

DOI: 10.11779/CJGE201806007

# 饱和度对多孔介质中热-水-力耦合响应的影响

郭志光, 白冰\*

(北京交通大学土木建筑工程学院, 北京 100044)

**摘要:** 以湿-热弹性理论为基础, 给出了非饱和多孔介质中热能传输、水分迁移和变形的耦合控制方程, 并与已有试验结果进行了对比。模型计算结果与试验结果吻合较好。针对多孔介质中初始饱和度随深度呈不同分布的三维非对称热源问题进行了热-水-力耦合响应分析。分析表明: 当初始饱和度沿竖向的梯度变化较小时, 重力作用下孔隙水首先由多孔介质上部向下部流动, 继而在温度荷载作用下产生回旋流动。当竖向梯度变化较大时, 基质吸力作用下孔隙水先由饱和度较高的底部流向饱和度较低的顶部, 然后产生回旋流动, 且回旋中心位置随竖向梯度的减小逐渐向多孔介质中心位置靠近。

**关键词:** 非饱和多孔介质; 耦合效应; 热能传输; 控制方程

中图分类号: TU411

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2018)06-1021-08

**作者简介:** 郭志光(1987-), 男, 博士研究生, 主要从事岩土工程等方面的研究工作。E-mail: zgguo\_87@126.com。

## Effect of saturation on thermo-hydro-mechanical coupled responses in porous media

GUO Zhi-guang, BAI Bing

(School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** An analytical method is developed for the governing equations for coupling of heat transfer, moisture transfer and deformation in unsaturated porous media based on the theory of wet and thermal elasticity. Compared with the existing experimental results, the calculated results are in good agreement with the experimental ones. The numerical analysis of thermo-hydro-mechanical in porous media is performed, which is a three-dimensional model for asymmetric heat source with different distributions of initial saturation degrees. The results show that when the vertical gradient of the initial saturation is smaller, the pore water is first to flow from the upper part to the lower part of the porous media under the action of gravity. And then the swirling flow is generated under the action of temperature load. On the other hand, when it is larger, the pore water under the action of matrix suction flows from the bottom of the porous media with high saturation to the top of the porous media with low saturation under the effect of matrix suction, and then a swirling flow is produced. With the decrease of the vertical gradient, the center of the swirling gradually moves closer to the center position of the porous media.

**Key words:** unsaturated porous medium; coupling effect; heat transfer; governing equation

## 0 引言

研究非饱和多孔介质内重力势、温度势和吸力势耦合作用引起的内部温度传输和物质迁移的非稳态响应特征, 在热能贮存、地热资源开发、核废料处置、供热管道设计等领域有十分重要的应用价值, 主要涉及热(thermal)、水(hydraulic)和力(mechanical)3种因素的耦合。

为了定量分析各场间的响应特征, 已有学者从不同的角度对其进行了研究。Chen等<sup>[1]</sup>基于混合物耦合理论、非平衡动力学及Biot弹性理论建立了一个考虑化学及水化膨胀作用的非饱和多孔介质多场耦合模型。Chen等<sup>[2]</sup>以动量、质量和能量守恒定律的连续介

质力学和三相混合物理论(固-液-气)系统中的平均方法为基础, 建立了一个用于分析多孔介质中热-水-力完全耦合的数值模型, 模型中考虑了应力-应变、水-空气-蒸汽三相流动, 热传输和孔隙度演化对耦合响应的影响。Rutqvist等<sup>[3]</sup>给出了饱和及非饱和多孔介质中热水力耦合的通用控制方程, 并对已有的4个有限元模型进行了讨论。Wang等<sup>[4]</sup>通过数值分析, 研究了热冲击对黏土力学性能及孔隙水渗流的影响。Chen等<sup>[5]</sup>对7个描述毛细管压力与饱和度关系的模型进行

基金项目: 国家自然科学基金项目(51478034, 51678043)

收稿日期: 2017-02-16

\*通讯作者(E-mail: baibing66@263.net)

了试验评估, 证明 VGM、LNM、BRB 和 GDM 模型与试验数据较好吻合。Akrouh 等<sup>[6]</sup>通过试验、理论分析及数值模拟对能源柱在非饱和土中的热水 (TH) 特性进行了研究。Ghorbani 等<sup>[7]</sup>提出了影响非饱和土壤性质的一些基本问题以及多场耦合的控制方程, 并给出了非饱和土运动方程全局时间积分算法的应用。白冰<sup>[8]</sup>利用 Fourier 及 Laplace 变换给出了考虑耦合效应的饱和土体热固结问题在其变换域上的解。白冰等<sup>[9]</sup>给出了非饱和土中热能传输和水分迁移的耦合控制微分方程, 并利用热源函数法得到了瞬时点热源条件下非稳态温度场、体积含水率分布场的解析求解方法。张玉军<sup>[10-11]</sup>使用其开发的有限元程序数值模拟了核废料处置概念库近场的热-水-应力耦合过程, 并将渗透迁移方程引入到热水力耦合控制方程中, 考察了在热-水-应力-迁移耦合作用下近场温度、孔隙水压力及放射性核素浓度的分布及变化。对于非饱和多孔介质, 多场耦合过程受饱和度的影响较大。饱和度对多孔介质中热-水-力耦合过程影响的分析对于更好地理解多场耦合响应特征有重要意义。

本文利用普遍采用的土水特征曲线 VG 模型中饱和度与孔隙水压力及孔隙气压力之间的关系, 通过孔隙水和孔隙气连续性方程推导得到其渗流微分方程, 其中持水特性系数物理意义明确, 可通过试验得到。

文中给出的多孔介质中气-水两相流动的热-水-力耦合控制方程及状态方程, 基于 Comsol Multiphysics 数值分析平台实现了其耦合计算过程, 且对比已有试验结果进行了验证。状态方程采用与温度相关的非线性计算式, 可有效地模拟真实的耦合过程。另, 针对饱和度沿土层深度分布不同的现象, 进一步分析了热驱动下不同初始饱和度对渗流场、温度场和位移场间耦合响应的影响, 并对其影响过程进行了简单阐述。

## 1 热-水-力耦合控制方程及状态方程

### 1.1 渗流微分方程

孔隙水、孔隙气及多孔介质的质量守恒方程 (不考虑水的蒸发) 可写为<sup>[3-5]</sup>

$$\frac{\partial}{\partial t}(nS_l\rho_l) + \nabla \cdot (nS_l\rho_l\mathbf{v}_l) = 0 \quad , \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(nS_g\rho_g) + \nabla \cdot (nS_g\rho_g\mathbf{v}_g) = 0 \quad , \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}[(1-n)\rho_s] + \nabla \cdot [(1-n)\rho_s\mathbf{v}_s] = 0 \quad 。 \quad (3)$$

