

DOI: 10.11779/CJGE201807002

考虑颗粒破碎影响的粗粒土的剪切强度理论

徐永福

(1. 上海交通大学土木工程系, 上海 200030; 2. 皖江工学院, 安徽 马鞍山 243000)

摘要: 由于粗粒土的粒径相差很大, 通过剪切试验测量粗粒土的剪切强度很麻烦, 且剪切试验费时费力、试验数据离散性大; 另外, 已有剪切强度经验公式中的参数没有明确的物理含义, 工程应用中难以确定。本文根据颗粒破碎的分形模型, 揭示单颗粒破碎强度的尺寸效应, 假设剪切强度是颗粒接触面上的摩擦力, 导出用正应力幂函数表示的粗粒土剪切强度公式, 幂函数的指数是颗粒破碎分维的函数, 并采用垃圾炉渣的颗粒破碎分维和剪切强度试验结果进行验证。

关键词: 粗粒土; 颗粒破碎; 剪切强度; 分形分维

中图分类号: TU47

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2018)07-1171-09

作者简介: 徐永福(1967-), 男, 江苏泰兴人, 博士, 教授, 从事非饱和(特殊)土力学和地基处理的研究。E-mail: yongfuxu@sjtu.edu.cn。

Theory of shear strength of granular materials based on particle breakage

XU Yong-fu

(1. Department of Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China; 2. Wanjiang Institute of Technology, Maanshan 243000, China)

Abstract: Great efforts have been made to determine the shear strength of coarse granular materials using both elaborate laboratory tests and empirical methods. However, the elaborate laboratory tests are difficult and time consuming to perform, and the physical meaning of empirical parameters is not obvious in the empirical methods. A simple method to determine the shear strength of coarse granular materials is proposed based on a fractal model for particle breakage. The shear strength of coarse granular materials can be seen as the friction between particle contacts, and the particle contacts can be modeled by the fractal model for particle breakage. Thus the shear strength of coarse granular materials can be easily estimated using the fractal dimension of particle-size distribution. The shear strength of coarse granular materials obtained from the proposed method is in satisfactory agreement with the experimental data of bottom ash from municipal solid waste incineration (MSWI).

Key words: coarse granular material; particle breakage; shear strength; fractal dimension

0 引言

在粗粒土的压缩试验和剪切试验中, 颗粒破碎是一种常见现象^[1-4]。颗粒破碎直接影响了粗粒土的力学特性: 内摩擦角和孔隙比减小, 颗粒比表面增加, 颗粒分布和应力-应变关系发生变化^[5-7]。描述颗粒破碎的参数很多^[8], 近年来, 破碎后颗粒分布的分维被广泛用于表示颗粒破碎特征^[9-12]。徐永福等^[10]采用离散单元法模拟颗粒破碎过程, 统计了破碎颗粒分布的分维, 颗粒破碎的分维与颗粒孔隙率有关, 颗粒孔隙率越小, 颗粒破碎的分维越大。Steacy等^[13]建立了单颗粒破碎的分形模型, 单颗粒破碎的分维是颗粒孔隙率的函数。Perfect^[14]和Palmer等^[15]导出了单颗粒破碎分维与破碎机率的关系, 分维随颗粒破碎几率增大而增

加。相同颗粒经历不同的应力水平、破碎能量, 破碎的分维不同。

单颗粒破碎强度具有显著的尺寸效应, 徐永福等^[16-18]从单颗粒破碎的分形模型, 解释了单颗粒破碎的尺寸效应, 建立了单颗粒破碎强度与颗粒粒径的理论关系。Xu^[17, 19]根据单颗粒破碎的分形模型, 导出Weibull模量的计算公式, 修正了Weibull统计理论。

粗粒土剪切试验中的颗粒破碎普遍存在, 颗粒破碎直接影响了粗粒土的剪切强度特性^[20]。颗粒破碎的分形模型模拟了粗粒土剪切试验中的颗粒接触特性^[18-19]。Xu等^[21]将粗粒土的剪切强度视为颗粒接触

基金项目: 国家自然科学基金项目(41472251, 41630633)

收稿日期: 2017-06-11

面上的摩擦应力, 结合 Luan 等^[22]的研究成果, 假设颗粒接触面上的摩擦力是接触面上正应力的幂函数, 导出粗粒土的剪切强度理论。Xu 等^[21]建立的剪切强度理论没有考虑接触面上的正应力与宏观正应力的关系, 与实际试验情况不符合。本文基于颗粒破碎的分形模型, 导出颗粒破碎强度与颗粒粒径的理论关系, 通过建立接触面上的正应力与宏观正应力关系, 导出粗粒土的剪切强度公式。考虑到垃圾炉渣的破碎强度小、直剪试验中破碎率高, 采用垃圾炉渣的单颗粒破碎试验和直剪试验结果, 验证粗粒土的剪切强度理论。

1 粗粒土的剪切强度理论

Steacy 等^[13]建立了单颗粒破碎的分形模型, 如图 1 所示。图 1 中白色小方块代表颗粒的固体部分, 黑色小方块代表空缝。设一个尺寸为 1 的正方体颗粒, 破碎成尺寸为 1/2 的颗粒, 形成 8 个次一级的小单元, 假设其中 2 个小单元是空隙, 6 个小单元为次一级的小颗粒; 次一级小颗粒按此规律继续破碎, 形成同样分布的更次一级的颗粒。颗粒以此方式破碎后的个数 N 与尺寸 d 的关系为

$$N(d) = d^{-2.585}, \quad (1)$$

式中, 2.585 为颗粒破碎的分维。因此, 对于分形分布的颗粒, 颗粒个数与颗粒尺寸之间满足^[23]

$$N(d) = d^{-D}, \quad (2)$$

式中, D 为颗粒分布的分维, 一般小于 3.0^[24]。

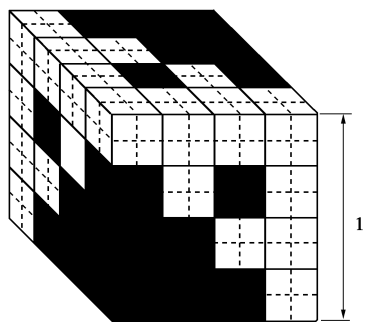


图 1 颗粒破碎的分形模型^[13]

