2) 坚直层理 V3 试样

V3 试样开展的是循环加卸载分级蠕变, 第一加载阶段的蠕变偏应力分别为 31, 61, 92 MPa, 然后进行卸载, 卸载后第二加载阶段的蠕变偏应力分别为 10,

31, 61, 92 MPa, 图 9 为 V3 试样的偏应力 - 轴向应变关系图, 试样在第二加载阶段 92 MPa 应力水平蠕变完成后一直加载直至 205 MPa 时试样发生破坏。图 10 为 V3 试样的体应变 - 轴向应变关系图, 体应变以压缩为正, 由图可知随着轴向应变增大试样主要发生剪缩。

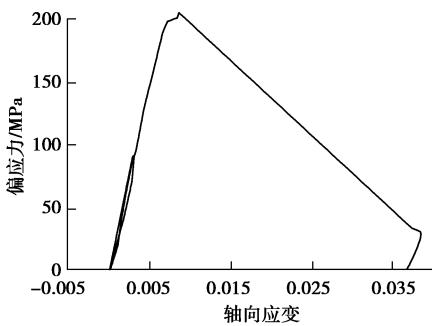


图 9 偏应力 - 轴向应变关系

Fig. 9 Deviator stress - axial strain relationship

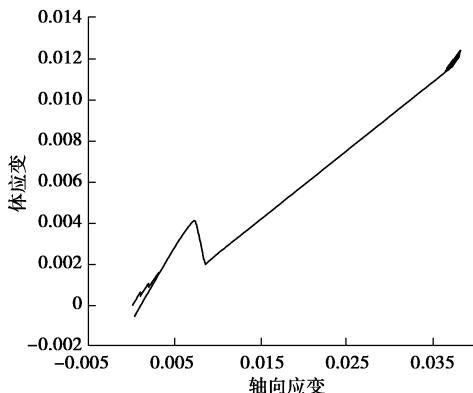


图 10 体应变 - 轴向应变关系

Fig. 10 Relationship between volumetric strain and axial strain

图 11 为 V3 试样的轴向蠕变应变 - 时间关系图, 由图可知各应力水平下蠕变规律基本相同, 轴向蠕变应变均随着时间的增加逐渐增大, 应力越高轴向蠕变应变越大。在应力水平相同的情况下, 第一加载阶段的蠕变值大于第二加载阶段。在两个加载阶段, 应力越高, 轴向蠕变应变值越大。

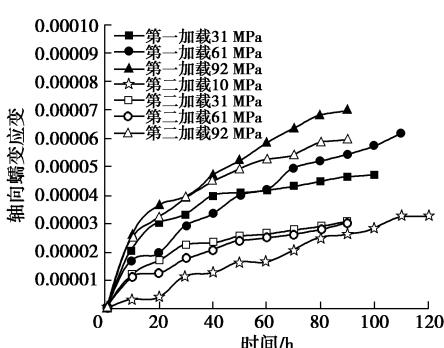


图 11 轴向蠕变应变 - 时间关系

Fig. 11 Relationship between axial creep strain and time

图 12 为 V3 试样的径向蠕变应变 - 时间关系图, 由图可知各应力水平下蠕变规律基本相同, 径向蠕变应变的值均随着时间的增加逐渐增大。在第一加载阶段, 应力越高, 径向蠕变应变的值越小, 在第二加载阶段, 应力越高, 径向蠕变应变的值越大。在应力水平相同时, 除了 92 MPa, 整体上第一加载阶段径向蠕变应变的值要大于第二加载阶段。

