

DOI: 10.11779/CJGE201802007

# 考虑岩土参数空间变异性的盾构隧道地表沉降分析

王长虹<sup>1, 2</sup>, 朱合华<sup>2</sup>, 徐子川<sup>\*2</sup>, 李建高<sup>3</sup>

(1. 上海大学土木工程系, 上海 200444; 2. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092; 3. 中铁隧道集团三处有限公司, 广东 深圳 518052)

**摘 要:** 现有随机场理论能够较好地描述单一岩土参数的天然随机性、空间结构性和局部奇异性。当前面临的挑战是如何考虑多个土层、多元及统计相关的岩土参数空间变异性对岩土工程的影响。考虑岩土参数如黏聚力、内摩擦角和压缩模量等具有明显的空间变异性, 将随机场理论引入盾构隧道地表沉降可靠指标分析。主要研究工作包括: ①采用局部均值方法将多个非平稳土层同一岩土参数转化为平稳各向异性随机场变量, 并给出随机场的统计特征; ②简化岩土参数的空间变异性为一般变异性, 直接采用响应面方法计算盾构隧道地表沉降可靠指标; ③提出协同序贯高斯离散算法, 在空间网格上实现多元岩土参数随机场的同步离散化, 并基于经典 Monte-Carlo 随机模拟原理和盾构隧道数值计算, 直接统计地表沉降的可靠指标; ④引入子集 Monte-Carlo 随机模拟加速算法。将以上方法应用于天津#5、#6 地铁环湖西路站—宾馆西路站区间盾构隧道四线交叠工程, 结果表明, 采用经典随机理论描述岩土参数的变异性, 所得到的盾构隧道地表沉降可靠指标小于基于随机场理论的对应值。该结论为复杂盾构隧道的施工控制与设计优化提供了理论依据。

**关键词:** 岩土参数; 空间变异性; 随机模拟; 地表沉降; 可靠指标

**中图分类号:** TU454

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-4548(2018)02-0270-08

**作者简介:** 王长虹(1978-), 男, 湖南衡山人, 工学博士, 主要从事随机力学研究工作。E-mail: changhong\_wang@163.com。

## Ground surface settlement of shield tunnels considering spatial variability of multiple geotechnical parameters

WANG Chang-hong<sup>1, 2</sup>, ZHU He-hua<sup>2</sup>, XU Zi-chuan<sup>2</sup>, LI Jian-gao<sup>3</sup>

(1. Department of Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai 200444, China; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. China Railway Tunnel Group Sanchu Co., Ltd., Shenzhen 518052, China)

**Abstract:** The existing spatial random field theories can better depict the uncertainty of a single geotechnical parameter, including the intrinsic randomness, global variability and local singularity. The current challenge is how to analyze the correlated variables in multiple soil layers for soil-tunneling mechanics. The coefficient of cohesion, internal friction angle and compression modulus are considered in the reliability index analysis of ground surface settlement due to excavation of shallow-buried tunnels. At first, the geotechnical parameters of multiple non-stationary soil layers are converted into unified anisotropic spatial random field using the local detrending method, and the statistical parameters are defined. Then, the uncertainty is simplified into aleatory randomness, and the response surface method is introduced into the reliability index analysis. The co-sequential Gaussian discretization is designed for the spatial random field and numerical analysis. Finally, the failure probability (i.e., reliability index) of ground surface settlement is calculated stochastically by using the classical and subset Monte-Carlo simulations, respectively. This approach is applied into the four shield tunnel paralleling zones of the 5<sup>th</sup> and 6<sup>th</sup> metro lines between West Huanhu Road station and West Binguang Road station in Tianjin of China. The results show that the reliability index considering geotechnical parameters as the classically probabilistic variables is smaller than that of spatial random field assumption. It may support substantially the construction control and design optimization in complex shallow-buried shield tunneling projects.

**Key words:** geotechnical parameter; spatial variability; stochastic simulation; ground surface settlement; reliability index

## 0 引 言

对于复杂的岩土工程, 岩土力学参数是影响工程安全的重要因素<sup>[1-4]</sup>。以往采用随机变量来描述岩土参数的变异性, 变异系数范围可达 10%~50%<sup>[5-6]</sup>; 而采用随

**基金项目:** 国家重点基础研究发展计划项目 (2011CB013800-G); 国家自然科学基金项目 (51208303); 上海市教委科技创新重点项目 (14ZZ162)

**收稿日期:** 2016-09-14

**\*通讯作者 (E-mail: 07xuzichuan@gmail.com)**



表 1 土层的基本岩土参数  
Table 1 Key geotechnical parameters of soil layers

土层名称	厚度 $H/\text{m}$	密度 $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	黏聚力 $c/\text{kPa}$	内摩擦角 $\varphi/(^\circ)$	压缩模量 $E_s/\text{MPa}$
① <sub>1</sub> 杂填土	2.2	1800	4.0	7.0	4.0
④ <sub>1</sub> 粉质黏土	3.5	1970	8.0	9.0	7.6
⑥ <sub>1</sub> 粉质黏土	5.8	1900	11.0	15.0	7.1
⑥ <sub>4</sub> 粉质黏土	3.1	1950	15.0	14.0	7.3
⑦粉质黏土	1.6	1990	15.0	13.0	6.7
⑧ <sub>1</sub> 粉质黏土	5.8	1990	12.0	12.0	11.1
⑨ <sub>1</sub> 粉土	9.0	2010	16.0	28.0	24.6
⑩ <sub>1</sub> 粉质黏土	2.0	2020	19.0	17.0	8.3
⑪ <sub>1</sub> 粉土	3.0	2000	16.0	33.0	28.6

