

DOI: 10.11779/CJGE201805023

# 考虑水平（切向）位移影响的垫层孔隙内土工膜顶胀变形分析

姜晓桢<sup>1</sup>, 田晓丹<sup>2, 3</sup>

(1. 南京水利科学研究院岩土工程研究所, 江苏 南京 210024; 2. 河海大学文天学院, 安徽 马鞍山 243031; 3. 河海大学水利水电学院, 江苏 南京 210098)

**摘要:** 以薄膜理论为基础的曲线交汇法是目前工程中常用的分析颗粒垫层孔隙内土工膜顶胀变形的的方法, 该法假设了土工膜受水压顶胀作用向垫层孔隙内压陷时, 只存在垂直膜铺设平面的竖向(法向)位移, 而未考虑平行膜铺设平面的水平(切向)位移, 所以计算结果存在一定的理论误差。首先基于有限单元法, 分析了水平(切向)位移对膜应变计算的影响, 提出了一个能够考虑水平(切向)位移的膜顶胀变形的计算方法, 并通过对圆形孔隙内膜顶胀变形试验的计算模拟, 验证了该方法的准确性; 其次, 对不同形状孔隙内的膜顶胀变形进行分析, 得出了不同形状孔隙内膜的应变分布特点, 同时根据应变分布特点分析了不同孔隙形状内膜发生顶胀破坏的形式; 最后, 通过与薄膜理论曲线交汇法在相同条件下计算结果的对比分析, 表明水压力越大, 薄膜理论曲线交汇法与本文方法的计算结果的差异也越大, 所以水压力较大时, 水平(切向)位移对孔隙内膜应变的影响较大, 不能忽略。

**关键词:** 土工膜; 垫层孔隙; 顶胀变形; 水平(切向)位移

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2018)05-0960-09

**作者简介:** 姜晓桢(1985-), 男, 博士, 主要从事土石坝工程方面的科研工作。E-mail: xzjiang@nhri.cn。

## Bulge deformation of geomembrane in surface holes of cushion layers considering horizontal (tangential) displacement

JIANG Xiao-zhen<sup>1</sup>, TIAN Xiao-dan<sup>2, 3</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China; 2. WenTian College of Hohai University, Maanshan 243031, China; 3. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

**Abstract:** The common cushion layer used in the geomembrane face rockfill dam is made of granular materials such as gravel and non-fine concrete where bulge deformation or failure of geomembrane is very likely to occur in its surface holes. The curve intersection method based on the thin film theory is the common method used to analyze the bulge deformation of the geomembrane in the surface holes of cushion layer. However, it is inaccurate due to the neglect of horizontal (tangential) displacement of the geomembrane. Based on the FEM theory, a new method is proposed, which takes the horizontal (tangential) displacement of geomembrane into consideration, and is validated by the bulge tests on the geomembrane in a circular hole. The deformations and strains of the geomembrane in different shapes of holes are analyzed by this method, and different strain distributions and failure modes are obtained. The curve intersection method is also used to compare with the new method under the same condition. It is indicated that there is less difference in the deformation and average strain of the geomembrane when the water pressure is low. However, when the water pressure is relatively high, the influences of horizontal (tangential) displacement of the geomembrane on its strain should not be neglected.

**Key words:** geomembrane; cushion hole; bulge deformation; horizontal (tangential) displacement

## 0 引言

以高分子聚合物制成的土工膜(geomembrane)作为土石坝的防渗材料较传统的混凝土和黏土材料来说具有防渗性能优越、适应坝体变形能力强、造价低廉、施工简捷等优点, 已经逐渐被工程界所认可和采

用<sup>[1-4]</sup>。在采用土工膜做为防渗材料的土石坝中, 膜下部铺设的垫层较为关键。垫层除做为传力层外, 还必须具有良好的渗透性, 以便能在水位骤降等条件下及

基金项目: 国家自然科学基金项目(51509165, 51379069)

收稿日期: 2017-03-06

时有效地排出膜下积水, 提高防渗结构的稳定性。颗粒材料由于孔隙大具有良好的渗透性能非常适合用来作为堆石坝面膜防渗结构的垫层<sup>[5]</sup>, 但是由于材料表面存在孔隙, 在水压力作用下, 土工膜将会向孔隙内压陷进去, 从而在孔隙内发生顶胀变形, 当水压力过大或垫层表面较粗糙时, 土工膜就容易发生顶胀破坏, 从而导致防渗结构出现渗漏现象。

国内学者对铺在垫层上的土工膜顶胀变形的分析研究, 最早可追溯到顾淦臣的薄膜理论<sup>[6]</sup>。其假设膜受均匀水压力  $P$  作用, 向垫层表面孔隙内压陷时, 只发生垂直膜初始平面的竖向(法向)位移  $w$ , 同时膜内产生拉力  $T$ , 根据力平衡条件建立关于竖向(法向)位移  $w$  与水压力  $P$  和膜内部拉力  $T$  的微分方程, 并求解得出膜变形后形状, 同时根据变形前后膜的长度之比, 计算得出了孔隙内膜的平均应变(伸长率):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= -\frac{P}{T}, \\ \varepsilon_{\text{正方形}} &= \frac{14.4P^2a^2}{T^2\pi^6}, \\ \varepsilon_{\text{长条形}} &= \frac{P^2b^2}{24T^2}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中,  $\varepsilon_{\text{正方形}}$ ,  $\varepsilon_{\text{长条形}}$  分别为孔隙为正方形和长条形(孔隙长度远大于宽度)时膜的平均应变(伸长率),  $a$  为正方形孔隙的边长,  $b$  为长条形孔隙的宽度。

国外学者 Giroud<sup>[7]</sup>通过假设膜变形后为一段圆弧, 提出的铺在窄缝上的膜变形计算方法, 并根据力平衡条件得出得出圆弧的长度及膜的应变(伸长率)。Hornsey 等<sup>[8]</sup>根据膜变形后的形状对膜的应变进行计算, 认为膜在垂直铺设面的竖直方向上挠度变化率就是膜产生的应变。

