

DOI: 10.11779/CJGE201805014

# 驻波作用下有限厚度海床动应力路径特性研究

周晓智<sup>1, 2</sup>, 陈育民<sup>1, 2</sup>, 刘汉龙<sup>1, 2, 3</sup>

(1. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学土木与交通学院, 江苏 南京 210098;

3. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400045)

**摘要:** 基于驻波作用下有限厚度海床动力响应的解析解, 推导了海床内土体单元在以轴向偏差应力的一半为横坐标, 剪应力为纵坐标应力平面上的动应力路径, 得出土体单元位于波节处的动应力路径为纵轴上的一条线段; 位于波腹处为横轴上的一条线段; 位于波节与波腹之间为非标准椭圆形。以北海区域为例对确定动应力路径的初始相位差 $\theta$ 、轴向偏差应力幅值的一半 $a$ 、剪应力幅值 $b$  3个参数进行分析, 得出在0~0.35倍海床深度范围内时, 波节与波腹之间土体单元的动应力路径趋近于线段, 而在0.35~1倍海床深度范围内时, 动应力路径为非标准椭圆形, 且初始相位差 $\theta$ 沿相对深度的增加在-180° ~ -150° 范围内变化。通过海床渗透系数、波浪周期、海床厚度对海床内土体单元动应力路径的影响分析可得: 海床渗透系数、波浪周期的变化不会改变海床内相同位置土体单元 $a$ ,  $b$ 的取值, 而对 $\theta$ 的取值会有影响。当海床渗透系数不小于10<sup>-2</sup> m/s时, 海床内土体单元的动应力路径均为线段; 而在不同波浪周期下,  $\theta$ 在海床下部区域的变化范围均为-180° ~ -150°。当海床厚度较薄时, 动应力路径在表层0~0.03倍波长范围内趋近于线段; 当海床厚度在0.3~2倍波长范围内时, 随着海床厚度的增加, 海床表层动应力路径趋近于线段的深度范围逐渐增大。

**关键词:** 驻波; 有限厚度海床; 动应力路径; 非标准椭圆形

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2018)05-0890-10

作者简介: 周晓智(1991-), 博士研究生, 主要从事土动力学与土工抗震方面的研究。E-mail: zhouxiaozhihhu@163.com。

## Study on characteristics of dynamic stress path of finite-thickness seabed under standing waves

ZHOU Xiao-zhi<sup>1, 2</sup>, CHEN Yu-min<sup>1, 2</sup>, LIU Han-long<sup>1, 2, 3</sup>

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. College of Civil and Transportation Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 3. College of Civil Engineering, Chongqing 400045, China)

**Abstract:** Based on the analytical solutions for standing wave-induced soil response in the finite-thickness seabed, the dynamic stress path of soil element is deduced in the stress plane with half of the axial deviation stress on the horizontal axis and shear stress on the vertical one. The results of the analysis show that the dynamic stress path of the soil element located at the nodes is a line segment on the vertical axis, that located at the antinodes is a line segment on the horizontal axis, and that at other locations is non-standard ellipse. Taking the North Sea as an example, the initial phase difference ( $\theta$ ), half of the amplitude of the axial deviation stress ( $a$ ) and the amplitude of the shear stress ( $b$ ) are analyzed. It is shown that when the soil element is located between the node and the antinode, the dynamic stress path approaches a line segment with the depth of 0~0.35 times the thickness of seabed, while with the depth of 0.35~1 times the thickness of seabed, it is a non-standard ellipse, and the value of  $\theta$  varies along the relative depth in the range of -180° to -150°. Additionally, the influences of permeability of seabed, wave period and thickness of seabed on dynamic stress path are analyzed. The results indicate that the change of the coefficient of permeability and wave period do not alter the values of  $a$  and  $b$ , but the value of  $\theta$  is affected. When the coefficient of permeability of seabed is larger than 10<sup>-2</sup> m/s, the dynamic stress path of the soil elements is a line segment in the whole of seabed. And the value of  $\theta$  changes in the range of -180° to -150° when the seabed is under different wave periods. Moreover, the dynamic stress path approaches a line segment with the depth of 0~0.03 times the wavelength when the thickness of the seabed is thinner. When the thickness of the seabed is in the range of 0.3~2 times the wavelength, the

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51379067, 51679072); 重点国际合作研究项目(5141001028); 教育部创新团队发展计划(IRT\_15R17); 高等学校学科创新引智计划(B13024)

收稿日期: 2017-01-19

\*通讯作者(E-mail: ymchenhhu@163.com)

surface area where the stress path is a line segment increases with the increase of the thickness of the seabed.

**Key words:** standing wave; finite-thickness seabed; dynamic stress path; non-standard ellipse

## 0 引言

波浪荷载是海洋工程中的基本荷载。在持续波浪荷载作用下, 海床表面形成的波压力将引起海床内部孔隙水压力的积累, 使海床土体发生液化, 进而导致海底管线等海洋结构物失稳破坏, 因此波浪荷载下海床的动力响应问题引起了国内外学者的广泛关注。Madsen<sup>[1]</sup>通过假设波浪为线性行进波, 基于 Biot 固结理论与流体力学的方法, 提出了行波作用下无限厚度弹性海床动力响应的解析解。Hsu 等<sup>[2]</sup>假设波浪为线性短峰波, 推导了行波和驻波作用下非饱和、各向异性、有限厚度海床动力响应的解析解。Jeng 等<sup>[3-4]</sup>假设波浪为线性行进波, 推导了变渗透系数海床、横观各向同性有限厚度海床在波浪作用下动力响应的解析解。

波浪荷载作用下海床内一点土体单元的正应力与剪应力同时变化。Ishihara 等<sup>[5]</sup>基于 Madsen<sup>[1]</sup>提出的解析解, 推导行波作用下海床内任意一点土体单元的应力路径, 其应力路径在  $[(\sigma_z - \sigma_y)/2, \tau_{yz}]$  平面上为圆形, 主应力轴将发生连续旋转。因此, 模拟土体单元受力时, 控制剪应力幅值与轴向偏差应力幅值的一半相等, 同时相位相差  $90^\circ$ 。圆形应力路径的提出, 为单元试验的开展奠定了基础, 继 Ishihara 等<sup>[5]</sup>和 Towhata 等<sup>[6]</sup>利用空心圆柱扭转剪切设备开展丰浦砂在圆形应力路径下的单元试验, 之后一些学者陆续开展该应力路径下的试验研究<sup>[7-9]</sup>, 结果均表明, 主应力轴连续旋转条件下, 动孔压增长速度加快, 土体的动强度明显降低。然而实际海床并非为理想的无限厚度, 采用圆形应力路径来模拟土体单元的受力情况具有一定的局限性。王立忠等<sup>[10]</sup>基于平面应变条件下的 Biot 方程, 研究线性波浪荷载作用下海床的动力响应, 指出行波作用下有限厚度海床内土体单元的应力路径在  $[(\sigma_z - \sigma_y)/2, \tau_{yz}]$  平面上为椭圆形。森茂田等<sup>[11]</sup>开展了标准椭圆形应力路径下的砂土动力试验, 结果表明: 在椭圆面积不变时, 砂土在不同长短轴之比下表现出不同的动强度和孔压特性。许成顺等<sup>[12]</sup>针对饱和粉细砂, 研究了轴向偏差应力与剪应力在不同初始相位差下的动力特性, 结果表明初始相位差可能对砂土的动强度造成较大的影响, 随后王忠涛等<sup>[13]</sup>基于线性规则波浪作用下有限厚度海床动力响应的解析解, 重新推导了海床中一点土体单元在  $[(\sigma_z - \sigma_y)/2, \tau_{yz}]$  平面上的应力路径, 证明了有限厚度弹性海床在线性规则波浪作用下, 海床表层一定厚度范围内土体单元的应

