

DOI: 10.11779/CJGE201804018

# 考虑主应力轴方向的砂土各向异性强度准则与滑动面研究

董 彤<sup>1, 2</sup>, 郑颖人<sup>1, 2</sup>, 孔 亮<sup>3</sup>, 柘 美<sup>4</sup>

(1. 陆军勤务学院岩土力学与地质环境保护重庆市重点实验室, 重庆 401311; 2. 重庆市地质灾害防治工程技术研究中心, 重庆 400041;  
3. 青岛理工大学理学院, 山东 青岛 266033; 4. 重庆交通大学材料科学与工程学院, 重庆 400074)

**摘要:** 主应力加载方向对土体强度产生影响的根本原因是土体存在各向异性。对于横观各向同性砂土而言, 沿不同平面的抗剪强度随该平面与沉积面夹角增大而增大。认为砂土固有各向异性强度与该平面的各向异性参数密切相关, 给出了各向异性砂的峰值强度表达式。在 SMP 准则中, 各个潜在滑动面上的剪正应力比相同, 各向异性砂土的抗剪强度和滑动面位置由强度最低的潜在滑动面所决定。综合考虑主应力轴、滑动面以及沉积面之间的位置关系, 得到了砂土的各向异性强度准则。采用福建标准砂进行了一系列定轴剪切试验, 系统地观测了定轴剪切试验中试样滑动面的特征。已有试验数据和理论结果的对比表明, 各向异性强度准则可以较好地预测各向异性砂土的强度与滑动面位置。

**关键词:** 各向异性; 空间滑动面; 强度准则; 主应力轴方向

中图分类号: TU431 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2018)04-0736-07

作者简介: 董 彤(1990- ), 男, 山东新泰人, 博士研究生, 主要从事岩土本构关系方面的研究。E-mail: dt0706@126.com。

## Strength criteria and slipping planes of anisotropic sand considering direction of major principal stress

DONG Tong<sup>1, 2</sup>, ZHENG Ying-ren<sup>1, 2</sup>, KONG Liang<sup>3</sup>, ZHE Mei<sup>4</sup>

(1. Chongqing Key Laboratory of Geomechanics and Geoenvironmental Protection, Army Logistical University of PLA, Chongqing 401311, China; 2. Chongqing Engineering and Technology Research Center of Geological Hazard Prevention and Treatment, Chongqing 400041, China; 3. School of Sciences, Qingdao Technological University, Qingdao 266033, China; 4. Institute of Material Science and Engineering, Chongqing Jiao Tong University, Chongqing 400074, China)

**Abstract:** The effect of directions of the principal stress on the deformation and strength of sand is due to the anisotropy of soils. The shear strength on a certain plane of the cross-isotropic sand is larger when the angle between this plane and the bedding plane is larger. Assuming that the intrinsic anisotropy strength of sand is closely related to the anisotropy parameter of the plane, the peak strength of anisotropic soils is presented. As the shear-normal stress ratio of each potential slipping plane of the SMP criterion is the same, the shear strength and position of the slipping plane are determined by the potential slipping plane with the lowest shear strength. On this basis, an anisotropic strength criterion is proposed by considering the relationship among the principal stress axis, the slipping plane and the bedding plane. A series of shear tests with fixed direction of the major principal stress are carried out using Fujian standard sand in order to systematically observe the slipping plane of the specimens. Comparison between the predicted data and the measured results indicates that the anisotropic model can well reflect the strength and the position of the slipping plane of the anisotropic soils.

**Key words:** anisotropy; spatially mobilized plane; strength criterion; direction of principal stress

## 0 引言

砂土的抗剪强度随主应力轴方向的变化而发生明显的变化<sup>[1-14]</sup>, 这一现象广泛地存在于堤坝、路基、隧道等岩土工程中, 其根本原因是天然状态下土体一般具有显著的各向异性<sup>[1]</sup>。砂土在形成过程中, 受重力等外部作用的影响, 不规则的颗粒按一定规律进行

排列, 形成若干沉积面。平行于沉积面的各个平面内力学特性相近, 在垂直于沉积面的方向则具有轴对称, 即呈现出横观各向同性。因此, 在研究砂土的强度特

基金项目: 国家自然科学基金项目(11572165)

收稿日期: 2016-12-24

性时, 必须综合考虑外部荷载的大小、方向以及材料自身各向异性的影响<sup>[13]</sup>。

为了揭示颗粒材料沿不同方向发生剪切时的强度变化规律, Atthor 等<sup>[2]</sup>和 Tong 等<sup>[3]</sup>分别进行了直剪试验, 结果表明, 倾斜试样沿特定平面的抗剪强度随沉积面与该平面之间的夹角  $\delta$  减小而逐渐减小, 当沿沉积面进行剪切时, 颗粒材料的抗剪强度最低。鉴于工程中土体的主应力方向比其滑动面位置更容易确定, 因而, 人们更关心大主应力加载方向与抗剪强度之间的关系。通过控制主应力轴方向, 蔡燕燕等<sup>[4-5]</sup>、黄茂松<sup>[6]</sup>、沈扬等<sup>[7]</sup>、Lade 等<sup>[8]</sup>、童朝霞<sup>[9]</sup>、Miura 等<sup>[10]</sup>采用空心圆柱扭剪仪发现土体的抗剪强度随大主应力方向与沉积方向之间的夹角  $\alpha$  的增大而先降低后提高, 在  $\alpha = 45^\circ \sim 70^\circ$  时抗剪强度存在极小值。