Fig. 1 Fractal model for particle fragmentation^[13]

Jaeger^[25]给出单颗粒破碎表观强度的定义为

$$\sigma_f = \frac{F_f}{A_{app}}, \quad (3)$$

式中, σ_f 为破碎强度, F_f 为破碎力, A_{app} 为垂直于 F_f 方向颗粒截面积, $A_{app} = k_1 d^2$, k_1 为形状系数。

颗粒破碎后的分布满足分形模型, 表示为图 2。颗粒截面的真实面积为

$$A_{real} = k_2 d^{D-1}, \quad (4)$$

定义颗粒破碎固有强度为

$$\sigma_f^* = \frac{F_f}{A_{real}}. \quad (5)$$

由式 (3) ~ (5) 得到单颗粒的破碎强度:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_f &= \sigma_f^* d^{D-3}, \\ \sigma_f^* &= \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_{fi}}{d^{D-3}} \right)}{n}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式 (6) 就是单颗粒破碎强度的尺寸效应。随着粒径增加, 颗粒破碎强度呈幂函数减小。

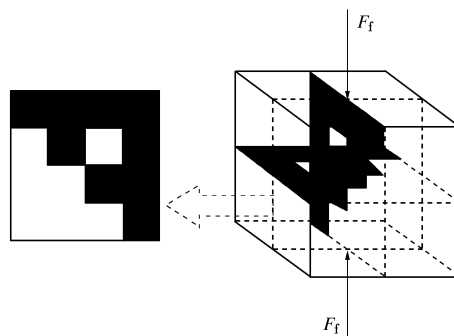


图 2 分形颗粒的截面面积

Fig. 2 Sectional plane of fractal particle

颗粒破碎几率通常用 Weibull 统计理论表示, 颗粒破碎几率表示为^[26]

$$P_f = 1 - \exp\left(-\left(\frac{d}{d_0}\right)^3 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right). \quad (7)$$

式中 P_f 为颗粒破碎几率; d 为颗粒粒径; σ 为应力; d_0 为颗粒的参考粒径; σ_0 为粒径为 d_0 的破碎强度。对于分形颗粒, 颗粒破碎几率表示为

$$P_f = 1 - \exp\left(-\left(\frac{d}{d_0}\right)^D \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right). \quad (8)$$

根据式 (6) 和 (8) 得到

$$m = \frac{D}{3-D}. \quad (9)$$

式 (9) 为根据颗粒破碎模型确定的 Weibull 模量, 式 (8) 为 Weibull 修正理论。

粗粒土剪切试验的剪切破坏面附近, 颗粒产生破碎, 颗粒破碎后的分布符合分形模型^[21]。剪切破坏面两侧颗粒接触特征如图 3 所示。剪切面两侧颗粒犬牙交错, 不是所有的颗粒都能接触, 剪切面凹凸不平。颗粒接触点用等边六角形表示颗粒接触点, 接触点中心的红色部分表示接触颗粒产生挤压、剪切破碎现象。接触点颗粒破碎后符合分形模型, 颗粒接触面数目与剪切面尺寸的关系为^[21]

$$N = k_3 \left(\frac{L}{l} \right)^{D_p}. \quad (10)$$

式中, N 为颗粒接触点数目, k_3 为比例常数, L 为剪切面尺寸, 相当于图 3 (b) 中剪切破坏面的边长, l 为试样接触面的尺寸, D_p 为剪切面上颗粒接触点分布分维。分维 D_p 与颗粒分布分维 D 的关系为^[21]

$$D_p = D - 1 \quad (11)$$

如图 3 (a) 所示, 在剪切面上的正应力 σ_n 由岩石颗粒的接触应力 σ_c 承担, 由剪切面上力的平衡得到

$$\sigma_n L^2 = \sigma_c l^2 k_3 \left(\frac{L}{l} \right)^{D_p}, \quad (12a)$$

$$\frac{\sigma_n}{\sigma_c} = k_3 \left(\frac{L}{l} \right)^{D-3}. \quad (12b)$$

式 (12b) 与式 (6) 类似, 均描述颗粒破碎的尺寸效应。

假设粗粒土的剪切强度 (τ_f) 主要来源于剪切面上颗粒间的摩擦力:

$$\tau_f = \sigma_n \tan \varphi, \quad (13)$$

将式 (10)、(12b) 代入式 (13) 中, 得到

$$\tau_f = \sigma_c N^{\frac{D-3}{D-1}} \tan \varphi. \quad (14)$$

Mo 等^[27]给出粗糙颗粒接触面积与正应力的关系为

$$A_c = k_4 \sigma_n^{\frac{2}{3}}, \quad (15)$$

式中, A_c 为试样的接触面积, k_4 为比例常数, σ_n 为作用于试样上的正应力。假设试样剪切破坏时, 每个颗粒的接触面积相同, 表示为 πl^2 , 颗粒接触面积与接触点数成正比, 即

$$N \propto A_c = k_5 \sigma_n^{\frac{2}{3}}. \quad (16)$$

从微观尺寸看, 颗粒接触面是一个分形体。分形体在三维空间的维数为 D , 在二维面上的维数为 $D-1$, 类似于式 (15), 颗粒在微观尺寸上的接触面积与接触正应力的关系为