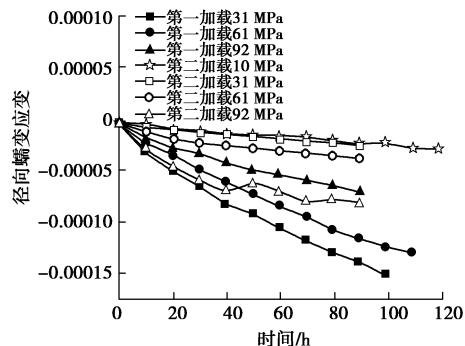


图 12 径向蠕变应变 - 时间关系

Fig. 12 Relationship between radial creep strain and time

图 13 为 V3 试样的轴向蠕变速率 - 时间关系图, 除了低应力 10 MPa, 其它应力水平下蠕变速率规律基本相同, 蠕变速率均随着时间增加逐渐降低, 趋于稳定, 试样逐渐进入稳态蠕变阶段。

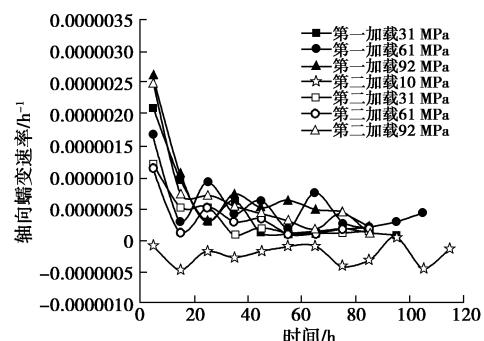


图 13 轴向蠕变速率 - 时间关系

Fig. 13 Relationship between axial creep rate and time

图 14 为 V3 试样的径向蠕变速率 - 时间关系图, 径向速率均为负值, 径向速率的大小随着时间的增加逐渐减小并趋于稳定, 进入稳态蠕变阶段。除了第二加载阶段 92 MPa 径向蠕变速率有波动, 在相同应力水平下, 第二加载阶段的径向蠕变速率的大小小于第一加载阶段。由 H5 试样和 V3 试样的轴向蠕变应变 - 时间关系图发现蠕变开始阶段蠕变增长很快, 对于 H5 试样和 V3 试样的轴向蠕变速率 - 时间关系图中蠕变开始阶段蠕变速率很大, 试样在加载的过程中加载速率可能对蠕变产生影响, 即初始蠕变可能受到试验加载速率的影响。

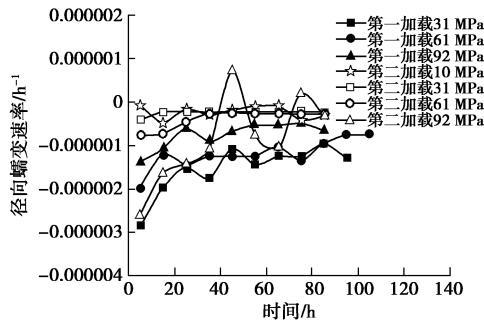


图 14 径向蠕变速率 - 时间关系

Fig. 14 Relationship between radial creep rate and time

### 1.3 蠕变方向性

定义蠕变偏应变和体应变如下:

$$\begin{aligned} d\epsilon_q^{\text{cr}} &= d\epsilon_a^{\text{cr}} - d\epsilon_r^{\text{cr}}, \\ d\epsilon_v^{\text{cr}} &= d\epsilon_a^{\text{cr}} + 2d\epsilon_r^{\text{cr}}, \end{aligned} \quad (1)$$

式中,  $d\epsilon_q^{\text{cr}}$  为蠕变偏应变增量,  $d\epsilon_v^{\text{cr}}$  为蠕变体应变增量,  $d\epsilon_a^{\text{cr}}$  为轴向蠕变增量,  $d\epsilon_r^{\text{cr}}$  为径向蠕变增量。

求得 H5 试样各蠕变阶段蠕变偏应变增量和蠕变体应变增量, 得到偏应力 - 平均主应力空间水平层理试样蠕变偏应变增量和蠕变体应变增量间关系如图 15 所示, 反映水平层理试样蠕变流动方向。蠕变偏应力 43, 65, 97 MPa 分别对应于图 15 中平均主应力 19.3, 26.7, 37.3 MPa 的 3 个点和实线, 由图 15 中蠕变流动方向可知蠕变偏应力 43, 65 MPa 规律基本相同, 蠕变体应变以压缩为正, 43, 65 MPa 时试样处于剪胀状态, 蠕变偏应力 97 MPa 时候试样处于剪缩状态。