Brachman 等<sup>[9]</sup>利用激光扫描定位的方法对膜在顶破试验中的变形进行分析, 发现膜在变形过程中的运动轨迹如图 1 所示。

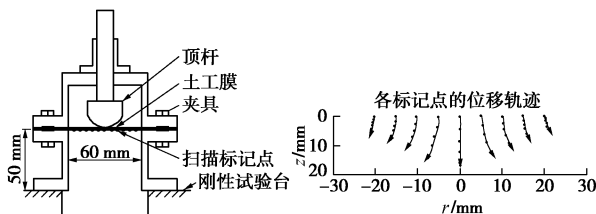


图 1 膜在顶破试验中的变形

Fig. 1 Geomembrane deformation measured in Brachman's tests

李旺林等<sup>[10]</sup>通过土工膜环向约束气胀变形试验发现膜气胀变形不均匀, 冠顶处土工膜变形较大, 拉伸程度最大, 并且在该处首先出现破坏, 相同的试验现象也在 Galliot 等<sup>[11]</sup>的试验中出现, 并通过数字图像

分析技术得出了鼓胀表面的应变分布。

从上述文献可知, 膜在顶胀变形过程中平行膜铺设面的水平(切向)位移确实存在, 但膜的顶胀变形分析中, 特别是应变计算方法上依然认为且膜的应变只是由膜的竖向(法向)位移产生, 因此, 需要对土工膜水平(切向)位移对顶胀变形中的应变影响进行分析, 改进目前已有的计算方法, 能为土工膜在工程中的设计和应用提供更全面的科学理论支持。

本文从土工膜在顶胀变形过程中的计算方法入手, 分析水平(切向)位移对应变的影响, 根据有限元理论, 提出一种新的计算方法, 并通过的计算结果与试验结果对比以及新方法与传统方法计算结果的对比, 以期揭示颗粒垫层上土工膜发生顶胀变形的应变分布规律及其顶胀破坏的发生机理。

## 1 顶胀变形计算方法

首先以一维情况下的膜微段为例, 图 2 为土工膜在受压时膜及其微段的变形示意图, 微段  $dr$  存在水平(切向)位移  $u_r$  和竖向(法向)位移  $u_z$ ,

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{(dr + du_r)^2 + du_z^2}}{dr} - 1 \approx \frac{du_r}{dr} + \frac{1}{2} \left( \frac{du_z}{dr} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{du_r}{dr} \right)^2. \quad (2)$$

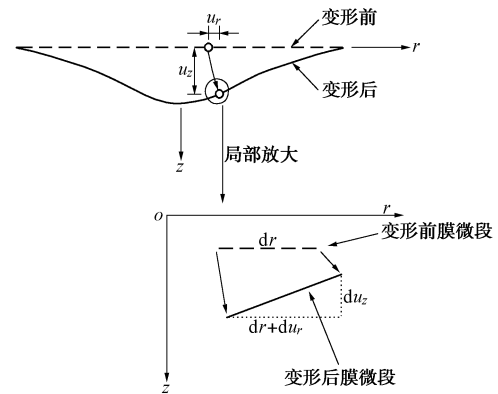


图 2 土工膜顶胀变形应变分析示意图

Fig. 2 Diagram of geomembrane strain analysis in bulge tests

根据式(2)所示,  $\frac{du_r}{dr}$  和  $\frac{1}{2} \left( \frac{du_z}{dr} \right)^2$  为水平(切向)位移对膜应变的贡献,  $\frac{1}{2} \left( \frac{du_r}{dr} \right)^2$  为竖向(法向)位移对膜应变的贡献, 且  $\frac{du_r}{dr}$  为线性项,  $\frac{1}{2} \left( \frac{du_z}{dr} \right)^2$ ,  $\frac{1}{2} \left( \frac{du_r}{dr} \right)^2$  为非线性项。借鉴有限元方法的思路<sup>[12]</sup>, 假设水平(切向)位移和竖向(法向)位移在微段内按某一形函数  $N$  变化:

$$[N] = \begin{bmatrix} 1-\frac{r}{l} & 0 & \frac{r}{l} & 0 \\ 0 & 1-\frac{r}{l} & 0 & \frac{r}{l} \end{bmatrix} \quad (3)$$

则膜微段上任意一点的应变可表示为

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & 0 & \frac{1}{l} & 0 \end{bmatrix} \cdot \{\delta\} + \frac{1}{2} \left( \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & 0 & \frac{1}{l} & 0 \end{bmatrix} \cdot \{\delta\} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{l} & 0 & \frac{1}{l} \end{bmatrix} \cdot \{\delta\} \right)^2 \quad (4)$$

式中,  $\{\delta\} = \{u_r^l, u_r^r, u_z^l, u_z^r\}$  为膜微段两个端点的水平(切向)位移和竖向(法向)位移,  $l$  为微段的初始长度。将应变取微分可得应变增量  $d\varepsilon$  与位移增量  $d\{\delta\}$  之间的关系:

$$\begin{aligned} d\varepsilon &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & 0 & \frac{1}{l} & 0 \end{bmatrix} \cdot d\{\delta\} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & 0 & \frac{1}{l} & 0 \end{bmatrix} \cdot \{\delta\} \cdot \\ &\quad \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & 0 & \frac{1}{l} & 0 \end{bmatrix} \cdot d\{\delta\} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{l} & 0 & \frac{1}{l} \end{bmatrix} \cdot \{\delta\} \cdot \\ &\quad \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{l} & 0 & \frac{1}{l} \end{bmatrix} \cdot d\{\delta\} \\ &= (B_0 + B_{n1} + B_{n2}) \cdot d\{\delta\} \quad (5) \end{aligned}$$

由式(5)可知, 应变增量  $d\varepsilon$  与位移增量  $d\{\delta\}$  之间的关系与位移有关, 即非线性应变矩阵  $[B_{n1}]$  与  $[B_{n2}]$  与膜微段节点位移  $\{\delta\}$  有关, 两者分别代表了式(2)中 2 个非线性项的对应变的影响。根据应变增量通过膜的本构关系可得应力增量与应变增量之间的关系:

$$d\sigma = E_t \cdot d\varepsilon \quad (6)$$

式中,  $E_t$  为膜应力应变曲线中的切线弹模。最后根据虚位移原理得出节点力增量  $\Delta\{F_e\} = \{\Delta F_r^l, \Delta F_z^l, \Delta F_r^r, \Delta F_z^r\}$  与节点位移增量  $d\{\delta\}$  之间的关系:

$$\begin{aligned} \Delta\{F_e\} &= b \int_0^l (B_0 + B_{n1} + B_{n2})^T \cdot E_t \cdot (B_0 + B_{n1} + B_{n2}) dr \cdot d\{\delta\} \\ &= K_t \cdot d\{\delta\} \quad (7) \end{aligned}$$