在建立可以反映砂土各向异性的强度准则时, 一种方法是根据定轴剪切试验结果, 直接拟合得到抗剪强度随大主应力方向变化的非线性经验公式<sup>[9-10]</sup>; 另一种方法是假定强度参数(如内摩擦角<sup>[11-12]</sup>或峰值强度<sup>[13-14]</sup>)随  $\delta$  增大而按特定的规律降低, 以建立适用于横观各向同性材料的强度准则。大多数已有各向异性强度准则虽然可以描述土体强度随  $\delta$  的变化规律, 但由于所采用的假设仅是对宏观试验现象的简单描述, 缺乏对各向异性强度变化的机理分析, 导致所建立的各向异性强度准则大都需要引入经验性假设<sup>[9-14]</sup>, 制约了模型的适用范围。

空间滑动面(SMP)理论具有明确的物理意义, 很好地描述了主应力轴方向与滑动面之间的位置关系。综合考虑组构张量和应力张量对各向异性强度的影响, 本文探讨了不同平面上横观各向同性砂土的各向异性强度。在此基础上, 考虑主应力方向、潜在滑动面和沉积面之间的关系, 研究了定轴剪切试验中横观各向同性土的各向异性强度随  $\alpha$  变化的机理。继而对各向异性强度参数进行修正, 建立了能考虑应力加载方向的各向异性强度准则。采用重塑砂土系统地进行主应力轴方向固定的剪切试验, 以研究主轴方向不同时滑动面的特征, 并结合已有试验研究成果, 从强度规律和滑动面位置两方面, 对所建立的模型进行验证。

## 1 考虑主应力轴方向的各向异性强度准则

“固有各向异性强度”(内因)和“强度发挥平面的位置”(外因)共同决定了土体的各向异性强度。土体沿各个方向的内在各向异性强度可以通过沿各个方向的各向异性水平进行衡量; 由于砂土存在摩擦性,

在发生剪切破坏时, 强度发挥平面(即滑移面)的位置取决于主应力轴方向, 且与之存在一定的夹角。因此, 在建立各向异性强度准则时, 必须综合考虑砂土固有各向异性强度的变化规律以及沉积面与滑移面之间的位置关系。

### 1.1 考虑应力加载方向的各向异性强度准则

沿滑动面(SMP)上砂土剪应力与垂直应力之比  $\tau / \sigma_N$  最大<sup>[13, 15]</sup>, 最容易发生滑动。相较于其他已有强度准则, SMP 准则的滑动面位置更为明确。各向同性砂土的 SMP 准则可以写作

$$f(\sigma) = \sqrt{\frac{I_1 I_2 - 9I_3}{9I_3}} = \tan \varphi \quad . \quad (1)$$

对于各向异性材料而言, 不仅需要考虑应力的大小, 还要考虑主应力加载方向、滑动面以及沉积面位置对强度参数  $\varphi$  的共同影响, 故  $\varphi$  不再是一个定值, 而是关于滑动面与沉积面夹角  $\delta$  的函数。各向异性砂土的 SMP 准则应表述为

$$f(\sigma, \delta) = \sqrt{\frac{I_1 I_2 - 9I_3}{9I_3}} = \tan \varphi(\delta) \quad . \quad (2)$$

将这种考虑了沉积面与空间滑动面之间位置关系的各向异性 SMP 准则称为 DSMP 准则。当砂土为各向同性时, 强度参数  $\varphi$  为定值, 不需要考虑沉积面的方向, 此时 DSMP 准则退化为 SMP 准则。鉴于砂土各向异性强度随  $b$  值变化的模型已经较为完善, 本文不再赘述。当  $b=0$  时, 内摩擦角可由峰值强度求得

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{3M}{6+M}\right) \quad , \quad (3)$$

式中,  $M$  为砂土的各向异性强度, 满足  $M = q/p$ 。因此, 建立各向异性模型的关键在于确定各向异性材料的峰值强度在各个方向的变化规律。

### 1.2 砂土的固有各向异性强度

各向异性岩土材料的强度参数依赖于研究平面的位置。在重力和沉积作用下形成的横观各向同性土的颗粒排布具有水平方向的倾向性, 为了定量地描述不规则颗粒及粒间孔隙的排布特征, 引入组构张量  $F$ <sup>[17]</sup>:

$$F_{ij} = \begin{bmatrix} F_1 & 0 & 0 \\ 0 & F_2 & 0 \\ 0 & 0 & F_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{3+\Delta} \begin{bmatrix} 1-\Delta & 0 & 0 \\ 0 & 1+\Delta & 0 \\ 0 & 0 & 1+\Delta \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中,  $\Delta$  表示颗粒各向异性程度的标量, 与颗粒主轴方向密切相关。当  $\Delta=0$  时, 组构张量的主对角元素相同, 表明材料沿各个方向的性质相同, 即各向同性; 当  $0 < \Delta < 1$  时, 表明颗粒主轴更多地沿沉积面分布; 当  $\Delta=1$  时, 所有颗粒的主轴都平行于水平面, 此时各向异性程度最大; 当  $-1 \leq \Delta < 0$  时, 颗粒主轴更多的