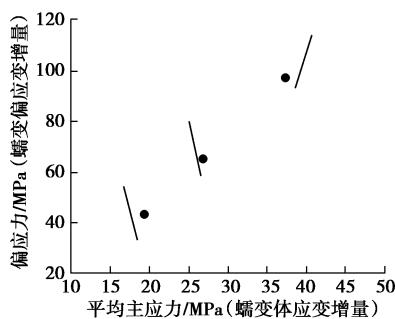


图 15 H5 试样应力空间下蠕变偏应变增量 - 蠕变体应变增量关系

Fig. 15 Relationship between creep deviator strain increment and creep volume strain increment in the stress space for specimen H5

求得 V3 试样各蠕变阶段的蠕变偏应变增量和蠕变体应变增量, 得到偏应力 - 平均主应力空间下水平层理试样蠕变偏应变增量和蠕变体应变增量间关系如图 16 所示, 反映竖直层理试样的蠕变流动方向。蠕变偏应力分为第一加载阶段和第二加载阶段, 第一加载

阶段 31, 61, 92 MPa, 对应于图 16 中平均主应力 13.3, 23.3, 33.7 MPa 的圆点和虚线, 第二加载阶段 31, 61, 92 MPa, 对应于图 16 中平均主应力 13.3, 23.3, 33.7 MPa 的圆点和实线。所有蠕变阶段都处于剪胀状态, 整体来看, 随着应力水平增加,  $\phi$  稍微增大, 蠕变体应变增长速率略小于蠕变偏应变增长速率。循环加卸载对蠕变流动方向影响很小, 在相同应力水平下, 第一加载段和第二加载段的蠕变流动方向基本相同。

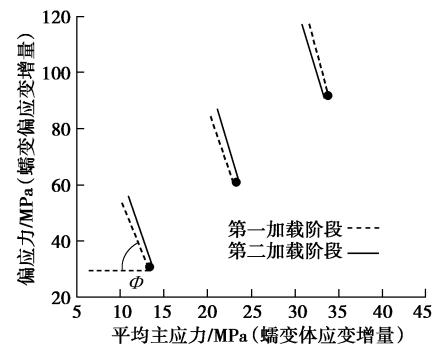


图 16 V3 试样应力空间下蠕变偏应变增量 - 蠕变体应变增量关系

Fig. 16 Relationship between creep deviator strain increment and creep volume strain increment in the stress space for specimen V3

## 2 横观各向同性蠕变本构模型

横观各向同性蠕变模型由势函数和流动法则两部分构成, 其中势函数反映蠕变流动方向, 而流动法则用来求解蠕变应变。

### 2.1 蠕变势函数

蠕变势函数用来反映蠕变矢量流动方向, 以广义剪应力表示的各向异性蠕变势函数为

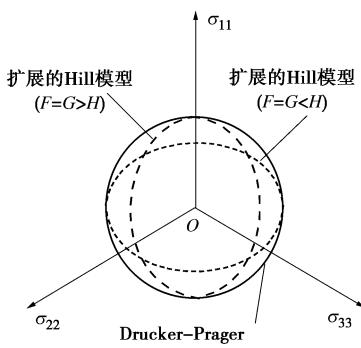
$$f(\sigma) = [F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{31}^2 + 2N\sigma_{12}^2]^{\frac{1}{2}} - \alpha I_1, \quad (2)$$

式中,  $F, G, H, L, M, N$  为模型参数,  $\alpha$  为剪胀角函数,  $\alpha = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{3} \sqrt{3 + \sin^2 \varphi}}$ ,  $\varphi$  为剪胀角,  $I_1$  为应力张量第一不变量。在三轴压缩蠕变试验中, 3 个剪应力为零, 将式 (2) 简化为

$$f(\sigma) = \sqrt{F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2} - \alpha I_1. \quad (3)$$