式中,  $b$  为膜微段单元的截面积,  $K_t$  为膜微段单元的切线刚度矩阵。

根据上述顶胀变形应力应变计算原理, 可将一维的膜微段单元进一步推广到三维空间内膜微面单元, 以三角形膜微面单元为例, 微面  $d\Omega$  在发生变形后, 其应变  $\{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}\}$  与位移  $\{u_x, u_y, u_z\}$  的关系为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &\approx \frac{du_x}{dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{du_x}{dx} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{du_y}{dx} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{du_z}{dx} \right)^2, \\ \varepsilon_y &\approx \frac{du_y}{dy} + \frac{1}{2} \left( \frac{du_x}{dy} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{du_y}{dy} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{du_z}{dy} \right)^2, \\ \varepsilon_{xy} &\approx \frac{du_x}{dy} + \frac{du_y}{dx} + \frac{du_x}{dx} \cdot \frac{du_x}{dy} + \frac{du_y}{dx} \cdot \frac{du_y}{dy} + \frac{du_z}{dx} \cdot \frac{du_z}{dy} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

选取三角形膜微面单元 3 个节点的面积坐标为形

函数  $\{N_1, N_2, N_3\}$ , 同上文一样, 建立了膜微面单元的切线刚度矩阵  $K_t'$ :

$$K_t' = c \iint_{\Omega} (B_0' + B_{n1}' + B_{n2}' + B_{n3}')^T \cdot D_t \cdot (B_0' + B_{n1}' + B_{n2}' + B_{n3}') d\Omega \quad (9)$$

式中,  $c$  为膜微面单元的厚度,  $D_t$  为描述应力增量与应变增量之间关系的材料矩阵, 由于式(8)中含 3 个非线性项, 所以式(9)中包含了 3 个非线性应变矩阵。

根据式(9)得出的各个膜微面单元的切线刚度矩阵并叠加成整体切线刚度矩阵, 由于切线刚度矩阵中与膜微面节点的位移有关, 所以需要通过逐步增量法对膜的顶胀变形进行计算, 得出膜在受力变形全过程中的应力与应变变化过程。

## 2 顶胀变形试验与计算模拟

为了验证上述膜顶胀变形计算方法的准确性, 本文采用上述方法对圆形孔隙内膜的水力顶胀变形试验进行计算模拟。试验采用改进的混凝土抗渗仪做为加压设备, 其中膜的夹具孔隙直径为分别有 2 cm 和 1 cm 两种, 土工膜采用山东某大型土工合成材料生产企业生产的 1 mm 厚 PVC 膜。试验中通过控制水压力逐级加载, 使得土工膜发生顶胀变形, 每级加载后待变形稳定后, 再利用活动标卡尺测量膜顶胀变形的高度。

根据 PVC 膜的力学特性测试的相关文献[13]可知, 当膜的应变小于屈服应变时, 其材料的应力应变曲线近似为线性关系。本文假定膜在顶胀变形时尚未达到屈服阶段, 利用厂家提供的 PVC 膜的力学特性参数: 厚度为 1 mm, 屈服应变为 27%, 线弹性模量为 50.6 MPa, 泊松比为 0.20。对膜的顶胀变形试验进行计算模拟。

图 3 为直径 2 cm 的膜在顶胀压力为 1.0 MPa 时有限元模型网格的变形情况及 3 个方向位移 ( $y$  方向位移与  $x$  向位移分布相似) 的分布。直径 2 cm 的模型中共划分 394 个三角形膜微面单元, 223 个节点, 直径 1 cm 的有限元网格模型由该网格按 0.5 比例缩小而得。由图可知, 膜发生顶胀变形后基本呈一球冠, 沿着膜平面发生的水平(切向)位移沿着坐标轴对称分布, 垂直膜平面的竖向(法向)位移在中心最大, 各方向位移的最大值见表 1 所示, 由表 1 可知, 直径 2 cm 的膜在顶胀压力为 1 MPa 时, 中心点的竖向(法向)位移达到 4.581 mm, 直径为 1 cm 的膜在顶胀压力为 1 MPa 时, 中心点的竖向(法向)位移 1.775 mm。顶胀试验实测值分别为 5.3 mm 和 2.0 mm, 两者较接近, 图 4 为计算模拟的膜中心位置竖向(法向)位移与水

压力关系图与顶胀试验实测曲线的对比图,由图可知,实测值与计算模拟的结果在水压力较小时,较为吻合,当水压力较大后(直径 2 cm 超过 1000 kPa,直径 1 cm 超过 1200 kPa),实测膜的顶胀变形高度突然增大,分析原因可能是部分位置膜已达到屈服状态,顶胀变形高度也随之迅速增大。

表 1 顶胀变形试验模拟计算位移最大值统计表

Table 1 Summary of simulated deformation in geomembrane bulge tests

直径 /cm	最大竖向 (法向) 位移 /mm	最大 x 向水平 (切向) 位移 /mm	最大 y 向水平 (切向) 位移 /mm	最大水平 (切向) 位移与最大竖向 (法向) 位移之比/%
2	4.581	0.552	0.555	12.12
1	1.775	0.164	0.164	9.24

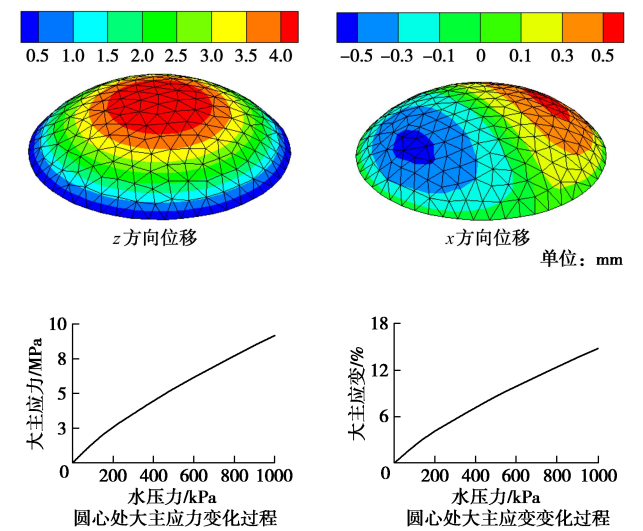


图 3 土工膜顶胀变形试验计算模拟结果

Fig. 3 Simulated results of geomembrane deformation in bulge tests

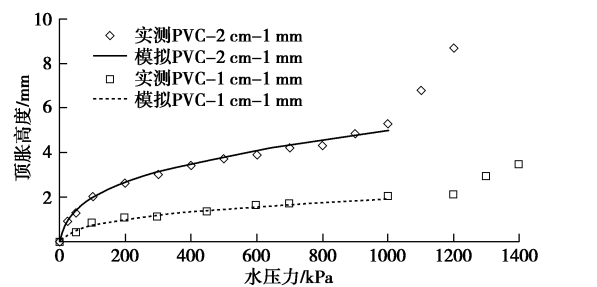


图 4 土工膜顶胀变形试验实测值与计算模拟结果对比图

Fig. 4 Comparison between geomembrane bulge test data and its simulation

图 5 中绘制了不同直径孔隙内膜的最大水平 (切向) 位移与最大竖向 (法向) 位移之比随水压力变化图,由图可知,最大水平 (切向) 位移与最大竖向 (法向) 位移之比随着水压力的增大而增大,同时也随着孔隙直径增大而增大,在水压力达到 1 MPa 时,4 种

