

DOI: 10.11779/CJGE201801017

坑内预留土作用下多支点支护结构的变形内力计算

张 浩¹, 郭院成¹, 石名磊², 马珍珍^{1,3}

(1. 郑州大学土木工程学院, 河南 郑州 450001; 2. 东南大学交通学院, 江苏 南京 210096; 3. 武陟第一黄河河务局, 河南 焦作 454950)

摘要: 基坑围护结构内侧预留土可有效减小围护结构内力和变形, 且设置灵活, 在工程中应用日益广泛。为了分析坑内预留土对多支点支护结构的作用效应, 首先, 基于三参数地基弹性梁模型, 根据支护结构沿竖向受力模式的不同, 给出了一种考虑坑内预留土作用影响的计算分析模型及控制方程组; 在此基础上, 通过桩身离散和矩阵传递法, 推导建立了多支点支护结构内力变形计算的矩阵表达式, 并给出半解析解答方法; 最后, 采用该方法对工程实例进行计算, 并对坑内预留土设置宽度、高度的影响规律进行了分析, 验证了方法的可行性, 可为支护工程设计施工提供参考。

关键词: 基坑工程; 预留土; 多支点支护结构; 理论计算; 半解析解

中图分类号: TU473.1 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2018)01-0162-07

作者简介: 张 浩(1985-), 男, 讲师, 主要从事地基与基础工程方面的教学和研究。E-mail: tmzhanghao@zzu.edu.cn。

Calculation of deformation and internal force of multi-pivot retaining structure considering influence of earth berm

ZHANG Hao¹, GUO Yuan-cheng¹, SHI Ming-lei², MA Zhen-zhen^{1,3}

(1. School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2. School of Transportation, Southeast University, Nanjing 210096, China; 3. First Yellow River Bureau of Wuzhi County, Jiaozuo 454950, China)

Abstract: Setting earth berm for retaining structures can effectively reduce their internal force and deformation, and it is flexible. This method has been widely used in engineering. In order to analyze the effect of earth berm on multi-pivot retaining structures, firstly, based on the tri-parameter foundation model, according to different stress patterns of the vertical retaining structures, a computational analysis model considering influence of earth berm and the governing equations are proposed. Moreover, combining the pile discrete method with the matrix transfer method, the matrix expressions for the internal force and deformation of retaining structures are derived, and the semi-analytical solution method is obtained. Finally, by calculating an excavation project and analyzing the influences of the width and height of the earth berm, the rationality of the proposed method is verified, and it can provide reference for the design and construction of retaining structures.

Key words: foundation pit engineering; earth berm; multi-pivot retaining structure; theoretical calculation; semi-analytical solution

0 引言

在基坑施工和使用中, 支护结构前预留或回填反压土体, 不仅可以增强坑内被动区土体对支护结构的支撑作用, 其自身的水平抗力对支护结构变形也有一定的抑制作用^[1-2], 因此一定程度上可以控制或降低支护结构的变形和内力, 缩短支护结构的嵌固深度, 甚至可以削减部分水平支撑, 具有良好的经济效益, 被广泛应用于支护结构的辅助增强。然而, 现行各类基坑支护设计规程规范中均未涉及坑内预留土的设计和计算问题, 实践中对坑内预留土设置的观点亦不统一。

考虑坑内预留土对支护结构工作性状的影响, 国内外学者大多采用有限元整体模型分析的方法^[1-3], 模拟支护结构-土的相互作用机制, 计算坑内预留土对支

护结构变形和内力性状的影响。这种数值计算方法不仅能直观地反映坑内预留土对支护结构的作用机理, 还可以综合的考虑土层变化和复杂边界条件影响, 但往往建模较复杂, 且计算量大, 一般较难被工程人员熟练掌握和应用, 因此一些简化的理论方法显得尤为必要^[4]。金亚兵等^[5]将坑内预留土的作用效应分为对支护结构的水平附加荷载作用和以自重形式对坑底被动土压力的增强作用, 并分别建立了相应的简化计算方法; 李顺群等^[6]基于朗肯土压力理论、滑移线理论

基金项目: 国家自然科学基金项目(51608490); 河南省高等学校重点科研项目(16A560009); 河南省博士后科研项目(2015014)