$$a_c = k_6 \sigma_c^{\frac{D-1}{D}}. \quad (17)$$

式中, a_c 为颗粒接触面积, k_6 为比例常数, σ_c 为作用于颗粒接触点的正应力。试样接触面积为

$$A_c = N a_c. \quad (18)$$

在固定正应力 σ_n 作用下, 颗粒接触点数是常数, 根据式 (15), (17) 和 (18) 得到

$$\sigma_c^{\frac{D-1}{D}} = k_6 \sigma_n^{\frac{2}{3}}, \quad (19)$$

式中, k_6 是比例常数。由式 (14) 和 (19) 得到

$$\tau_f = a \sigma_n^b. \quad (20)$$

式中, a 为常数,

$$b = \frac{2(2D-3)}{3(D-1)}. \quad (21)$$

根据式 (21), 指数 b 值介于 $2/3 \sim 1$ 。若 $D=2$,

$b=2/3$, 符合 Hertz 法则; 若 $D=3$, $b=1$, 符合 Amontons 法则; 若 $D=2.5$, $b=8/9$, 与 Lincoln 结果一致, 相当于球面与平面摩擦力^[28]。Xu 等^[21]给出指数 b 的经验表达式:

$$b = \frac{D}{3}. \quad (22)$$

因为分维 D 值介于 $2 \sim 3$, 当 $D=2.667$, $b=8/9$ 。根据式 (21) 和 (22), b 值与分维 D 的关系如图 4 所示。

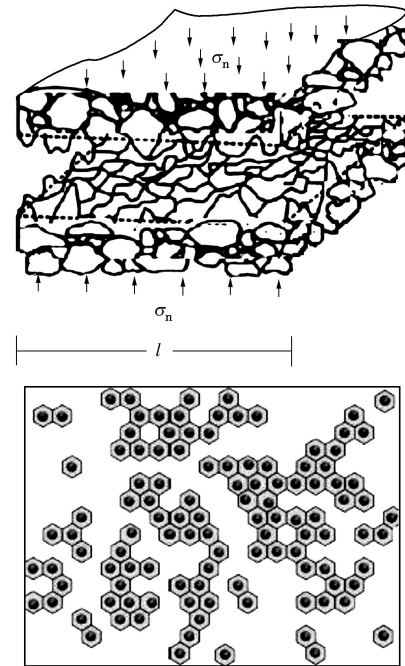


图3 颗粒在剪切面上的接触情况

Fig. 3 Contact points in shear plane

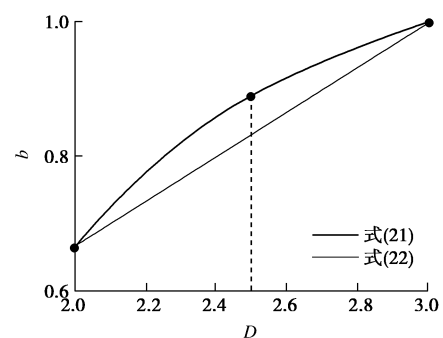


图4 指数 b 与分维 D 的关系

Fig. 4 Relation of b to D

2 粗粒土剪切强度理论的试验验证

2.1 炉渣颗粒冲击破碎试验

垃圾炉渣颗粒的破碎强度小, 易破碎, 选取炉渣颗粒作冲击破碎试验。炉渣的 X 射线衍射图如图 5 所示, 主要矿物成分为石英 (16.6%)、方解石 (11.28%)、石墨 (9.3%)、硅酸钙水合物 (8.5%)、绿磷锰矿 (7.5%)、

钾钙镁硫酸盐 $[K_2CaMg(SO_4)_3]$ (5.7%)、单水方解石 (5.4%) 等, 与用于建筑的天然骨料相似。

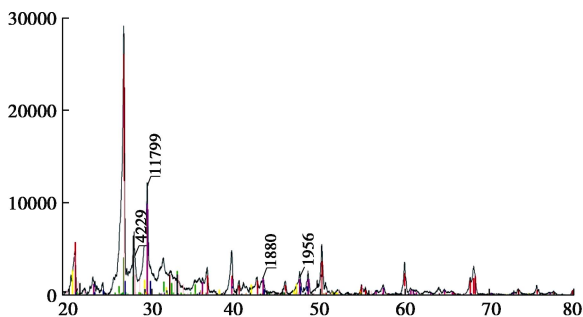


图 5 炉渣的 X 射线衍射图

Fig. 5 XRD analysis of MSWI bottom ash



(a) 撞击仪

(b) 破碎前后的颗粒

图 6 颗粒冲击破碎试验装置及破碎颗粒

Fig. 6 Impact test device and crushed particles

炉渣单颗粒冲击破碎试验装置如图 6 (a) 所示。锤质量为 2.5 kg, 落锤高度为 0.68 m, 料筒的内径为 10.0 cm, 每次试样的质量为 0.5 kg。炉渣冲击破碎前后的颗粒大小如图 6 (b) 所示。冲击破碎后, 炉渣颗粒破碎现象明显。

炉渣颗粒的初始粒径介于 5~10 mm, 冲击破碎后的颗粒分布如图 7 所示。冲击能量越小, 炉渣颗粒破碎程度越小, 表现为破碎后的颗粒少, 破碎后颗粒累积质量小。炉渣初始颗粒粒径均大于 5 mm, 粒径小于 5 mm 的颗粒都是由初始破碎产生的。统计破碎后的颗粒质量分布, 如图 7 所示, 炉渣颗粒破碎后的分布符合分形模型。炉渣颗粒破碎的分维与破碎能量的关系如图 8 所示。从图 8 中看出, 随着能量增加, 颗粒破碎的分维基本不变。

