

DOI: 10.11779/CJGE201804011

# 土体非共轴各向异性对城市浅埋土质隧道诱发地表沉降的影响

袁冉<sup>1, 2</sup>, 杨文波<sup>1</sup>, 余海岁<sup>2</sup>, 周波<sup>2, 3</sup>

(1. 交通隧道工程教育部重点实验室(西南交通大学), 四川 成都 610013; 2. 英国诺丁汉大学, 英国 诺丁汉 NG7 2RD;  
3. 中铁上海工程局, 上海 200436)

**摘要:** 当前用于隧道工程数值模拟的本构模型, 大多局限于土体各向同性框架下的共轴假设, 难以充分反映隧道周围土体力学响应的复杂性。针对典型砂土和软黏土, 建立考虑初始强度各向异性和非共轴特性的二维平面应变、理想弹塑性的土体本构模型, 并编制用户材料子程序(UMAT), 嵌入非线性有限元软件ABAQUS中, 对城市浅埋土质隧道开挖施工进行二维数值模拟分析。结果表明: 开挖面附近土体应力主轴可能发生明显旋转; 同等地层损失率下, 考虑土体初始强度各向异性预测的地表归一化沉降槽的形状与离心机试验结果更加吻合; 同一程度荷载衰减下, 考虑非共轴各向异性影响后沿中轴线的最大地表竖向位移明显偏大。因此可以认为, 如忽略土体的非共轴和各向异性特性, 可能会导致相关的设计方案偏于不安全。

**关键词:** 土体强度各向异性; 非共轴性; 数值模拟; 城市浅埋土质隧道; 离心机试验

**中图分类号:** TU43      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2018)04-0673-08

**作者简介:** 袁冉(1987-), 女, 讲师, 主要从事土体本构建模、数值模拟以及岩土工程应用方面的研究。E-mail: yuanran@home.swjtu.edu.cn。

## Effects of non-coaxiality and soil anisotropy on tunneling-induced subsurface settlements

YUAN Ran<sup>1, 2</sup>, YANG Wen-bo<sup>1</sup>, YU Hai-Sui<sup>2</sup>, ZHOU Bo<sup>2, 3</sup>

(1. Key Laboratory of Transportation Tunnel Engineering, Ministry of Education, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610013, China;

2. University of Nottingham, Nottingham, UK, NG7 2RD; 3. Shanghai Civil Engineering Co., Ltd. of China Railway Group Ltd., Shanghai 200436, China)

**Abstract:** Nowadays, constitutive models for soils used for numerical modelling of tunnelling are normally restricted to the assumption of soil strength isotropy and coaxiality. A plane strain, elastic-perfectly plastic non-coaxial soil model with an anisotropic yield criterion is proposed. The non-coaxial soil model developed is then implemented into the commercial finite element software ABAQUS via the user-defined material subroutine (UMAT). Numerical simulations are performed on two-dimensional city shallow earth tunnel excavations using the newly proposed non-coaxial soil model. A case study is performed to compare the numerical results with the centrifuge test ones. The results show that the representative soil elements around tunnel experience severe principal stress orientations. The prediction of normalized subsurface settlement trough can be improved by considering the initial soil strength anisotropy. A larger value of the non-coaxial coefficient results in a larger magnitude of the maximum vertical displacement. It is concluded that no consideration of soil anisotropy and non-coaxiality may result in unsafe design in tunnelling.

**Key words:** soil anisotropy; non-coaxiality; numerical simulation; city shallow earth tunnel; centrifuge testing

## 0 引言

随着对土体本构理论的不断深入研究, 土体各向异性的重要性被岩土界广泛认识接受。土体的各向异性大致可分为两种: 原状土在自然形成过程中或历史地应力作用下, 土体内部形成各向异性结构, 在宏观

基金项目: 国家自然科学基金项目(51609204, 51408494, 51678499); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(2682016CX002, 2682015CX092)

收稿日期: 2016-06-06

\*通讯作者(E-mail: yangwenbo1179@hotmail.com)

上表现为沿不同加载方向的强度和变形特性不同, 称为原生(初始)各向异性; 在荷载应力加载下, 土体内部结构重组而产生的各向异性, 称为次生(诱发)各向异性<sup>[1]</sup>。近年来, 众多的室内试验和离散元模拟发现, 当应力主轴发生较大旋转时, 颗粒材料表现显著的非共轴特性(non-coaxiality), 即应力主轴和塑性应变增量主轴的不一致性<sup>[2-5]</sup>。众多室内试验和微观数值模拟的研究为建立更为真实的土体非共轴本构模型提供了基础<sup>[6-8]</sup>。

诸多岩土工程问题(地震作用、路基以及隧道开挖、桩锚加固等), 都涉及应力主轴旋转的现象。鉴于应力主轴旋转可能会引起额外的塑性变形, 因而深入研究工程问题中非共轴各向异性影响十分必要。然而, 到目前为止, 大多非共轴的本构理论, 鲜有用于岩土工程的实际边值问题的研究, 主要可能因为这些模型的公式复杂, 涉及大量不便标定的材料参数, 阻碍了它们的工程应用。黄茂松等<sup>[9]</sup>基于三维非共轴塑性理论的变形分叉分析方法探讨地基土体稳定与承载特性的研究, 在这方面做了有益的尝试。余海岁及其科研团队围绕非共轴特性做了大量理论和数值方面的工作<sup>[10-12]</sup>, 一个重要发现即忽略非共轴塑性的影响可能导致工程设计偏于不安全, 这一结论是基于土体强度各向同性的假设得到的, 但 Tsutsumi 和 Hashiguchi 等指出, 只有同时考虑各向异性和非共轴特性才能合理模拟主应力轴旋转下颗粒材料的力学响应, 因此关于导致危险设计的结论对于强度各向异性土体的适用性尚需要进一步讨论<sup>[13]</sup>。