收稿日期: 2016-10-14

和均布条形荷载作用下的 Boussinesq 解答, 建立了坑内预留土对悬臂式支护结构的作用效应分析方法。考虑到土体与支护结构间的相互作用, 郑刚等^[7]基于弹性地基梁法建立了预留土的简化分析模型, 并结合朗肯极限土压力理论对预留土被动弹簧刚度进行修正; 考虑坑内预留土有限宽度情况下其水平抗力的发挥问题, 颜敬等^[8]引入基坑开挖影响区域的概念, 对预留土弹簧刚度进行了水平修正; 张爱军等^[9]同样基于弹性地基梁法建立了预留土对悬臂式支护结构影响的计算理论模型。既有研究主要集中于悬臂式支护结构的分析, 未涉及坑内预留土对多支点支护结构(如: 桩锚支护、内支撑支护等)的影响分析, 而此类支护结构在我国基坑工程中有着广泛的应用。

据此, 本文基于三参数弹性地基梁模型, 考虑坑内预留土的作用影响, 根据多支点支护结构沿竖向受力模式的不同, 分别建立各受力模式下的控制方程, 进而通过桩身离散和矩阵传递法给出支护桩受力响应的半解析解答, 为科学评估坑内预留土对多支点支护结构的影响效应做出有益尝试。

1 计算模型与基本假定

1.1 支护结构受力模式及其控制方程

坑内设有预留土的典型多支点支护结构如图 1 所示。图中, h_c 为预留土以上的开挖深度; h_u , B_t , B_b 分别为坑内预留土的高度、上宽和下宽; q 为坑顶外侧地面超载; p_a 为基坑外侧土压力; q_u , q_d 分别为坑内预留土和坑底土对支护结构的水平抗力。实际工程中, 基坑开挖不可避免会引起周围土体向坑内的位移变形, 从而对支护结构产生土压力作用(p_a); 在此土压力作用下, 支护结构会发生向坑内的侧向位移, 而受到坑内预留土和坑底被动区土的水平抗力作用(q_u , q_d)。因此, 支护结构的受力变形取决于周围土体的位移, 而支护桩又会反过来对周围土体产生作用, 是比较典型的被动桩桩土相互作用模式^[10]。

据此, 根据支护结构所受外力不同, 不妨将支护桩划分为 3 段: ①预留土以上的临空段, 受坑外土压力作用和支点(锚杆或内支撑等)集中力作用; ②预留土高度范围内的预留土作用段, 不仅受坑外土压力的作用, 还受到坑内预留土的水平抗力作用; ③坑底以下的嵌固段, 同时受到坑外土压力和坑内土抗力作用。进而, 以各段顶点为原点, 分别对三桩段建立独立坐标系 $y_c - z_c$, $y_u - z_u$, $y_d - z_d$, 根据静力平衡和材料力学假定, 忽略轴力影响, 可建立各桩段控制微分方程:

$$EI \frac{d^4 y_c}{dz_c^4} = p_a(z_c) \quad (\text{临空段}) , \quad (1)$$

$$EI \frac{d^4 y_u}{dz_u^4} + q_u(y_u, z_u) = p_a(z_u) \quad (\text{预留土作用段}), \quad (2)$$

$$EI \frac{d^4 y_d}{dz_d^4} + q_d(y_d, z_d) = p_a(z_d) \quad (\text{嵌固段}) , \quad (3)$$

式中, EI 为支护桩刚度, $q_u(y_u, z_u)$, $q_d(y_d, z_d)$ 分别为坑内预留土和坑底被动区土的抗力, $p_a(z_c)$, $p_a(z_u)$, $p_a(z_d)$ 分别为三桩段外侧土压力。

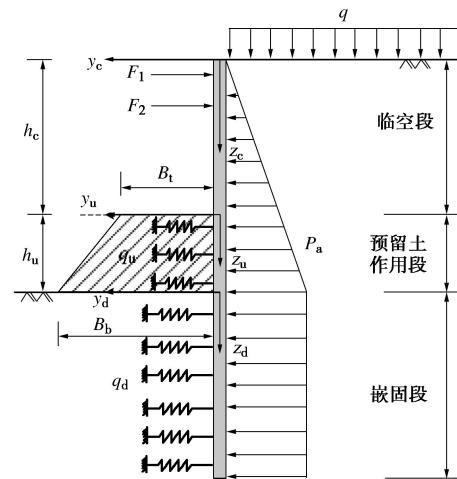


图 1 多支点支护结构内力计算模型

Fig. 1 Computational model for internal force of multi-pivot retaining structures