沿竖直方向, 对于岩土材料而言, 这种情况较少, 一般不予考虑。

由于组构张量是基于微观分析而定义的一个描述材料微结构体特征的状态变量, 难以直接从宏观试验现象中得到其确切的表达。为便于建模, 通常采用组构张量与应力张量的联合不变量来描述宏观尺度下材料的各向异性力学行为<sup>[16]</sup>。基于上述思想, 高志伟等<sup>[17]</sup>定义了一个标准化的各向异性参数  $A$ :

$$A = \frac{s_{ij}d_{ij}}{\sqrt{s_{mn}s_{mn}}\sqrt{d_{pq}d_{pq}}} , \quad (5)$$

式中,  $s_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$ ,  $d_{ij} = F_{ij} - F_{kk}\delta_{ij}/3$ , 分别为偏应力张量和偏组构张量。 $\delta_{ij}$  为 Kronecker 符号, 当  $i=j$  时,  $\delta_{ij}=1$ ; 否则,  $\delta_{ij}=0$ 。在空心圆柱扭剪试验中, 试样沉积面平行于水平面, 对文献[17]的计算结果进行化简, 可得土体的各向异性参数与  $\delta$  之间的关系为

$$A = \frac{-3\cos^2\delta + b + 1}{2\sqrt{b^2 - b + 1}} . \quad (6)$$

试验表明, 峰值强度  $M$  与  $\delta$  满足近似三角函数的非线性关系<sup>[3-10]</sup>, 式(6)表述的各向异性参数可以很好地反映这一现象。材料沿某一方向的峰值应力与该方向的各向异性参数密切相关<sup>[17-18]</sup>, 假设二者满足线性关系, 可得各向异性材料的峰值强度  $M$  的计算公式:

$$M = M_{\delta_1} + (M_{\delta_2} - M_{\delta_1}) \frac{A - A_{\delta_2}}{A_{\delta_1} - A_{\delta_2}} , \quad (7)$$

其中,  $\delta_1$  与  $\delta_2$  为  $\delta$  的任意两个不同的值;  $M_{\delta_1}$  与  $M_{\delta_2}$  分别为  $\delta=\delta_1$  与  $\delta=\delta_2$  时的峰值强度, 可以通过试验直接测得。相应地,  $A_{\delta_1}$  与  $A_{\delta_2}$  分别为  $\delta=\delta_1$  与  $\delta=\delta_2$  时的各向异性参数, 可以通过式(6)直接计算得到。

以  $\delta_1=0^\circ$ ,  $\delta_2=90^\circ$ ,  $b=0$ ,  $M_{\delta_1}=1$  为例, 图 1 诠释了土体沿不同平面的峰值强度与该平面位置之间的关系。试样沿竖直方向 ( $\delta_2=90^\circ$ ) 的峰值强度  $M_{\delta_2}$  与沿水平方向 ( $\delta_1=0^\circ$ ) 的峰值强度  $M_{\delta_1}$  之比越大, 表明土体沿各个方向的峰值强度差异性越大, 因此,  $M_{\delta_2}/M_{\delta_1}$  直接反映了横观各向同性土体的各向异性水平。由图 1 可知, 随着  $M_{\delta_2}/M_{\delta_1}$  的不断增大, 峰值强度随  $\delta$  的变化越为明显。记  $\delta_1=0^\circ$  时  $M=M_0$ ;  $\delta_2=90^\circ$  时  $M=M_{90}$ 。对于  $M_{90}/M_0$  恒定的情况下, 随着  $\delta$  从  $0^\circ$  逐渐增大到  $90^\circ$ , 横观各向异性土体的峰值强度以弦函数形式逐渐增大, 与定轴剪切试验所得到的规律一致<sup>[2-3]</sup>。

### 1.3 各向异性砂土的实测强度

除直剪试验外, 绝大部分土工试验中试样的滑动面与沉积面之间的位置关系均无法直观地确定。在真三轴试验、空心扭剪试验或实际工程中, 必须通过主

应力大小与方向来间接地确定滑动面的位置, 以得到砂土的各向异性强度。

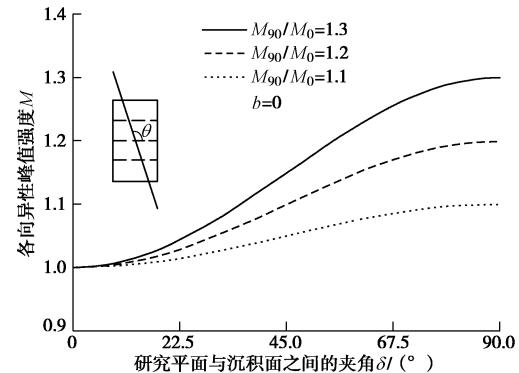


图 1 峰值强度  $M$  随  $\delta$  的变化关系

Fig. 1 Relationship between  $M$  and  $\delta$

记  $\sigma_1$  垂直于沉积面时, 大主应力方向角  $\alpha=0^\circ$ 。如图 2 所示, 在二维条件下, 横观各向异性砂土存在一对潜在滑动面:  $A$  面与  $B$  面。当大主应力轴相对于沉积面发生转动时, 潜在滑动面也以同样的规律转动, 潜在滑动面  $A$ ,  $B$  与沉积面(水平面)之间的夹角  $\delta_A$  与  $\delta_B$  始终满足:

$$\delta_A = 90^\circ + \beta_A + \alpha , \quad (8)$$

$$\delta_B = 90^\circ - \beta_B + \alpha , \quad (9)$$

式中,  $\beta_A$ ,  $\beta_B$  为潜在滑动面与大主应力方向的夹角, 满足:

$$\beta_A = -\beta_B = \arccos \sqrt{\frac{I_3}{\sigma_1 I_2}} . \quad (10)$$

由于砂土存在各向异性, 潜在滑动面与沉积面夹角不同时, 各向异性材料的峰值强度  $M$  与内摩擦角的取值不同。通常选取沉积面水平的试样 ( $\alpha=0^\circ$ ,  $b=0$ ) 与沉积面竖直的试样 ( $\alpha=90^\circ$ ,  $b=0$ ) 的三轴剪切强度  $M_c$  与  $M_e$  作为一组参数, 代入式(7)得到任意  $\alpha$  下潜在滑动面上的峰值强度值。

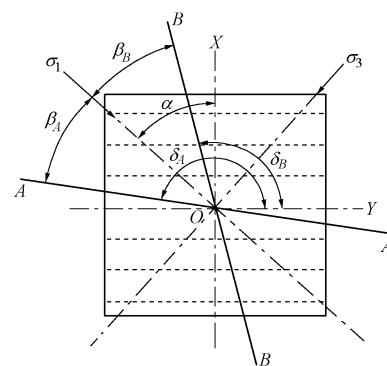


图 2 潜在滑动面与主应力加载方向之间关系

Fig. 2 Relationship between potential SMP sand  $\alpha$

以材料强度参数  $M_c=1.458$ ,  $M_e=1.257$  为例,

图3给出了 $b=0$ 时, 横观各向同性砂土的强度随大主应力方向的变化规律。由图3, 5可知, 就A面而言, 当 $\alpha$ 由 $0^\circ$ 逐渐增大时, A面与沉积面趋于重合, 沿A面上横观各向同性砂土的强度逐渐降低; 当 $\alpha=90^\circ-\beta_A$ 时, A面与沉积面平行, A面上的强度最低, 土体最易发生滑动<sup>[3, 13]</sup>; 随着 $\alpha$ 继续增大, A面逐渐远离沉积面, 沿A面的强度逐渐增大, 直至A面垂直于沉积面时, 峰值强度达到最大值。与A面相似, 沿B面上土的强度也反映了横观各向同性土体固有的剪切强度。DSMP准则可以很好地描述主应力轴方向发生变化时各向异性砂土的强度变化规律。

如图3所示, 对于各向异性砂土而言, 每个潜在滑动面上的剪正应力比相同, 但在不同的潜在滑动面上, 材料的强度不同。因此, 试样发生破坏时始终沿强度最低的潜在滑动面发生滑动, 土的峰值强度也由强度最低的潜在滑动面所决定。当 $\alpha=0^\circ$ 时, A面与B面的峰值强度均满足 $M=M_c$ ; 在 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ 范围内, 虽然A面与B面上剪正应力比 $\tau/\sigma_N$ 相同且最大, 但由于土体沿A面的强度小于沿B面的强度, 因此, 土体沿A面发生滑动, 各向异性强度随 $\alpha$ 先减小再增大, 在 $\alpha=90^\circ-\beta_A$ 时取极小值, 这与试验所得规律一致<sup>[3-10]</sup>; 当 $\alpha=90^\circ$ 时, A面与B面的峰值强度再次相同, 均为 $M_c$ ;  $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$ 时, 土体沿B面发生滑动, 剪切强度在 $\alpha=90^\circ+\beta_B$ 时取极小值。图3还表明, 横观各向同性土体峰值强度以随 $\alpha$ 以 $180^\circ$ 为周期发生变化, 相应地A面与B面也以 $180^\circ$ 为周期交替发生滑动。

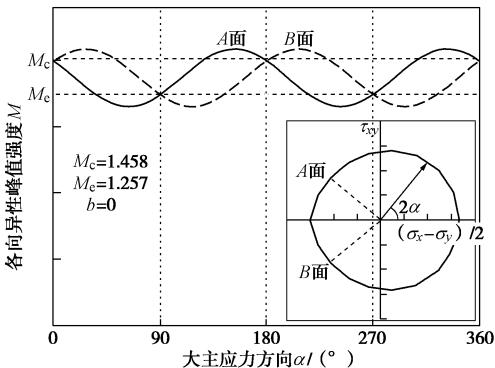


图3 各向异性强度 $M_\alpha$ 与 $\alpha$ 的关系( $b=0$ )