力路径为非标准椭圆形, 同时试验结果表明轴向偏差应力与剪应力的初始相位差对动强度的影响显著。

之前的研究主要针对行波作用下海床的动力响应, 而对驻波作用下海床的动力响应研究甚少。随着海洋能源的开发利用, 防波堤、码头、大型沉箱结构、采油平台等海洋结构物的修建, 当行波垂直入射到垂直平面上时, 其完全反射波与行波叠加形成驻波。驻波引起的海床响应是进行海洋结构设计时需要考虑的一个重要问题。之前文献指出, 一些防波堤的破坏是由于海床土体的液化, 而不是结构性原因导致的<sup>[14-15]</sup>。Kirca 等<sup>[16]</sup>开展了驻波作用下海床动力响应的模型试验, 结果表明驻波作用下的土体动力响应不同于行波作用下的动力响应, 同时孔压先在波节位置处积累。王立忠等<sup>[10]</sup>指出驻波作用下海床中各点的应力路径在  $[(\sigma_z - \sigma_y)/2, \tau_{yz}]$  平面上类似于在一条直线上的往复运动, 但是尚未从理论上推导驻波作用下海床内土体单元的应力路径方程。

针对以上问题, 本文基于 Hsu 等<sup>[2]</sup>提出的驻波作用下有限厚度海床动力响应的解析解, 推导了海床中一点土体单元在  $[(\sigma_z - \sigma_y)/2, \tau_{yz}]$  平面上的动应力路径, 以北海区域的波浪、海床参数为例对海床内动应力路径的分布进行分析, 同时讨论了海床渗透系数、波浪周期、海床厚度对海床内土体单元动应力路径的影响。

## 1 驻波作用下应力路径推导

### 1.1 有限厚度海床动力响应解析解

Hsu 等<sup>[2]</sup>对线性规则波作用下有限厚度海床的动力响应进行了深入的研究, 图 1 为海床在驻波作用下的简化模型, 其中以海床表面为  $y$  轴, 坚直挡墙右侧边缘为  $z$  轴, 两轴的交点为坐标原点  $o$ ,  $L$  为波长,  $d$  为水深,  $h$  为海床厚度, 提出了驻波作用下, 非饱和、各向异性、有限厚度海床内有效应力、孔隙水压力的解析解, 其表达式如下所示:

$$\begin{aligned} \sigma_y' &= -p_0 \left\{ \left[ (C_1 + C_2 kz) + \frac{2\mu\lambda}{1-2\mu} C_2 \right] e^{kz} + \left[ (C_3 + C_4 kz) - \frac{2\mu\lambda}{1-2\mu} C_4 \right] e^{-kz} + \left[ k^2 - \frac{(\delta^2 - k^2)\mu}{1-2\mu} \right] C_5 e^{\delta z} + C_6 e^{-\delta z} \right\} \cos(ky) e^{-i\omega t}, \quad (1) \\ \sigma_z' &= p_0 \left\{ \left[ (C_1 + C_2 kz) - \frac{2\lambda(1-\mu)}{1-2\mu} C_2 \right] e^{kz} + \left[ (C_3 + C_4 kz) + \frac{2\lambda(1-\mu)}{1-2\mu} C_4 \right] e^{-kz} + \frac{1}{1-2\mu} \right\} \end{aligned}$$

$$\left. \left[ \delta^2(1-\mu) - k^2\mu \right] (C_5 e^{\delta z} + C_6 e^{-\delta z}) \right\} \cos(ky) e^{-iwt}, \quad (2)$$

$$\tau_{yz} = -p_0 \left\{ [C_1 + (kz - \lambda)C_2] e^{kz} - [C_3 + (kz + \lambda)C_4] e^{-kz} + k\delta(C_5 e^{\delta z} - C_6 e^{-\delta z}) \right\} \sin(ky) e^{-iwt}, \quad (3)$$

$$P = \frac{p_0}{1-2\mu} \left\{ (1-\lambda-2\mu)(C_2 e^{kz} - C_4 e^{-kz}) + (1-\mu)(\delta^2 - k^2) \cdot (C_5 e^{\delta z} + C_6 e^{-\delta z}) \right\} \cos(ky) e^{-iwt}, \quad (4)$$

式中,  $\sigma'_y$  为水平方向的有效应力,  $\sigma'_z$  为竖直方向的有效应力,  $\tau_{yz}$  为剪切应力,  $P$  为孔隙水压力,  $p_0$  为波压力幅值,  $\lambda$  为表示土体各向异性和饱和程度的无量纲参数,  $\nu$  为土体泊松比,  $k$  为波数,  $\delta$  为修正后波数,  $\omega$  为波浪圆频率,  $t$  为时间,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $C_1 \sim C_6$  为复数常量, 参数可详见文献[2]。

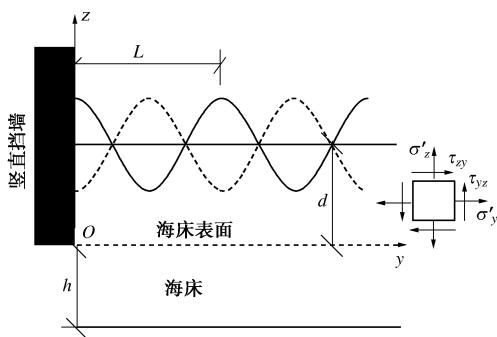


图 1 海床在驻波作用下的简化模型

Fig. 1 Simplified model of seabed under standing waves

波压力幅值的表达式为

$$p_0 = \frac{\gamma_w H}{2 \cosh(kd)}, \quad (5)$$

式中,  $\gamma_w$  为水的重度,  $H$  为波高,  $d$  为水深。

波数的表达式为

$$k = \frac{2\pi}{L}, \quad (6)$$

式中,  $L$  为入射波的波长。

波浪圆频率的表达式为

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (7)$$

式中,  $T$  为波浪的周期。

假设海床完全饱和且渗透系数各向相等时, 修正后波数的表达式为

$$\delta^2 = k^2 - \frac{i\gamma_w \omega}{K} \left[ \frac{(1-2\mu)}{2G(1-\mu)} \right], \quad (8)$$

式中,  $K$  为海床的渗透系数,  $G$  为海床的剪切模量。

用于表征土体各向异性以及饱和程度的无量纲参数  $\lambda$  的表达式如式(9)所示, 当假设海床完全饱和且渗透系数各向相等时,  $\lambda$  的取值为 0。

$$\lambda = \frac{(1-2\mu) \left\{ k^2 \left[ 1 - \frac{K_y}{K_z} \right] + \frac{i\omega\gamma_w}{K_z} n' \beta \right\}}{k^2 \left[ 1 - \frac{K_y}{K_z} \right] + \frac{i\omega\gamma_w}{K_z} \left[ n' \beta + \frac{1-2\mu}{G} \right]}, \quad (9)$$