1.2 主要计算参数的选取

假定基坑坑底以上支护桩外侧土压力为朗肯主动土压力, 而坑底以下土压力为一定值^[6, 8], 其大小与坑底处朗肯主动土压力相等, 则三桩段外侧土压力为

$$p_a(z_c) = (\gamma z_c + q) K_a - 2c\sqrt{K_a} = az_c + b , \quad (4)$$

$$p_a(z_u) = [\gamma(h_c + z_u) + q] K_a - 2c\sqrt{K_a} = a'z_u + b' , \quad (5)$$

$$p_a(z_d) = [\gamma(h_c + h_u) + q] K_a - 2c\sqrt{K_a} = c' . \quad (6)$$

式中 γ , c 分别为坑外侧主动区土体重度和黏聚力; K_a 为主动土压力系数; $K_a = \tan^2(45^\circ - \varphi/2)$, φ 为主动区土体内摩擦角; a , b , a' , b' , c' 为常数。

考虑到坑内预留土与坑底被动区土对支护桩的抗力作用, 采用被动受压弹簧来模拟坑内土体与支护桩的相互作用, 通过土层弹簧刚度的合理选取, 即可根据支护桩位移模式和大小得出坑内土体的抗力作用:

$$\left. \begin{aligned} q_u(y_u, z_u) &= k_u(z_u) b_1 y_u , \\ q_d(y_d, z_d) &= k_d(z_d) b_1 y_d , \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中, $k_u(z_u)$, $k_d(z_d)$ 为预留土作用段和坑底被动区的地基抗力系数, b_1 为支护桩的计算宽度。

假定坑内土抗力与支护桩侧向位移成正比, 采用

三参数 (m 、 z_0 、 n) 地基抗力模型, 有

$$\begin{aligned} k_u(z_u) &= m(z_0 + z_u)^n, \\ k_d(z_d) &= m(z_s + z_d)^n. \end{aligned} \quad (8)$$

式中 m 为地基比例系数; z_0 , z_s 分别为预留土顶和坑底处的当量深度, 用于考虑开挖后预留土顶面和坑底标高处的土变成超固结土, 虽然发生应力释放, 但仍具有一定的刚度; n 为地基抗力的深度指数。

由于坑内预留土为有限宽土体, 其抗力并不会像坑底无限土一样完全发挥, 因此需对其抗力系数作进一步修正。鉴于基坑开挖引起坑内土体位移变形的区域是有限的, 即离支护结构越远坑内土体的位移变形越小, 其对支护结构的抗力作用就越不明显, 但在该区域范围以内, 土体的开挖将削弱土层的弹簧刚度。因此, 不妨以基坑开挖的影响域宽为基础对有限预留土的抗力系数进行修正^[8]:

$$\bar{k}_u(z_u) = \beta m(z_0 + z_u)^n \frac{h_u B_t + (B_b - B_t)z_u}{\lambda(h_c + h_u)h_u}. \quad (9)$$

式中 λ 为基坑开挖的影响范围系数, 表征为土体侧向变形不动边界到支护结构的距离与基坑开挖深度的比值^[8], 可借助数值分析或工程经验确定(一般取 3~5); β 为开挖过程中预留土的松弛系数, 当开挖对预留土扰动较小时, $\beta=1$; 预留土发生应力松弛, $0<\beta<1$; 预留土采用一定固化措施时, $\beta>1$ 。坑底以下的土体抗力系数仍按式(8)计算。

2 支护桩变形内力计算

2.1 控制方程求解

为了简化计算和便于编程, 可采用对支护桩进行离散的方法, 通过矩阵传递法进行统一求解。

(1) 临空段控制方程求解

如图 2 所示, 根据支点集中力位置将临空段离散为 N_c 份, 每段长度 $h_l=h_c/N_c$, 并保证集中力作用于离散节点处; 取任一段 i 建立独立坐标系进行分析。其中, 为简化分析将微段外侧主动土压力取为

$$p_{ai} = a \cdot (2i-1)h_l/2 + b. \quad (10)$$

由式(1)可将临空段第 i 桩段控制方程转化为

$$\frac{d^4y_{ci}}{dz_{ci}^4} = \bar{p}_{ai}, \quad (11)$$

式中, $\bar{p}_{ai} = p_{ai}/EI$ 。

进而, 对该微分方程求解可得

$$y_{ci} = C_{o1} + C_{o2}z_{ci} + C_{o3}z_{ci}^2 + C_{o4}z_{ci}^3 + \frac{\bar{p}_{ai}}{24}z_{ci}^4, \quad (12)$$