孔隙直径内膜的最大水平 (切向) 位移与最大竖向 (法向) 位移之比已经分别达到了 15.67%, 14.03%, 2.12% 和 9.24%, 所以水压力越大, 孔隙直径越大, 忽略水平 (切向) 位移所带来的误差也就越大。

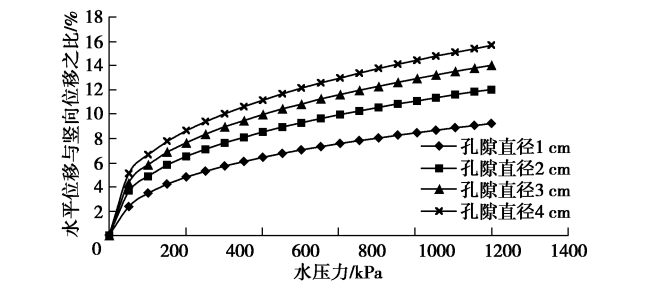


图 5 最大水平 (切向) 位移与最大竖向 (法向) 位移之比随水压力变化图

Fig. 5 Variation of ratio of maximum horizontal displacement to vertical displacement with water pressure

### 3 对比与讨论

#### 3.1 不同孔隙形状对土工膜应变影响的对比分析

目前已有不少学者<sup>[10, 14-15]</sup>已通过试验分析了圆形孔隙孔径大小对膜顶胀变形破坏的影响,而实际工程中膜在垫层颗粒间发生顶胀变形时其周边的约束情况是非常复杂的,存在圆形等形状较为规则的孔隙的可能性很小,更有可能是不规则形状的孔隙。所以本文从孔隙形状这个因素入手,分析不同孔隙形状对膜顶胀变形破坏的影响,选取了直径 2 cm 的圆形及其内接的正三角形、正四边形、正六边形 4 种规则孔隙以及通过图像法提取的颗粒垫层中的两个不规则孔隙,共 6 种不同孔隙形状进行计算。

对于土工膜这种软而韧的柔性材料来讲,一般不用强度 (应力) 来评价土工膜的使用极限,由于土工膜刚度很小但变形性能优良的特点,其主要是通过自身较大的延伸率 (应变) 来适应结构的变形,而不是通过刚度来抵抗外荷载<sup>[16]</sup>,强度 (应力) 相同的情况下,其可达到的延伸率 (应变) 越大,其适应变形的能力就越大,使用极限也越高<sup>[17]</sup>,所以相较应力分布,分析不同孔隙形状对膜的应变状态及其分布的影响更具有工程意义。另外,根据吴海民的土工膜十字形试样双向拉伸试验<sup>[18]</sup>可知,膜拉伸破坏的不仅需要考虑某一方向上的单向拉伸,更需要考虑膜的整体拉伸程度,所以本文除了绘制大主应变  $\epsilon_{\max}$  分布图 (图 6) 外,还绘制了面积应变  $\epsilon_a$  分布图 (图 7),即单位面积的膜在变形后面积的扩大程度,

$$\epsilon_a = (1 + \epsilon_x) \cdot (1 + \epsilon_y) - 1 \quad (10)$$

通过两种应变的分布及其应变状态的分析,得出孔隙形状对膜顶胀变形破坏的影响。

由图 6 可知, 对于正三角形、正四边形、正六边形孔隙而言, 大主应变的最大值位于孔隙边缘线中段 (图中#位置), 顶点位置的大主应变最小 (图中\*位置), 中心的大主应变则处于两者之间。由图 7 可知, 面积应变的最大值均位于中心 (图中#位置), 除圆形孔隙外, 最小值均位于顶点部位 (图中\*位置)。结合图 6, 7 的应变分布来看, 中心部位的大主应变往往没有边缘部位大, 而中心部位的面积应变总是最大, 且中心部位面积应变的数值要大于该部位的大主应变, 边缘处大主应变与面积应变在数值上较为接近, 部分情况下大主应变要大于面积应变, 说明边缘部位小主应变较小, 甚至为负, 所以可知, 膜的应变状态在边缘部位基本是单向拉伸, 并逐渐向中心部位的双向拉伸状态过渡。

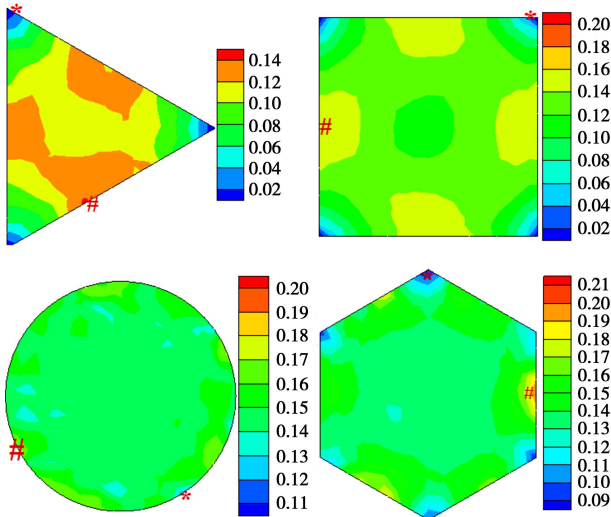


图 6 各规则形状孔隙内膜大主应变分布图

Fig. 6 Distribution of major principal strain in geomembrane bulge tests under different regular holes