式中,  $K_y$  为水平方向的渗透系数,  $K_z$  为竖直方向的渗透系数,  $n'$  为土体的孔隙率,  $\beta$  为孔隙流体的压缩系数。

## 1.2 动应力路径参数方程推导

从 1.1 节驻波作用下有限厚度海床任意一点的应力解析解(式(1)~(3))可以看出, 海床内各点的应力不仅与所处的深度有关, 也与所处的水平位置有关。参考 Ishihara 等将行波作用下无限厚度海床内的应力解析解推导到  $[(\sigma_z - \sigma_y)/2, \tau_{yz}]$  应力平面的方法, 基于 Hsu 等推导出的驻波作用下有限厚度海床内任意一点的应力解析解, 分别以  $(\sigma_z - \sigma_y)/2$  为自变量、 $\tau_{yz}$  为因变量, 推求驻波作用下海床内任意一点的动应力路径参数方程。

对于海床内任意一点的应力, 存在:

$$\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} = \frac{\sigma'_z - \sigma'_y}{2}, \quad (10)$$

式中,  $\sigma_z$  为竖直方向的总应力,  $\sigma_y$  为水平方向的总应力。

由式(1)、(2)可得

$$\frac{\sigma'_z - \sigma'_y}{2} = \operatorname{Re} \left\{ p_0 \cos(ky) e^{-iwt} M_1 \right\}, \quad (11)$$

式中,  $\operatorname{Re} \{ \}$  为取复数中的实部。

通过化简可得式(11)中  $M_1$  的表达式为

$$M_1 = [C_1 + (kz - \lambda)C_2] e^{kz} + [C_3 + (kz + \lambda)C_4] e^{-kz} + \frac{k^2 + \delta^2}{2} (C_5 e^{\delta z} + C_6 e^{-\delta z}). \quad (12)$$

由于  $C_1 \sim C_6$  为复数常量, 所以  $M_1$  也为复数。

$$\text{令 } M_1 = A_1 + B_1 i, \quad (13)$$

式中,  $A_1$  为复数  $M_1$  的实部,  $B_1$  为复数  $M_1$  的虚部。

由式(10)、(11)可得

$$\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} = \operatorname{Re} \left\{ p_0 \cos(ky) e^{-iwt} M_1 \right\}. \quad (14)$$

将式(13)代入式(14)可得

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} &= \operatorname{Re} \left\{ p_0 \cos(ky) e^{-iwt} (A_1 + B_1 i) \right\} \\ &= p_0 \cos(ky) \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \sin(wt + \theta_1), \end{aligned} \quad (15)$$

式中,

$$\theta_1 = \arctan \left( \frac{A_1}{B_1} \right). \quad (16)$$

$$\text{令 } a = p_0 \cos(ky) \sqrt{A_1^2 + B_1^2}. \quad (17)$$

将式(17)代入式(15)可得

$$\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} = a \sin(\omega t + \theta_1) \quad . \quad (18)$$

对于式(3), 同理可得

$$\tau_{yz} = \operatorname{Re} \left\{ -p_0 \sin(ky) e^{-i\omega t} M_2 \right\} \quad , \quad (19)$$

式中,  $M_2$  的表达式为

$$M_2 = [C_1 + (kz - \lambda)C_2] e^{kz} - [C_3 + (kz + \lambda)C_4] \cdot e^{kz} + k\delta(C_5 e^{\delta z} - C_6 e^{-\delta z}) \quad . \quad (20)$$

由于  $C_1 \sim C_6$  为复数常量, 所以  $M_2$  也为复数。

$$\text{令 } M_2 = A_2 + B_2 i \quad , \quad (21)$$

式中,  $A_2$  为复数  $M_2$  的实部,  $B_2$  为复数  $M_2$  的虚部。

将式(21)代入式(19)可得

$$\begin{aligned} \tau_{yz} &= \operatorname{Re} \left\{ -p_0 \sin(ky) e^{-i\omega t} (A_2 + B_2 i) \right\} \\ &= -p_0 \sin(ky) \sqrt{A_2^2 + B_2^2} \sin(\omega t + \theta_2) \quad , \end{aligned} \quad (22)$$

式中,

$$\theta_2 = \arctan \left( \frac{A_2}{B_2} \right) \quad . \quad (23)$$

令

$$b = -p_0 \sin(ky) \sqrt{A_2^2 + B_2^2} \quad . \quad (24)$$

将式(24)代入式(22)可得

$$\tau_{yz} = b \sin(\omega t + \theta_2) \quad . \quad (25)$$

综上所述可得参数方程:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} &= a \sin(\omega t + \theta_1) \quad , \\ \tau_{yz} &= b \sin(\omega t + \theta_2) \quad . \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

### 1.3 动应力路径分析

根据 1.2 节推导得出的驻波作用下有限厚度海床内一点的动应力路径参数方程, 对海床内不同位置土体单元在  $[(\sigma_z - \sigma_y)/2, \tau_{yz}]$  应力平面上的动应力路径进行分析。

(1) 土体单元位于波节处

土体单元位于波节处时, 即

$$y = L/4 + k_1 L/2 \quad (k_1 = 0, 1, \dots) \quad . \quad (27)$$

当

$$y = L/4 + k_1 L \quad (k_1 = 0, 1, \dots) \quad . \quad (28)$$

将式(28)代入式(17)、(24)可得

$$\left. \begin{aligned} a &= 0 \quad , \\ b &= -p_0 \sqrt{A_2^2 + B_2^2} \quad . \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

将式(29)代入式(26)可得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z - \sigma_y &= 0 \quad , \\ \tau_{yz} &= -p_0 \sqrt{A_2^2 + B_2^2} \sin(\omega t + \theta_2) \quad . \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

当

$$y = 3L/4 + k_1 L \quad (k_1 = 0, 1, \dots) \quad , \quad (31)$$

将式(31)代入式(17)、(24)可得

$$\left. \begin{aligned} a &= 0 \quad , \\ b &= p_0 \sqrt{A_2^2 + B_2^2} \quad . \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

将式(32)代入式(26)可得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z - \sigma_y &= 0 \quad , \\ \tau_{yz} &= p_0 \sqrt{A_2^2 + B_2^2} \sin(\omega t + \theta_2) \quad . \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

由式(30)、(33)可得, 其动应力路径在  $[(\sigma_z - \sigma_y)/2, \tau_{yz}]$  应力平面上为纵轴上的一条线段, 动主应力方向只发生  $90^\circ$  的交替突变, 如图 2 所示。