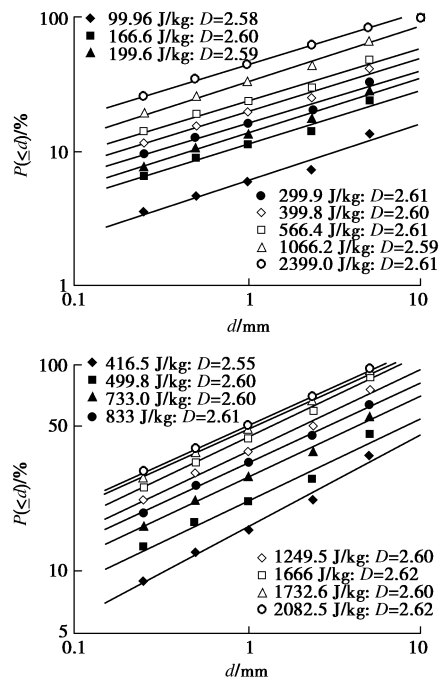


图 7 破碎后的颗粒分布

Fig. 7 Fragment-size distribution of crushed particles

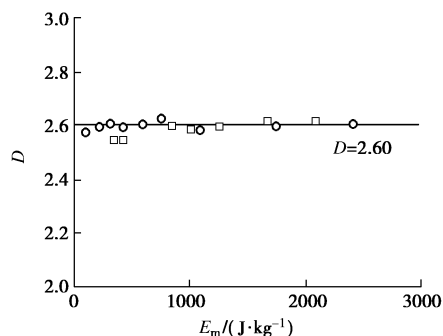


图 8 炉渣颗粒破碎分维与破碎能量的关系

Fig. 8 Relation of fractal dimension to fracture energy of MSWI bottom ash particles

图 9 统计了石英和石灰岩颗粒破碎分维与破碎能量的关系。在破碎能量小的情况下, 岩石颗粒破碎不完全, 颗粒破碎的分维小; 随着破碎能量增加, 岩石颗粒破碎的分维增加。张季如等^[11]、蔡正银等^[12]也发现了类似的现象。

颗粒破碎的分维与颗粒破碎几率和破碎后的颗粒数有关, 颗粒破碎分维与破碎几率的关系为^[14]

$$D = 3 - \lg P / \lg d, \quad (23)$$

式中, P 为颗粒破碎几率, $P = n/b^3$, n 为破碎颗粒数, b 为颗粒初始粒径与破碎后粒径之比。设颗粒初始粒径为 1, d 为颗粒破碎后的粒径, $d = 1/b$, 在图 1 表示的颗粒破碎模型中, $b = 2$ 。颗粒破碎分维与破碎几率和破碎颗粒数的关系如图 10 所示。随着颗粒的破碎几率增加, 颗粒破碎后颗粒分布的分维增加。当 $P = 1/b^3$, $D = 0$, 整个颗粒都是空隙, 这样的颗粒不存在, 所以, 不存在破碎后分布的分维为 0 的颗粒; 当 $P = 1$, $D = 3$, 整个颗粒内没有空隙, 这样的颗粒也不存在, 所以,

也不存在破碎后分布的分维为 3 的颗粒。反过来再看图 8，炉渣颗粒破碎分维随破碎能量基本不变，似乎与图 9、10 中的结论不一致，真正的原因不是像图 8 表现的那样。图 8 中的最小冲击能量为 100 J/kg，在此能量作用下，炉渣颗粒破碎近乎完全，此时颗粒的破碎几率达到固定值，与颗粒破碎能量一样，颗粒破碎分维也达到固定值，颗粒破碎分维基本不随破碎能量变化，颗粒破碎的分维取决于颗粒的空隙率。根据图 8 中颗粒破碎的分维，炉渣颗粒破碎与 Steacy 等模型^[13]非常接近。

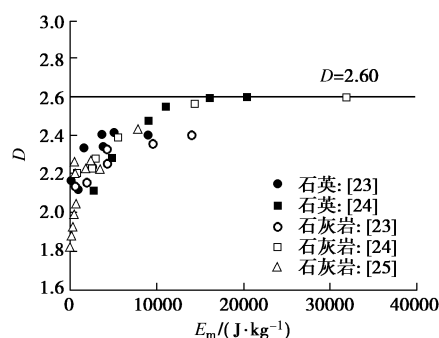


图 9 岩石颗粒破碎的分维与破碎能量的关系

Fig. 9 Relation of fractal dimension to fracture energy of rock particles

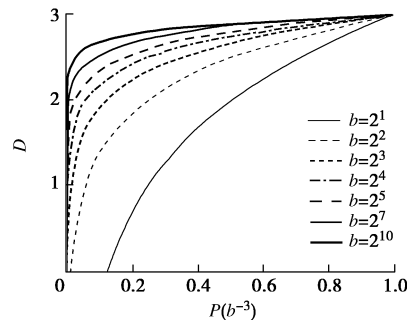


图 10 颗粒破碎分维与破碎几率和破碎颗粒数的关系

Fig. 10 Relation of fractal dimension to fracture probability and particle number

2.2 炉渣单颗粒破碎试验

单颗粒破碎试验的仪器选择电子万能材料试验机，如图 11 所示，试验机最大量程为 50 kN，精度为 0.01 N。



图 11 单颗粒压碎装置

Fig. 11 Uniaxial compression test device

炉渣颗粒粒径介于 2.1~35.9 mm，颗粒数为 500 个。单颗粒压碎试验采用自动采集，实时记录压碎力和压缩位移，试验机的加载速率为 1.0 mm/min。停止加载的标准为：单颗粒压缩应变取 10~15%。如果压缩荷载达到第一个峰值后，不出现比第一个峰值大的压缩荷载，停止加载的标准取单颗粒压缩应变为 10%；如果压缩荷载达到第一个峰值后，出现多个峰值荷载大于第一个峰值，停止加载的标准取单颗粒压缩应变为 15%。颗粒破碎后，收集破碎后的颗粒碎屑，采用筛分方法确定破碎后的颗粒分布，筛分筛子的孔径分别为 0.25, 0.5, 1.0, 2.0, 5.0, 10.0, 14.0, 20.0 mm。单颗粒破碎后，收集颗粒碎屑的筛分结果如图 12 所示。从图 12 中看出单颗粒破碎后的碎屑分布符合分形模型，颗粒分布的分维为 2.33。