对于横观各向同性岩石而言, 假设  $\sigma_{11}$  和  $\sigma_{22}$  所在平面为各向同性平面, 如图 17 所示, 则由于层理面内的性质相同,  $F = G$ , 式 (3) 可以简化为

$$f(\sigma) = \sqrt{F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + F(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2} - \alpha I_1. \quad (4)$$

图 17 各势函数在  $\pi$  平面上的投影Fig. 17 Projection of potential function on  $\pi$  Plane

该模型的势函数为一个外凸的椭圆截面的角锥体, 具有对称性, 在  $\pi$  平面上的投影如图 17 所示。当  $F = H = 1$  时模型退化为 Drucker-Prager 模型。

## 2.2 流动法则

蠕变流动法则为

$$d\varepsilon_{ij}^{cr} = d\lambda \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{ij}} , \quad (5)$$

式中,  $f(\sigma)$  为蠕变势函数,  $d\varepsilon_{ij}^{cr}$  为蠕变应变增量,  $d\lambda$  为比例系数, 为各方向蠕变增量的均值, 通过指定蠕变方程确定, 本文中蠕变方程采用内变量蠕变模型<sup>[11-12]</sup>, 如下式所示:

$$\dot{\varepsilon}^{cr} = A\tilde{q}^n(\varepsilon^{vp})^m . \quad (6)$$

式中  $\dot{\varepsilon}^{cr}$  为单轴等效蠕变速率;  $\varepsilon^{vp}$  为等效不可恢复应变;  $A, n, m$  为蠕变参数;  $\tilde{q}$  为等效应力,  $\tilde{q} = \frac{q - p \tan \beta}{1 - \frac{1}{3} \tan \beta}$ ,  $q, p$  分别为偏应力和平均主应力,  $\beta$  为  $q - p$  空间内摩擦角。

## 3 蠕变模型参数求解方法

### 3.1 势函数参数

#### (1) 水平层理试样

对于水平层理试样, 如图 1 (a) 所示, 常规三轴压缩试验中  $\sigma_{11} = \sigma_{22}$ , 因此, 由蠕变势函数表达式 (4) 可得

$$\frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{11}} = \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{22}} = \frac{F}{f(\sigma)}(\sigma_{11} - \sigma_{33}) - \alpha , \quad (7)$$

$$\frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{33}} = -\frac{2F}{f(\sigma)}(\sigma_{11} - \sigma_{33}) - \alpha . \quad (8)$$

径向蠕变应变增量为

$$\begin{aligned} d\varepsilon_r^{cr} &= d\varepsilon_{11}^{cr} = d\varepsilon_{22}^{cr} = d\lambda \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{11}} \\ &= d\lambda \left[ \frac{F}{f(\sigma)}(\sigma_{11} - \sigma_{33}) - \alpha \right] , \end{aligned} \quad (9)$$

轴向蠕变应变增量为

$$d\varepsilon_a^{cr} = d\varepsilon_{33}^{cr} = d\lambda \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{33}} = d\lambda \left[ -\frac{2F}{f(\sigma)}(\sigma_{11} - \sigma_{33}) - \alpha \right] . \quad (10)$$

#### (2) 坚直层理试样

对于坚直层理试样, 如图 1 (b), 常规三轴压缩试验中  $\sigma_{22} = \sigma_{33}$ , 因此, 由蠕变势函数表达式 (3) 可得

$$\frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{11}} = \frac{F + H}{f(\sigma)}(\sigma_{11} - \sigma_{33}) - \alpha , \quad (11)$$

$$\frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{22}} = -\frac{H}{f(\sigma)}(\sigma_{11} - \sigma_{33}) - \alpha , \quad (12)$$

$$\frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{33}} = -\frac{F}{f(\sigma)}(\sigma_{11} - \sigma_{33}) - \alpha . \quad (13)$$