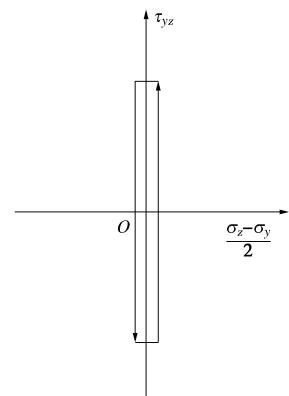


图 2 波节位置土体单元的动应力路径

Fig. 2 Dynamic stress path of soil element at nodes

(2) 土体单元位于波腹处

土体单元位于波腹处时, 即

$$y = L/2 + k_1 L/2 \quad (k_1 = -1, 0, \dots) \quad . \quad (34)$$

当

$$y = L/2 + k_1 L \quad (k_1 = 0, 1, \dots) \quad , \quad (35)$$

将式(35)代入式(17)、(24)可得

$$\left. \begin{aligned} a &= -p_0 \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \quad , \\ b &= 0 \quad . \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

将式(36)代入式(26)可得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} &= -p_0 \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \sin(\omega t + \theta_1) \quad , \\ \tau_{yz} &= 0 \quad . \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

当

$$y = k_1 L \quad (k_1 = 0, 1, \dots) \quad , \quad (38)$$

将式(38)代入式(17)、(24)可得

$$\left. \begin{aligned} a &= p_0 \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \quad , \\ b &= 0 \quad . \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

将式(39)代入式(26)可得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} &= p_0 \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \sin(\omega t + \theta_1) \quad , \\ \tau_{yz} &= 0 \quad . \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

由式(37)、(40)可得, 其动应力路径在  $[(\sigma_z - \sigma_y)/2, \tau_{yz}]$  应力平面上为横轴上的一条线段,

动主应力方向只发生  $90^\circ$  的交替突变, 如图 3 所示。

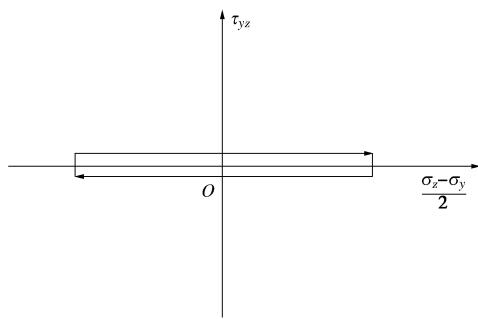


图 3 波腹位置土体单元的动应力路径

Fig. 3 Dynamic stress path of soil element at antinodes

(3) 土体单元位于波节与波腹之间

土体单元位于波节与波腹之间时, 即

$$y \neq k_1 L/4 \quad (k_1=0,1,\dots) \quad (41)$$

由式 (26) 可得

$$\begin{aligned} b^2 \left( \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \right)^2 + a^2 \tau_{yz}^2 - 2ab \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \tau_{yz} \cos \theta \\ = a^2 b^2 \sin^2 \theta \quad , \end{aligned} \quad (42)$$

式中,  $\theta$  为初始相位差,  $\theta = \theta_1 - \theta_2$ 。

由式 (42) 可得, 当土体单元位于波节与波腹之间时, 其动应力路径与初始相位差  $\theta$ 、轴向偏差应力幅值的一半  $a$ 、剪应力幅值  $b$  的取值有关。根据式 (42), 分析水平位置位于波节与波腹之间土体单元可能的动应力路径形式。

当

$$\theta = \pi/2 \pm k_2 \pi \quad (k_2 = 0,1,\dots) \quad (43)$$

将式 (43) 代入式 (42), 可得

$$\left( \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \right)^2 + \frac{\tau_{yz}^2}{b^2} = 1 \quad . \quad (44)$$

对式 (44) 分析可得: 当  $a = b$  时, 式 (44) 可以化为

$$\left( \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{yz}^2 = a^2 \quad . \quad (45)$$

由式 (45) 可得, 动应力路径为圆形。但是, 当  $a \neq b$  时, 由式 (44) 可得, 动应力路径为标准椭圆。

当

$$\theta = \pm k_2 \pi \quad (k_2 = 0,2,4,\dots) \quad , \quad (46)$$

将式 (46) 代入式 (42) 可得

$$\tau_{yz} = \frac{b}{a} \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \quad . \quad (47)$$

当

$$\theta = \pm k_2 \pi \quad (k_2 = 1,3,5,\dots) \quad , \quad (48)$$

将式 (48) 代入式 (42) 可得

$$\tau_{yz} = -\frac{b}{a} \times \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \quad . \quad (49)$$

由式 (47)、(49) 可得, 动应力路径为倾斜线段。

当

$$\theta \neq \pm k_2 \pi/2 \quad (k_2 = 0,1,\dots) \quad , \quad (50)$$

由式 (26)、(42) 可以看出, 动应力路径为非标准椭圆形, 如图 4 所示。非标准椭圆形应力路径的形状、大小与初始相位差  $\theta$ 、轴向偏差应力幅值的一半  $a$ 、剪应力幅值  $b$  的取值有关, 其中  $|a|$ ,  $|b|$  限定了非标准椭圆形所处的区域, 初始相位差  $\theta$  不仅对非标准椭圆的形状、大小产生影响, 也会使非标准椭圆产生一定的旋转。对于非标准椭圆的解释详见文献[13]。动应力路径为标准椭圆形、圆形、倾斜线段的情况可以看成是非标准椭圆形应力路径的特殊情况。

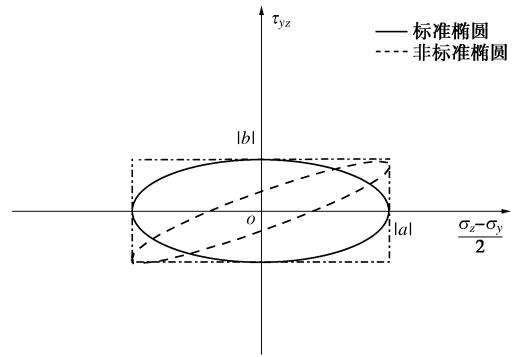


图 4 非标准椭圆形示意图

Fig. 4 Schematic diagram of non-standard ellipse

## 2 应力路径参数分析

为了服务于北海油田的开发, 国际水动力学及海洋地质学界对北海区域的波浪以及海床状况进行了深入的研究。因此, 北海区域的相关参数已经成为海床动力响应分析的典型案例<sup>[2, 10, 17-18]</sup>。本文也以该区域相关参数为例, 如表 1 所示, 根据第 1 节的理论推导, 对驻波作用下海床内土体单元动应力路径参数进行分析。

表 1 波浪和海床参数

Table 1 Parameters of wave and seabed

参数	数值
波浪参数	波浪周期 $T/\text{s}$ 15
	水深 $d/\text{m}$ 70
	波长 $L/\text{m}$ 324
	波高 $H/\text{m}$ 24
海床参数	海床厚度 $h/\text{m}$ 25
	泊松比 $\nu$ 0.33
	孔隙率 $n$ 0.3
	渗透系数 $K/(\text{m} \cdot \text{s})$ $10^{-4}$
	剪切模量 $G/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$ $10^7$
	饱和度 $S_r$ 1.0

### 2.1 深度的影响

(1) 土体单元位于波节、波腹处

当土体单元位于波节处时, 结合式 (30)、(33), 令  $b_1 = \sqrt{A_2^2 + B_2^2}$ , 同时定义相对深度为  $|z/h|$ 。图 5 为