式中,  $n$  为多孔介质的孔隙率,  $\rho$  为密度 ( $\text{ML}^{-3}$ ), 下角标  $l$ ,  $g$  和  $s$  分别表示孔隙水、孔隙气和多孔介质基

质,  $S$  为饱和度,  $S_g$  为孔隙气饱和度,  $\mathbf{v}$  为绝对速度矢量 ( $\text{LT}^{-1}$ ),  $\nabla \cdot$  为散度计算。

考虑重力作用时, 孔隙水和孔隙气相对于多孔介质基质的速度  $\mathbf{v}_{rl}$ ,  $\mathbf{v}_{rg}$  及  $\mathbf{v}_s$  有如下关系<sup>[3-5]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v}_{rl} &= \mathbf{v}_l - \mathbf{v}_s \quad , \\ \mathbf{v}_{rg} &= \mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s \quad , \\ \nabla \cdot \mathbf{v}_s &\approx \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad 。 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$nS_l \cdot \mathbf{v}_{rl} = -\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \cdot (\nabla P_l + \rho_l g \cdot \nabla D) \quad , \quad (5)$$

$$nS_g \cdot \mathbf{v}_{rg} = -\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \cdot (\nabla P_g + \rho_g g \cdot \nabla D) \quad 。 \quad (6)$$

式中  $P_l$ ,  $P_g$  为孔隙水、孔隙气压力 ( $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ );  $\varepsilon_v$  为体积应变;  $K$  为多孔介质的渗透率 ( $\text{L}^2$ );  $K_{rw}$ ,  $K_{rg}$  分别为孔隙水、孔隙气的相对渗透率;  $\mu$  为流体黏度系数 ( $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}$ );  $\nabla D = (0, 0, 1)$ 。

根据文献[5, 12~14]可知孔隙水饱和度应为基质吸力与温度的函数, 有如下关系:

$$\left. \begin{aligned} S_g &= 1 - S_l \quad , \\ P_c &= P_g - P_l \quad , \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\frac{\partial S_l}{\partial t} = \frac{\partial S_l}{\partial P_c} \frac{\partial P_c}{\partial t} + \frac{\partial S_l}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} = C_p \frac{\partial P_g}{\partial t} - C_p \frac{\partial P_l}{\partial t} +$$

$$C_T \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial S_g}{\partial t} \quad 。 \quad (8)$$

式中  $P_c$  为基质吸力 ( $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ );  $T$  为现时绝对温度 ( $\theta$ );  $C_p$  和  $C_T$  分别为毛细作用 ( $\text{M}^{-1}\text{LT}^2$ ) 和温度作用 ( $\theta^{-1}$ ) 的持水特性系数, 由土水特征曲线确定。

利用式 (4) ~ (8) 对式 (1)、(2) 进行展开, 消去  $\partial n / \partial t$  项, 整理可得三场耦合作用下孔隙水、孔隙气的渗流微分方程为

$$\begin{aligned} n\rho_l C_p \frac{\partial P_l}{\partial t} - \nabla \cdot \left( -\rho_l \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \cdot (\nabla P_l + \rho_l g \cdot \nabla D) \right) = \\ n\rho_l C_p \frac{\partial P_g}{\partial t} + n\rho_l C_T \frac{\partial T}{\partial t} + nS_l \frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \\ \rho_l S_l \left[ \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \frac{1-n}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial t} \right] \quad , \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n\rho_g C_p \frac{\partial P_g}{\partial t} - \nabla \cdot \left( -\rho_g \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \cdot (\nabla P_g + \rho_g g \cdot \nabla D) \right) = \\ n\rho_g C_p \frac{\partial P_l}{\partial t} - n\rho_g C_T \frac{\partial T}{\partial t} + nS_g \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \\ \rho_g S_g \left( \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \frac{1-n}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial t} \right) \quad 。 \quad (10) \end{aligned}$$

### 1.2 能量方程

结合文献[3~5, 12~14], 考虑面积力做功、热

应变以及湿应变变化率, 则能量方程为

$$\frac{\partial}{\partial t} [nS_l \rho_l e_l + nS_g \rho_g e_g + (1-n)\rho_s e_s] + \nabla \cdot (-k_t \nabla T) + 3K_m(1-n)(\beta_{Tm}T + \beta_{Mm}S_l) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + nS_l P_l \nabla \cdot \mathbf{v}_l + nS_g P_g \nabla \cdot \mathbf{v}_g + \nabla \cdot [h_l nS_l \rho_l \cdot \mathbf{v}_l + h_g nS_g \rho_g \cdot \mathbf{v}_g + h_s(1-n)\rho_s \cdot \mathbf{v}_s] = Q. \quad (11)$$

式中  $e$  为单位质量的内能 ( $L^2T^{-2}$ ),  $e=c_v \cdot (T-T_0)$ ;  $h$  为单位质量的热含量 ( $L^2T^{-2}$ ),  $h=c_p \cdot (T-T_0)$ ;  $T_0$  为初始绝对温度;  $c_v$ ,  $c_p$  分别为定容和定压比热 ( $L^2T^{-2}\theta^{-1}$ );  $\gamma=c_p/c_v$ ;  $k_t$  为多孔介质总导热系数 ( $MT^3\theta^{-1}$ );  $\beta_{Tm}$ ,  $\beta_{Mm}$  分别为多孔介质固体基质的线热膨胀系数 ( $\theta^{-1}$ ) 和线湿胀系数;  $K_m$  为多孔介质基质体积模量 ( $ML^{-1}T^{-2}$ );  $Q$  为总的热源强度 ( $L^{-1}MT^3$ ).

结合文献[3, 4, 6, 15, 16], 综合考虑孔隙率及饱和度对有效导热系数的影响, 则总导热系数可表示为

$$k_t = n \cdot \left[ \frac{a_1 \cdot (k_l - k_g) \cdot S_l}{1 + a_2 \cdot S_l} + k_g \right] + (1-n) \cdot k_s. \quad (12)$$

式中  $a_1$ ,  $a_2$  为拟合参数;  $k_s$  为多孔介质基质导热系数 ( $MT^3\theta^{-1}$ );  $k_l$  为孔隙水导热系数 ( $MT^3\theta^{-1}$ );  $k_g$  为孔隙气导热系数 ( $MT^3\theta^{-1}$ ).