近年来, 随着计算机技术的普及, 采用有限元模拟城市浅埋隧道开挖施工过程, 进而指导现场安全施工已被广泛接受。然而, 当前隧道工程数值模拟所选用的本构模型, 多数为传统的 Mohr-Coulomb 或者 Druck-Prager 模型<sup>[14-15]</sup>, 无法反映隧道周围土体可能存在的非共轴各向异性的特性。鉴于此, 本文针对典型的砂土和软黏土, 提出一个简单的考虑土体初始强度各向异性和非共轴特性的二维平面应变、理想弹塑性的本构模型, 并在 ABAQUS 中编制相应的用户材料子程序, 进行城市浅埋土质隧道开挖施工的二维有限元分析; 并采用离心机试验, 得出不同地层损失率条件下隧道开挖施工造成的地表沉降的变化特征; 综合比较数值模拟和离心机试验结果, 探讨了控制土体初始强度各向异性和非共轴特性的各参数对隧道开挖施工引起地表土体沉降的影响。

## 1 土体非共轴模型的建立

传统的弹塑性应力-应变本构关系的率方程可表示为, 弹性部分服从胡克定律, 弹性刚度系数表示为

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl}^e (\dot{\varepsilon}_{kl} - \dot{\varepsilon}_{kl}^p) :$$

$$D_{ijkl}^e = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)} \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{2E}{(1+\nu)} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (1)$$

其中,  $E$  表示杨氏模量,  $\nu$  表示泊松比,  $\dot{\varepsilon}_{kl}$  和  $\dot{\varepsilon}_{kl}^p$  分别表示总应变和塑性应变增量,  $\delta_{ij}$  表示 Kronecker 符号, 当  $i=j$  时,  $\delta_{ij}=1.0$ , 当  $i \neq j$  时,  $\delta_{ij}=0$ 。本文中应力应变(率)均取拉为正。

Booker 等<sup>[16]</sup>指出, 屈服面在应力空间 $((\sigma_x - \sigma_y)/2, \sigma_{xy})$ 内可以表达为静水压力  $p$  和应力主方向  $\Theta$  的函数, 其形状近似为椭圆, 基于该假设, 提出了如下屈服方程:

$$f(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}) = R + F(p, \Theta) = 0 \quad , \quad (2)$$

且

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2} \quad , \quad (3)$$

$$F(p, \Theta) = (p - c \cdot \cot \varphi_{\max}) \cdot \sin \varphi(\Theta) \quad , \quad (4)$$

$$\sin \varphi(\Theta) = \frac{n \cdot \sin \varphi_{\max}}{\sqrt{n^2 \cos^2(2\Theta - 2\beta) + \sin^2(2\Theta - 2\beta)}} \quad , \quad (5)$$

式中,  $f$  表示屈服函数,  $R$  为应力点到坐标原点的距离,  $p = (\sigma_x + \sigma_y)/2$ ,  $\tan 2\Theta = 2\sigma_{xy}/(\sigma_x - \sigma_y)$ ,  $c$  为黏聚力,  $\varphi_{\max}$  为不同方向角的最大内摩擦角,  $n$ ,  $\beta$  为新引入的表征土体强度各向异性的参数。  
 $n = \sin \varphi_{\min} / \sin \varphi_{\max}$  表征最小强度参数  $\sin \varphi_{\min}$  和最大强度参数  $\sin \varphi_{\max}$  的比值, 取值范围为 0 到 1, 其值越小, 各向异性越明显, 当  $n$  取 1 时, 表示各向同性, 上述方程自动退化为传统的各向同性 Mohr-Coulomb 屈服准则。 $\beta$  为最大的内摩擦角对应的方向角, 即  $\Theta = \beta$  时,  $\sin \varphi = \sin \varphi_{\max}$ ,  $\beta$  的取值范围为  $0 \sim \pi/2$ 。上述屈服方程在  $((\sigma_x - \sigma_y)/2, \sigma_{xy})$  平面上为一旋转椭圆, 旋转角为  $2\beta$ , 椭圆长(短)轴分别对应于主应力轴变化过程中最大(小)内摩擦角, 如图 1 所示。

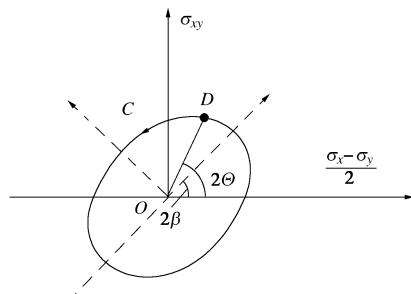


图 1 各向异性屈服准则

Fig. 1 Anisotropic yield surface

对于给定的  $c$ ,  $\beta$ ,  $n$ ,  $\varphi_{\max}$ , 剪切强度参数  $\sin \varphi$  随着应力主轴方向  $\Theta$  的变化特征见图 2。试验表明(例如图 3 给出的试验数据), 在平面应变条件下, 砂土的最大强度和最小强度并不总是发生在  $\Theta = 0^\circ$  和