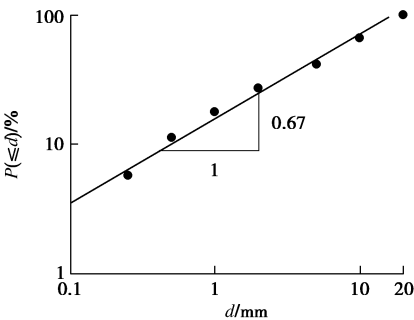


图 12 单颗粒破碎后的分维

Fig. 12 Fractal dimension of single particle fragments

单颗粒单轴压缩的荷载-位移曲线如图 13 所示，选取两个粒径相同的颗粒进行比较，颗粒粒径分别为 13.5, 22.6 mm。炉渣大颗粒单轴压缩的荷载-位移曲线分为 3 种类型：类型 I，荷载-位移曲线只出现一个峰值，对应的颗粒形状基本为规则的球状或椭球状，颗粒破碎成 2, 3 块，进一步压缩，出现粉末状的细颗粒；类型 II，荷载-位移曲线出现多个峰值，且后面出现的峰值压力超过前面的峰值压力，炉渣颗粒形状不规则，甚至出现凹面，颗粒破碎成多个碎屑，进一步压缩，每个次一级小颗粒进一步破碎成多个更次一级的细颗粒；类型 III，荷载-位移曲线出现多个峰值，前后出现的峰值大小不固定，颗粒形状不规则，颗粒破碎成多块碎屑，颗粒破碎特性介于类型 I 和类型 II 之间。

炉渣单颗粒压缩破碎力与颗粒粒径的关系如图 14 所示，单颗粒破碎力与粒径呈幂函数关系。单颗粒破碎力与粒径在双对数坐标上相关直线的斜率为 1.33，根据式 (3)、(6)，由图 14 得到颗粒破碎的分维为 2.33，与图 12 中得到的颗粒破碎分维一致，验证了颗粒破碎强度的尺寸效应公式 (式 (6))。

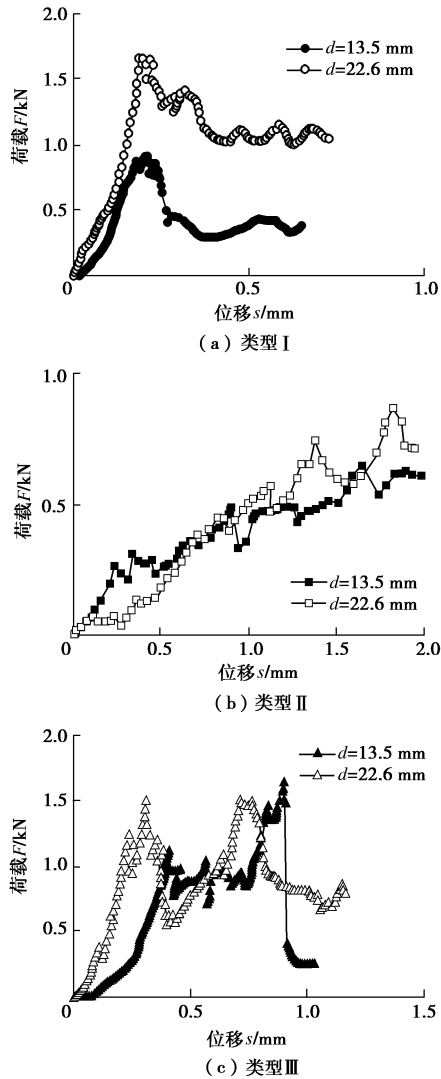


图 13 单颗粒单轴压缩曲线

Fig. 13 Force-settlement curves

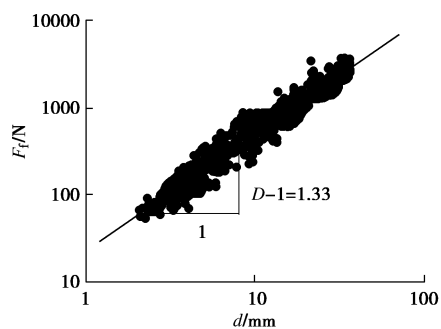


图 14 单颗粒破碎力与颗粒粒径的关系

Fig. 14 Relation of fracture force to particle diameter

图 15 表示了炉渣单颗粒破碎强度与颗粒粒径的关系,随着颗粒粒径增加,颗粒破碎强度减小,这就是颗粒破碎强度的尺寸效应。根据图 12 得到的颗粒破碎分维,采用式(6)预测颗粒破碎强度的尺寸效应, $D=2.33$, $\sigma_f^*=24.4$ MPa,预测结果与试验数据一致。

利用颗粒破碎的分维,计算 Weibull 模量,根据修正的 Weibull 理论预测颗粒破碎几率,如图 16 所示。

图 16 中, $D=2.33$,由式(9)计算, $m=3.48$ 。修正 Weibull 理论的预测结果与试验结果比较于图 16 中,预测结果与试验结果一致,验证了根据颗粒破碎分维计算 Weibull 模量是可靠的。