机场理论描述空间变异性已成为热点研究领域<sup>[7-9]</sup>。  
在浅埋盾构隧道随机力学研究中, Phoon 等<sup>[10]</sup>采用相关函数功率谱和随机有限元模拟分析了盾构隧道掘进过程。Mollon 等<sup>[11]</sup>将盾构隧道周边土层的黏聚力、内摩擦角和弹性模量视为随机变量, 采用响应面算法分析了掌子面支护应力和地表沉降的可靠指标。胡小荣等<sup>[12]</sup>采用泛克里金方法进行了黏聚力和内摩擦角的空间插值分析, 并对岩土参数离散化赋值进行了有益探索。薛亚东等<sup>[13]</sup>根据随机场局部均匀化理论, 采用强度折减法计算了二维边坡的可靠指标。

依据 62 个岩土工程勘察取土孔, 共获取 84 组三轴固结不排水剪切指标, 以及 607 组 0.1~0.2 MPa 的固结试验压缩指标。岩土参数的平均值如表 1 所示。

1.2 数值计算模型

在 FLAC<sup>3D</sup> 平台上, 建立三维地层-结构数值计算模型, 模型纵向取 2 m。考虑到隧道开挖的潜在影响范围, 模型宽度取 80 m, 深度取 36 m, 如图 2 所示。

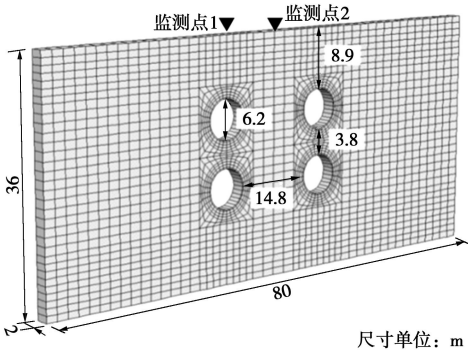


图 2 简化三维地层-结构模型

Fig. 2 Simplified three-dimensional soil-structure system  
根据土层特性, 岩土材料本构关系采用 Mohr-Coulomb 理想弹塑性模型。混凝土材料及盾构机壳为线弹性材料, 力学参数详见表 2。

表 2 管片和盾壳材料属性

Table 2 Mechanical parameters of segment and shield enclosure

材料名称	密度 $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	泊松比 $\nu$	弹性模量 $E/\text{MPa}$
隧道管片	2450	0.17	$2.1\times 10^4$
盾构机壳	8000	0.22	$2.06\times 10^5$

考虑开挖卸荷效应<sup>[14]</sup>, 将施工过程具体划分为 4 个模拟阶段: 土体开挖、盾构机壳支护、盾尾脱离和管片衬砌支护。一次开挖土体 2 m, 假定盾尾空隙的未填充率为 80%, 且为均匀环形空隙。具体分析步骤如图 3 所示。

2 可靠度响应面方法

根据经典随机理论, Hasofer-Lind 公式广泛应用于可靠指标计算<sup>[11]</sup>, 具体表述如下:

1 工程背景

天津地铁#5, #6 线环湖西路站-宾馆西路站区间盾构隧道工程双线并行, 共计 4 条隧道, 呈“平面交叉、上下交叠”线形。上方地面为城市交通主干道, 周边建筑分布密集。因此, 对盾构隧道施工引起的地表沉降定量的分析, 是判断施工风险以及采取相应工程控制措施的前提条件。

1.1 工程设计资料

如图 1 所示, 区间盾构隧道#5, #6 线设计断面均为圆形, 隧道内径为 5.5 m, 外径为 6.2 m。施工按“先下后上、先左后右”的掘进顺序。

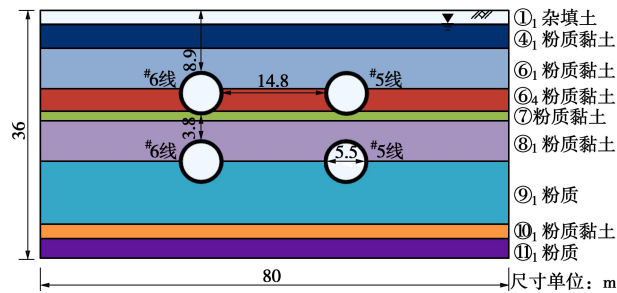


图 1 四线隧道交叠区间断面图

Fig. 1 Cross-section of four parallel shield tunnels

$$\beta_{HL} = \min_{Z \in G} \sqrt{(Z - \mu_Z)^T C^{-1} (Z - \mu_Z)} \quad , \quad (1)$$

式中,  $\mu_Z$  为岩土参数的均值向量,  $C$  为岩土参数的协方差矩阵,  $Z$  为功能函数  $G$  的验算点向量。 $\beta_{HL}$  的数学意义是功能函数  $G(Z)=0$  对应的累计概率分布函数曲线上分位数的绝对值, 即

$$\beta_{HL} = -\Phi^{-1}[P_f] \quad , \quad (2)$$

式中,  $\Phi^{-1}[\cdot]$  表示标准正态累计概率分布函数的逆变换,  $P_f$  为系统失效概率。

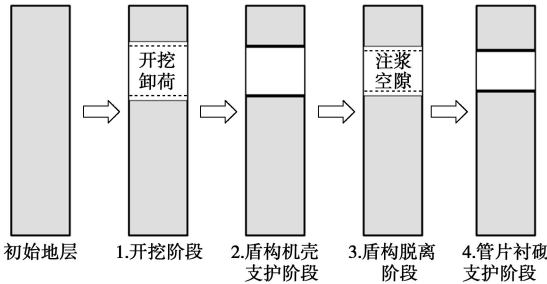


图3 数值模型开挖分析示意图

Fig. 3 Excavation scheme of numerical analysis

地表最大沉降的功能函数定义如下:

$$G = v_{\max} - v \quad , \quad (3)$$

式中,  $v$  为由数值计算得到的地表沉降最大理论值, 而  $v_{\max}$  为指地表沉降最大控制值。构造一个二次非交叉多项式, 模拟功能函数的响应面。

$$G(Z) = g_0 + \sum_{i=1}^n a_i Z_i + \sum_{i=1}^n b_i Z_i^2 \quad , \quad (4)$$

式中,  $g_0$  和  $a_i$ ,  $b_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) 为待定系数。响应面算法计算可靠指标的步骤如图 4 所示。