径向蠕变应变增量为

$$\begin{aligned} d\varepsilon_r^{cr} &= \frac{1}{2}(d\varepsilon_{22}^{cr} + d\varepsilon_{33}^{cr}) = \frac{1}{2} \left[ d\lambda \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{22}} + d\lambda \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{33}} \right] \\ &= d\lambda \left[ -\frac{F + H}{2f(\sigma)}(\sigma_{11} - \sigma_{33}) - \alpha \right] . \end{aligned} \quad (14)$$

轴向蠕变应变增量为

$$d\varepsilon_a^{cr} = d\varepsilon_{11}^{cr} = d\lambda \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{11}} = d\lambda \left[ \frac{F + H}{f(\sigma)}(\sigma_{11} - \sigma_{33}) - \alpha \right] . \quad (15)$$

测得岩石内摩擦角  $\varphi$ , 利用试验数据分离出蠕变应变, 再联立式 (10)、(15) 即可求得蠕变模型参数  $F, H$ 。

### 3.2 硬化参数

对于水平层理试样, 轴向不可恢复应变为

$$\varepsilon^{vp} = \varepsilon - \varepsilon^e = \varepsilon - \frac{\sigma}{E_v} , \quad (16)$$

对于坚直层理试样, 轴向不可恢复应变为

$$\varepsilon^{vp} = \varepsilon - \varepsilon^e = \varepsilon - \frac{\sigma}{E_h} . \quad (17)$$

式中  $\varepsilon$  为试验的总应变;  $\varepsilon^e$  为试验的弹性应变;  $\sigma$  为试验应力;  $E_v, E_h$  分别为垂直于和平行于层理面的弹性模量。对于水平层理和坚直层理试样, 通过试验中加卸载曲线求得弹性模量  $E_v$  和  $E_h$ , 由此可以通过试验数据分离出试样的轴向不可恢复应变  $\varepsilon^{vp}$ 。

文献[11, 12, 24]对内变量蠕变模型进行了大量的研究, 在蠕变过程中, 不可恢复应变与时间不是独立变量, 可以相互转化, 由于塑性应变与时间无关, 所以蠕变速率等于不可恢复应变的速率, 即  $\dot{\varepsilon}^{vp} = \dot{\varepsilon}^{cr}$ , 式 (6) 可以写成

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = A\tilde{q}^n(\varepsilon^{vp})^m . \quad (18)$$

表2 炭质板岩各试样蠕变参数  
Table 2 Creep parameters of carbonaceous slate

试样	$E_v$ /MPa	$E_h$ /MPa	$A$	$n$	$m$	$\alpha$	$F$	$H$
H5	45358	—	$1.91 \times 10^{-31}$	4.50	-4.63	0.17	0.71	—
V5	—	29785	$2.64 \times 10^{-33}$	5.37	-4.58	0.17	0.80	0.30
H10	21006	—	$1.20 \times 10^{-15}$	3.06	-0.93	0.17	0.58	—
V3	—	31784	$1.74 \times 10^{-11}$	1.04	-0.65	0.17	0.61	0.35

蠕变速率是由试验的应变增量除以时间增量求得, 理论上某一时刻的蠕变速率为时间增量趋近于零时求得的值, 但实际计算时通常取一段时间的应变增量除以该段时间的值作为蠕变速率, 结合具体的试验数据, 本文选取时间增量为 10 h 计算炭质板岩的蠕变速率。联立式 (16) ~ (18), 结合试验数据, 即可求得模型参数  $A$ ,  $n$ ,  $m$ 。

## 4 模型与参数求解方法验证

### 4.1 本文数据

采用本文试验数据拟合所提模型和参数求解方法, 所得模型参数如表 2 所示。限于篇幅, 仅展示将 H5 和 V5 试样试验数据与拟合结果, 如图 18, 19 所示, 其他试验数据拟合结果参考文献[25]。试验结果与公式求解的结果能较好的吻合。