### 1.3 应力-应变关系

没有惯性力的情况下, 动量守恒方程为<sup>[3-5]</sup>

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + [(1-n)\rho_s + nS_l \rho_l + nS_g \rho_g] \cdot \mathbf{g} = 0, \quad (13)$$

式中,  $\boldsymbol{\sigma}$  为总应力张量,  $\mathbf{g}$  为重力产生的加速度向量 ( $LT^{-2}$ ).

考虑多孔介质骨架变形、热应变、湿应变、孔隙压力变形及等效应力原理, 可知应力应变关系为

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_T - \boldsymbol{\varepsilon}_S) - \alpha_B \bar{P} \cdot \mathbf{I}, \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= \frac{1}{2} [(\nabla \mathbf{u})^T + \nabla \mathbf{u}], \\ \boldsymbol{\varepsilon}_T &= \beta_{Tm}(T-T_0) \cdot \mathbf{I}, \\ \boldsymbol{\varepsilon}_S &= \beta_{Mm}(S_l - S_{l0}) \cdot \mathbf{I}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中  $\mathbf{D}$  为切向刚度矩阵 ( $M^{-1}LT^2$ );  $\bar{P}$  为加权平均孔隙压力 ( $ML^{-1}T^{-2}$ ),  $\bar{P} = S_l P_l + S_g P_g$ ;  $\alpha_B$  为 Biot 耦合系数,  $\alpha_B = 1 - \frac{K_b}{K_m}$ ,  $K_b$  为多孔介质排水体积模量 ( $ML^{-1}T^{-2}$ );  $\mathbf{u}$  为多孔介质位移矢量 ( $L$ );  $T_0$  和  $S_{l0}$  分别为初始温度和初始孔隙水饱和度.

### 1.4 状态方程

为有效地模拟真实情况, 对于热-水-力耦合, 各状态量均采用与温度相关的非线性计算式. 密度  $\rho$  可表示为<sup>[3-5]</sup>

$$\rho_l = 838.4661 + 1.4005 \cdot T - 0.0030 \cdot T^2 + 3.7182 \cdot 10^{-7} \cdot T^3,$$

$$\rho_g = \frac{P_g}{R_g T},$$

$$\rho_s = \rho_{s0} \cdot \left[ 1 + \frac{\bar{P} - \bar{P}_0}{K_m} - 3\beta_{Tm}(T-T_0) - 3\beta_{Mm}(S_l - S_{l0}) - \frac{\text{tr}(\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\sigma}'_0)}{3K_m(1-n)} \right],$$

$$\text{tr}(\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\sigma}'_0) = 3K_b \varepsilon_v + 3 \frac{K_b}{K_m} (\bar{P} - \bar{P}_0) -$$

$$9K_b \beta_{Tm}(T-T_0) - 9K_b \beta_{Mm}(S_l - S_{l0}), \quad (16)$$

式中,  $\rho_{s0}$  为初始温度及压力水平下的密度值,  $R_g$  为空气的气体常数 ( $L^2T^{-2}\theta^{-1}$ ).

由式(3)、(4)可整理得到, 孔隙率时间导数为

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1-n}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + (1-n) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t}. \quad (17)$$

解微分方程式(17)可得

$$\begin{aligned} n &= 1 - \frac{\rho_{s0}(1-n_0)\exp(\varepsilon_{v0} - \varepsilon_v)}{\rho_s} \\ &= 1 - \frac{(1-n_0)\exp(-\varepsilon_v)}{1 + \varepsilon_p - \varepsilon_T - \varepsilon_S - \varepsilon_v}, \end{aligned} \quad (18)$$

式中,  $\varepsilon_p = \frac{-(\bar{P} - \bar{P}_0)}{3K_m \cdot I}$ , 下角标 0 表示初始量.

根据文献[20, 21], 给出孔隙水、孔隙气的黏度系数  $\mu$  (Pa·s)、定压热容  $c_p$  (J/(kg·K)) 和导热系数  $k$  (W/(m·K)) 见下式:

$$\begin{aligned} \mu_l &= 1.380 - 0.021T + 1.360T^2 - 4.645 \times 10^{-7}T^3 + \\ &\quad 8.904 \times 10^{-10}T^4 - 9.079 \times 10^{-13}T^5 + 3.846 \times 10^{-16}T^6 \\ &\quad (273.15\text{ K} < T < 413.15\text{ K}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_g &= -8.383 \times 10^{-7} + 8.357 \times 10^{-8}T - 7.694 \times 10^{-11}T^2 + \\ &\quad 4.643 \times 10^{-14}T^3 - 1.066 \times 10^{-17}T^4 \\ &\quad (203.15\text{ K} < T < 1573.15\text{ K}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{lp} &= 12010.147 - 80.407T + 0.310T^2 - 5.382 \times 10^{-4}T^3 + \\ &\quad 3.625 \times 10^{-7}T^4 \\ &\quad (273.15\text{ K} < T < 553.15\text{ K}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{gp} &= 1047.637 - 0.373T + 9.453 \times 10^{-4}T^2 - 6.024 \times 10^{-7}T^3 + \\ &\quad 1.286 \times 10^{-10}T^4 \\ &\quad (203.15\text{ K} < T < 1573.15\text{ K}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_l &= -0.869 + 8.949 \times 10^{-3}T - 1.584 \times 10^{-5}T^2 + 7.975 \times 10^{-9}T^3 \\ &\quad (273.15\text{ K} < T < 553.15\text{ K}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_g &= -2.276 \times 10^{-3} + 1.155 \times 10^{-4}T - 7.903 \times 10^{-8}T^2 + \\ &\quad 4.117 \times 10^{-11}T^3 - 7.439 \times 10^{-15}T^4 \\ &\quad (203.15\text{ K} < T < 1573.15\text{ K}). \end{aligned} \quad (19)$$

孔隙水、孔隙气的比热率分别为 1.0 和 1.4.