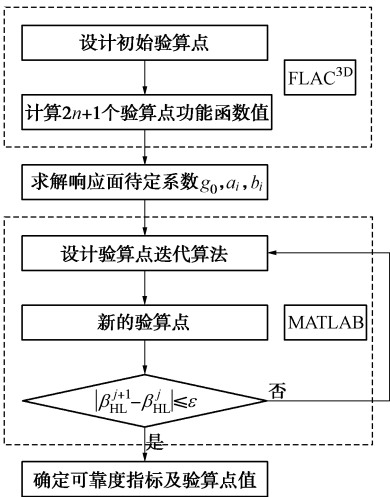


图4 可靠指标响应面算法

Fig. 4 Reliability analysis using response surface method

- (1) 选择随机变量的均值点  $\mu$  和  $2n$  个采样点  $\mu \pm k\sigma$  计算功能函数  $G(Z)$  值, 参数  $k$  可取值 1.0。
- (2) 联立  $2n+1$  个功能函数线性方程组, 解答出响应面功能函数未知系数  $g_0$  和  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $i=1,2,\dots,n$ 。

(3) 保证功能函数值为零, 求解 Hasofer-Lind 方程, 得到迭代验算点  $Z^{(j)}$  和可靠指标  $\beta_{HL}^j$ 。

(4) 将迭代验算点  $Z^{(j)}$  替代均值点  $\mu_Z^{j+1}$ , 重复 (1) ~ (3) 步骤直至可靠指标  $\beta_{HL}$  收敛。

### 3 可靠度随机场方法

经典随机理论概化了岩土参数的空间变异性, 笼统以随机性描述岩土参数的不确定性。随机场理论<sup>[15]</sup>既考虑样本的随机性, 又重视样本间的结构性, 弥补了经典统计学忽略空间方位的缺陷。

#### 3.1 随机场平稳性处理

去趋势分析是最常用的获得平稳随机场的方法。岩土参数随机场变量通常可表达为

$$Z(x) = \mu(x) + \varepsilon(x) \quad , \quad (5)$$

式中,  $\mu(x)$  为确定性均值函数,  $\varepsilon(x)$  为波动残差。本文拟采用局部均值方法, 在深度方向建立非连续均值函数。

表 1 中给出了黏聚力、内摩擦角和压缩模量等的均值  $m(x_i)$  ( $i=1,2,\dots,N$ ), 并可连成一条非连续的均值曲线。随机场方差可采用各土层岩土参数方差的厚度加权平均值:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma^2(x_i) \cdot H_i}{\sum_{i=1}^N H_i} \quad , \quad (6)$$

式中,  $N$  为土性相似的土层数目,  $H_i$  为土层厚度,  $\sigma^2$  为随机场加权方差。

设  $Z(x_i)$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) 为勘察数据样本, 样本变异函数值可通过下式来进行计算:

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2N_h} \sum_{i=1}^{N_h} [Z(x_i + h) - Z(x_i)]^2 \quad , \quad (7)$$

式中,  $h$  为分离距离,  $N_h$  是在  $(x_i + h, x_i)$  之间用来计算样本变异函数值的数据对。

球状模型理论变异函数已在岩土参数空间变异性的研究中, 得到了广泛的应用<sup>[7-9]</sup>。

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C_1 [1.5(h/a) - 0.5(h/a)^3] & (0 \leq h \leq a) \\ C_0 + C_1 & (h > a) \end{cases} \quad . \quad (8)$$

式中,  $C_0$  为块金值,  $C_0 + C_1$  为基台值 (即方差  $\sigma^2$ ),  $a$  为变程 (即相关距离)。样本变异函数值将通过数学拟合方法得到理论变异函数。

岩土参数在三维空间中的各向异性, 可由加权的分离距离  $h$  表示:

$$h = \sqrt{\left(\frac{h_1}{\eta_1}\right)^2 + \left(\frac{h_2}{\eta_2}\right)^2 + \left(\frac{h_3}{\eta_3}\right)^2} \quad , \quad (9)$$

式中,  $\eta_1$  恒等于 1.0,  $\eta_2, \eta_3$  为第二、第三主方向上的变程  $a_2, a_3$  与主变程  $a_1$  的比率。

### 3.2 协同序贯高斯离散化

功率谱转动带法、Karhunen-Loeve 分解方法、序贯高斯模拟和随机谐和函数等<sup>[16-19]</sup>对于单个随机场变量的离散化研究, 已经取得了较好的研究成果, 但很少涉及统计相关的、多元和各向异性随机场变量的同步离散化。以下工作将以序贯高斯模拟算法为基础, 提出协同序贯高斯离散化算法。