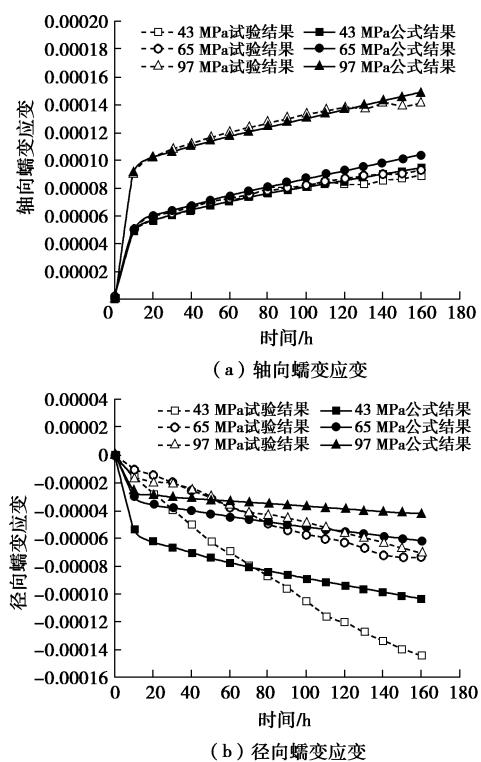


图 18 H5 试样蠕变应变 - 时间关系

Fig. 18 Relationship between creep strain and time of specimen H5

H5

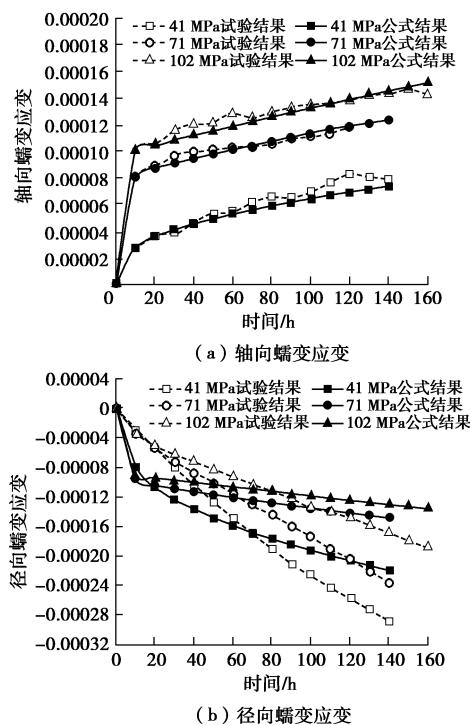


图 19 V5 试样蠕变应变 - 时间关系

Fig. 19 Relationship between creep strain and time of specimen V5

### 4.2 文献数据

采用文献[25]中图 18 的轴向应变和径向应变数据, 是泥质板岩在轴压 26 MPa 下的单轴压缩蠕变试验数据, 提出轴向蠕变应变和径向蠕变应变数据, 与本文模型预测结果进行对比的结果如图 20 所示。试验数据与模型预测结果能较好的吻合。

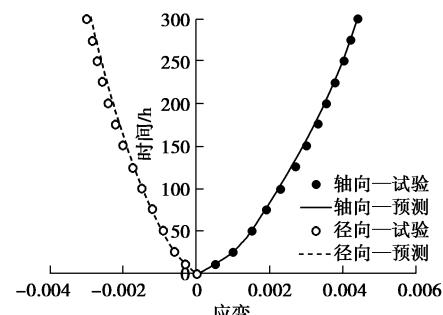


图 20 文献数据和公式蠕变应变 - 时间关系

Fig. 20 Relationship between creep strain and time of literature data and creep model predictions

## 5 结 论

(1) 开展不同加载路径的岩石横观各向同性蠕变试验, 获得了岩石的蠕变性质。水平层理试样和竖直层理试样蠕变流动方向差异明显。受加载速率的影响, 蠕变开始阶段蠕变速率很大, 随着时间增加蠕变速率逐渐减小, 趋于稳定。轴向蠕变速率随应力增大而增大, 在相同应力水平下, 卸载后再加载进行蠕变的轴向蠕变速率小于第一次加载时的轴向蠕变速率。