由 VG 模型<sup>[5-7, 17-19]</sup>可知, 相对有效饱和度与基质吸力, 水和气的相对渗透率与饱和度有如下关系:

$$\left. \begin{aligned}
 S_{\text{rl}} &= \begin{cases} \frac{1}{[1+(\alpha H_c)^n]^m} & (H_c > 0) \\ 1 & (H_c \leq 0) \end{cases}, \\
 H_c &= \frac{P_c}{\rho_l g}, \\
 K_{\text{rl}} &= \begin{cases} S_{\text{rl}}^L \left[ 1 - \left( 1 - S_{\text{rl}}^{\frac{1}{m}} \right)^2 \right] & (H_c > 0) \\ 1 & (H_c \leq 0) \end{cases}, \\
 K_{\text{rg}} &= \begin{cases} (1 - s_{\text{rl}})^L \left( 1 - S_{\text{rl}}^{\frac{1}{m}} \right)^{2m} & (H_c > 0) \\ 0 & (H_c \leq 0) \end{cases}
 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中,  $\alpha$ ,  $L$ ,  $n$ ,  $m$  为 VG 模型常数,  $\alpha$  单位为 ( $L^{-1}$ ), 其余单位均为 (1),  $m=1-(1/n)$ 。

孔隙水饱和度及体积分数为

$$\left. \begin{aligned}
 S_l &= S_{\text{rl}}(S_{\text{ls}} - S_{\text{lr}}), \\
 \theta_l &= n S_l,
 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中,  $\theta_l$  为多孔介质含水率,  $n$  为孔隙率;  $S_{\text{ls}}$  为多孔介质所能达到的最大饱和度,  $S_{\text{lr}}$  为多孔介质所能达到的最小饱和度。

利用式 (7)、(8)、(20)、(21) 整理可得

$$C_p = \frac{\partial S_l}{\partial P_c} = \begin{cases} \frac{-\alpha \cdot m(S_{\text{ls}} - S_{\text{lr}})}{\rho_l \cdot g \cdot (1-m)} \cdot S_{\text{rl}}^{\frac{1}{m}} \cdot \left( 1 - S_{\text{rl}}^{\frac{1}{m}} \right)^m & (H_c > 0) \\ 0 & (H_c \leq 0) \end{cases} \quad (22)$$

根据式 (8) 可以假定 VG 模型参数  $\alpha$ ,  $m$  和  $L$  与温度大致为线性关系, 可表达为

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha / \alpha_0 &= 1 + C_{\alpha T}(T - T_0), \\
 m / m_0 &= 1 + C_{mT}(T - T_0), \\
 L / L_0 &= 1 + C_{LT}(T - T_0).
 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

那么, 当  $H_c > 0$  时

$$\begin{aligned}
 C_T &= \frac{\partial S_l}{\partial T} = \\
 C_{mT} &\frac{m_0 S_{\text{rl}}(S_{\text{ls}} - S_{\text{lr}})}{1-m} \left[ \left( \frac{1}{m} - S_{\text{rl}}^{\frac{1}{m}} \right) \ln S_{\text{rl}} - m \left( 1 - S_{\text{rl}}^{\frac{1}{m}} \right) \cdot \right. \\
 &\left. \ln \left( 1 - S_{\text{rl}}^{\frac{1}{m}} \right) \right] - C_{\alpha T} \frac{m \alpha_0 S_{\text{rl}}(S_{\text{ls}} - S_{\text{lr}})}{(1-m)\alpha} \left( 1 - S_{\text{rl}}^{\frac{1}{m}} \right) \quad (24)
 \end{aligned}$$

## 2 算例及结果验证

### 2.1 物理模型与参数

以文献[6]中试验模型为基础, 对上述控制方程进行验证及耦合响应分析, 计算模型见图 1 (图 1 (a)、(b) 分别为截面  $Y=0.6$  m 和  $Z=0.125$  m 的示意图)。温度测点位于  $Z=0.125$  m 截面上, 中心混凝土柱及热源柱高  $H=0.25$  m, 温度荷载由热源柱提供, 半径  $r=21$

mm。四周边界及多孔介质底面均为热绝缘且满足法向位移为零; 多孔介质顶面为热绝缘边界, 无位移约束; 多孔介质与混凝土接触面边界条件满足法向位移为零, 切向自由移动。孔隙水及孔隙气在多孔介质四周边界及与混凝土接触边界无流动。

参考文献[6, 17~19], 拟定如下的计算参数: VG 模型参数  $\alpha=1.89$  ( $\text{m}^{-1}$ ),  $L=0.05$ ,  $n=2.811$ ;  $C_{\alpha T}=0.00647$  ( $\text{K}^{-1}$ );  $C_{mT}=0.0005$  ( $\text{K}^{-1}$ );  $C_{LT}=0.0005$  ( $\text{K}^{-1}$ ); 参数  $a_1$ ,  $a_2$  分别为 2.218, 16.658。孔隙气压力为标准大气压。多孔介质各参数:  $\rho_{s0}=1.48$   $\text{g}/\text{cm}^3$ ,  $E_b=16$  MPa,  $E_m=20$  MPa,  $n=0.35$ ,  $\nu=0.28$ ,  $k_s=1.391$   $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $K=2.48 \times 10^{-12}$   $\text{m}^2$ ,  $c_{sp}=920$   $\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ,  $\gamma=1$ ,  $S_{\text{ls}}=0.98$ ,  $S_{\text{lr}}=0.001$ ,  $\beta_r=1 \times 10^{-5}$ ,  $\beta_r=4 \times 10^{-3}$ 。其中固体基质的热膨胀系数和湿胀系数与整体系数取值一样。基于 Comsol Multiphysics 数值分析平台, 编制相应程序对上述模型进行耦合计算。其中, 孔隙气渗流方程采用“达西渗流”物理场接口, 孔隙水渗流方程及应力-应变方程采用“多孔弹性”物理场接口, 能量方程采用“多孔介质传热”物理场接口。

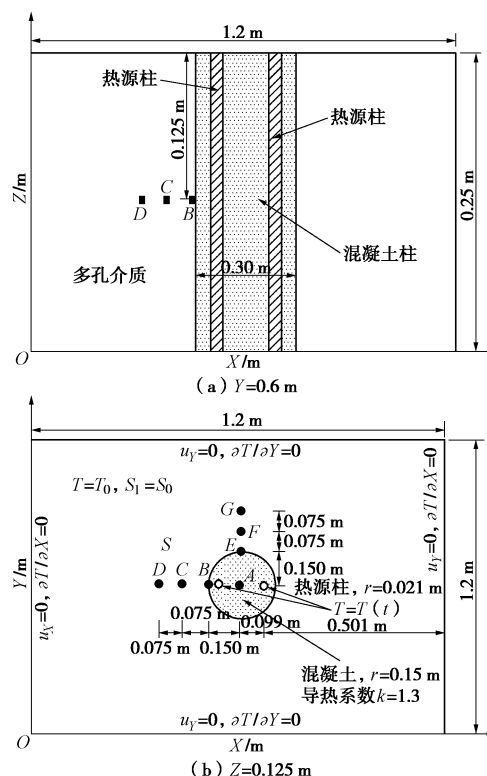


图 1 分析模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of analysis model

### 2.2 结果验证

模型尺寸见图 1, 初始绝对温度  $T_0=21^\circ\text{C}$ , 热源柱温度  $T(t)=37^\circ\text{C}$ 。初始饱和度不同时多孔介质总导热系数 (式 (12)) 与饱和度的关系见图 2。