首先, 介绍两个 (或以上) 的随机场变量  $Z_1(x), Z_2(x)$  的协同空间插值。已知随机场的均值  $m_1$  和  $m_2$ , 理论变异函数  $r_{11}(h)$  和  $r_{22}(h)$ , 以及协变异函数  $r_{12}(h)$  存在。那么利用  $Z_1$  和  $Z_2$  的资料, 预测  $Z_2$  在  $x_0$  处的均值和方差分别为

$$\gamma_{12}(h) = \frac{1}{2} E\{[Z_1(x+h) - Z_1(x)][Z_2(x+h) - Z_2(x)]\}, \quad (10)$$

$$Z_2^*(x_0) = \sum_{i=1}^{n_1} \lambda_{1i} Z_1(x_i) + \sum_{j=1}^{n_2} \lambda_{2j} Z_2(x_j), \quad (11)$$

$$\sigma_2^2 = \sum_{i=1}^{n_1} \lambda_{1i} r_{12}(x_i - x_0) + \sum_{j=1}^{n_2} \lambda_{2j} r_{22}(x_j - x_0) + \mu_2, \quad (12)$$

式中, 插值系数  $\lambda_{1i} (i=1, \dots, n_1)$ ,  $\lambda_{2j} (j=1, \dots, n_2)$  以及拉格朗日系数  $\mu_2$  由协克里金线性方程组<sup>[20]</sup>得出。公式对于  $Z_1$  在  $x_0$  处的预测同样成立。

经过平稳性分析后, 随机场变量  $Z(x)$  将整体上满足正态分布特征。在空间离散域  $A$  内, 共有  $K$  个结点, 则随机场变量  $Z(x)$  可以由相似的  $K$  个  $\{Z(x_k), x \in A, k=1, 2, \dots, K\}$  独立正态分布的随机变量之和产生:

$$Z(x) = \sum_{k=1}^K \lambda_k Z(x_k) \quad (13)$$

其相应的  $K$  元联合概率分布函数可以表示为

$$F_K(Z_1, Z_2, \dots, Z_K | k) = \text{Prob}\{Z_i < z_i, i=1, 2, \dots, K | k\} \quad (14)$$

为了得到一个  $K$  元样本, 可以由  $K$  个序贯模拟步骤完成, 每一步都是联合概率分布函数的抽样, 先前已模拟的数据可作为下一个抽样的条件数据。

协同序贯高斯离散化算法的步骤如下:

(1) 在空间离散域内, 定义一条随机路径, 保证遍历每一个结点, 并且每一个结点只能经过一次。

(2) 根据条件数据、理论变异函数和协变异函数, 采用协克里金方法计算空间结点  $x_k$  的均值  $Z_1(x_k), Z_2(x_k)$ , 以及预测方差  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ 。

(3) 在空间结点  $x_k$  处分别建立正态随机分布:  $N[Z_1(x_k), \sigma_1^2]$  和  $N[Z_2(x_k), \sigma_2^2]$ 。各进行一次随机抽样, 得到该结点随机场变量  $Z_1$  和  $Z_2$  的实现, 并作为条件数

据进入后续随机模拟。

(4) 沿随机路径移动至空间结点  $x_{k+1}$ , 重复以上步骤 (2) ~ (3), 直至遍历所有  $K$  个结点。

(5) 完成一次协同序贯随机场离散化。

### 3.3 经典 Monte-Carlo 模拟算法

Monte-Carlo 模拟算法借助 FLAC<sup>3D</sup> 数值计算平台, 建立三维地层-结构模型。MAD 软件<sup>[8]</sup>作为随机场模拟发生器, 随机单元与有限差分网格重合。具体流程如图 5 所示。

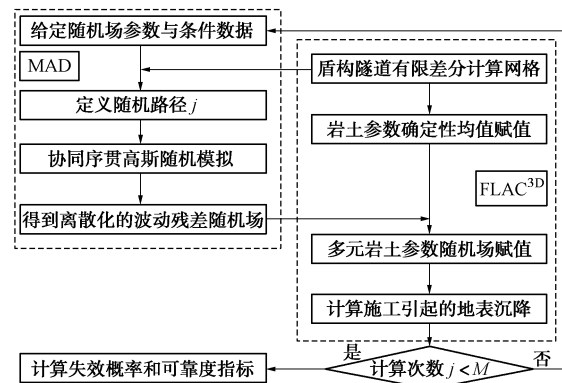


图 5 经典 Monte-Carlo 算法分析可靠度

Fig. 5 Reliability analysis using classical Monte-Carlo simulation

(1) 划分有限差分网格, 要求单元尺寸小于同方向随机场统计特征——变程的二分之一, 以保证随机场的离散点能够描述岩土参数的空间变异性。

(2) 利用去趋势分析, 得到二阶平稳随机场。给定多元岩土参数随机场统计特征, 如均值、方差、主变程、变程比率和相关系数等, 场地勘察数据作为随机场的条件数据。

(3) 在 MAD 平台上, 定义一条随机路径  $j$ , 采用协同序贯高斯离散化算法对随机场单元进行一次模拟, 得到相应的岩土参数波动残差的离散值。

(4) 自动调用 FLAC<sup>3D</sup>, 首先赋予有限差分网格确定性的岩土参数均值, 并叠加随机场离散值。

(5) 通过 FLAC<sup>3D</sup> 计算上述岩土参数条件下, 盾构隧道施工引起的地表沉降, 作为一次随机模拟结果。

(6) 重复步骤 (3) ~ (5), 直到满足 Monte-Carlo 算法计算可靠指标的随机模拟次数  $N_{\text{tot}}$  的要求。

(7) 根据设定的地表沉降允许值, 统计失效概率, 并计算可靠指标。

如系统失效概率为  $P_f = 10^{-k}$ , 经典 Monte-Carlo 算法所需的随机模拟次数为  $N_{\text{tot}} \approx 10^{k+2}$ , 其中,  $k$  为失效概率的指数幅值。由于涉及随机场大规模抽样, 难以应用于工程实践, 需要引入模拟加速算法。