$\Theta = 90^\circ$  方向, 有可能在两者之间, 本文提出的模型能很好地反映这一特性。

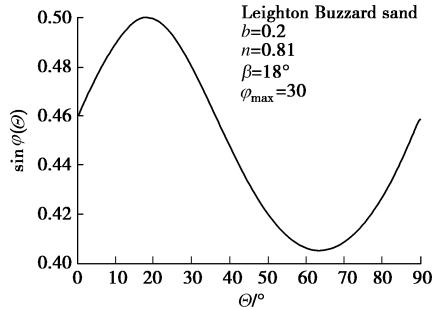


图 2  $\sin \varphi(\theta)$  与  $\theta$  角关系图

Fig. 2 Relationship between  $\sin \varphi(\theta)$  and  $\theta$

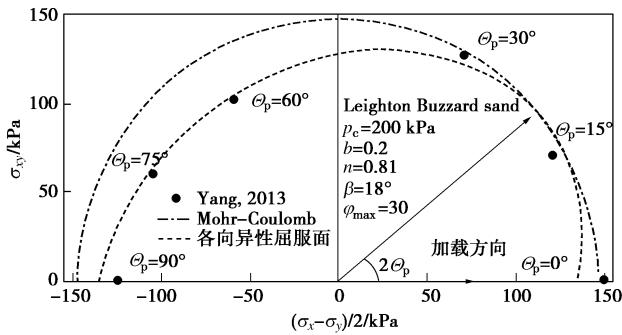


图 3 空心圆柱扭剪试验验证各向异性屈服面

Fig. 3 Validation of anisotropic yield criterion

基于 Spencer<sup>[17]</sup>、Harris<sup>[18-19]</sup>提出的双剪理论以及 Yu 等<sup>[10]</sup>的研究, 总的塑性应变率  $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$  可以分为两部分, 第一部分由经典的塑性势理论给出, 与塑性势面正交; 第二部分依赖于屈服面的切向加载效应, 与屈服面相切, 如图 4 所示。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{ij}^p &= \lambda \partial g / \partial \sigma + k t_{ij} \\ f &= 0, \\ \dot{f} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中,  $\lambda$  为加载指数,  $g$  为塑性势函数,  $k$  表示非共轴影响因子,  $t_{ij}$  表示物质导数, 依赖于屈服面切向加载效应,

$$t_{ij} = \frac{1}{k} N_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl} \quad (7)$$

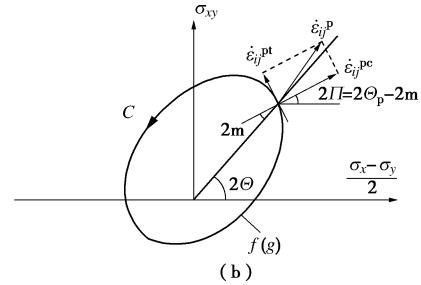
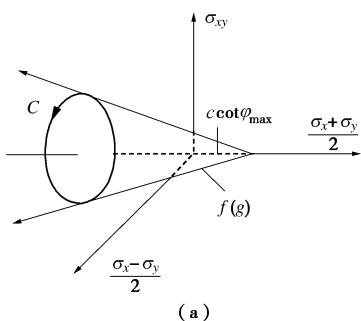


图 4 非共轴塑性流动法则图示

Fig. 4 Illustration of non-coaxial plastic flow rule

在平面应变条件下可矢量化为  $[\dot{\sigma}_x \ \dot{\sigma}_y \ \dot{\sigma}_{xy}]^T$ , 相应地  $N_{ijkl}$  可用矩阵表示为

$$N_{ijkl} = \begin{bmatrix} a & -a & b \\ -a & a & -b \\ c & -c & d \end{bmatrix}, \quad (8)$$

矩阵中  $a, b, c, d$  依次为

$$\left. \begin{aligned} a &= k \cdot H \cdot \left[ -\frac{\sigma_{xy}}{4\sigma_{xy}^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2} \right], \\ b &= k \cdot H \cdot \left[ \frac{\sigma_x - \sigma_y}{4\sigma_{xy}^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2} \right], \\ c &= k \cdot I \cdot \left[ -\frac{\sigma_{xy}}{4\sigma_{xy}^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2} \right], \\ d &= k \cdot I \cdot \left[ \frac{\sigma_x - \sigma_y}{4\sigma_{xy}^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2} \right], \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中,

$$H = -2(\sin 2\Theta \cos 2m + \cos 2\Theta \sin 2m) \cdot (1 + m_\Theta), \quad (10)$$

$$I = 2(\cos 2\Theta \cos 2m - \sin 2\Theta \sin 2m) \cdot (1 + m_\Theta), \quad (11)$$

式中,  $m, \Theta$  的几何意义如图 4 (b) 所示, 根据几何关系, 可得

$$\tan 2m = \frac{1}{2F} \frac{\partial F}{\partial \Theta}, \quad (12)$$

$$m_\Theta = \frac{2D(n^2 + 1 - 2D) - E^2}{D^2}, \quad (13)$$

其中:

$$D = (n^2 - 1) \cos^2(2\Theta - 2\beta) + 1, \quad (14)$$

$$E = (1 - n^2) \sin(4\Theta - 4\beta). \quad (15)$$

如果  $g=f$ , 即塑性势函数与屈服函数相等, 为相关联的流动法则; 如采用与屈服函数不同的塑性势函数, 则为非相关联流动法则,

$$g = R + p \cdot \sin \psi(\Theta) = C, \quad (16)$$

$$\sin \psi(\Theta) = \frac{n \cdot \sin \psi_{\max}}{\sqrt{n^2 \cos^2(2\Theta - 2\beta) + \sin^2(2\Theta - 2\beta)}}. \quad (17)$$

此处假定剪胀角随着主应力方向的变化而变化,  $\psi_{\max}$  为最大剪胀角。需要注意的是, 塑性势是动态变化的, 对于每个给定的应力状态, 代入式 (16) 可以