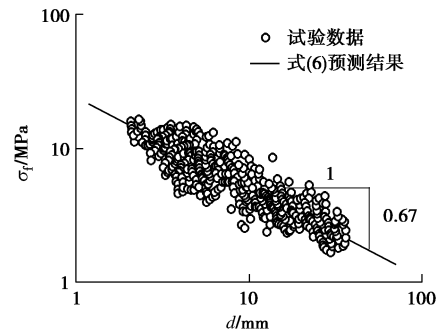


图 15 单颗粒破碎强度的尺寸效应

Fig. 15 Size effect of fracture strength of single particle

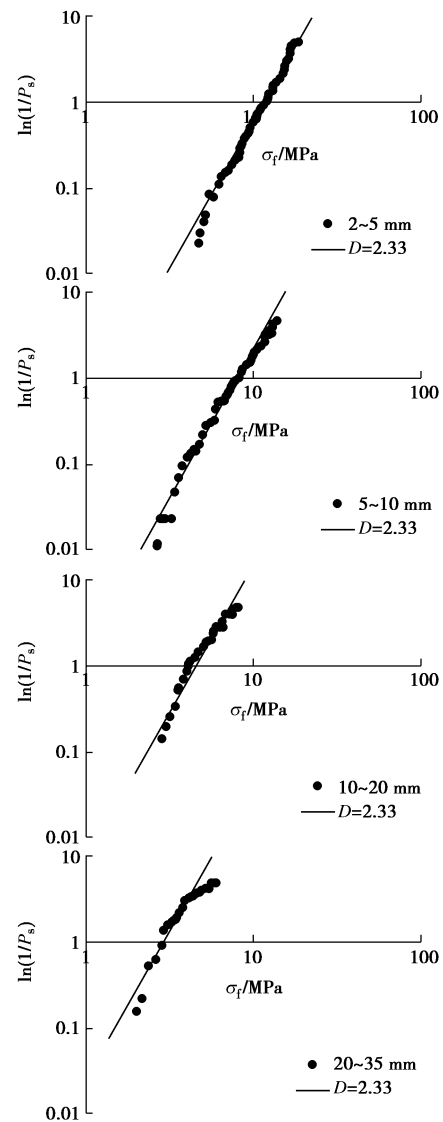


图 16 炉渣颗粒破碎几率预测

Fig. 16 Prediction of fracture probability

2.3 炉渣的直剪试验

常规直剪试验中,炉渣初始粒径介于 1~2 mm,

炉渣试样的密实度参数列于表 1 中。

表 1 炉渣试样参数

Table 1 Physical parameters of MSWI bottom ash			
试样类别	$\rho_d/(\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$	e	D_r
松散试样	0.95	1.78	0.27
密实试样	1.10	1.40	0.82

炉渣直剪试验的应力 - 位移关系曲线如图 17 所示。松散试样与密实试样的剪切特性有差别，松散试样的应力 - 位移关系曲线基本不出现峰值，而密实试样在竖向压力 σ_n 小于 200 kPa，应力 - 位移关系曲线出现峰值。无论是松散试样还是密实试样， τ/σ_n 随竖向压力 σ_n 增加而减小， τ/σ_n 与炉渣的内摩擦角有关，表明随着竖向压力 σ_n 增加，炉渣的内摩擦角减小。无

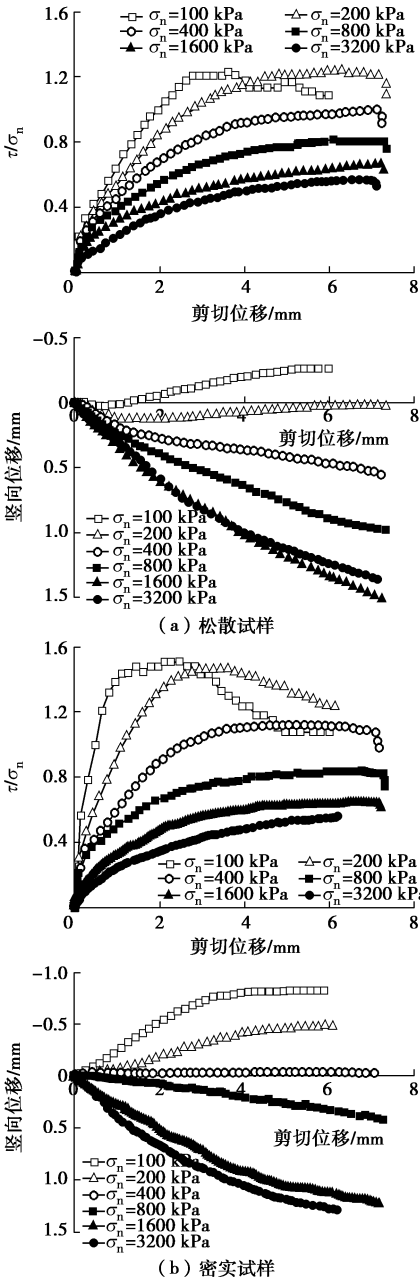


图 17 炉渣直剪试验的应力 - 位移曲线

Fig. 17 Shear stress-displacement curves in direct shear tests

论是松散试样还是密实试样，都出现了剪胀现象，松散试样在竖向压力 σ_n 小于 200 kPa 之前，表现出剪胀现象；密实试样在竖向压力 σ_n 小于 400 kPa 之前，表现出剪胀现象。

炉渣试样经过直剪试验后，颗粒发生了破碎，经过筛分分析后，炉渣颗粒破碎后的分布如图 18 所示。图 18 (a) 是密实试样在不同竖向 σ_n 下剪切破碎后的颗粒分布，不同竖向压力 σ_n 下，炉渣颗粒破碎程度稍有不同，对应的颗粒分布分维也略有不同； $\sigma_n=3200$ kPa，颗粒破碎最完全，分维为 2.11。图 18 (b) 是不同密实程度试样在竖向压力 $\sigma_n=3200$ kPa 下剪切破碎后的颗粒分布，不同密实程度试样颗粒破碎程度基本相同，颗粒破碎后的分维为 2.11。