### 3.4 子集 Monte-Carlo 模拟算法

子集 Monte-Carlo 随机模拟属于马尔科夫链加速

抽样算法<sup>[21]</sup>。在概率空间中,系统失效事件 $F$ 可以视为 $M$ 个连续失效事件级联相乘:

$$F = \bigcap_{i=1}^M F_i, \quad (15)$$

则系统失效的联合概率分布为

$$P_f\left(\bigcap_{i=1}^M F_i\right) = P_f(F_1) \prod_{i=2}^M P_f(F_i | F_{i-1}) \quad (16)$$

系统失效事件由功能函数 $G \leq 0$ 表示,而级联失效事件定义为 $F_i = \{G \leq c_i\}$  ( $i=1,2,\dots,m$ ),且 $c_1 > \dots > c_i > \dots > c_m = 0$ 。 $c_i$ 值等于子集Monte-Carlo随机模拟法的失效比例 $p_0$ 对应的功能函数值 $G_0$ 。初始失效事件概率值 $P_f(F_1)$ 直接由Monte-Carlo随机模拟获得。算法描述如下:

(1) 计算初始失效事件概率 $P_f(F_1)$ 。进行 $N$ 次子集随机模拟计算功能函数 $G$ 值, $c_i$ 的取值等于 $\{G_i; i=1,2,\dots,N\}$ 由大到小排列顺序中的第 $[(1-p_0)N]$ 位,子集失效比例参数 $p_0$ 和子集模拟次数参数 $N$ 通过经典Monte-Carlo随机模拟法试算确定。

(2) 在计算初始失效事件概率 $P_f(F_1)$ 时, $i > p_0 N$ 的样本均服从 $G_i \leq c_i$ 。以上 $p_0 N$ 个抽样将作为子集种子出现在计算失效事件概率 $P_f(F_2)$ 的随机场样本中;按照马尔科夫链无后效性原则,作为一次条件数据生成其它的 $(1-p_0)N$ 个随机场样本,具体通过协同序贯高斯离散化算法实现。

(3) 重复以上子集Monte-Carlo随机模拟算法,依次计算失效事件 $F_3, F_4, \dots, F_M$ 的失效概率,持续直到 $c_M = 0$ 截止,则系统失效概率

$$P_f(F) \approx P_f(F_0)^{M-1} P_f(F_M | F_{M-1}), \quad (17)$$

式中,条件概率 $P_f(F_M | F_{M-1})$ 等于第 $M$ 步 $G_M \leq 0$ 的样本数除以子集模拟次数 $N$ 。

如前所述,达到同样收敛条件,经典Monte-Carlo随机模拟算法需要 $N_{\text{tot}} = 10^{k+2}$ 次抽样,而子集模拟法的效率大为提高,需要的随机模拟总数为

$$N_{\text{tot}} = k(1-p_0)N + N \quad (18)$$

## 4 结果与讨论

根据背景工程的资料,将岩土参数黏聚力、内摩擦角和压缩模量视为统计相关的随机场变量。基于随机(场)理论,分析浅埋盾构隧道施工引起地表沉降可靠指标的变化。

### 4.1 随机场统计特征

上述概率方法是从本质上考虑岩土参数变异性的作用,因此随机场的一阶矩直接取勘察数据的局部均值分布曲线,二阶矩按照公式(6)计算,取方差的厚度加权平均值。

图6~8给出了3个岩土参数 $\mu_c(x_3)$ ,  $\mu_\phi(x_3)$ 和 $\mu_{E_s}(x_3)$ 沿深度 $x_3$ 变化的局部均值非连续曲线。土层弹性模量的均值近似按4倍压缩模量进行换算<sup>[22]</sup>,且方差按照误差传播规律,也作相应的放大。

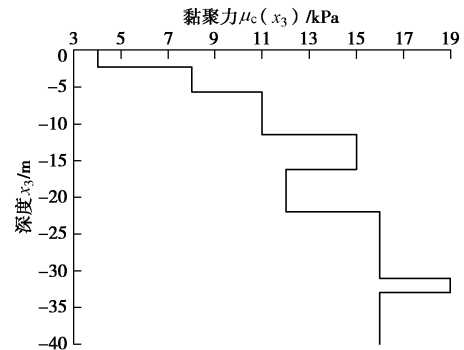


图6 黏聚力非连续均值函数

Fig. 6 Discontinuous drift of coefficient of cohesion

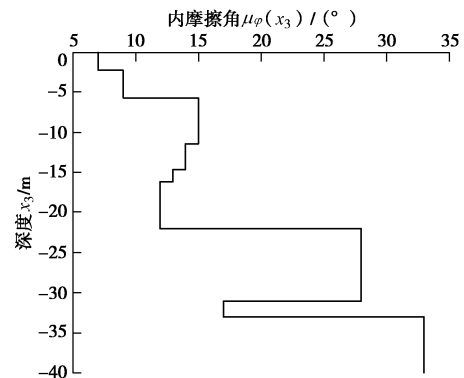


图7 内摩擦角非连续均值函数

Fig. 7 Discontinuous drift of internal friction angle

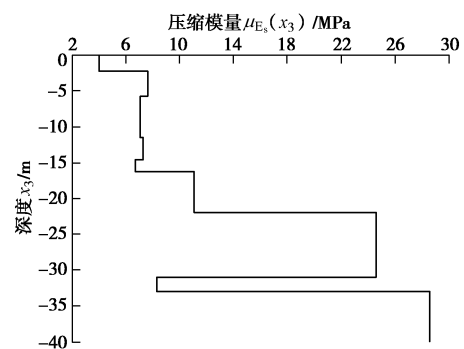


图8 压缩模量非连续均值函数

Fig. 8 Discontinuous drift of compression modulus

现有岩土工程勘察报告除提供均值、方差、最大值和最小值以外,一般不提供随机场统计特征——变程和协方差等信息。因此该部分数据主要来源于岩土参数空间变异性研究的文献调研。