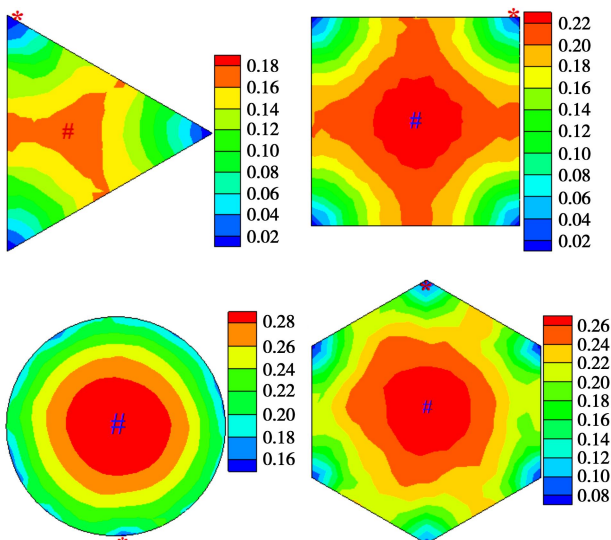


图 7 各规则孔隙内膜面积应变分布图

Fig. 7 Distribution of area strain in geomembrane bulge tests under different regular holes

图 8 显示了本文利用图像法<sup>[19]</sup>提取实际颗粒垫层中不规则形状孔隙形成计算网格的过程。其中颗粒垫层为透水性能较好的无砂混凝土, 其中碎石骨料的粒径范围为 5~20 mm, 平均粒径 10 mm, 不均匀系数  $C_u=4.2$ , 曲率系数  $C_c=2.4$ 。提取的 2 个孔隙的尺度大小在 10~45 mm 范围内。

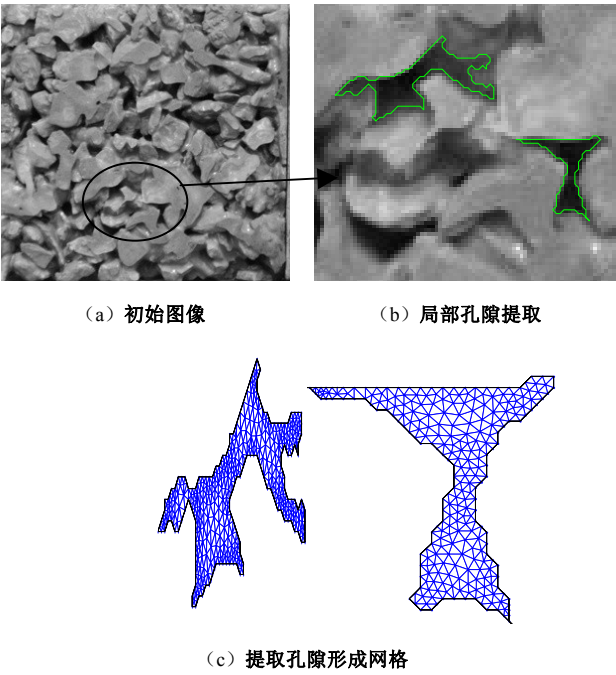


图 8 图像法提取颗粒垫层不规则孔隙形成计算网格

Fig. 8 Extracted irregular hole grid from image of particle cushion

图 9 为膜在不规则孔隙内发生顶胀变形的网格变形情况及其竖直方向 ( $z$  向) 的位移分布, 由图可知其变形规律与圆形等规则孔隙内膜的变形规律相似, 变形最大的部位均在中心较为开阔处, 狭小的部位由于受约束影响较大, 其变形也较小。

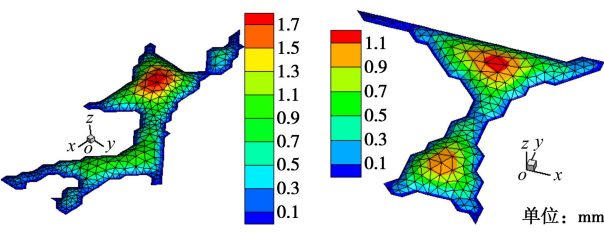


图 9 膜在不规则孔隙中变形情况及竖直方向位移分布

Fig. 9 Simulated results of geomembrane deformation in bulge tests under irregular holes

图 10, 11 为膜在不规则孔隙中发生顶胀变形后大主应变和面积应变分布图 (\*为最小值位置, #为最大值位置), 由图可知, 应变较小的部位位于孔隙的狭小处, 同时在较为开阔处的边缘部位的应变较大, 甚至某些狭小部位的面积应变在数值上要小于大主应变, 说明在该部位的小主应变方向上出现了负应变 (即压



缩)。

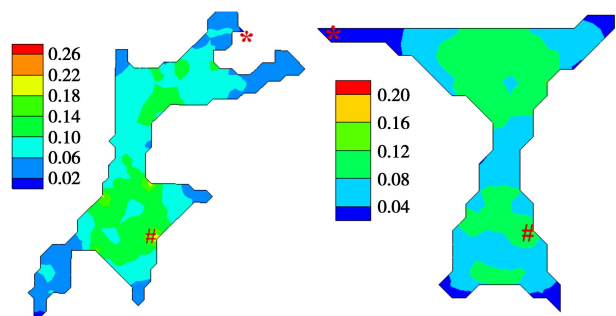


图 10 膜在不规则孔隙中大主应变分布图

Fig. 10 Distribution of major principal strain in geomembrane bulge tests under irregular holes

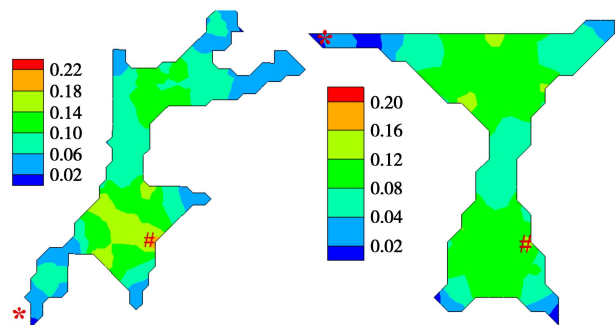


图 11 膜在不规则孔隙中面积应变分布图

Fig. 11 Distribution of area strain in geomembrane bulge tests under irregular holes