$a_1$ 、 $b_1$ 随相对深度的变化情况, 从图中可知, 随着相对深度的增加,  $b_1$ 逐渐增大, 在海床底部取得最大值 0.38。因此, 位于波节处的土体单元在驻波作用下产生的剪应力幅值  $b$  随着相对深度的增加逐渐增大, 在海床底部达到最大值, 剪应力幅值  $b$  在深度方向的变化范围为 0~0.38  $p_0$ 。

当土体单元位于波腹处时, 结合式 (37)、(40), 令  $a_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$ 。由图 5 可得: 随着相对深度的增加,  $a_1$ 先增大后减小, 在相对深度为 0.22 处取得最大值。因此, 位于波腹处的土体单元在驻波作用下产生的轴向偏差应力幅值的一半  $a$  随着相对深度的增大先增大后减小, 在相对深度为 0.22 处取得最大值, 轴向偏差应力幅值的一半  $a$  在深度方向的变化范围为 0~0.13  $p_0$ 。

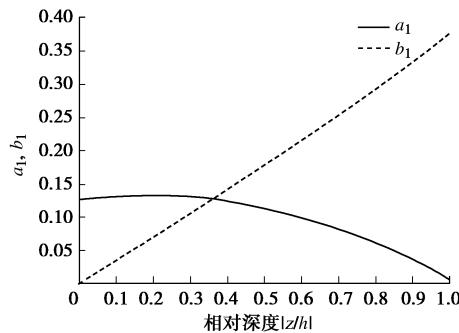


图 5  $a_1$ 、 $b_1$  随相对深度的变化情况

Fig. 5 Variation of  $a_1$ ,  $b_1$  with relative depth

## (2) 土体单元位于波节与波腹之间

当土体单元位于波节与波腹之间时, 其动应力路径与轴向偏差应力幅值的一半  $a$ 、剪应力幅值  $b$ 、初始相位差  $\theta$  的取值有关。图 6 为初始相位差  $\theta$  随相对深度的变化情况。从图中可知, 当土体单元所处的相对深度为 0~0.1 时, 初始相位差  $\theta$  接近 180°; 当土体单元所处的相对深度为 0.1~0.18 时, 初始相位差  $\theta$  接近 0°; 当土体单元所处的相对深度为 0.18~0.35 时, 初始相位差  $\theta$  接近-180°; 当土体单元所处的相对深度为 0.35~1 时, 初始相位差  $\theta$  沿着相对深度的增加从-180° 变化到-150°。结合 1.3 (3) 节的分析结果可得, 当相对深度在 0~0.35 范围内时, 海床内土体单元的应力路径接近于倾斜线段, 其中在 0~0.1、0.18~0.35 相对深度范围内, 线段的斜率为  $-b/a$ , 而在 0.1~0.18 相对深度范围内, 线段的斜率为  $b/a$ , 即在相对深度为 0.1, 0.18 位置处, 土体单元的动应力路径倾斜角度发生突变; 当相对深度在 0.35~1 范围内时, 海床内土体单元的动应力路径为非标准椭圆形。以水平位置为  $L/8$  处的土体单元为例进行说明, 如图 7 所示。除相对深度在 0.1~0.18 范围内之外 (如图 7 深度为 0.12h、0.16h 时所示), 土体单元动应力路径沿深度方向发生逆时针旋转, 而相对深度在 0.1~0.18

范围内时, 土体单元动应力路径沿深度方向发生顺时针旋转 (如图 7 深度为 0.12h、0.16h 时所示)。

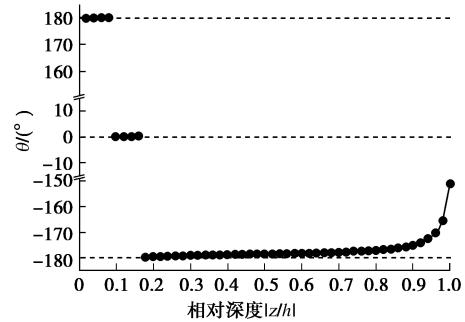


图 6  $\theta$  随相对深度的变化情况

Fig. 6 Variation of  $\theta$  with relative depth

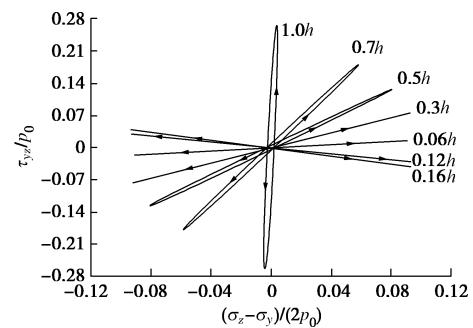


图 7 土体单元动应力路径随深度的变化情况

Fig. 7 Variation of dynamic stress path of soil element with relative depth

## 2.2 水平距离的影响

根据式 (17)、(24) 可得, 对于某一深度位置, 剪应力幅值  $b$  在单位波长范围内沿水平方向以  $L$  为周期呈正弦变化, 而轴向偏差应力幅值的一半  $a$  在单位波长范围内沿水平方向以  $L$  为周期呈余弦变化, 即海床内土体单元剪应力幅值  $b$  的变化范围为  $-0.38 p_0 \sim 0.38 p_0$ , 轴向偏差应力幅值的一半  $a$  的变化范围为  $-0.13 p_0 \sim 0.13 p_0$ 。

由式 (17)、(24) 可得

$$ab = -\frac{1}{2} p_0^2 \sin(2ky) \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \times \sqrt{A_2^2 + B_2^2} \quad (51)$$

由式 (51) 可得,  $ab$  在单位波长范围内沿水平方向以  $L/2$  为周期呈正弦变化, 又因为轴向偏差应力幅值的一半  $a$ 、剪应力幅值  $b$  在单位波长范围内沿水平方向以  $L$  为周期呈周期性变化, 结合式 (26)、(42) 可以得出土体单元动应力路径沿水平方向以  $L/2$  为周期、 $y = k_3 L/4$  ( $k_3 = 1, 2, \dots$ ) 为对称轴发生变化。根据 2.1 节的分析结果, 选择相对深度为 0.16、0.5 位置处的土体单元进行说明, 如图 8 所示。当相对深度在 0.1~0.18 范围内时 (如图 8 (a) 所示), 土体单元的动应力路径沿水平方向发生顺时针旋转, 当相对深度在其他区域范围时 (如图 8 (b) 所示), 土体单元的动应力路径沿水平方向发生逆时针旋转。综合以上的

分析结果可以得出在单位周期范围内, 海床内土体单元动应力路径分布示意图如图 9 所示。

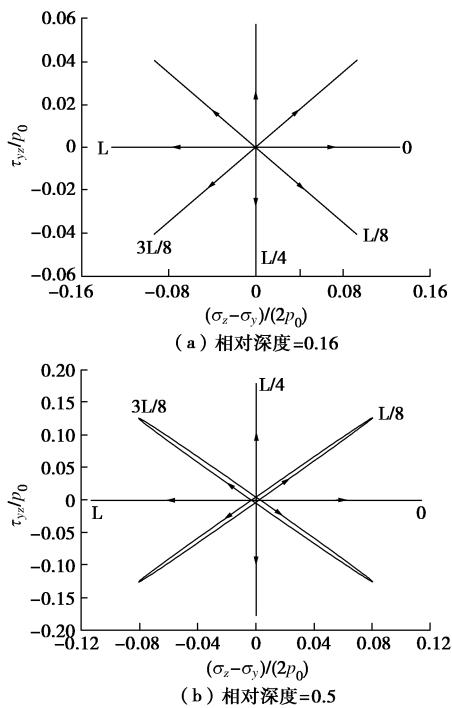


图 8 土体单元动应力路径沿水平方向的变化

Fig. 8 Variation of dynamic stress path of soil element along horizontal direction