国内外学者曾做了大量的统计工作<sup>[23-25]</sup>。最终令随机场水平方向上的两个变程相等,即 $a_1 = a_2$ 。竖向加权变程 $a_3$ 取4 m,变程比率取 $\eta_3 = 0.1$ 。描述岩土参

数黏聚力、内摩擦角和压缩模量之间协方差的相关系数  $r$  根据文献[7]获得。给定岩土参数的随机场统计特征如表 3 所示。

表 3 随机场统计特征

Table 3 Statistical characteristics of spatial random fields							
岩土参数	均值 $\mu(x)$	方差 $\sigma^2$	竖向变程 $a_3/\text{m}$	变程比率 $\eta_3$	相关系数 $R$		
					$c$	$\varphi$	$E_s$
$c$	$\mu_c(x_3)$	$1.3^2$	4.0	0.1	1.0	-0.5	-0.4
$\varphi$	$\mu_\varphi(x_3)$	$2.0^2$	4.0	0.1	-0.5	1.0	0.4
$E_s$	$\mu_{E_s}(x_3)$	$1.5^2$	4.0	0.1	-0.4	0.4	1.0

4.2 随机场模拟结果

控制单条盾构隧道施工引起的地表沉降量为 10 mm，4 线盾构隧道施工引起的地表沉降量为 20 mm。选择黄色监测预警值参与计算，即  $v_{\max}^{(1)} = 7\text{ mm}$ ， $v_{\max}^{(4)} = 15\text{ mm}$ 。

经典 Monte-Carlo 算法在失效概率  $P_f=10^{-3}$  时，模拟次数为 10 万次。计算耗时 24 d10 h（6 核 FLAC<sup>3D</sup> 程序并行，电脑配置：i7-4790 CPU @3.6 GHz）。数值计算所需的离散随机场如图 9~11 所示。

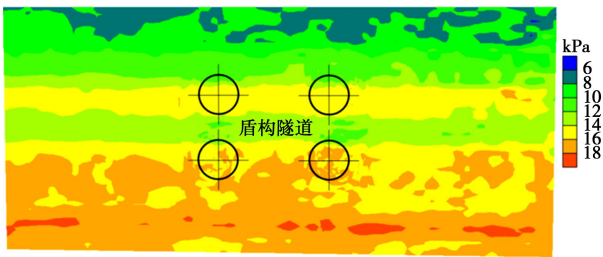


图 9 黏聚力  $c$  各向异性随机场

Fig. 9 Anisotropic spatial random field of coefficient of cohesion

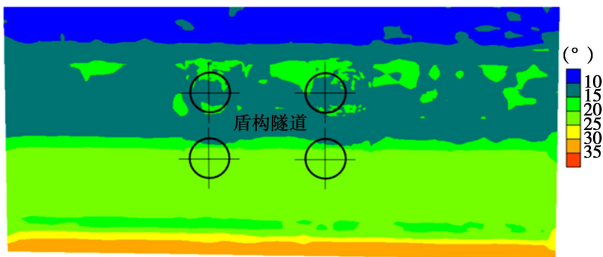


图 10 内摩擦角  $\varphi$  各向异性随机场

Fig. 10 Anisotropic spatial random field of internal friction angle

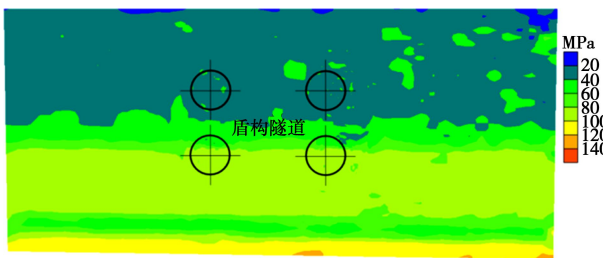


图 11 弹性模量  $E$  各向异性随机场

Fig. 11 Anisotropic spatial random field of elastic modulus

经 10 万次的随机模拟，单线、四线盾构隧道施工引起的地表最大沉降值如图 12、13 所示。其中，单线施工地表沉降均值 5.88 mm，最大沉降值大于 7 mm 共 387 次，失效概率为  $P_f = 0.004$ ，按公式（2）计算得到可靠指标为  $\beta=2.66$ 。四线施工地表沉降均值 13.85 mm，最大沉降值超出 15 mm 共 710 次，失效概率为  $P_f = 0.007$ ，地表沉降可靠指标为  $\beta=2.45$ 。