(2) 提出了横观各向同性岩石蠕变本构模型, 模型势函数由基于广义八面体剪应力的势函数构成, 流动法则为非相关联流动法则, 蠕变方程采用基于不可恢复应变的内变量蠕变方程。

(3) 提出了模型参数确定方法, 势函数参数由试验数据和求解公式分量确定, 硬化参数由基于不可恢复应变的内变量蠕变模型结合试验数据确定。

(4) 采用试验数据验证了本文所提本构模型和参数确定方法, 发现模型在增加 2 个参数条件下能较好地描述复杂条件下横观各向同性岩石的蠕变性质, 本文所提出的参数确定方法合理有效。

### 参 考 文 献:

- [1] BARTON N, QUADROS E. Anisotropy is everywhere, to see, to measure, and to model[J]. Rock Mech Rock Eng, 2015, **48**(4): 1323 – 1339.
- [2] 高春玉, 徐进, 李忠洪, 等. 雪峰山隧道砂板岩各向异性力学特性的试验研究[J]. 岩土力学, 2011, **32**(5): 1360 – 1364. (GAO Chun-yu, XU Jin, LI Zhong-hong, et al. Experimental study of anisotropically mechanical characteristics of sandy slate in Xuefeng Mountain tunnel[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(5): 1360 – 1364. (in Chinese))
- [3] JAEGER J C, COOK N G W, ZIMMERMAN R W. Fundamentals of rock mechanics[M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2007.
- [4] 孙 钧. 岩石流变力学及其工程应用研究的若干进展[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, **26**(6): 1081 – 1106. (SUN Jun. Rock rheological mechanics and its advance in engineering applications[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, **26**(6): 1081 – 1106. (in Chinese))
- [5] SUN Jun, WANG Si-jing. Rock mechanics and rock engineering in China: developments and current state-of-the-art[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, **37**(1): 447 – 465.
- [6] 孙 钧. 岩土材料流变及其工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999. (SUN Jun. Rheological behavior of geomaterials and its engineering applications[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 1999. (in Chinese))
- [7] 陈宗基, 康文法. 岩石的封闭应力、蠕变和扩容及本构方程[J]. 岩石力学与工程学报, 1991, **10**(4): 299 – 312. (TAN Tjong-kie, KANG Wen-fa. On the locked in stress, creep and dilatation of rocks, and the constitutive equations[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1991, **10**(4): 299 – 312. (in Chinese))
- [8] 徐卫亚, 杨圣奇, 褚卫江. 岩石非线性黏弹性流变模型(河海模型)及其应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(3): 433 – 447. (XU Wei-ya, YANG Sheng-qi, CHU Wei-jiang. Nonlinear viscoelasto-plastic rheological model (Hohai model) of rock and its engineering application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **25**(3): 433 – 447. (in Chinese))
- [9] 陈卫忠, 王者超, 伍国军, 等. 盐岩非线性蠕变本构模型及其工程应用研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, **26**(3): 467 – 472. (CHEN Wei-zhong, WANG Zhe-chao, WU Guo-jun, et al. Nonlinear creep damage constitutive model of rock salt and its application to engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, **26**(3): 467 – 472. (in Chinese))
- [10] WANG G. A new constitutive creep-damage model for salt rock and its characteristics[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, **41**(1): 61 – 67.
- [11] 乔丽萍, 王者超, 李术才, 等. 岩石内变量蠕变模型研究[J]. 岩土力学, 2012, **33**(12): 3529 – 3537, 3603. (QIAO Li-ping, WANG Zhe-chao, LI Shu-cai, et al. An internal-variable creep model for rocks[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, **33**(12): 3529 – 3537, 3603. (in Chinese))
- [12] 王者超, 乔丽萍, 李术才, 等. 土的内变量蠕变模型研究[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(10): 1569 – 1575. (WANG Zhe-chao, QIAO Li-ping, LI Shu-cai, et al. An internal-variable creep model for soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(10): 1569 – 1575. (in Chinese))
- [13] ZHOU H W, WANG C P. A creep constitutive model for salt rock based on fractional derivatives[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2011, **48**(1): 116 – 121.
- [14] FABRE G, PELLET F. Creep and time-dependent damage in argillaceous rocks[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2002, **39**(1): 11 – 18.