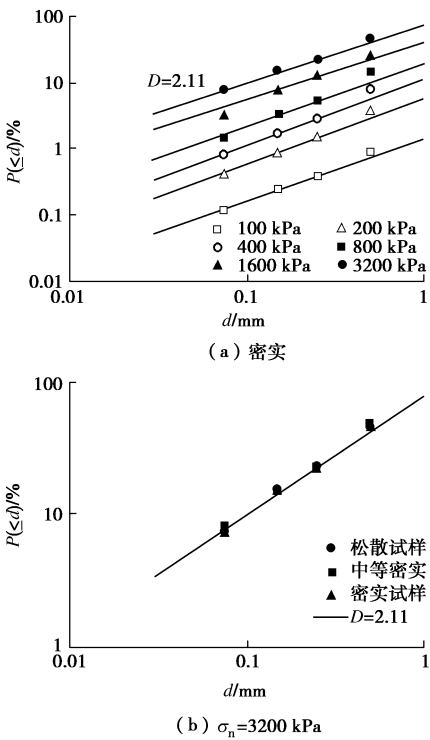


图 18 直剪试验中颗粒破碎的分维

Fig. 18 Fractal dimension of fragments in direct shear tests

炉渣颗粒破碎后分布的分维与竖向压力的关系如图 19 所示。随着竖向压力增加，颗粒破碎程度增加，颗粒破碎后的分维略有增加，在竖向压力 $\sigma_n=3200$ kPa 的试验中，分维趋于 2.11。炉渣颗粒在不同破碎试验中，破碎程度不同，颗粒破碎的分维也不同。炉渣在冲击试验中，由于颗粒破碎完全，颗粒破碎后的分维趋于 2.60；在单颗粒破碎试验中，由于颗粒形状不同，导致每个颗粒破碎程度不同，所有颗粒破碎后的分维趋于 2.33，比冲击破碎试验中颗粒破碎的分维小；在直剪试验中，颗粒破碎只发生在剪切面附近，颗粒破碎最不完全，导致直剪试验中颗粒破碎分维最小，趋于 2.11。因此，颗粒在不同破碎试验中的破碎

几率不同、破碎后的碎屑块数不同,颗粒破碎分维也不同,只有采用相同破碎试验确定的分维,用于预测同类试验的力学性能。

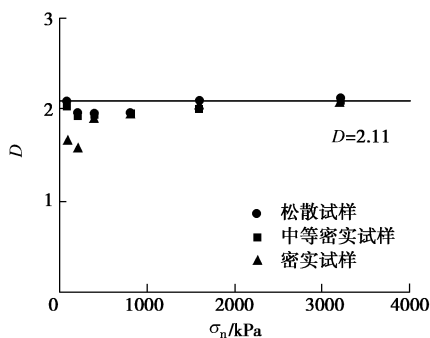


图 19 颗粒破碎分维与竖向压力的关系

Fig. 19 Relation of fractal dimension to vertical stress

采用直剪试验中炉渣颗粒破碎的分维预测炉渣剪切强度,如图 20 所示。炉渣剪切强度的预测采用式(20)、(21),炉渣剪切试验中颗粒破碎的分维 $D=2.11$,由式(21)计算 $b=0.735$ 。参数 a 采用试验数据计算, $a = \sum_{i=1}^n (\tau_f / \sigma_n^b) / n = 4.9$ 。炉渣剪切强度的预测结果与试验数据比较于图 20 中,从图 20 中看出,炉渣剪切强度的预测结果与试验结果符合得很好。

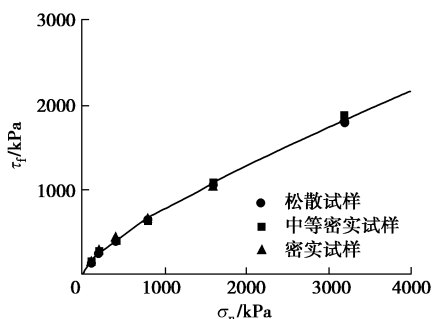


图 20 炉渣剪切强度理论的验证

Fig. 20 Validation of shear strength theory

3 结 论

本文根据炉渣颗粒破碎的分形模型,确定了炉渣颗粒在不同试验中破碎后的分维,导出了颗粒破碎强度的尺寸效应,建立了 Weibull 模量与颗粒破碎分维的关系,对 Weibull 统计理论作了修改;在假设直剪试验剪切面接触点分布符合颗粒破碎的分形模型基础上,导出粗粒土剪切强度公式。通过本文研究得到以下 3 点结论。

(1) 炉渣颗粒在不同破碎试验中的破碎几率不同、破碎后的碎屑块数不同,颗粒破碎分维也不同,只有采用相同破碎试验确定的分维,用于预测同类试验的力学性能。冲击试验中颗粒破碎的分维为 2.60,

单颗粒破碎试验中颗粒破碎的分维为 2.33,直剪试验中颗粒破碎的分维为 2.11。

(2) 基于颗粒破碎的分形模型,导出了颗粒破碎强度尺寸效应和 Weibull 模量的计算公式,并得到垃圾炉渣单颗粒破碎强度试验数据的验证。

(3) 基于直剪试验剪切面接触点分布符合颗粒破碎的分形模型,导出了粗粒土剪切强度公式,并采用垃圾炉渣直剪试验结果对粗粒土剪切强度理论进行了验证。

致 谢: 感谢上海大学孙德安教授提供了炉渣直剪试验数据。

参考文献:

- [1] XU Y F, DONG P, SUN D A. Tensile strength of granular materials[J]. Chinese J Rock Mech Eng, 2003, **22**(6): 913 - 918.
- [2] HU W, YIN Z Y, DANO C, et al. A constitutive model for granular materials considering grain breakage[J]. Science in China Series E, 2011, **54**(8): 2188 - 2196.
- [3] YIN Z Y, HICHER P Y, DANO C, et al. Modeling the mechanical behavior of very coarse granular materials[J]. Journal of Engineering Mechanics ASCE, 2017, **143**(1): C401600.
- [4] 尹振宇, 许 强, 胡 伟. 考虑颗粒破碎效应的粒状材料本构研究: 进展及发展[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(12): 2170 - 2180. (YIN Zhen-yu, XU Qiang, HU Wei. Constitutive relations for granular materials considering particle crushing: review and development[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(12): 2170 - 2180. (in Chinese))
- [5] VALDES J R, KOPRULU E. Characterization of fines produced by sand crushing[J]. J Geotech and Geoenviron Eng, 2007, **133**(12): 1626 - 1630.
- [6] 刘映晶, 王建华, 尹振宇, 等. 考虑级配效应的粒状材料本构模拟[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(2): 299 - 305. (LIU Ying-jing, WANG Jian-hua, YIN Zhen-yu, et al. Constitutive modeling for granular materials considering grading effect[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(2): 299 - 305. (in Chinese))
- [7] 李 罡, 刘映晶, 尹振宇, 等. 粒状材料临界状态的颗粒级配效应[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(3): 452 - 457. (LI Gang, LIU Ying-jing, YIN Zhen-yu, et al. Grading effect on critical state behavior of granular materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(3): 452 - 457. (in Chinese))
- [8] HARDIN BO. Crushing of soil particles[J]. J Geotech Eng,

- ASCE, 1985, **111**(10): 1177 - 1192.
- [9] XU Y F, LIU S Y. Fractal character of grain-size distribution of expansive soils[J]. *Fractals*, 1999, **7**(4): 359 - 366.
- [10] 徐永福, 奚悦, 冯兴波, 等. 岩石单颗粒压缩破碎的数值模拟分析[J]. *工程地质学报*, 2015, **23**(4): 589 - 596. (XU Yong-fu, XI Yue, FENG Xing-bo, et al. Simulation of rock grain breakage using PFC^{2D}[J]. *Journal of Engineering Geology*, 2015, **23**(4): 589 - 596. (in Chinese))
- [11] 张季如, 胡泳, 张弼文. 石英砂砾破碎过程中粒径分布的分形行为研究[J]. *岩土工程学报*, 2015, **37**(5): 784 - 791. (ZHANG Ji-ru, HU Yong, ZHANG Bi-wen, et al. Fractal behavior of particle-size distribution during particle crushing of quartz sand and gravel[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2015, **37**(5): 784 - 791. (in Chinese))
- [12] 蔡正银, 李小梅, 关云飞, 等. 堆石料的颗粒破碎规律研究[J]. *岩土工程学报*, 2016, **38**(5): 923 - 929. (CAI Zheng-yin, LI Xiao-mei, GUAN Yun-fei, et al. Particle breakage rules of rockfill materials[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2016, **38**(5): 923 - 929. (in Chinese))
- [13] STEACY S J, SAMMIS C G. An automaton for fractal patterns of fragmentation[J]. *Nature*, 1991, **360**: 250 - 252.
- [14] PERFECT E. Fractal models for the fragmentation of rocks and soils: a review[J]. *Eng Geol*, 1997, **48**: 185 - 198.
- [15] PALMER A C, SANDERSON T J O. Fractal crushing of ice and brittle solids[C]// *Proc Roy Soc Lond A*. 2001: 469 - 477.
- [16] XU Y F, XU J P, WANG J H. Fractal model for size effect on ice failure strength[J]. *Cold Reg Sci Tech*, 2004, **40**(1/2): 135 - 144.
- [17] XU Y F. Explanation of sealing phenomenon based oil fractal fragmentation of granular materials[J]. *Mech Res Comm*, 2005, **32**(2): 209 - 220.
- [18] 徐永福, 王益栋, 奚悦, 等. 岩石颗粒破碎的尺寸效应[J]. *工程地质学报*, 2014, **22**(6): 1023 - 1027. (XU Yong-fu, WANG Yi-dong, XI Yue, et al. Size effect on crushing of rock particles[J]. *Journal of Engineering Geology*, 2014, **22**(6): 1023 - 1027. (in Chinese))
- [19] XU Y F. Approach to the Weibull modulus based on fractal fragmentation of particles[J]. *Powder Technology*, 2016, **292**: 99 - 107.
- [20] FROSSARD E, HU W, DANO C, et al. Rockfill shear strength evaluation: a rational method based on size effects[J]. *Géotechnique*, 2012, **62**(5): 415 - 427.
- [21] XU Y F, FENG X B, ZHU H G. Fractal model for rockfill shear strength based on particle fragmentation[J]. *Granular Matter*, 2015, **17**: 753-761. DOI 10.1007/s10035-015-0591-z.
- [22] LUAN B, ROBBINS M O. The breakdown of continuum models for mechanical contacts. *Nature*, 2005, **435**: 929.
- [23] MANDELBROT B B. *The fractal geometry of nature*[M]. San Francisco: Freeman WH, 1982.
- [24] TURCOTTE D L. Fractals and fragmentation[J]. *J of Geophy Res*, 1986, **91**: 1921 - 1926.
- [25] JAEGER J C. Failure of rocks under tensile conditions[J]. *Int J Rock Min Sci*, 1967, **4**: 219.
- [26] WEIBULL W. A statistical distribution function of wide applicability[J]. *J Appl Mech*, 1951, **18**: 293.
- [27] MO Y F, TURNER K T, SZLUFARSKA I. Friction laws at the nanoscale[J]. *Nature*, 2009, **457**: 1116 - 1118.
- [28] LINCOLN B. Elastic deformation and the laws of friction[J]. *Nature*, 1953, **172**: 169.