由图 2 可以看出, 计算结果与试验结果的有效导热系数吻合较好。随着饱和度的增大, 多孔介质的有

效导热系数不断增大。而有效导热系数的增大速率随饱和度的增大而减小。图2中, 当土体处于干燥状态时其有效导热系数为  $0.9 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ , 而当土体饱和时的有效导热系数为  $2.7 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ 。由此可见, 饱和度对土体的有效导热系数的影响较大。即, 对于饱和度较大的土体, 其温度梯度主要受孔隙水的影响。

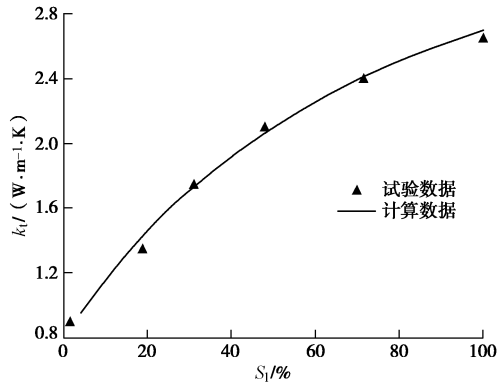


图2 导热系数与饱和度关系

Fig. 2 Relationship between thermal conductivity and saturation

测点  $B$ ,  $D$  和  $E$ ,  $G$  在 48 h 时的温度随饱和度的变化见图3。图3可以看出计算结果与试验结果规律一致。相同参数下随饱和度的增大多孔介质平衡时的温度减小, 且热源近端较远端更为明显。结合图2可知, 饱和度大时的有效导热系数大, 土体中的温度梯度减小。

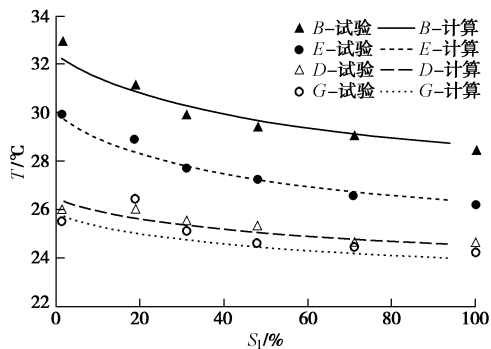


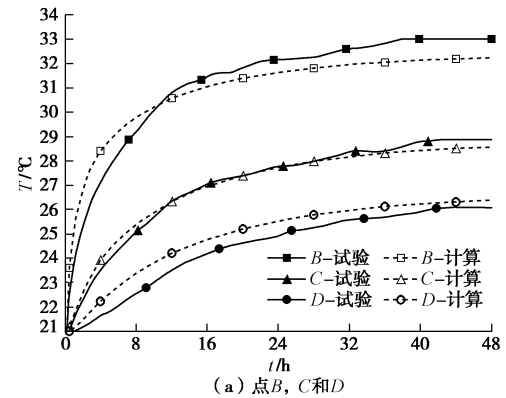
图3 不同饱和度时测点温度值

Fig. 3 Temperatures at measuring points under different saturations

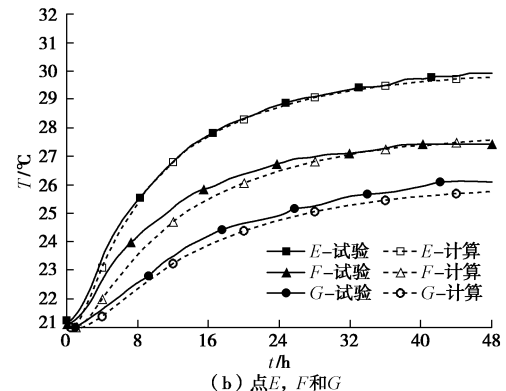
图4给出了初始饱和度  $S_0=0.015$  时, 测点  $B$ ,  $C$ ,  $D$  和  $E$ ,  $F$ ,  $G$  处温度随时间的变化。图4可以看出, 计算得到的各测点温度随时间演化规律与试验结果一致。由于热源的非对称性, 测点  $B$ ,  $C$ ,  $D$  分别较测点  $E$ ,  $F$ ,  $G$  平衡时的温度高, 且  $B$  点前 16 h 温度升高速率明显大于  $E$  点。

### 3 饱和度沿土层深度变化时的响应分析

针对图1中的模型, 分析3种不同初始饱和度情形时, 渗流场、温度场和位移场的耦合响应。初始饱和度  $S_0$  沿竖直方向的分布情况见图5。



(a) 点  $B$ ,  $C$  和  $D$



(b) 点  $E$ ,  $F$  和  $G$

图4 测点温度随时间的演化规律

Fig. 4 Evolution law of temperatures at measuring points with time

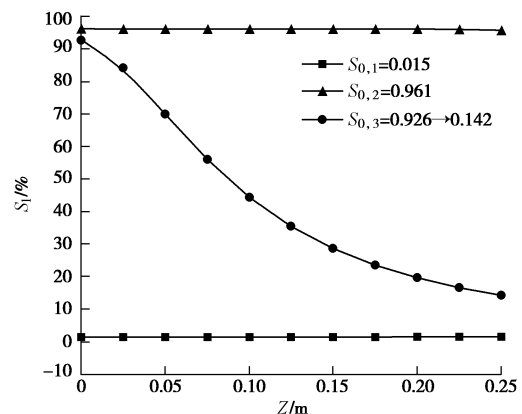


图5 饱和度随深度变化规律

Fig. 5 Variation laws of saturation with depth

其中, 情形1为初始饱和度  $S_{0,1}=0.015$  (即初始基质吸力水头  $H_{c0}(z)=-5.5 \text{ m}$ , 干燥状态), 情形2为  $S_{0,2}=0.961$  (即  $H_{c0}(z)=-0.14 \text{ m}$ , 饱和状态), 情形3中初始基质吸力水头与竖向位移  $z$  为线性关系, 即  $H_{c0}(z)=-0.2-5.2\cdot z$  (记为  $S_{0,3}=0.926\rightarrow 0.142$ , 多孔介质从底部到顶部逐渐由饱和状态变为干燥状态)。