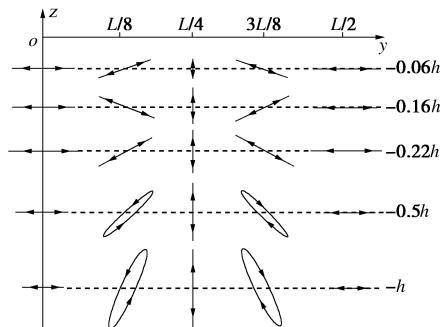


图 9 驻波作用下海床内动应力路径分布

Fig. 9 Spatial distribution of dynamic stress path in seabed under standing waves

### 3 影响因数分析

从前面的分析可知, 驻波作用下海床内土体单元动应力路径图形的分布较为复杂, 与行波作用下有很大的区别。本节主要分析海床渗透系数、波浪周期、海床厚度对海床内土体单元动应力路径的影响。若无特别说明, 计算参数如表 1 所示。

#### 3.1 海床渗透系数的影响

渗透系数作为综合反映土体渗透能力的指标, 不同类型的土体具有不同的渗透系数。通过对 3 种无黏性土体进行研究, 普遍认为细砂的渗透系数为  $10^{-4}$  m/s, 粗砂的渗透系数为  $10^{-3}$  m/s, 砂砾的渗透系数为

$10^{-2}$  m/s<sup>[17-18]</sup>。因此, 采用北海区域的波浪参数以及海床参数(除渗透系数外), 考虑驻波作用下, 海床渗透系数( $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-1}$  m/s)对海床内土体单元动应力路径的影响。图 10 为不同海床渗透系数下  $a_1$ ,  $b_1$  随相对深度的变化情况。在不同渗透系数条件下,  $a_1$ ,  $b_1$  随相对深度的变化曲线基本重合, 即一定驻波作用下, 不同砂质海床内同一位置土体单元产生的轴向偏差应力幅值的一半  $a$ 、剪应力幅值  $b$  相等。因此, 水平位置在波节、波腹位置处的土体单元动应力路径相同。

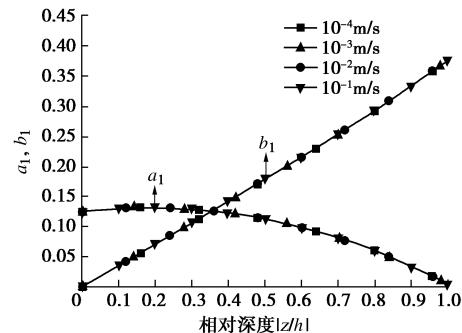


图 10 不同渗透系数条件下  $a_1$ ,  $b_1$  随相对深度的变化情况

Fig. 10 Variation of  $a_1$ ,  $b_1$  with relative depth under different coefficients of permeability

图 11 为不同海床渗透系数条件下, 初始相位差  $\theta$  随相对深度的变化情况。从图上可知, 当渗透系数为  $10^{-2}$ ,  $10^{-1}$  m/s 时, 初始相位差  $\theta$  随相对深度的变化曲线基本重合。4 种不同渗透系数条件下, 在相对深度为 0~0.3 范围时, 初始相位差  $\theta$  的取值与基本相同; 而在相对深度为 0.3~1 范围时, 初始相位差  $\theta$  的取值存在差异, 当渗透系数为  $10^{-2}$ ,  $10^{-1}$  m/s 时, 初始相位差  $\theta$  的取值接近  $-180^\circ$ , 当渗透系数为  $10^{-3}$  m/s 时, 初始相位差  $\theta$  的取值在相对深度为 0.3~0.9 范围内接近  $-180^\circ$ , 而在相对深度为 0.9~1 范围内沿深度方向从  $-180^\circ$  变化到  $-175^\circ$ 。根据 1.3 节的分析结果可得: 随着渗透系数的增大, 海床内应力路径为线段的区域逐渐增大, 当海床渗透系数不小于  $10^{-2}$  m/s 时, 驻波作用下海床内土体单元的动应力路径均为线段, 即动主应力方向只发生  $90^\circ$  的交替突变。

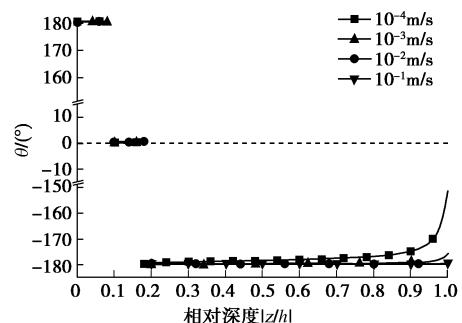


图 11 不同渗透系数条件下  $\theta$  随相对深度的变化情况

Fig. 11 Variation of  $\theta$  with relative depth under different coefficients of permeability

### 3.2 波浪周期的影响

波浪周期作为波浪要素之一, 一般介于 5~20 s<sup>[19]</sup>。采用北海区域的波浪参数(除波浪周期外)以及海床参数, 研究不同波浪周期(5, 10, 15, 20 s)对海床内土体单元动应力路径的影响。图 12 为不同波浪周期条件下,  $a_1$ ,  $b_1$  随相对深度的变化情况, 从图中可知: 在不同波浪周期条件下,  $a_1$ ,  $b_1$  随相对深度的变化曲线基本重合, 即波浪周期的改变不会引起海床内同一位置土体单元轴向偏差应力幅值的一半  $a$ 、剪应力幅值  $b$  的变化。因此, 水平位置在波节、波腹位置处的土体单元应力路径相同。

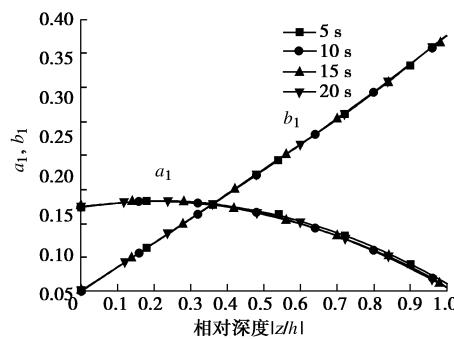


图 12 不同波浪周期条件下  $a_1$ ,  $b_1$  随相对深度的变化情况

Fig. 12 Variation of  $a_1$ ,  $b_1$  with relative depth under different wave periods

图 13 为不同波浪周期条件下, 初始相位差  $\theta$  随相对深度的变化情况。从图中可知, 在海床表层区域(相对深度为 0~0.2), 不同波浪周期下初始相位差  $\theta$  的取值大致相同, 沿深度方向依次接近  $180^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $-180^\circ$ , 即该区域内的土体单元动应力路径为倾斜线段; 在相对深度为 0.2~1 范围内时, 初始相位差  $\theta$  的取值随着波浪周期的增大越来越趋近于  $-180^\circ$ , 但是在不同的波浪周期下, 初始相位差  $\theta$  在海床下部区域的变化范围均为  $-180^\circ \sim -150^\circ$ 。