Fig. 3 Relationship between  $M_\alpha$  and  $\alpha$

在图3的 $\tau_{xy} - (\sigma_x - \sigma_y)/2$ 坐标下, 各向异性材料的峰值强度包络线为一条不规则的封闭曲线:  $\tau_{xy}$ 为正值时, 沿A面发生滑动;  $\tau_{xy}$ 为负值时, 沿B面发生滑动。曲线的半径(曲线上点到坐标原点的距离)的长度反映了材料的抗剪强度, 半径与 $(\sigma_x - \sigma_y)/2$ 轴正方向的夹角为 $2\alpha$ 。当 $2\alpha$ 由 $0^\circ$ 逐渐增大到 $180^\circ$ 的过程中, 曲线半径先减小后增大。当 $2\alpha=0^\circ$ 时,

半径最大, 反映了沉积面水平的三轴试样抗剪强度; 当 $2\alpha=180^\circ$ 时, 反映了沉积面竖直的三轴试验抗剪强度; 当 $2\alpha=180^\circ-2\beta$ 或 $2\alpha=180^\circ+2\beta$ 时, 半径最小, 此时A面或B面与沉积面平行, 抗剪强度最低。综上所述, 考虑应力加载方向时, 砂土的实际剪切强度始终为各个潜在滑动面上土体强度的最小值, 即

$$M = \min(M_A, M_B) \quad (11)$$

式中,  $M_A$ 与 $M_B$ 分别为潜在滑动面A与B的剪切强度。

相应地, 定轴剪切试验的滑动面位置也由强度最低的潜在滑动面所决定。

## 2 试验验证

分别采用日本丰浦砂<sup>[9-10]</sup>、粗粒土<sup>[4-5]</sup>以及福建标准砂(本文试验)对本文建立的各向异性强度准则进行验证。一方面验证 $M$ 随 $\alpha$ 的变化规律; 另一方面验证由强度准则所预测的滑动面位置的准确性。

### 2.1 定轴剪切试验方案

试验仪器为GCTS公司研发的空心圆柱扭剪仪HCA-100, 所采用的试样尺寸为内径60 mm×外径100 mm×高200 mm。通过独立控制试样所受的轴力 $W$ , 扭矩 $M_T$ , 内围压 $p_i$ 以及外围压 $p_0$ , 能够完成考虑主应力轴方向的复杂应力路径试验。为了研究围压、剪应力、中主应力以及主应力轴方向角对砂土强度的影响, 试验由应力体系 $p, q, b, \alpha$ 进行控制:

$$p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3, \quad (12)$$

$$q = (\sigma_1 - \sigma_3)/2, \quad (13)$$

$$b = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3), \quad (14)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_z - \sigma_\theta} \right). \quad (15)$$

本文试验采用福建标准砂, 室内试验测得其颗粒相对密度 $G_s=2.643$ , 最大孔隙比 $e_{\max}=0.907$ , 粒径尺寸 $d_{50}=0.31$ , 不均匀系数 $C_u=1.548$ ,  $C_c=1.104$ , 最小孔隙比 $e_{\min}=0.513$ , 相应的最小干密度 $\rho_{d\min}=1.386 \text{ g/cm}^3$ , 最大干密度 $\rho_{d\max}=1.747 \text{ g/cm}^3$ 。采用分层灌砂法制得相对密度 $D_r=50\pm5\%$ 的空心圆柱试样并通入 $\text{CO}_2$ , 再在反压 $u=300 \text{ kPa}$ 条件下进行反压饱和, 保证饱和后试样的孔压系数 $B$ 均大于98%。

针对实际工程中砂土所受大主应力方向与沉积方向不平行的现象, 在不排水条件下, 进行了一系列主应力轴方向固定的不排水剪切试验。在有效等向围压分别为200 kPa(F2系列)和400 kPa(F4系列)条件下(反压均为300 kPa)对试样进行固结, 再保持围压 $p$ 、中主应力系数( $b=0.5$ )和大主应力轴方向角 $\alpha$ 不变, 只增加 $q$ 直至试样发生破坏, 具体加载方案

见表1。

表1 试验方案  
Table 1 Test programs

试验 编号	应力路径		试验 编号	应力路径	
	$\alpha/(^{\circ})$	其他参数		$\alpha/(^{\circ})$	其他参数
F200	0		F400	0	
F215	15	$p=500$	F415	15	$p=700$
F230	30	kPa,	F422	22.5	kPa,
F245	45	$b=0$ ,	F430	30	$b=0$ ,
F260	60	$q$ 从 0 开始逐渐增	F445	45	$q$ 从 0 开始逐渐增
F267	67.5		F460	60	
F275	75	大至破坏	F475	75	大至破坏
F290	90		F490	90	