图6为  $Y=0.6 \text{ m}$  截面上  $t$  为 10 s, 2 h, 48 h 时多孔介质中 Darcy 速度方向及饱和度等值线分布。平衡状态时, 图6中 Darcy 速度大小数量级分别为  $10^{-11}$ ,  $10^{-8}$ ,  $10^{-9} \text{ m/s}$ 。

图6(a)、6(b)中  $t=10 \text{ s}$  计算结果表明当初始

饱和度沿竖直方向 ( $Z$  方向) 均匀分布时 (即基质吸力均匀分布), 孔隙水主要受重力作用, 由多孔介质顶部向底部移动。由图 6 (a)、6 (b) 中  $t=2$  h 计算结果可以看出, 随着温度的传递, 在温度梯度的作用下孔隙水由热源近端向远端移动。然而, 当初始饱和度沿竖向分布的梯度较大时, 图 6 (c)  $t=10$  s 计算结果表明开始阶段孔隙水主要受基质吸力的作用, 由底部向顶部迁移。同样, 在温度梯度的作用下逐渐由热源近端向远端移动, 见图 6 (c) 中  $t=2$  h 计算结果。由图 6 中  $t$  为 2, 48 h 计算结果可以看出, 随着基质吸力、重力及温度荷载作用的平衡, 在四周不透水边界作用下, 孔隙水在多孔介质中逐渐形成回旋流动。水平方向上: 孔隙水由温度高的热源近端区域向温度低的热源远端区域运动; 竖直方向上: 热源近端孔隙水由底部向顶部运动, 热源远端孔隙水由顶部向底部移动。且随初始饱和度的增大, 形成回旋流动所需时间越短, 见图 6 (b) 与图 6 (c) 中  $t$  为 2, 48 h 的计算结果。而对于  $S_0=S_{0,1}$  情形, 因为初始饱和度很低且孔隙水速度很小, 所以很难形成连续水流及回旋流动, 此时的流动可理解为流动趋势, 见图 6 (a)。此外, 图 6 中  $t=48$  h 计算结果表明, 回旋流动中心位置随初始饱和度的减小逐渐向多孔介质底部靠近。

对比图 6 中  $t=48$  h 时饱和度等值线可以发现, 重力作用下多孔介质底部饱和度较顶部饱和大, 且受温度的影响靠近热源位置饱和度较小。由图 3 可知, 当多孔介质饱和度较大时, 多孔介质中的温度梯度较小, 温度梯度引起孔隙水的水平分布梯度较弱。故图 6 中随饱和度的增大, 饱和度等值线趋于平缓。图 6 中  $t$  为 2, 48 h 计算结果表明, 饱和度达到稳定状态所需时间随初始饱和度的增大逐渐减小, 即孔隙水多时易形成连续水流。

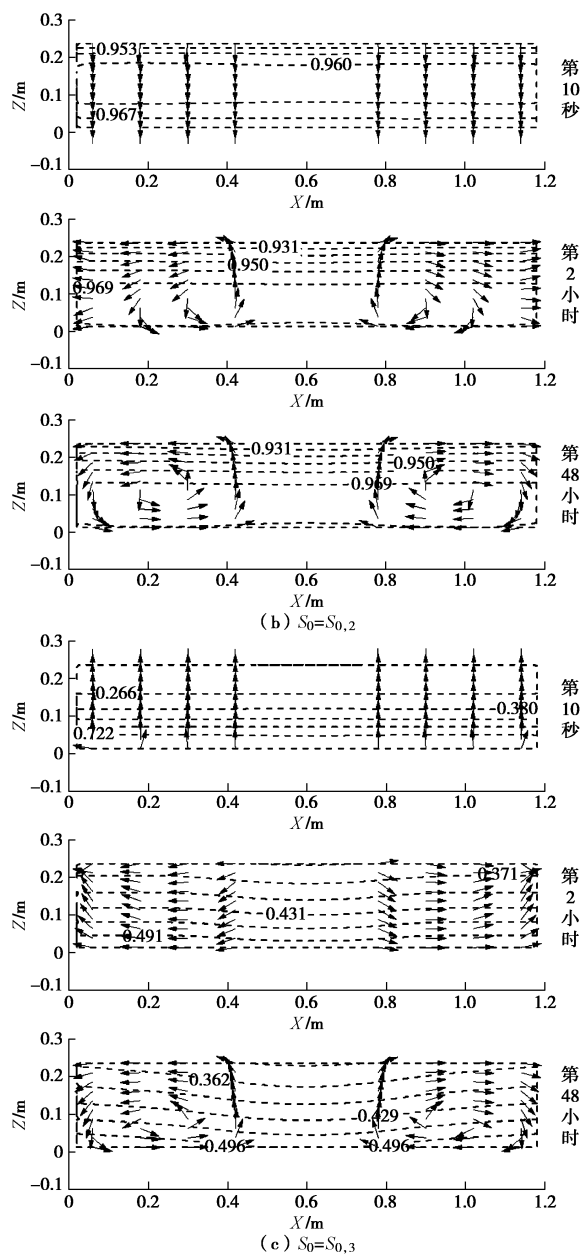
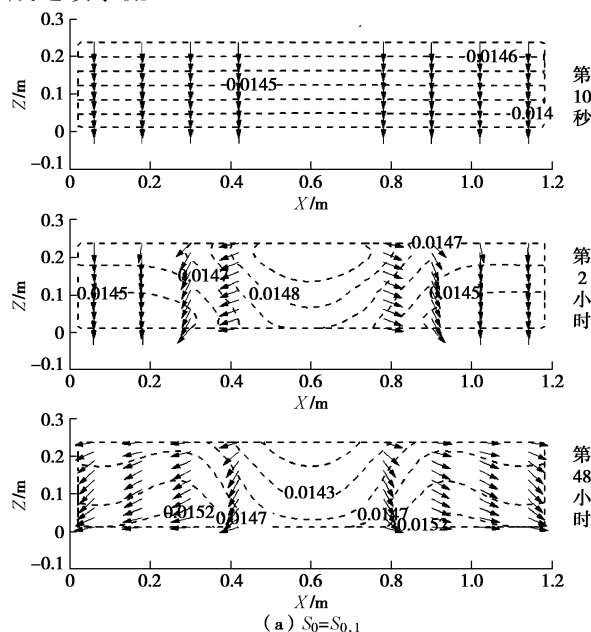