为了比较不同孔隙形状对膜的变形及应变的影响,表 2 列出了变形量和应变量的最大值。由表可知,对于规则形状的孔隙来说,由于中心部位距离边缘的约束最远,所以在中心处的最大竖向(法向)位移也较大,并且由于圆形孔隙中心距离边缘最远,所以圆形孔隙的竖向(法向)位移最大,同时中心处的拉伸最为充分,面积应变也最大,面积应变随着孔隙形状的不同而不同,圆形孔隙最大,三角形孔隙最小。另外,通过对比最大面积应变与最大大主应变,可以看出对于规则形状的孔隙,其最大面积应变均要比最大大主应变要大,另外,由于中心部位处于双向拉伸状态,而膜在双向拉伸条件下的延伸率通常情况下要比单向拉伸条件下小得多<sup>[10, 18, 20]</sup>,所以说膜在规则形状的孔隙内,中心部位的膜与边缘部位相比是更为薄弱的部位。对于不规则形状的孔隙来说,由于其形状的不规则,存在不少狭小的缝隙,其内部的应变状态较为复杂,往往要同时考虑单向拉伸和双向拉伸两种状态下是否都满足膜的延伸率要求。

3.2 不同顶胀变形计算方法的结果对比分析

目前的土石坝膜防渗结构设计中,对顶胀变形分析所采用的主要方法有:基于薄膜理论的“曲线交汇法”

(以下简称曲线交汇法)、前苏联的经验公式法及 Giroud 的近似公式法<sup>[6]</sup>,这 3 种方法中 Giroud 近似公式法只适用于孔隙为长条窄缝,前苏联的经验公式又缺乏理论依据,且得出的结论相差较大,所以国内工程界普遍采用曲线交汇法。本文通过一个长条窄缝的计算实例对曲线交汇法与本文的方法进行对比分析。

表 2 不同形状孔隙内膜最大变形量和应变变量统计表

Table 2 Summary of simulated maximum deformation and strain in geomembrane bulge tests under regular and irregular holes

孔隙形状	最大水平 (切向) 位移/mm	最大竖向 (法向) 位移/mm	最大大主应 变/%	最大面积应 变/%
正三角形	0.202	2.074	15.87	18.99
正四边形	0.329	3.161	20.41	23.71
正六边形	0.450	3.962	21.85	27.36
圆形	0.555	4.581	20.90	30.10
不规则孔隙 a	0.167	1.820	29.85	25.83
不规则孔隙 b	0.096	1.169	21.55	21.05

简述曲线交汇法的原理,根据薄膜理论可得出的整个膜的平均应变(伸长率) $\varepsilon$ 与水压力 $P$ 、缝隙宽度 $b$ 各因素之间的关系曲线(如式(1)所示,其中 $T$ 为膜的单宽拉力),其次,由膜单向拉伸试验得出膜平均应变(伸长率) $\varepsilon$ 与单宽拉力 $T$ 的另一个关系曲线,将两个关系曲线绘制在同一图中,两条曲线交点所代表的即为膜在某一水压力下及某一宽度的缝隙内的受力变形状态。

采用曲线交汇法对表 1 中的 PVC 膜进行计算分析,将长条形缝隙简化为一维情况,水压力 $P=1\text{ MPa}$ ,缝隙宽度 $b=20\text{ mm}$ ,假设 PVC 膜在该缝隙上的应力应变状态处于线弹性阶段,则可得出两条曲线交汇的情况,如图 12 所示。

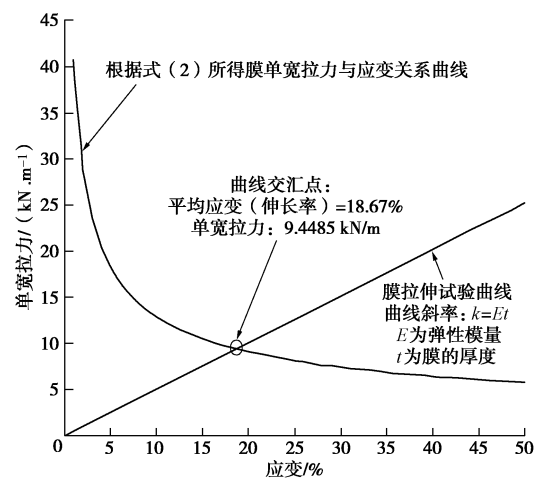


图 12 曲线交汇法计算示意图

Fig. 12 Diagram of curve intersection method

图 13 为采用曲线交汇法得出的膜变形曲线与采用本文方法计算得出的膜变形曲线的对比图, 图中分别绘制了水压力在 1, 0.5, 0.1 MPa 时, 两种方法所得出的计算结果, 由图可知, 随着水压力的增大曲线交汇法与本文方法所得的结果相差也越大, 在同一压力下, 两种方法计算结果相差最大的部分不是在缝隙中心部位, 而是中心两侧靠近边缘部位, 同时对比观察图 3, 也可以发现这些部位均是水平(切向)位移最大的部位, 可见曲线交汇法忽略水平(切向)位移所带来的误差主要集中在这些部位。

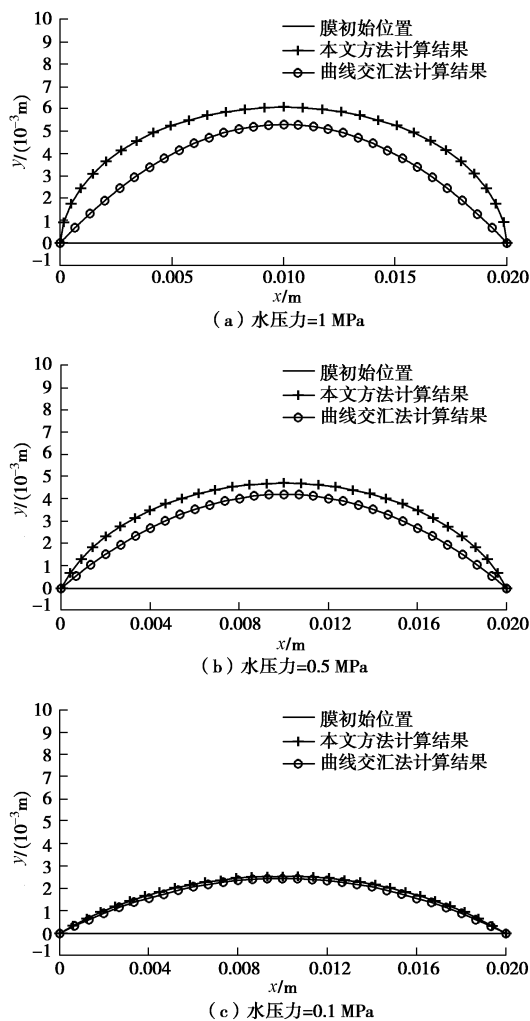


图 13 曲线交汇法与本文方法变形计算结果对比图

Fig. 13 Geomembrane deformations calculated using curve intersection method and proposed method