根据文献[18]的计算结果, 可以通过偏应力直接确定外荷载加载方式, 以严格控制试验的应力路径:

$$P_0 = E \left( p + \frac{4b-2}{3} q \right) + F \left( p + \frac{1-2b}{3} q - q \cos 2\alpha \right), \quad (16)$$

$$P_i = G \left( p + \frac{4b-2}{3} q \right) - H \left( p + \frac{1-2b}{3} q - q \cos 2\alpha \right), \quad (17)$$

$$W = A \left( p + \frac{1-2b}{3} q + q \cos 2\alpha \right) - D, \quad (18)$$

$$M_T = \frac{2}{3} C q \sin 2\alpha, \quad (19)$$

式中,  $A = \pi(r_0^2 - r_i^2)$ ,  $C = \pi(r_0^3 - r_i^3)$ ,  $D = \pi(P_0 r_0^2 - P_i r_i^2)$ ,  $E = (r_0 + r_i)/2r_0$ ,  $F = (r_0 - r_i)/2r_0$ ,  $G = (r_0 + r_i)/2r_i$ ,  $H = (r_0 - r_i)2r_i$ ,  $r_0$  与  $r_i$  分别为空心圆柱试样的外径与内径。

采用灌砂法制样的过程中, 砂土颗粒沿水平面的各个方向上沉积作用一致、力学性质相近, 而在竖直方向表现出明显的差异性, 因而所制得试样为沉积面水平的横观各向同性材料<sup>[1, 13]</sup>。本文试验以  $q/p'$  的最大值作为试样的破坏标准, 即  $M = (q/p')_{\max}$ 。以试样破坏时的应力状态作为绘制试验应力路径的终止点, 图4给出了F2系列试验所测得的应力路径与强度包络线, 其形状与图3所示的理论结果大致相同。

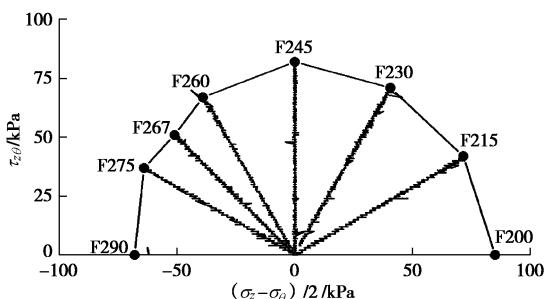


图4 实测应力路径(F2系列)

Fig. 4 Measured stress paths

## 2.2 各向异性强度准则验证

以  $\alpha=0^{\circ}$  与  $90^{\circ}$  时定轴剪切试验的强度作为强度参数  $M_c$  与  $M_e$  代入式(7), 再采用 DSMP 模型对不同  $\alpha$  下土体各向异性强度进行预测, 图5给出了  $\alpha$  变化时  $M$  的理论值。与试验结果对比发现, 砂土的剪切强度明显地依赖于主应力的加载方向。随着  $\alpha$  从  $0^{\circ}$  开始逐渐增大,  $M$  先降低后增大。当  $\alpha=0^{\circ}$  时, 抗剪强度最高; 当  $\alpha=60^{\circ}$  左右时, 抗剪强度达到其极小值。就本文试验而言, 在  $\alpha=90^{\circ}$   $- \beta_A = 59.8^{\circ}$  时取理论上的极小值点, 试验中  $\alpha=60^{\circ}$  时强度取最小值, 由此可见, DSMP 模型很好地预测了强度的最小值即相应的  $\alpha$  值。其它几组试验的对比验证也得到了相同的结论。此外, 图5对不同类型砂土的试验数据与预测结果进行了对比, 对比发现尽管不同砂土的力学性质不同, 但 DSMP 准则对各向异性峰值强度均做出了较为准确的预测, 展现出较强的适用性。

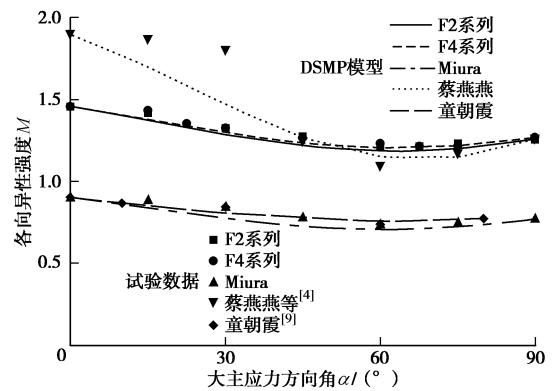


图5 各向异性强度同大主应力方向之间的关系

Fig. 5 Relationship between  $M$  and  $\alpha$

## 2.3 滑动面位置试验验证

为了观察定轴剪切试验中试样滑动面的特征, 本文在试验结束后, 控制轴向控制器和扭矩控制器的位移保持不变, 通过荷载控制模块逐渐降低试样的内围压、外围压和反压。在此过程中, 始终保持作用在试样上的有效围压为 30 kPa, 必要时采用压力/体积控制器对试样施加负压以保持试样破坏时的形态。在有效围压作用下, 试样逐渐排水固结。由于剪切带处试样孔隙比较大, 相同围压下, 局部体应变最为明显, 使得试样外侧乳胶膜沿剪切带收缩, 继而可以很好地刻画出试样的剪切带。