图 6 Darcy 速度方向及饱和度随时间变化规律

Fig. 6 Directions of Darcy velocity and saturations over time

初始饱和度  $S_0=S_{0,3}$  及热源柱温度分别为  $T(t)=37^\circ\text{C}$ ,  $62^\circ\text{C}$  和  $87^\circ\text{C}$  时,  $D$  点饱和度随时间的变化规律见图 7。

图 7 表明, 随着热源柱温度的增大, 靠近热源位置处饱和度降低。这是由于热源柱温度的增大致使多孔介质中截面  $X-Y$  上温度梯度较大, 而较大的温度梯度使得水分向温度低的区域运动。图 7 中 I 和 II 阶段, 饱和度变化规律一致。结合图 6, 此阶段水分运动主要受基质吸力和重力的影响。首先孔隙水在基质吸力作用下, 由饱和度大的底部向饱和度低的顶部运动,  $D$  点饱和度上升 (见图 7 中 I 阶段)。而随着基质吸力的消散, 重力作用的影响逐渐增强, 孔隙水开始由顶部向底部运动,  $D$  点饱和度下降 (见图 7 中 II 阶段)。随着温度的传递, 多孔介质中温度梯度逐渐增大。温

度梯度的不同使得  $D$  点饱和度分布不同, 见图 7 中 III 阶段。

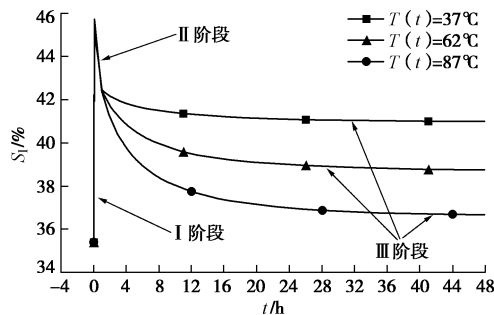


图 7  $D$  点饱和度随时间的变化规律

Fig. 7 Variation of saturation at point  $D$  with time

初始饱和度  $S_0=S_{0.3}$ , 热源柱温度  $T(t)=62^\circ\text{C}$  时, 多孔介质中温度分布见图 8 ( $t=48\text{ h}$ )。

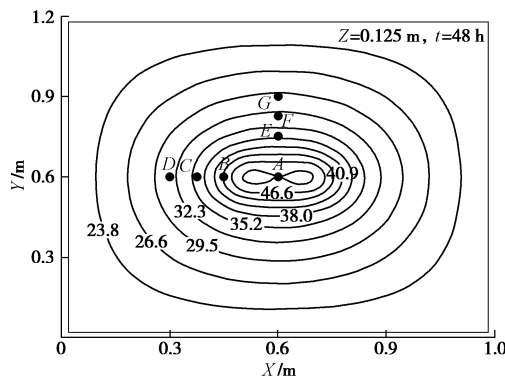
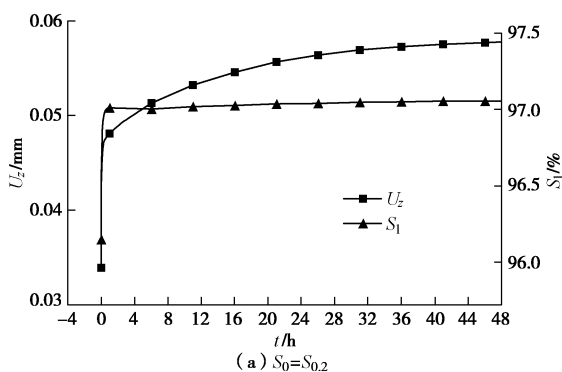


图 8  $Z=0.125\text{ m}$  温度等值线分布

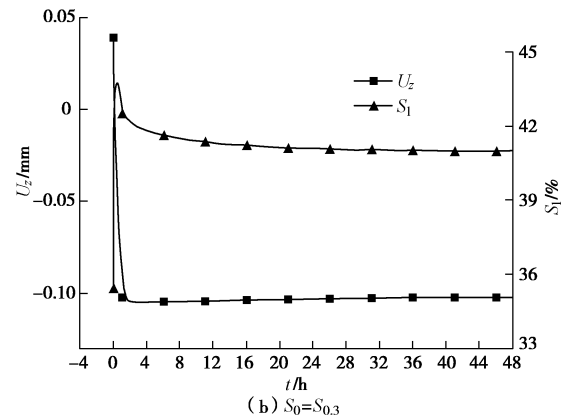
Fig. 8 Distribution of temperature contours at section  $Z=0.125\text{ m}$

图 8 可以看出, 点  $B, C, D$  温度较点  $E, F, G$  高,  $X$ - $Y$  面上温度分布呈非对称,  $Y$  方向上的温度梯度较  $X$  方向略小。结合图 4 可知, 温度在  $X$  方向上较  $Y$  方向传播快。分析发现  $t=48\text{ h}$  温度沿竖向 ( $Z$  方向) 呈均匀分布。虽然初始饱和度  $S_{0.3}$  沿竖向呈非均匀分布, 但在基质吸力和重力作用下饱和度很快就上下均匀 (见图 7), 从而导致温度的传递呈现均匀性。

图 9 给出了初始饱和度  $S_0=S_{0.2}$  和  $S_{0.3}$  及热源柱温度分别为  $T(t)=37^\circ\text{C}$  时,  $C$  点竖向位移及饱和度随时间的变化规律。图 9 中  $t=0\text{ s}$  时刻竖向位移不为 0 是由于初始孔隙压力的存在, 见式 (14)。



(a)  $S_0=S_{0.2}$



(b)  $S_0=S_{0.3}$

图 9  $C$  点位移及饱和度随时间的变化规律

Fig. 9 Variation of displacement and saturation at  $C$  with time

图 9 可以看出,  $S_0=S_{0.2}$  时, 开始阶段孔隙水在重力作用下由多孔介质顶部向底部移动 (见图 6 (b)), 此阶段在湿胀作用的影响下,  $C$  点竖向位移发生膨胀。随后阶段多孔介质中饱和度沿竖向变化较小, 湿胀作用不明显。而随着温度的传递, 多孔介质中温度梯度逐渐增大 (见图 4), 在热膨胀作用的影响下  $C$  点位移逐渐增大。如图 8 所示, 越靠近热源位置温度越高, 故  $t=48\text{ h}$  多孔介质形成中间隆起的现象 (边角与中心位置竖向位移差为  $0.01\text{ mm}$  左右)。而对于  $S_0=S_{0.3}$  的情形, 虽然图 9 中  $C$  点饱和度上升了, 但结合图 5 及图 6 (c) 可以看出多孔介质底部大部分孔隙水流向了顶部, 湿胀作用下多孔介质下部发生较大下沉, 从而  $C$  点竖向位移表现为减小。图 6 (c) 表明  $t=48\text{ h}$  时靠近热源位置的饱和度较四周饱和度低, 且表 1 中湿胀系数是热膨胀系数的 400 倍, 故多孔介质呈现四周隆起的现象 (边角与中心位置竖向位移差为  $0.07\text{ mm}$  左右)。