求得相应的  $C$ , 此时塑性势函数在偏平面上为圆形, 采用塑性势理论公式 (6) 对应力求导时,  $\Theta$  保持不变, 从而计算得到的这部分塑性应变增量仍然是共轴的。考虑非共轴塑性的应力应变率关系可表示为

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl}^e \dot{\epsilon}_{kl} = D_{ijkl}^e (\dot{\epsilon}_{kl} - \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} - N_{klmn} \dot{\sigma}_{mn}) , \quad (18)$$

$D_{ijkl}^e$  为弹性刚度模量张量。由一致性条件

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \cdot \dot{\sigma}_{ij} = 0 , \quad (19)$$

可得式 (18) 中的弹性刚度模量:

$$D_{ijkl}^e = \left[ \bar{D}_{ijkl}^e - \frac{\bar{D}_{ijpq}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{pq}} \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} \right)^T \bar{D}_{klmn}^e}{\left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_{uv}} \right)^T \bar{D}_{uvst}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{st}}} \right] , \quad (20)$$

其中,

$$\bar{D}_{ijkl}^e = (I_{ijuv} + D_{ijpq}^e N_{pquv})^{-1} D_{uvkl}^e . \quad (21)$$

在传统的 Mohr–Coulomb 模型的基础上, 我们引入了  $\beta$ ,  $n$ ,  $k$  3 个新参数。通过平面应变单调加载试验(如双轴试验或空心圆柱扭剪试验), 可以得到不同方向(最少 3 个)对应的强度, 代入屈服面方程即可得到  $\beta$ ,  $n$ ,  $\varphi_{\max}$ ; 在试验数据更多的条件下, 为了保证准确性, 可以采用非线性回归分析, 得到  $\beta$ ,  $n$ , 图 3 中给出了一个采用空心圆柱扭剪试验, 通过回归分

析标定  $\beta$ ,  $n$  的例子, 同时也验证了屈服面的有效性。 $k$  本质上是控制变形关系的参数, 无法仅由强度数据得到, 可以通过与涉及应力主轴旋转的室内试验(如单剪试验或空心圆柱扭剪试验)测得的应力应变结果进行比较分析得到。对于黏性土, 黏聚力不为零, 可以采用传统方法进行标定。

## 2 数值实现方法

在非线性有限元软件 ABAQUS 中, 编写了新模型用户材料子程序 (UMAT), 进行有限元分析。值得注意的是, 在应力空间  $((\sigma_x - \sigma_y)/2, \sigma_{xy})$  中, 屈服面在  $p$ -轴处存在奇点, 为了保证计算良好的收敛性, 采用了双曲线渐近法对屈服面进行光滑处理:

$$f(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}) = R + F(p, \Theta) = 0 , \quad (22)$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2 + a^2 \sin^2 \varphi(\Theta)} , \quad (23)$$

$$F(p, \Theta) = (p - c \cdot \cot \varphi_{\max}) \cdot \sin \varphi(\Theta) , \quad (24)$$

此处引入一个修正参数  $a$ 。当  $a=0$  时, 式 (22) ~ (24) 退化为式 (2) 各向异性屈服方程; 当  $a$  取  $0.25c \cdot \cot \varphi$  时, 经过双曲线渐进法修正的屈服面与各向异性屈服面几乎重合。应力更新采用误差自适应的显式积分算法, 详细流程见图 5。因为流动法则考虑