图6给出了试验得到的试样破坏特征与滑动面位置。试验表明, 剪切过程中有效围压越大, 试样的剪切带越明显, 甚至在局部区域呈现明显的非连续变形。当  $\alpha=0^{\circ} \sim 30^{\circ}$  时, 如图6(a)~(c)所示, 试样为压剪破坏, 有明显的剪切带, 且该滑动面为图中A面; 当  $\alpha=45^{\circ} \sim 67.5^{\circ}$  时, 试样受扭剪作用最强, 发生近似纯扭剪破坏, A面与水平面(沉积面)夹角

较小, 但在基座—试样接触面的影响下, 试样端部最容易发生滑动, 因此, 图 6(d) 和 (e) 中未观测到试样中部有明显的滑动面; 当  $\alpha=67.5^\circ \sim 90^\circ$  时, 如图 6(f)~(h) 所示, 试样为拉剪破坏,  $B$  面逐渐显现; 当  $\alpha=90^\circ$  时,  $A$  面与  $B$  面均有所体现, 且沿高度方向大致均匀分布。

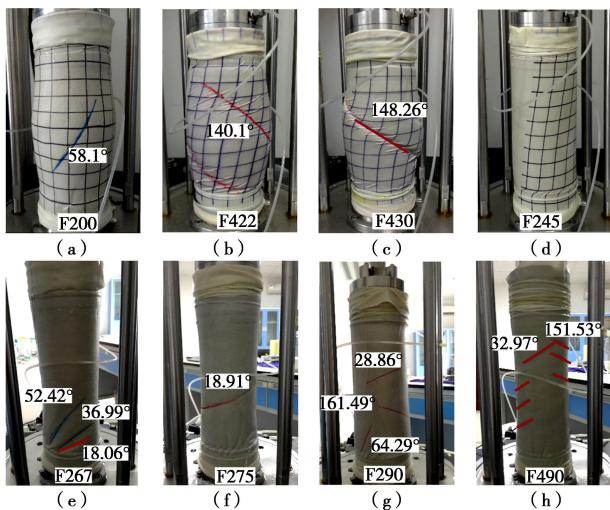


图 6 定轴剪切试验试样滑动面特征

Fig. 6 Slipping planes in F-tests

根据本文模型计算得到各向异性内摩擦角  $\varphi$ , 而后通过式 (8)、(9) 可分别得到图中  $A$  面、 $B$  面与沉积面的夹角  $\delta_A$ 、 $\delta_B$  的理论值。图 7 对  $\delta$  的实测值与理论值进行了对比, 除了在  $\alpha=45^\circ$  与  $67.5^\circ$  时剪切滑动面的位置不明显外, DSMP 模型很好地预测了定轴剪切试验中砂土的滑动面位置。综合图 6 和图 7 可知, 由 DSMP 计算得到的  $A$  面与  $B$  面在  $\alpha=0^\circ$  与  $90^\circ$  的定轴剪切试验中强度相同, 两组滑动面均可以直接观测到 (注: F200 的另一个滑动面在试样背面)。对于其他几组试验, 试样的滑动面均为图中的  $A$  面, 这与 DSMP 准则预测结果相一致。

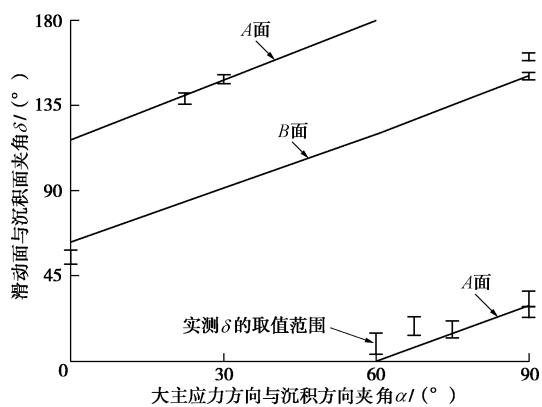


图 7 剪切滑动面与沉积面夹角  $\delta$  的理论与实测值

Fig. 7 Predicted and measured values of  $\delta$

### 3 结 论

与沉积面夹角  $\delta$  越大, 该平面上横观各向同性土的峰值强度越大。考虑组构张量与应力张量之间的关系, 摒弃强度参数与  $\delta$  线性相关的假设, 认为沿不同方向土体峰值强度与各向异性参数密切相关, 得到了砂土内部不同位置的峰值强度的计算公式。

在各向同性 SMP 准则的基础上, 考虑主应力方向、潜在滑动面以及沉积面位置关系, 建立了一个各向异性强度准则, 称为 DSMP 准则。各个潜在滑动面上的剪正应力比相同且最大, 抗剪强度和滑动面位置由强度最低的潜在滑动面所决定。

随着主应力方向的变化, 土体沿潜在滑动面所表现出的抗剪强度也发生变化。当潜在滑动面接近于沉积面时, 土体最容易发生破坏, 此时大主应力方向角为  $45^\circ + \varphi/2$ , 很好地诠释了定轴剪切试验中土体强度存在极小值的现象。