## 4 结 论

(1) 基于热力学和热弹性以及非饱和多孔介质渗流理论, 建立了热-水-力三场耦合作用控制方程, 并给出了相应的状态方程, 且各状态量均采用与温度相关的非线性计算式。

(2) 多孔介质有效导热系数、不同初始饱和度情形下热-水-力耦合平衡状态时多孔介质中各测点温度值和多孔介质在干燥情形下各测点温度随时间变化规律的计算结果与试验结果可以很好的吻合。表明所建议的理论方法是合理的。

(3) 分析表明: 当初始饱和度沿竖向梯度变化较小时, 孔隙水在重力作用下首先由多孔介质上部向底部渗流, 随着多孔介质中温度梯度的增大, 在温度荷载作用下孔隙水向温度较低的热源远端流动, 逐渐产生回旋流动。当初始饱和度竖向梯度较大时, 基质吸力作用下, 孔隙水由饱和度较高的底部流向饱和度较低的顶部, 最终在温度荷载、基质吸力和重力作用

下逐渐产生回旋流动,且回旋中心位置随初始饱和度的增大逐渐向多孔介质中心位置靠近。

### 参考文献:

- [1] CHEN Xiao-hui, PAO W, THORNTON S, et al. Unsaturated hydro-mechanical-chemical constitutive coupled model based on mixture coupling theory: hydration swelling and chemical osmosis[J]. International Journal of Engineering Science, 2016, **104**: 97 - 109.
- [2] CHEN Yi-feng, ZHOU Chuang-bing, JING Lan-ru. Modeling coupled THM processes of geological porous media with multiphase flow: theory and validation against laboratory and field scale experiments[J]. Computers and Geotechnics, 2009, **36**: 1308 - 1329.
- [3] RUTQVIST J, BORGESSON J, CHIJIMATSU M, et al. Thermohydromechanics of partially saturated geological media: governing equations and formulation of four finite element models[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2001, **38**: 105 - 127.
- [4] WANG Xue-rui, SHAO Hua, HESSER J, et al. Numerical analysis of thermal impact on hydro-mechanical properties of clay[J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2014, **6**: 405 - 417.
- [5] CHEN J, HOPMANS J W, GRISMER M E. Parameter estimation of two-fluid capillary pressure saturation and permeability functions[J]. Advances in Water Resources, 1999, **22**(5): 479 - 493.
- [6] AKROUCH G A, SANCHEZ M, BRIAUD J L. An experimental, analytical and numerical study on the thermal efficiency of energy piles in unsaturated soils[J]. Computers and Geotechnics, 2016, **71**: 207 - 220.
- [7] GHORBANI J, NAZEM M, CARTER J P. Numerical modelling of multiphase flow in unsaturated deforming porous media[J]. Computers and Geotechnics, 2016, **71**: 195 - 206.
- [8] 白冰. 岩土介质非稳态热固结耦合问题的热源函数法[J]. 力学学报, 2004, **36**(4): 427 - 433. (BAI Bing. Heat source function method for coupling analyses of thermal consolidation in saturated soil[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2004, **36**(4): 427 - 433. (in Chinese))
- [9] 白冰, 李大鹏. 变热源强度温度荷载作用下非饱和土中的水分迁移规律研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(增刊2): 4153 - 4159. (BAI Bing, LI Da-peng. Study on moisture transfer rule in unsaturated soils due to heat source with variable intensity[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **25**(S2): 4153 - 4159. (in Chinese))
- [10] 张玉军. 核废料处置概念库近场热-水-应力耦合二维有限元模拟[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(9): 1053 - 1058. (ZHANG Yu-jun. 2D FEM simulation for coupled thermo-hydro-mechanical processes of near field in conceptual nuclear waste repository[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(9): 1053 - 1058. (in Chinese))
- [11] 张玉军. 核废料地质处置近场热-水-应力-迁移耦合二维有限元分析[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(10): 1553 - 1557. (ZHANG Yu-jun. 2D FEM analysis for coupled thermo-hydro-mechanical-migratory process in near field of geological disposal of nuclear waste[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(10): 1553 - 1557. (in Chinese))
- [12] BAI B. Thermal response of saturated porous spherical body containing a cavity under several boundary conditions[J]. Journal of Thermal Stresses, 2013, **36**(11): 1217 - 1232
- [13] BAI B, LI T. Irreversible consolidation problem of a saturated porothermoelastic spherical body with a spherical cavity[J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, **37**(4): 1973 - 1982
- [14] BAI B, SU Z Q. Thermal responses of saturated silty clay during repeated heating-cooling processes[J]. Transport in Porous Media, 2012, **93**(1): 1 - 11.
- [15] LU Sen, REN Tu-sheng, GONG Yuan-shi, et al. An improved model for predicting soil thermal conductivity from water content at room temperature[J]. Soil Sci Soc Am J, 2007, **71**(1): 8 - 14.
- [16] COTE J, KONRAD J M. A generalized thermal conductivity model for soils and construction materials[J]. Can Geotech J, 2005, **42**: 443 - 458.
- [17] TOUMA J, VAUCLIN M. Experimental and numerical analysis of two-phase infiltration in a partially saturated soil[J]. Transport in Porous Media, 1986, **1**: 27 - 55.
- [18] MUALEM Y. A new model for predicting the hydraulic permeability of unsaturated porous media[J]. Water Resources Research, 1976, **12**(3): 513 - 522.
- [19] VAN-GENUCHTEN M Th. A closed-form equation for predicting the hydraulic of conductivity of unsaturated soils[J]. Soil Science Society of America Journals, 1980, **44**(5): 892 - 898.
- [20] ECKERT E R G, DRAKE M. Analysis of heat and mass transfer[M]. New York: Hemisphere Publishing, 1987.
- [21] VARGNAFTIK N B. Tables of thermophysical properties of liquids and gases[M]. 2nd ed. Hemisphere Publishing, 1975.