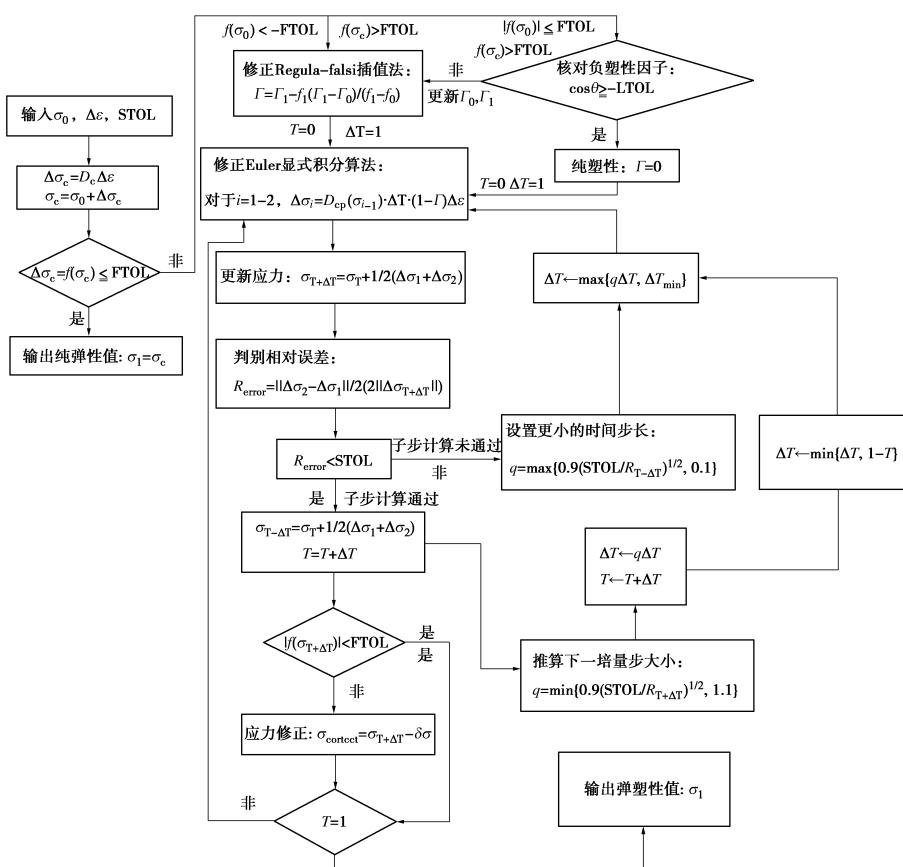


图 5 数值算法实现流程图

Fig. 5 Flow chart of implementation algorithm

了切向加载效应的非共轴特性, 在全局求解时极有可能出现负特征值, 因此在模拟隧道的开挖施工时, 适当提高 ABAQUS 默认的荷载残留容许误差  $R_n = 0.005$  和位移修正容许误差  $C_n = 0.01$  (如设置  $R_n = 0.01$  和  $C_n = 0.05$ ), 保证计算收敛。

在进行隧道开挖数值分析之前, 采用文献[4, 20, 21]中有关平面剪切和单调加载空心圆柱扭剪试验的结果对各向异性屈服面的有效性进行了验证, 并采用单剪试验对材料用户子程序数值实现的有效性和适用性进行了单元测试, 计算结果见图 6。对于新建本构模型及其数值实现方法的可操作性、精确性以及有效性的详细讨论请参考 Yuan<sup>[21]</sup>, 此处不再赘述。

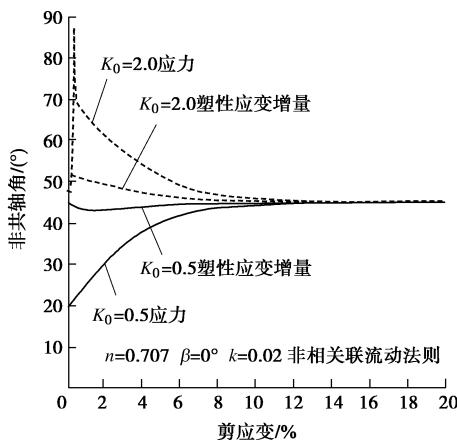


图 6 非共轴中主应力、塑性应变增量方向的旋转

Fig. 6 Orientations of principal stresses and principal plastic strain rates

### 3 离心机模型试验

采用英国诺丁汉大学岩土力学实验中心的土工离心机试验仪, 针对 Fraction E Leighton 砂, 进行圆形隧道开挖的离心机模型试验。该砂密度为  $16.03 \text{ kg/m}^3$ , 参考 Zhao<sup>[22]</sup>在剑桥大学针对该砂进行的三轴试验, 取其杨氏模量  $E=40 \text{ MPa}$ , 泊松比  $\nu=0.25$ 。试验模型比尺为 80, 对应试验过程中离心机稳定转速时加速度为  $80g$  ( $g$  为重力加速度)。模型隧道外直径为 90 mm (对应真实隧道直径 7.2 m), 模型埋深 225 mm (对应真实隧道轴心埋深 18 m)。在隧道模型的制样过程中, 将砂土沿有机玻璃墙倾倒入模型箱, 在自然沉积过程中内部会形成各向异性结构, 因此有必要考虑砂土的各向异性。采用排液法进行地层损失的模拟进行了多组试验, 本文选取了两组:  $V_1=0.86\%$ ,  $V_1=5.16\%$ ,  $V_1$  为地层损失率, 即地层损失与初始隧道体积的比值。

### 4 有限元分析

如图 7 所示, 在 ABAQUS 中建立与离心机试验尺寸完全一致的有限元模型, 模型尺寸为  $25.6 \text{ m} \times 30.8 \text{ m}$ , 沿中轴对称。土体的有限元网格划分选用 4 节点平面应变完全积分单元 (CPE4), 在左边界施加轴对称约束, 约束竖直方向的自由度, 右边界与底部边界均为 4 节点无限元边界 (CINPE4), 考虑远场的影响; 衬砌支护厚度 150 mm, 采用平面应变不可压缩完全积分单元 (CPE4I), 衬砌与隧道开挖面土体之间用 Tie 连接。初始静止土压力系数取为  $K_0 = 0.5$ 。通过三轴试验测得砂土最大内摩擦角  $\varphi_{\max} = 30^\circ$ <sup>[23]</sup>, 对于砂土, 从收敛性的角度出发, 黏聚力  $c=1.0 \text{ kPa}$ 。传统塑性应变分量考虑相关联的流动法则, 即最大剪胀角  $\psi_{\max} = \varphi_{\max}$ , 模型参数  $\beta$  与沉积方向的关系如图 8 所示, 如  $\beta=0^\circ$  意味着沉积方向的强度最大。为了探讨土体各向异性参数和非共轴特性对地表沉降槽的影响, 针对各向异性形状参数 ( $n$  和  $\beta$ ) 和非共轴切向影响因子 ( $k$ ) 进行参数分析。

隧道开挖进程采用荷载衰减法 (也称为  $\lambda$ -method) 进行模拟, 通过初始平衡状态得到隧道周围的反向节点力, 开挖进程分两步进行: 首先杀死衬砌单元, 以衰减因子  $\lambda$  成比例不断衰减节点力, 直到当前地层损失率与离心机试验中地层损失率一致为止; 第二步激活衬砌单元, 衰减余下的节点力直至为零, 开挖完成。