针对砂土进行了一系列定轴剪切试验, 通过对破坏后试样的二次固结, 系统地观测了定轴剪切试验中试样滑动面的特征。已有试验数据和模型预测结果的对比表明, 模型可以较好地反映各向异性土的定轴剪切强度与滑动面位置。

### 参考文献:

- [1] 董 彤, 郑颖人, 刘元雪, 等. 考虑主应力轴旋转的土体本构关系研究进展[J]. 应用数学和力学, 2013, 34(4): 327–335. (DONG Tong, ZHENG Ying-ren, LIU Yuan-xue, et al. Research progress of the soil constitutive relation considering principal stress axes rotation[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2013, 34(4): 327–335. (in Chinese))
- [2] ARTHUR J R F, MENZIES B K. Inherent anisotropy in sand[J]. Géotechnique, 1972, 22(1): 115–128.
- [3] TONG Z, FU P, ZHOU S, et al. Experimental investigation of shear strength of sands with inherent fabric anisotropy[J]. Acta Geotechnica, 2014, 9(2): 257–275.
- [4] 蔡燕燕, 俞 缙, 余海岁, 等. 加载路径对粗粒土非共轴性影响的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(6): 1117–1122. (CAI Yan-yan, YU Jin, YU Hai-sui, et al. Experimental study on effect of loading path on non-coaxiality of granular materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(6): 1117–1122. (in Chinese))
- [5] CAI Y, YU H S, WANATOWSKI D, et al. Non-coaxial behaviour of sand under various stress paths[J]. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering, 2013, 139(8):

- 1381 – 1395.
- [6] 黄茂松. 土体稳定与承载特性的分析方法[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(1): 1 – 34. (HUANG Mao-song. Analysis methods for stability and bearing capacity of soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(1): 1 – 34. (in Chinese))
- [7] 沈 扬, 周 建, 张金良, 等. 考虑主应力方向变化的原状黏土强度及超静孔压特性研究[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(6): 843 – 847. (SHEN Yang, ZHOU Jian, ZHANG Jin-liang, et al. Research on strength and pore pressure of intact clay considering variation of principal stress direction[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(6): 843 – 847. (in Chinese))
- [8] LADE P V, DYCK E V, RODRIGUEZ N M. Shear banding in torsion shear tests on cross-anisotropic deposits of fine Nevada sand[J]. Soils and Foundations, 2014, **54**(6): 1081 – 1093.
- [9] 童朝霞. 应力主轴循环旋转条件下砂土的变形规律与本构模型研究[D]. 北京: 清华大学, 2008. (TONG Zhao-xia. Research on deformation behavior and constitutive model of sands under cyclic rotation of principal stress axes[D]. Beijing: Tsinghua University, 2008. (in Chinese))
- [10] MIURA K, MIURA S, TOKI S. Deformation behavior of anisotropic dense sand under principal stress rotation[J]. Soils and Foundations, 1986, **26**(1): 36 – 52.
- [11] MATSUOKA H, JUN-ICHI H, KIYOSHI H. Deformation and failure of anisotropic sand deposits[J]. Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1974, **32**(11): 31 – 36. (in Japanese))
- [12] 张连卫, 张建民, 张 嘎. 基于 SMP 的粒状材料各向异性强度准则[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(8): 1107 – 1111. (ZHANG Lian-wei, ZHANG Jian-min, ZHANG Ga. SMP-based anisotropic strength criteria of granular materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(8): 1107 – 1111. (in Chinese))
- [13] 姚仰平, 孔玉侠. 横观各向同性土强度与破坏准则的研究[J]. 水利学报, 2012, **42**(1): 43 – 50. (YAO Yang-ping, KONG Yu-xia. Study on strength and failure criterion of cross-anisotropic soil[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2012, **42**(1): 43 – 50. (in Chinese))
- [14] 罗 汀, 李 萌, 孔玉侠, 等. 基于 SMP 的岩土各向异性强度准则[J]. 岩土力学, 2009, **30**(增刊 2): 127 – 131. (LUO Ting, LI Meng, KONG Yu-xia, et al. Failure criterion based on SMP for anisotropic geomaterials[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(S2): 127 – 131. (in Chinese))
- [15] MATSUOKA H. Stress-strain relationships of sands based on the mobilized plane[J]. Soils & Foundations, 1974, **14**: 47 – 61.
- [16] LI X S, DAFALIAS Y F. Constitutive modeling of inherently anisotropic sand behavior[J]. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering, 2002, **128**(10): 868 – 880.
- [17] GAO Z, ZHAO J, YAO Y. A generalized anisotropic failure criterion for geomaterials[J]. International Journal of Solids & Structures, 2010, **47**(22/23): 3166 – 3185.
- [18] 曹 威, 王 睿, 张建民. 横观各向同性砂土的强度准则[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(11): 2026 – 2032. (CAO Wei, WANG Rui, ZHANG Jian-min. New strength criterion for sand with cross-anisotropy[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(11): 2026 – 2032. (in Chinese)).
- [19] DONG T, ZHE M. Controlling and realizing of generalized stress paths in HCA test[J]. Electronic Journal of Geotechnical Engineering, 2016(21): 5269 – 5283.