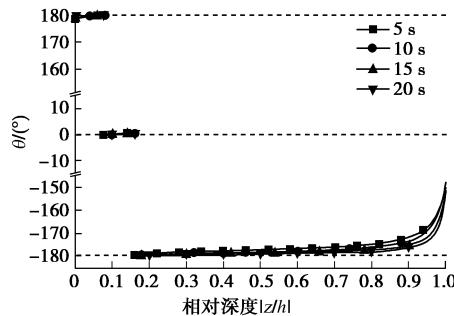


图 13 不同波浪周期条件下  $\theta$  随相对深度的变化情况

Fig. 13 Variation of  $\theta$  with relative depth under different wave periods

### 3.3 海床厚度的影响

行波作用下海床内土体单元的动应力路径受海床

厚度的影响这一结论已经得到证明<sup>[13]</sup>。本节以北海区域的参数(除海床厚度外)为例, 研究驻波作用下, 海床厚度(0.1  $L$ , 0.3  $L$ , 0.5  $L$ , 0.7  $L$ , 1  $L$ , 2  $L$ )对海床内土体单元动应力路径的影响。定义  $\lambda$  为海床深度与波长之比( $\lambda = |z/L|$ )。图 14 为  $a_1$ ,  $b_1$  随海床深度与波长之比  $\lambda$  的变化情况, 图中横轴折断区域( $\lambda$  处于 1.3~1.8 范围)  $a_1$ ,  $b_1$  趋近于 0。由图 14(a) 可知, 在不同海床厚度条件下,  $a_1$  均随着  $\lambda$  的增加先增大后减小; 由图 14(b) 可知  $b_1$  在海床厚度较薄时随着  $\lambda$  的增加逐渐增大, 当海床厚度达到 1  $L$  时,  $b_1$  随着  $\lambda$  的增加先增大后减小, 与  $a_1$  随  $\lambda$  的变化曲线趋近重合, 当海床厚度达到 2  $L$  时,  $a_1$ ,  $b_1$  随  $\lambda$  的变化曲线基本重合。当海床厚度超过 0.5  $L$  时,  $a_1$ ,  $b_1$  均在  $\lambda$  为 0.2 处取得最大值, 即位于波节处土体单元产生的剪应力幅值  $b$  以及波腹处产生的轴向偏差应力幅值的一半  $a$  均在  $\lambda$  为 0.2 处取得最大值, 其中当海床厚度超过 1  $L$  时,  $a_1$ ,  $b_1$  的最大值均为 0.37, 即海床内土体单元轴向偏差应力幅值的一半  $a$ 、剪应力幅值  $b$  的变化范围均为  $-0.37 p_0 \sim 0.37 p_0$ 。

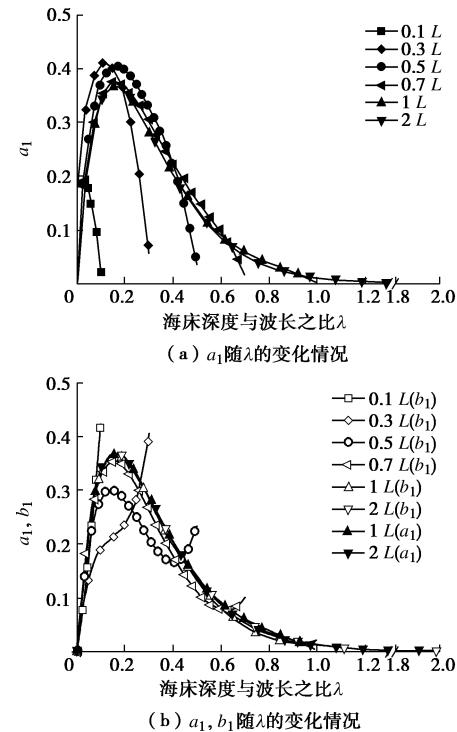


图 14 不同海床厚度条件下  $a_1$ ,  $b_1$  随  $\lambda$  的变化情况

Fig. 14 Variation of  $a_1$ ,  $b_1$  with  $\lambda$  under different thicknesses of seabed

图 15 为不同海床厚度条件下, 初始相位差  $\theta$  随海床深度与波长之比  $\lambda$  的变化情况。从图中可知, 当海床厚度较薄时, 在海床表层 0~0.03  $L$  深度范围内, 初始相位差  $\theta$  沿深度方向依次趋近与  $180^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $-180^\circ$ , 即在该深度范围内, 土体单元的动应力路径

趋近于线段；在海床其他区域内初始相位差  $\theta$  沿深度方向在  $-180^\circ \sim -150^\circ$  范围内变化，如海床厚度为  $0.077L$  (25 m)、 $0.1L$  所示。

当海床厚度在  $0.3 \sim 2L$  范围内时，初始相位差  $\theta$  在海床较大深度范围内沿深度方向在  $-180^\circ \sim -175^\circ$  范围内变化，同时随着海床厚度的增加，初始相位差  $\theta$  取值趋近  $-180^\circ$  的区域逐渐增大，即海床内土体单元动应力路径趋近于线段的区域逐渐增大。在海床底部  $0.1L$  深度范围内初始相位差  $\theta$  沿着深度方向从  $180^\circ$  变化到  $150^\circ$ ，而在海床下部较小深度范围内，初始相位差  $\theta$  的取值分布在  $0^\circ$  附近，当海床厚度为  $0.3L$  时，初始相位差  $\theta$  沿深度方向从  $5^\circ$  变化到  $-5^\circ$ ，随着海床厚度的增加，初始相位差  $\theta$  趋近于  $0^\circ$ 。

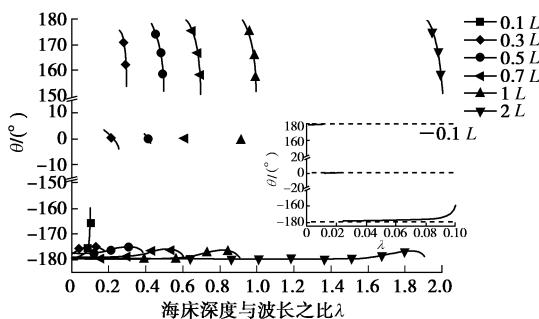


图 15 不同海床厚度条件下  $\theta$  随  $\lambda$  的变化情况

Fig. 15 Variation of  $\theta$  with  $\lambda$  under different thicknesses of seabed

## 4 结 论

本文基于驻波作用下有限厚度海床动力响应的二维解析解，推导了海床中一点土体单元在  $[(\sigma_z - \sigma_y)/2, \tau_{yz}]$  平面上的动应力路径，以北海区域的波浪、海床参数为例对动应力路径的分布进行分析，同时讨论了海床渗透系数、波浪周期、海床厚度对海床内土体单元动应力路径的影响，得到了如下主要结论：

(1) 驻波作用下，海床内土体单元水平位置位于波节处的动应力路径为纵轴上的一条线段；水平位置位于波腹处的动应力路径为横轴上的一条线段；水平位置位于波节与波腹之间的动应力路径为非标准椭圆形，对于海床表层土体单元动应力路径为倾斜线段的情况可视为非标准椭圆形的特例。