- Mechanics and Mining Sciences, 2006, **43**(6): 950 – 960.
- [15] DUBEY R K, GAIROLA V K. Influence of structural anisotropy on creep of rocksalt from Simla Himalaya, India: an experimental approach[J]. Journal of Structural Geology, 2008, **30**(6): 710 – 718.
- [16] NAUMANN M, HUNSCHE U, SCHULZE O. Experimental investigations on anisotropy in dilatancy, failure and creep of Opalinus clay[J]. Physics and Chemistry of the Earth, 2007, **32**(8 – 14): 889 – 895.
- [17] CHEN Y J, FU Y M, CAO P. Structural effect of soft rock rheology[J]. J Cent South Univ Technol, 2007, **14**(1): 430 – 435.
- [18] 熊良宵, 杨林德, 张尧. 绿片岩的单轴压缩各向异性蠕变试验研究[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2010, **38**(11): 1568 – 1573. (XIONG Liang-xiao, YANG Lin-de, ZHANG Yao. Anisotropic creep test of greenchist under uniaxial compression[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2010, **38**(11): 1568 – 1573. (in Chinese))
- [19] ZHANG X, LOUIS N Y W, WANG S. Engineering properties of quartz mica schist[J]. Engineering Geology, 2011, **121**(3/4): 135 – 149.
- [20] 吴创周, 石振明, 付昱凯, 等. 绿片岩各向异性蠕变特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, **33**(3): 493 – 499. (WU Chuang-zhou, SHI Zhen-ming, FU Yu-kai, et al. Experimental investigations on structural anisotropy on creep of greenchist[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, **33**(3): 493 – 499. (in Chinese))
- [21] 王安明, 杨春和, 陈剑文, 等. 层状盐岩体非线性蠕变本构模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, **28**(增刊1): 2708 – 2714. (WANG An-ming, YANG Chun-he, CHEN Jian-wen, et al. Nonlinear creep constitutive model of bedded salt rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, **28**(S1): 2708 – 2714. (in Chinese))
- [22] 潘鹏志, 冯夏庭, 申林方, 等. 裂隙花岗岩各向异性蠕变特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, **30**(1): 36 – 44. (PAN Peng-zhi, FENG Xia-ting, SHEN Lin-fang, et al. Study of anisotropic creep behavior of fractured granite[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(1): 36 – 44. (in Chinese))
- [23] 王者超, 李术才, 乔丽萍, 等. 三轴剪切作用下体积变化对岩石力学性质的影响[J]. 固体力学, 2013, **34**(5): 527 – 535. (WANG Zhe-chao, LI Shu-cai, QIAO Li-ping et al. Influence of volume change on other mechanical behaviors of rocks subject to triaxial shearing[J]. Solid Mechanics, 2013, **34**(5): 527 – 535. (in Chinese))
- [24] 王者超, 乔丽萍. 土蠕变性质及其模型研究综述与讨论[J]. 岩土力学, 2011, **32**(8): 2251 – 2260. (WANG Zhe-chao, QIAO Li-ping. A review and discussion on creep behavior of soil and its models[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(8): 2251 – 2260. (in Chinese))
- [25] 宗智. 板岩横观各向同性力学特性与本构模型研究[D]. 济南: 山东大学, 2017. (ZONG Zhi. Transversely isotropic mechanical properties and constitutive model of slate[D]. Jinan: Shandong University, 2017. (in Chinese))
- [26] PELLET F, HAJDU A, DELERUYELLE F, et al. A viscoplastic model including anisotropic damage for the time dependent behaviour of rock[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2005, **29**(9): 941 – 970.