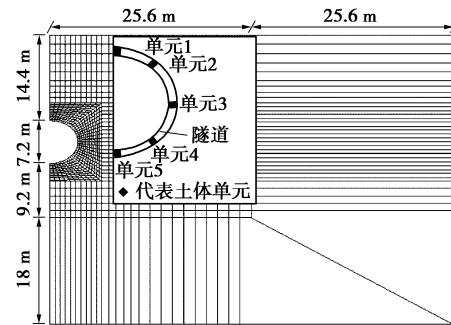


图 7 隧道模型尺寸和有限元网格划分

Fig. 7 Geometry and finite element mesh of tunnel model

#### 4.1 开挖面代表土体单元主应力轴旋转

图 9 给出了隧道开挖面周围典型位置土体单元在偏平面上的应力路径, 除了中部位置单元 3, 其他位置的单元主应力轴均发生明显旋转, 顶部单元 1 和底部单元 3 的主轴旋转接近  $90^\circ$ , 单元 2 和单元 4 旋转接近  $45^\circ$ 。图中还给出了屈服首次发生的位置, 可以看出屈服发生后应力主轴会发生显著的旋转, 因此十分有必要在本构模型中考虑主轴旋转的影响。

#### 4.2 参数分析

图 10 (a) 中给出了没有考虑土体的非共轴特性

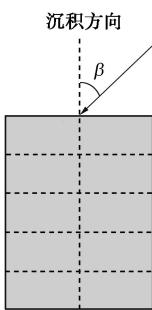
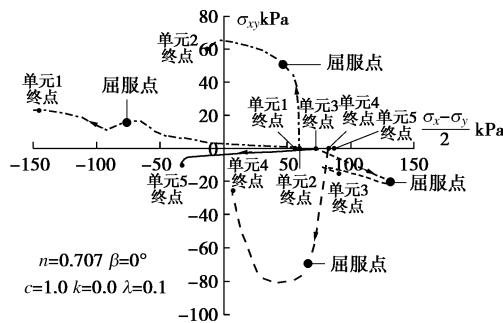
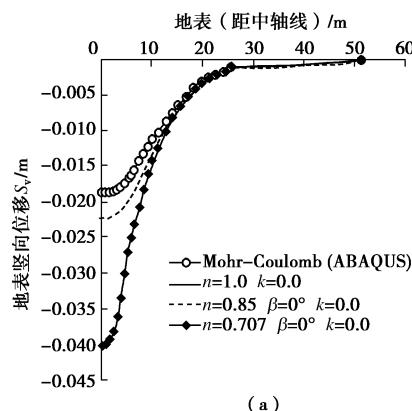
图 8 各向异性形状参数  $\beta$ Fig. 8 Illustration of shape parameter  $\beta$ 

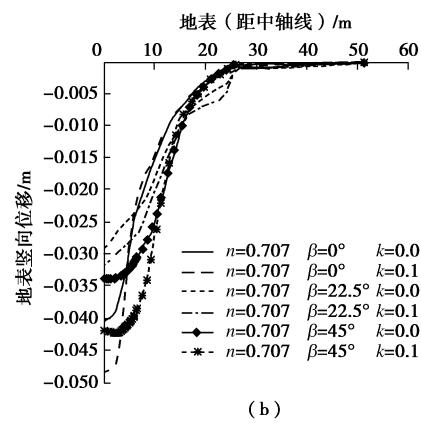
图 9 应力路径和应力主轴旋转

Fig. 9 Stress paths and orientations of principal stresses

( $k=0$ ) 的计算结果。对于图中形状参数  $n=1$  的情况, 各向异性屈服方程退化为传统的 Mohr–Coulomb 屈服准则, 计算模型与采取 ABAQUS 自带的 Mohr–Coulomb 模型在平面应变条件下取等效参数所得的地表横向沉降槽基本一致, 再次验证了数值模型的有效性。图 10 (b) 的计算结果同时考虑了强度各向异性和非共轴特性的影响。综合比较图 10 (a) 和 10 (b) 可以看出, 沿隧道中轴线的地表最大竖向位移随着各向异性形状参数  $n$  的减小 ( $n$  减小意味着强度相对各向同性强度的减小)、非共轴影响因子  $k$  的增大而增大。当各向异性形状参数  $\beta=0^\circ$  时 (最大强度方向沿沉积方向时), 地表横向沉降槽明显“窄而深”。



(a)



(b)

图 10 各向异性和非共轴塑性对地表沉降槽的影响 ( $\lambda=0.6$ )Fig. 10 Influences of soil anisotropy and non-coaxiality on tunnelling-induced settlement troughs ( $\lambda=0.6$ )

#### 4.3 与离心机试验结果对比分析

如图 11 所示为不考虑非共轴切向加载效应, 浅埋隧道开挖施工地表横向归一化沉降槽, 即地表真实沉降值 ( $S_v$ ) 与沿中轴线的最大沉降值 ( $S_{vmax}$ ) 的比值。对应不同地层损失率, 离心机试验与数值模拟的对比分析结果表明, 达到同样的底层损失  $V_1$ , 使用 ABAQUS 自带的 Mohr–Coulomb 屈服模型, 节点力的衰减程度大于使用新模型节点力的衰减程度。在地层损失较小的情况下 ( $V_1=0.86\%$ ), 新模型与 ABAQUS 自带的 Mohr–Coulomb 模型得到的归一化沉降槽非常接近, 并且与离心机试验结果和根据试验拟合的高斯沉降槽吻合, 这可能是因为土体变形还处在弹性阶段。在地层损失较大的情况下 ( $V_1=5.16\%$ ), 采用 ABAQUS 自带的 Mohr–Coulomb 屈服模型, 所得的归一化沉降槽明显较试验结果以及高斯沉降槽“宽而缓”。而采用新建各向异性模型进行模拟发现, 参数  $\beta$  值对归一化沉降槽的形状有明显影响, 其原因可能在于, 这种情况下隧道周围塑性区增大, 各向异性材料参数的影响更加显著。其中, 当  $n=0.707$  和  $\beta=0^\circ$  时, 可得到相当“窄而深”的归一化沉降槽, 与试验结果几乎一致。大量文献中的试验结果表明椭圆的长轴方向更倾向于接近沉积方向, 即  $\beta=0^\circ$  的情况<sup>[4, 24]</sup>。图 12 显示考虑非共轴切向加载效应尽管对沉降绝对值有明显的影响 (见图 10 (b)), 但对归一化沉降槽的形状影响不大。