图 14 为根据变形计算得出的膜应变分布的对比图, 从图中可以看出, 本文方法与曲线交汇法得出的应变分布情况相差较大, 结合观察图 15(总应变各组成成分分布曲线图)可知, 由于曲线交汇法忽略了水平方向位移对总应变的影响, 其应变就只剩下式(2)中约等号右边的前二项, 而本文方法考虑了水平(切向)位移对应变的影响, 所以总应变分布为图 15 中 3

个分项曲线之和。另外, 从图 14 中可知随着水压力的减小, 曲线交汇法的应变分布基本不变, 只是数值上逐渐减小, 而本文方法计算的应变分布基本为边缘处最大, 其次是中心部位的应变, 两侧边缘和中心之间的部分应变最小, 当水压力逐渐减小时, 应变分布之间的差距逐渐减小, 曲线逐渐变平缓, 当水压力较小时, 中心部位的应变会略大于边缘处的应变。从图 15 中还可知, 总应变的 3 个分项中, 第一分项(水平(切向)位移线性项)与第二分项(竖直位移非线性项)的量值较大且分布规律相反, 第三分项(水平(切向)位移非线性项)在边缘处量值较大外, 中间部位的量值较小, 从数值上看 3 个分项对总应变的影响均较大, 所以不能忽略。表 3 列出了两种方法在变形与应变计算结果上的差别, 从表中可以看出, 在变形和平均应变(伸长率)两个方面曲线交汇法的误差随着水压力增大而增大, 而在最大应变这个方面, 曲线交汇法的结果往往是过大的。

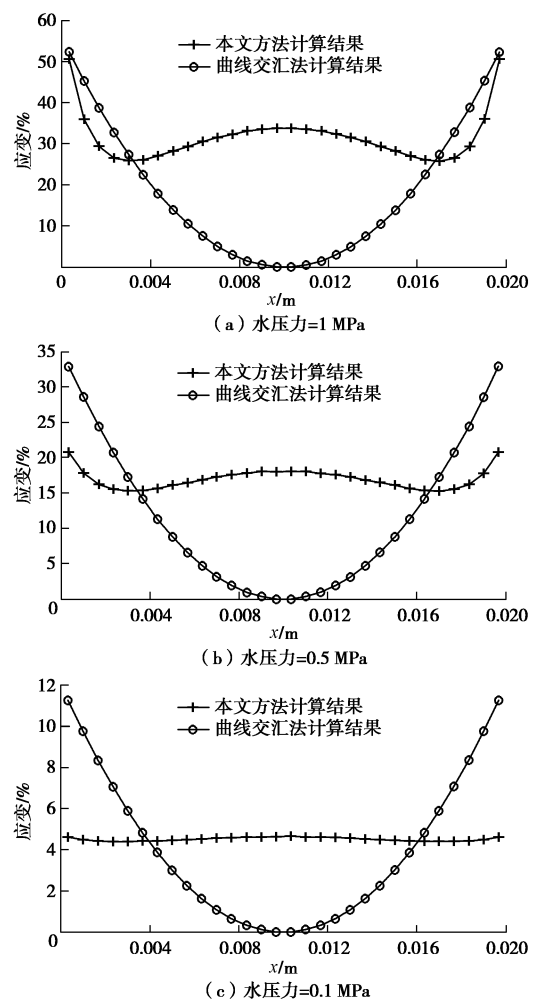


图 14 曲线交汇法与本文方法应变计算结果对比图

Fig. 14 Geomembrane strains calculated using curve intersection method and proposed method

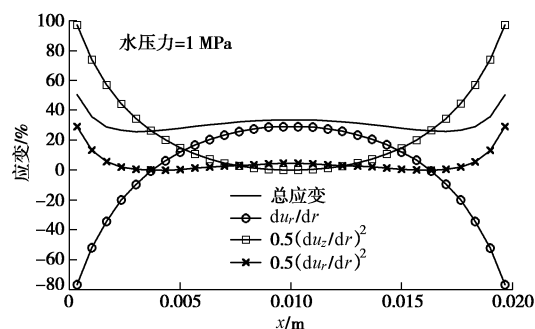


图 15 本文应变计算方法(式 (2))中总应变各分项分布曲线图

Fig. 15 Components of calculated geomembrane total strain (Eq. 2) using proposed method

表 3 不同顶胀变形计算方法结果对比 (长条形孔隙)  
Table 3 Summary of deformation and strain calculated using curve intersection method and proposed method

计算方法	最大竖向 (法向) 位移 /mm	平均应变 (伸长率) %	最大应变 %	平均应力 /(kN·m <sup>-1</sup> )	最大应力 /(kN·m <sup>-1</sup> )
曲线交汇法 (1.0 MPa)	4.4	18.64	56.01	9.45	28.35
本文方法 (1.0 MPa)	6.1	27.56	50.64	16.01	25.63
曲线交汇法 (0.5 MPa)	4.2	11.76	35.28	5.95	17.86
本文方法 (0.5 MPa)	4.7	15.68	15.51	8.61	10.56
曲线交汇法 (0.1 MPa)	2.5	4.02	12.07	2.04	6.11
本文方法 (0.1 MPa)	2.6	4.41	4.65	2.29	2.34

4 结 论

(1) 土工膜在垫层表面孔隙内发生顶胀变形时, 不仅存在垂直膜平面的竖向 (法向) 位移, 还存在一定的水平 (切向) 位移, 水平 (切向) 位移较大的部位并不在孔隙中心, 而在中心两侧靠近孔隙边缘处。

(2) 土工膜在不同形状孔隙内发生的顶胀变形规律基本一致, 在孔隙边缘处膜基本为单向拉伸状态, 此处的大主应变最大, 越往孔隙中心部位, 逐渐变成双向拉伸状态, 所以孔隙中心部位的面积应变最大。

(3) 膜处于双向拉伸状态时, 面积应变大于大主应变, 而在双向拉伸条件下的膜的延伸率要比单向拉伸时小, 所以孔隙中心部位的膜一般最先发生破坏。

(4) 曲线交汇法忽略水平 (切向) 位移所产生的理论误差, 随着水压力增大而增大。曲线交汇法得出的应变分布只包含了竖向 (法向) 位移对膜应变的贡献, 但是由于水平 (切向) 位移对膜应变的贡献在数值上与恰好与竖向 (法向) 位移的贡献相反, 两者相互抵消, 所以曲线交汇法得出的膜应变分布最大值往

往是过高的。

参考文献:

[1] 束一鸣, 张利新, 袁全义, 等. 西霞院反调节水库土石坝膜防渗工艺[J]. 水利水电科技进展, 2009, 29(6): 70 - 73. (SHU Yi-ming, ZHANG Li-xin, YUAN Quan-yi, et al. Geomembrane seepage control techniques of Xixiayuan earth-rock dam[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2009, 29(6): 70 - 73. (in Chinese))

[2] DANIEL P, LAURENT P, PATRICE M. Feedback and guidelines for geomembrane lining systems of mountain reservoirs in France [J]. Geotextiles and Geomembranes, 2011, 29(5): 415 - 424.