(2) 以北海区域参数为例分析得到驻波作用下海床内土体单元的动应力路径沿水平方向以  $L/2$  为周期、 $y = kL/4 (k = 1, 2, \dots)$  为对称轴发生变化。当相对深度在  $0 \sim 0.35$  范围内时，水平位置位于波节与波腹之间土体单元的动应力路径趋近于线段，而在相对深度为  $0.35 \sim 1$  时，其动应力路径为非标准椭圆形，初始

相位差  $\theta$  沿着相对深度的增加从  $-180^\circ$  变化到  $-150^\circ$ 。海床内土体单元剪应力幅值  $b$  的变化范围为  $-0.38p_0 \sim 0.38p_0$ ，轴向偏差应力幅值的一半  $a$  的变化范围为  $-0.13p_0 \sim 0.13p_0$ 。

(3) 海床渗透系数、波浪周期的变化不会改变海床内同一位置土体单元剪应力幅值  $b$ 、轴向偏差应力幅值的一半  $a$  的取值，而对初始相位差  $\theta$  的取值会产生影响。当海床渗透系数不小于  $10^{-2}$  m/s 时，海床内土体单元的动应力路径均为线段。在不同的波浪周期下，初始相位差  $\theta$  在海床下部区域的变化范围均为  $-180^\circ \sim -150^\circ$ 。

(4) 当海床厚度超过  $1L$  时，海床内土体单元轴向偏差应力幅值的一半  $a$ 、剪应力幅值  $b$  的变化范围相同，均为  $-0.37p_0 \sim 0.37p_0$ 。当海床厚度较薄时，在海床表层  $0 \sim 0.03L$  深度范围内，动应力路径趋近于线段，在海床其他区域内初始相位差  $\theta$  沿深度方向在  $-180^\circ \sim -150^\circ$  范围内变化；当海床厚度在  $0.3 \sim 2L$  范围内时，初始相位差  $\theta$  在海床较大深度范围内沿深度方向在  $-180^\circ \sim -175^\circ$  范围内变化，同时随着海床厚度的增加，海床表层土体单元动应力路径趋近于线段的区域逐渐增大，在海床底部  $0.1L$  深度范围内初始相位差  $\theta$  沿着深度方向从  $180^\circ$  变化到  $150^\circ$ 。

## 参 考 文 献：

- [1] MADSEN O S. Wave-induced pore pressures and effective stresses in a porous bed[J]. Géotechnique, 1978, **28**(4): 377 - 393.
- [2] HSU J, JENG D. Wave-induced soil response in an unsaturated anisotropic seabed of finite thickness[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1994, **18**: 785 - 807.
- [3] JENG D S, SEYMOUR B R. Response in seabed of finite depth with variable permeability[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1997, **123**(10): 902 - 911.
- [4] JENG D. Soil response in cross-anisotropic seabed due to standing waves[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1997, **123**: 9 - 19.
- [5] ISHIHARA K, TOWHATA I. Sand response to cyclic rotation of principal stress directions as induced by wave loads[J]. Soils and Foundations, 1983, **23**(4): 11 - 26.
- [6] TOWHATA I, ISHIHARA K. Shear work and pore water pressure in undrained shear[J]. Soils and Foundations, 1985, **25**(3): 73 - 84.
- [7] 李建国, 汪 稔, 虞海珍, 等. 初始主应力方向对钙质砂

- 动力特性影响的试验研究[J]. 岩土力学, 2005, **26**(5): 723 - 727. (LI Jian-guo, WANG Ren, YU Hai-zhen, et al. Experimental research on effect of initial principal stress orientation on dynamic properties of calcareous sand[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, **26**(5): 723 - 727. (in Chinese))
- [8] 郭莹, 栾茂田, 何杨, 等. 主应力轴持续旋转条件下饱和松砂的振动孔隙水压力特性[J]. 地震工程与工程振动, 2007, **27**(3): 156 - 162. (GUO Ying, LUAN Mao-tian, HE Yang, et al. Dynamic porewater pressure behavior for saturated loose sand under condition of continuous rotation in principal stress direction[J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2007, **27**(3): 156 - 162. (in Chinese))
- [9] 张健, 高玉峰, 沈扬, 等. 波浪荷载作用下饱和粉土反正弦孔压拟合参数影响因素分析[J]. 岩土力学, 2011, **32**(3): 727 - 732. (ZHANG Jian, GAO Yu-feng, SHEN Yang, et al. Factor analysis of fitting parameter for saturated silt arcsin pore water pressure under wave loading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(3): 727 - 732. (in Chinese))
- [10] 王立忠, 潘冬子, 凌道盛. 海床波浪响应的积分变换解及其分析应用[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(7): 847 - 852. (WANG Li-zhong, PAN Dong-zi, LING Dao-sheng. Analysis on integral transform of the wave-induced response in seabed and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(7): 847 - 852. (in Chinese))
- [11] 栾茂田, 金丹, 许成顺, 等. 双向耦合剪切条件下饱和松砂的液化特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(6): 790 - 794. (LUAN Mao-tian, JIN Dan, XU Cheng-shun, et al. Liquefaction of sand under bi-directional cyclic loading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(6): 790 - 794. (in Chinese))
- [12] 许成顺, 高英, 杜修力, 等. 双向耦合剪切条件下饱和砂土动强度特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(12): 2335 - 2340. (XU Cheng-shun, GAO Ying, DU Xiu-li, et al. Dynamic strength of saturated sand under bi-directional cyclic loading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(12): 2335 - 2340. (in Chinese))
- [13] 王忠涛, 刘鹏, 杨庆. 非标准椭圆形应力路径下饱和松砂动强度的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(6): 1133 - 1139. (WANG Zhong-tao, LIU Peng, YANG Qing. Dynamic strength of saturated loose sand under nonstandard elliptical stress path[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(6): 1133 - 1139. (in Chinese))
- [14] SILVESTER R, HSU J R C. Sines revisited[J]. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 1989, **115**(3): 327 - 343.
- [15] SMITH A W S, GORDON A D. Large breakwater toe failures[J]. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 2000, **126**(2): 253 - 255.
- [16] KIRCA V S O, SUMER B M, FREDSOE J. Residual liquefaction of seabed under standing waves[J]. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 2013, **139**(6): 489 - 501.
- [17] JENG D S. Wave-induced seabed instability in front of a breakwater[J]. Ocean Engineering, 1997, **24**(10): 887 - 917.
- [18] MEI C C, FODA M A. Wave-induced responses in a fluid-filled poro-elastic solid with a free surface - a boundary layer theory[J]. Geophysical Journal Royal Astronomical Society, 1981, **66**: 597 - 631.
- [19] 钱寿易, 楼志刚, 杜金声. 海洋波浪作用下土动力特性的研究现状和发展[J]. 岩土工程学报, 1982, **4**(1): 16 - 23. (QIAN Shou-yi, LOU Zhi-gang, DU Jin-sheng. State of the art of dynamic characteristics of soil under ocean wave loading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1982, **4**(1): 16 - 23. (in Chinese))