图 11 和图 12 中, 数值模拟预测的最大竖向位移均低于试验结果, 可能的原因在于新建模型为简便起见, 弹性阶段采用胡克定律, 且仅考虑二维平面应变问题, 而真实隧道开挖施工是三维问题, 存在明显的空间效应, 弹性区对于地层变形范围的影响较大, 今后的工作将针对三维问题进一步开展, 弹性阶段考虑各向异性和非线性弹性, 并建立三维数值模型, 更为真实地模拟的开挖进程。

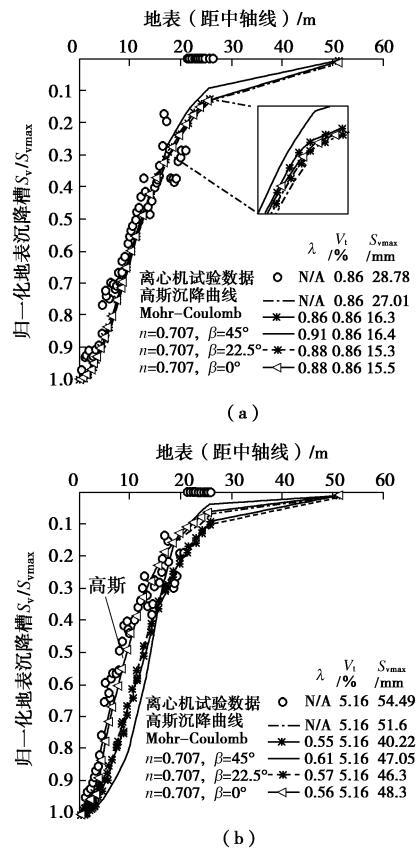
图 11 地表横向归一化沉降槽( $k=0$ )

Fig. 11 Normalized subsurface settlement troughs

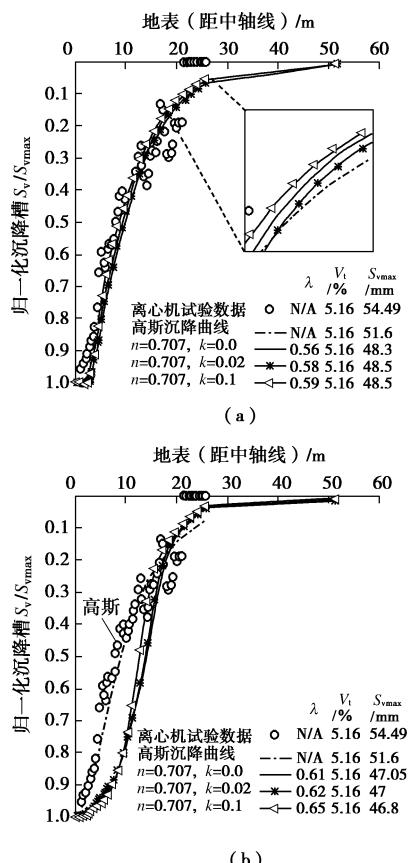
图 12 地表横向归一化沉降槽( $k \neq 0$ )

Fig. 12 Normalized subsurface settlement troughs

## 5 结 论

本文提出了平面应变条件下、理想弹塑性的土体非共轴各向异性本构模型, 该模型在Mohr–Coulomb屈服准则的基础上, 引入两个形状参数 $n$ 和 $\beta$ , 考虑了土体初始强度各向异性的影响; 在流动法则中, 考虑非共轴切向加载效应的影响, 引入非共轴影响因子 $k$ 。通过UMAT将新建本构模型嵌入非线性有限元软件ABAQUS中, 分析讨论了土体非共轴各向异性对城市浅埋土质隧道开挖施工诱发的地表沉降槽的影响, 结果表明:

(1) 隧道开挖面周围大部分位置土体的应力主轴会发生旋转, 隧道底部和顶部尤为明显。

(2) 各向异性形状参数以及非共轴影响因子对地表最大竖向位移的数值预测结果有显著影响, 地表最大竖向位移随着 $n$ 的减小和 $k$ 的增大而增大。

(3) 通过与离心机试验数据的综合比较, 对于地层损失较小的情况, 采用传统的Mohr–Coulomb模型与新建本构模型所得的地表归一化沉降槽均能很好地与试验数据以及基于试验数据拟合的高斯沉降槽吻合; 对于地层损失较大的情况, 采用传统Mohr–Coulomb模型所得数值预测结果较试验数据以及高斯沉降槽明显“宽而缓”, 采用新建本构模型后, 当考虑一定程度的各向异性时( $n=0.707, \beta=0^\circ$ ), 预测结果与试验数据以及高斯沉降槽“窄而深”的特点能更好地吻合。