[3] CAZZUFFI D. The use of geomembranes in Italian dams[J]. International Water Power & Dam Construction, 1987, 39(6): 17 - 21.

[4] 李岳军, 周建平, 何世海, 等. 抽水蓄能电站水库土工膜防渗技术的研究和应用[J]. 水力发电, 2006, 32(3): 67 - 69, 80. (LI Yue-jun, ZHOU Jian-ping, HE Shi-hai, et al. Study on and application of geotech-membrane in the leakage prevention works of reservoirs of the pumped storage power station[J]. Water Power, 2006, 32(3): 67 - 69, 80. (in Chinese))

[5] 滕兆明, 束一鸣, 吴海民, 等. 无沙混凝土垫层配合比及力学性能试验研究[J]. 人民黄河, 2012, 34(10): 139 - 141. (TENG Zhao-ming, SHU Yi-ming, WU Hai-min, et al. Study of test on mixed proportions design and mechanical properties of no fines concrete cushion layer[J]. Yellow River, 2012, 34(10): 139 - 141. (in Chinese))

[6] 顾淦臣. 土工合成材料工程应用手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000: 847 - 849. (GU Gan-chen. The application manual of geosynthetics[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2000: 847 - 849. (in Chinese))

[7] 沈长松, 顾淦臣. 复合土工膜厚度计算方法研究[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2004, 32(4): 395 - 398. (SHEN Chang-song, GU Gancheng. Calculation method for thickness of composite geomembrane[J]. Journal of Hohai University (natural sciences), 2004, 32(4): 395 - 398. (in Chinese))

[8] HORNSEY W P, WISHAW D M. Development of a methodology for the evaluation of geomembrane strain and relative performance of cushion geotextiles[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2012, 35(5): 87 - 99.

[9] BRACHMAN R W I, EASTMAN M K. Calculating local geomembrane indentation strains from measured radial and



- vertical displacements[J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2013, **40**(3): 58 - 68.
- [10] 李旺林, 刘占磊, 孟祥涛, 等. 土工膜环向约束气胀变形试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2016, **38**(6): 1147 - 1151. (LI Wang-lin, LIU Zhan-lei, MENG Xiang-tao, et al. Experimental study on air expansion deformation of geomembrane under ring-restrained conditions[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2016, **38**(6): 1147 - 1151. (in Chinese))
- [11] GALLIOT C, LUCHSINGER R H. Uniaxial and biaxial mechanical properties of ETFE foils[J]. *Polymer Testing*, 2011, **30**(4): 356 - 365.
- [12] 王勛成. 有限单元法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003: 57 - 68. (WANG Xu-cheng. *Finite element method*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 57 - 68. (in Chinese))
- [13] 杨帆. PVC 土工膜筒状双向拉伸力学特性试验研究[D]. 南京: 河海大学, 2016. (YANG Fan. *Testing study on mechanical properties of cannular biaxial tensile of PVC geomembrane*[D]. Nanjing: Hohai University, 2016. (in Chinese))
- [14] 束一鸣, 叶乃虎. LDPE 土工膜液胀极限荷载的工程仿真实验[J]. *水利水电科技进展*, 2003, **23**(5): 1 - 3. (SHU Yi-ming, YE Nai-hu. Simulation test for mullen burst limit load of LDPE geomembrane[J]. *Advances in Science and Technology of Water Resources*, 2003, **23**(5): 1 - 3. (in Chinese))
- [15] 束一鸣, 潘江. 损伤土工膜液胀强度试验研究[J]. *水利水电科技进展*, 2005, **25**(6): 34 - 36. (SHU Yi-ming, PAN Jiang. Mullen strength experiment on damaged geomembrane[J]. *Advances in Science and Technology of Water Resources*, 2005, **25**(6): 34 - 36. (in Chinese))
- [16] 束一鸣, 李永红. 较高土石坝膜防渗结构设计方法探讨[J]. *河海大学学报 (自然科学版)*, 2006, **34**(1): 60 - 64. (SHU Yi-ming, LI Yong-hong. Design of impervious structure with geomembrane for high earth-rock dams[J]. *Journal of Hohai University (Natural Sciences)*, 2006, **34**(1): 60 - 64. (in Chinese))
- [17] 束一鸣. 防渗土工膜工程特性的探讨[J]. *河海大学学报*, 1993, **21**(4): 1 - 6. (SHU Yi-ming. Engineering characters of geomembrane[J]. *Journal of Hohai University*, 1993, **21**(4): 1 - 6. (in Chinese))
- [18] 吴海民, 束一鸣, 曹明杰, 等. 土工合成材料双向拉伸多功能试验机的研制及初步应用[J]. *岩土工程学报*, 2014, **36**(1): 170 - 175. (WU Hai-min, SHU Yi-ming, CAO Ming-jie, et al. Development and application of multi-functional biaxial tensile testing machine for geosynthetics[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2014, **36**(1): 170 - 175. (in Chinese))
- [19] 张连卫, 张建民, 张嘎. 基于数字图像的粒状材料细观组构特征分析技术[J]. *岩土工程学报*, 2008, **30**(10): 1555 - 1559. (ZHANG Lian-wei, ZHANG Jian-min, ZHANG Ga. Microfabric analysis technique for granular materials based on digital images[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2008, **30**(10): 1555 - 1559. (in Chinese))
- [20] 吴海民, 束一鸣, 姜晓桢, 等. 高面膜堆石坝运行状态下土工膜双向拉伸力学特性——高面膜堆石坝关键技术(三)[J]. *水利水电科技进展*, 2015, **35**(1): 16 - 22. (WU Hai-min, SHU Yi-ming, JIANG Xiao-zhen. Biaxial tensile mechanical property of geomembrane used as high membrane faced rockfill dam: key technology of high membrane faced rock-fill dam (III)[J]. *Advances in Science and Technology of Water Resources*, 2015, **35**(1): 16 - 22. (in Chinese))