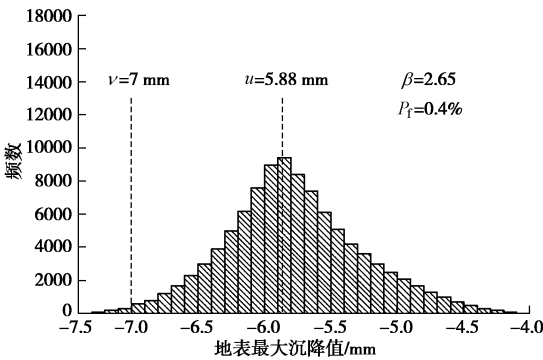


图 12 单线施工地表最大沉降直方图

Fig. 12 Histogram of maximum settlement of single-line tunneling

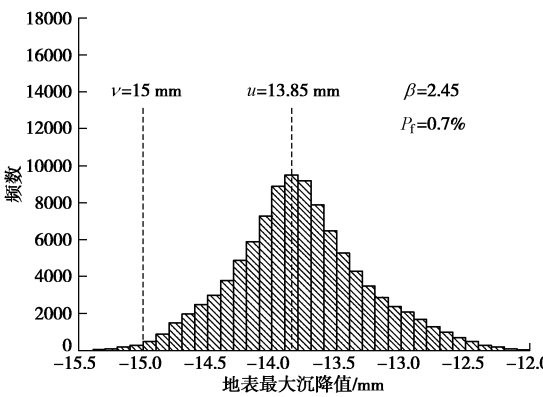


图 13 四线施工地表最大沉降直方图

Fig. 13 Histogram of maximum settlement of four-line tunneling

在两种工况下，子集模拟参数取值一致： $p_0=0.1$ ， $N=500$ 。在同样的电脑配置下，当失效概率  $P_f=10^{-3}$  时，所需的子集模拟次数为 1850 次，计算耗时 11 小时，用时耗比仅为 2%。其中，单线施工地表最大沉降值大于 7 mm 的失效概率为  $P_f = 0.005$ ，相应的可靠指标为  $\beta=2.58$ 。四线施工地表最大沉降值超出 15 mm 的失效概率为  $P_f = 0.006$ ，地表沉降可靠指标为  $\beta=2.51$ 。与经典 Monte-Carlo 算法相比，可靠指标相对误差在 3% 以内。

4.3 可靠指标对比分析

表 4 主要对比随机变量响应面算法与随机场变量经典 Monte-Carlo 算法。单线推进引起的最大沉降均值分别为 5.88，5.46 mm。四线推进引起的最大沉降均值分别为 13.85，13.90 mm。当单线地表沉降最大



表 4 不同随机理论假定的可靠指标对比  
Table 4 Comparisons of reliability indices of different statistical assumptions

控制指标	隧道推进状态	随机变量	随机场变量
$v_{\max}^{(1)} = 7 \text{ mm}$	单线最大沉降预测平均值	5.46 mm	5.88 mm
	失效概率(可靠指标)	$P_f = 0.029(\beta = 1.91)$	$P_f = 0.004(\beta = 2.65)$
$v_{\max}^{(4)} = 15 \text{ mm}$	四线最大沉降预测平均值	13.90 mm	13.85 mm
	失效概率(可靠指标)	$P_f = 0.045(\beta = 1.69)$	$P_f = 0.007(\beta = 2.45)$

值取  $v_{\max}^{(1)} = 7 \text{ mm}$  时, 基于经典随机理论计算的失效概率为  $P_f = 0.029$ , 基于随机场理论计算的失效概率为  $P_f = 0.004$ 。当四线推进引起的最大沉降报警值取  $v_{\max}^{(4)} = 15 \text{ mm}$  时, 基于经典随机理论计算的失效概率为  $P_f = 0.045$ , 而基于随机场特性的失效概率为  $P_f = 0.007$ ; 采用随机场理论描述岩土参数的变异性, 可靠指标  $\beta$  提高 0.76。

5 结论与展望

将随机(场)理论应用于天津地铁#5、#6 线环湖西路站—宾馆西路站区间交叠盾构隧道的地层—结构力学分析, 获得了以下 4 点结论。

(1)局部均值方法是建立多个非平稳土层统一岩土参数随机场的充分条件。并通过各向异性变异函数描述岩土参数的空间统计特征。

(2)协同序贯高斯离散化算法能够考虑随机场统计特征和条件数据, 高效离散统计相关的多元岩土参数随机场。

(3)经典 Monte–Carlo 随机模拟方法需要过大的计算代价。而子集 Monte–Carlo 随机模拟算法大幅度地提高了计算效率。

(4)对比随机变量描述岩土参数的变异性, 随机场理论将得到更精确的可靠指标, 为盾构隧道施工控制和设计优化提供了理论依据。

在接下来的研究中, 将引入随机场-贝叶斯理论, 结合岩土参数的勘察数据、施工监测数据和先验统计知识, 动态研究随机场的统计特征, 减小对岩土参数的认知不确定性, 并应用于岩土工程可靠度分析。

参考文献:

[1] 朱合华, 李晓军. 数字地下空间与工程[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(11): 2277 - 2288. (ZHU He-hua, LI Xiao-jun. Digital underground space and engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(11): 2277 - 2288. (in Chinese))

[2] 李晓军, 王长虹, 朱合华. Kriging 插值方法在地层模型生成中的应用研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(1): 157 - 162. (LI Xiao-jun, WANG Chang-hong, ZHU He-hua. Kriging

interpolation and its application to generating stratum model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(1): 157 - 162. (in Chinese))

[3] 王长虹, 朱合华. 多重分形与 Kriging 插值在地层模型生成中的应用[J]. 岩土力学, 2011, 32(6): 1864 - 1868. (WANG Chang-hong, ZHU He-hua. Application of multifractal and Kriging interpolation to reconstruction of stratum[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(6): 1864 - 1868. (in Chinese))

[4] 王长虹, 朱合华, 钱七虎. 克里金算法与多重分形理论在岩土参数随机场分析中的应用[J]. 岩土力学, 2014, 35(增刊 2): 386 - 392. (WANG Chang-hong, ZHU He-hua, QIAN Qi-hu. Application of Kriging methods and multi-fractal theory to estimate of geotechnical parameters spatial distribution[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(S2): 386 - 392. (in Chinese))

[5] 包承纲. 可靠度分析方法在岩土工程中的应用[J]. 人民长江, 1996, 27(5): 1 - 5. (BAO Cheng-gang. Application of reliability analyzing method in geotechnical engineering[J]. Yangtze River, 1996, 27(5): 1 - 5. (in Chinese))

[6] 张璐璐, 张洁, 徐耀, 等. 岩土工程可靠度理论[M]. 上海: 同济大学出版社, 2011. (ZHANG Lu-lu, ZHANG Jie, XU Yao, et al. Reliability theory of geotechnical engineering[M]. Shanghai: Tongji University Press, 2011. (in Chinese))

[7] WANG C H, ZHU H H. Combination of Kriging methods and Multi-Fractal theory to estimate spatial distribution of the geotechnical parameters[J]. Bulletin of Engineering Geology and Environment, 2016, 75: 413 - 423.