不考虑土体非共轴各向异性的计算可能低估地面的沉降变形且不能准确预测变形槽的模式, 而地表最大竖向位移越大, 变形槽越窄而深, 越容易引起地表变形损害, 因此, 不考虑非共轴各向性的设计可能是偏于危险的, 这也进一步验证了Yu等<sup>[10]</sup>的结论。此外, 新建立的本构模型还可推广用于模拟更多的类似岩土工程类问题, 如基坑开挖、边坡锚固等, 考虑非共轴和各向异性的影响, 确保相关工程设计的安全性。

## 参考文献:

- [1] ARTHUR J R F, CHUA K S, DUNSTAN T. Induced anisotropy in a sand[J]. Géotechnique, 1977, 27(1): 13–30.
- [2] ODA M, KONISHI J. Rotation of principal stresses in granular material during simple shear[J]. Soils and Foundations, 1974, 14(4): 39–53.
- [3] 童朝霞, 张建民, 于艺林. 中主应力系数对应力主轴循环旋转条件下砂土变形特性的影响[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(6): 946–952. (TONG Zhao-xia, ZHANG Jian-min, YU

- Yi-lin. Effects of intermediate principal stress parameter on deformation behavior of sands under cyclic rotation of principal stress axes[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, **31**(6): 946 – 952. (in Chinese))
- [4] YANG L T. Experimental study of soil anisotropy using hollow cylinder testing[D]. Nottingham: University of Nottingham, 2013.
- [5] 黄茂松, 孙海忠, 钱建固. 粗粒土的非共轴性及其离散元数值模拟[J]. *水利学报*, 2010, **41**(2): 173 – 181. (HUANG Mao-song, SUN Hai-zhong, QIAN Jian-gu. Non-coaxial behavior of coarse granular aggregates simulated by DEM[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2010, **41**(2): 173 – 181. (in Chinese))
- [6] HASHIGUCHI K, TSUTSUMI S. Shear band formation analysis in soils by the subloading surface model with tangential stress rate effect[J]. *International Journal of Plasticity*, 2003, **19**(10): 1651 – 1677.
- [7] 李学丰, 黄茂松, 钱建固. 宏-细观结合的砂土单剪试验非共轴特性分析[J]. *岩土力学*, 2013, **34**(12): 3417 – 3424. (LI Xue-feng, HUANG Mao-song, QIAN Jian-gu. Analysis of non-coaxial characters of sand for simple shear test with the method of macro-meso-incorporation[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2013, **34**(12): 3417 – 3424. (in Chinese))
- [8] LI X S, DAFALIAS Y F. A constitutive framework for anisotropic sand including non-proportional loading[J]. *Géotechnique*, 2004, **54**(1): 41 – 45.
- [9] 黄茂松. 土体稳定与承载特性的分析方法[J]. *岩土工程学报*, 2016, **38**(1): 1 – 34. (HUANG Mao-song. Analysis methods for stability and bearing capacity of soils[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2016, **38**(1): 1 – 34. (in Chinese))
- [10] YU H S, YUAN X. On a class of non-coaxial plasticity models for granular soils[J]. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*, 2006, **462**(2067): 725 – 748.
- [11] YANG Y, YU H S. Numerical simulations of simple shear with non-coaxial soil models[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2006, **30**(1): 1 – 19.
- [12] YANG Y, YU H S. Finite element analysis of anchor plates using non-coaxial models[J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2010, **2**(2): 178 – 187.
- [13] 陈先国, 高 波. 地铁近距离平行隧道有限元数值模拟[J]. *岩石力学与工程学报*, 2002, **21**(9): 1330 – 1334. (CHEN Xian-guo, GAO Bo. 2D FEM numerical simulation for closely-spaced parallel tunnels in metro[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2002, **21**(9): 1330 – 1334. (in Chinese))
- [14] 崔蓬勃, 陈晶晶. 高速铁路隧道下穿高速公路地表沉降影响分析[J]. *江苏建筑职业技术学院学报*, 2015, **15**(2): 21 – 25. (CUI Peng-bo, CHEN Jing-jing. Analysis on influence of ground surface settlement on highway with high-speed railway tunnel passing below[J]. *Journal of Jiangsu Jianzhu Institute*, 2015, **15**(2): 21 – 25. (in Chinese))
- [15] TSUTSUMI S, HASHIGUCHI K. General non-proportional loading behavior of soils[J]. *International Journal of Plasticity*, 2005, **21**(10): 1941 – 1969.
- [16] BOOKER J R, DAVIS E H. A general treatment of plastic anisotropy under conditions of plane strain[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1972, **20**(4): 239 – 250.
- [17] SPENCER A J M. A theory of the kinematics of ideal soils under plane strain conditions[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1964, **12**(5): 337 – 351.
- [18] HARRIS D. Constitutive equations for planar deformations of rigid-plastic materials[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1993, **41**(9): 1515 – 1531.
- [19] HARRIS D. A unified formulation for plasticity models of granular and other materials[J]. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences*, 1995, **450**(1938): 37 – 49.
- [20] ODA M, KOISHIKAWA I, HIGUCHI T. Experimental study of anisotropic shear strength of sand by plain strain test[J]. *Soils and Foundations*, 1978, **18**(1): 25 – 38.
- [21] YUAN R. A non-coaxial theory of plasticity for soils with an anisotropic yield criterion[D]. Nottingham: University of Nottingham, 2015.
- [22] ZHAO Y. In situ soil testing for foundation performance prediction[D]. Cambridge: University of Cambridge, 2008.
- [23] ZHOU B. Tunnelling-induced ground displacements in sand[D]. Nottingham: University of Nottingham, 2015.
- [24] YANG D S. Microscopic study of granular material behaviour under general stress paths[D]. Nottingham: University of Nottingham, 2014.