[8] WANG C H, HARKEN B, OSORIO-MURILLO C A, et al. Bayesian approach for probabilistic site characterization assimilating borehole experiments and cone penetration tests[J]. Engineering Geology, 2016, 207: 1 - 13.

[9] WANG C H, OSORIO-MURILLO C A, ZHU H H, et al. Bayesian approach for calibrating transformation model from spatially varied CPT data to regular geotechnical parameter[J]. Computers and Geotechnics, 2017, 85: 262 - 273.



- [10] PHOON K K, CHENG Y G. Some observations on tunneling simulation in spatially random soil using the displacement controlled method[C]// Second International Conference on Computational Methods in Tunneling. Bochum, 2009: 1061 - 1078.
- [11] MOLLON G, DIAS D, SOUBRA A H. Probabilistic analysis of circular tunnels in homogeneous soil using response surface methodology[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2009, **135**(9): 1314 - 1325.
- [12] 胡小荣, 唐春安. 岩土力学参数随机场的空间随机性分析及单元体力学参数赋值研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2000, **19**(1): 59 - 63. (HU Xiao-rong, TANG Chun-an. Spatial variation analysis on the random field of mechanical parameters for rock and soil and the parameter estimation of elements[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2000, **19**(1): 59 - 63. (in Chinese))
- [13] 薛亚东, 方超, 葛嘉诚. 各向异性随机场下的边坡可靠度分析[J]. *岩土工程学报*, 2013, **35**(增刊 2): 77 - 82. (XUE Ya-dong, FANG Chao, GE Jia-cheng. Slope reliability in anisotropic random fields[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, **35**(S2): 77 - 82. (in Chinese))
- [14] 侯公羽, 刘宏伟, 李晶晶, 等. 基于开挖卸荷效应的地铁隧道施工过程数值分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2013, **31**(增刊 1): 2915 - 2924. (HOU Gong-yu, LIU Hong-wei, LI Jing-jing, et al. Numerical analysis of subway tunnel construction process based on excavation unloading effect[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2013, **31**(S1): 2915 - 2924. (in Chinese))
- [15] MATHERON G, ARMSTRONG M. Principles of geostatistics[J]. *Economic Geology*, 1963, **58**: 1246 - 1266.
- [16] MANTOGLOU A, WILSON J L. The turning bands method for simulation of random fields using line generation by a spectral method[J]. *Water Resources Research*, 1982, **18**(5): 1379 - 1394.
- [17] HUANG S P, QUEK S T, PHOON K K. Convergence study of the truncated Karhunen-Loeve expansion for simulation of stochastic processes[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2001, **52**(9): 1029 - 1043.
- [18] PEBESMA E J. Multivariable geostatistics in S: the gstat package[J]. *Computers & Geosciences*, 2004, **30**(7): 683 - 691.
- [19] 梁诗雪, 孙伟玲, 李杰. 随机场的随机谐和函数表达[J]. *同济大学学报 (自然科学版)*, 2012, **40**(7): 965 - 970. (LIANG Shi-xue, SUN Wei-li, LI Jie. Simulation of multi-dimensional random fields by stochastic harmonic functions[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2012, **40**(7): 965 - 970. (in Chinese))
- [20] 张仁铎. 空间变异理论及应用[M]. 北京: 科技出版社, 2005. (ZHANG Ren-duo. Theory and application of spatial variability[M]. Beijing: Science Press, 2005. (in Chinese))
- [21] PAPAIOANNOU I, STRAUB D. Reliability updating in geotechnical engineering including spatial variability of soil. *Computers and Geotechnics*, 2012, **42**: 44 - 51.
- [22] 杨敏, 赵锡宏. 分层土中的单桩分析法[J]. *同济大学学报*, 1992(4): 421 - 428. (YANG Min, ZHAO Xi-hong. An approach for a single pile in layered soil[J]. *Journal of Tongji University*, 1992(4): 421 - 428. (in Chinese))
- [23] 李小勇, 谢康和, 虞颜. 土性指标相关距离性状的研究[J]. *土木工程学报*, 2003, **36**(8): 91 - 96. (LI Xiao-yong, XIE Kang-he, YU Yan. Research of the characteristics of correlation distance on soil properties indexes[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2003, **36**(8): 91 - 96. (in Chinese))
- [24] 林军, 蔡国军, 邹海峰, 等. 基于随机场理论的江苏海相黏土空间变异性评价研究[J]. *岩土工程学报*, 2015, **37**(7): 1278 - 1287. (LIN Jun, CAI Guo-jun, ZOU Hai-feng, et al. Assessment of spatial variability of Jiangsu marine clay based on random field theory[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2015, **37**(7): 1278 - 1287. (in Chinese))
- [25] 武登辉. 岩土参数不确定性研究及工程应用[D]. 杭州: 浙江大学, 2012. (WU Deng-hui. Uncertainty research and engineering application of geotechnical parameters[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2012. (in Chinese))