式中, y_{ci} 为第 i 段任意位置 z_{ci} 处的桩身挠曲, C_{o1} , C_{o2} , C_{o3} , C_{o4} 为常系数。

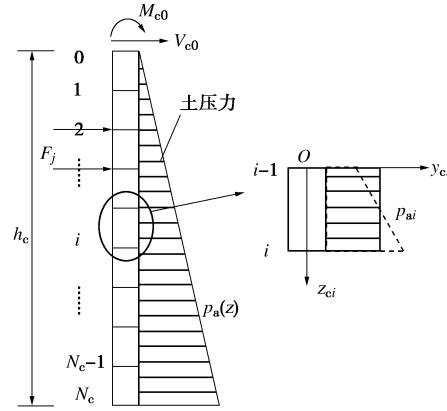


图 2 临空段离散示意图

Fig. 2 Diagram of discretization for cantilever segment

设 z_{ci} 处桩身转角为 φ_{ci} , 弯矩为 M_{ci} , 剪力为 V_{ci} , 由材料力学基本理论, 有

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{ci} &= \frac{dy_{ci}}{dz_{ci}}, \\ M_{ci} &= EI \frac{d^2y_{ci}}{dz_{ci}^2}, \\ V_{ci} &= EI \frac{dM_{ci}}{dz_{ci}}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

设第 i 段顶端 ($z_{ci}=0$) 响应参量为 y_{ci0} , φ_{ci0} , M_{ci0} 和 V_{ci0} , 联合式(12)和(13)可求出 C_{o1} , C_{o2} , C_{o3} , C_{o4} ; 进而将其回代入式(12)和(13)可得

$$\mathbf{U}_{ci}(h_l) = \mathbf{S}_{ci}(h_l) \cdot \mathbf{U}_{ci0}. \quad (14)$$

式中 $\mathbf{U}_{ci}(h_l) = [y_{ch}, \varphi_{ch}, M_{ch}, V_{ch}, 1]^T$, 其中 y_{ch} , φ_{ch} , M_{ch} , V_{ch} 为第 i 段底部 ($z_{ci}=h_l$) 的水平位移、转角、弯矩和剪力; $\mathbf{U}_{ci0} = [y_{ci0}, \varphi_{ci0}, M_{ci0}, V_{ci0}, 1]^T$, 其中 y_{ci0} , φ_{ci0} , M_{ci0} , V_{ci0} 不仅为第 i 段顶部的水平位移、转角、弯矩和剪力, 还是第 $i-1$ 段底部的水平位移、转角、弯矩和剪力, 即 $\mathbf{U}_{c(i-1)}(h_l)$; $\mathbf{S}_{ci}(h_l)$ 为第 i 微段的系数

$$\mathbf{S}_{ci}(h_l) = \begin{bmatrix} A_{c1} & B_{c1} & C_{c1} & D_{c1} & E_{c1} \\ A_{c2} & B_{c2} & C_{c2} & D_{c2} & E_{c2} \\ A_{c3} & B_{c3} & C_{c3} & D_{c3} & E_{c3} \\ A_{c4} & B_{c4} & C_{c4} & D_{c4} & E_{c4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ 其中 } A_{cj},$$

B_{cj} , C_{cj} , D_{cj} , E_{cj} ($j=1 \sim 4$) 为矩阵方程的 20 个系数。

考虑各微段变形受力连续性, 由式(14)可得

$$\mathbf{U}_{ci}(h_l) = \mathbf{S}_{ci}(h_l) \cdot \mathbf{U}_{c(i-1)}(h_l). \quad (15)$$

考虑到支点集中力的作用, 假设支点 x_j 处的集中力为 F_j , 则 x_j 点处上下截面的变形内力关系为

$$\mathbf{U}_x^d = \mathbf{S}_{cx} \mathbf{U}_x^u, \quad (16)$$

式中, \mathbf{U}_x^d , \mathbf{U}_x^u 分别为临空段 x_j 节点处下截面和上截面的内力变形参量矩阵, \mathbf{S}_{cx} 为集中力引起的突变矩

$$\text{阵, } \mathbf{S}_{\text{ex}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & F_j \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}。$$

进而, 可得临空段受力响应的矩阵传递方程:

$$\mathbf{U}_{\text{c}N_c}(h_1) = \mathbf{S}_{\text{c}N_c}(h_1) \cdots \mathbf{S}_{\text{ex}} \cdots \mathbf{S}_{\text{cl}}(h_1) \cdot \mathbf{U}_{\text{c}0} = \mathbf{S}_{\text{c}} \cdot \mathbf{U}_{\text{c}0}。 \quad (17)$$

式中 \mathbf{S}_{c} 为支护桩临空段总的系数矩阵; $\mathbf{U}_{\text{c}0} = [y_{\text{c}0}, \varphi_{\text{c}0}, M_{\text{c}0}, V_{\text{c}0}, 1]^T$, 为桩顶处的内力变形参量矩阵; $\mathbf{U}_{\text{c}N_c}(h_1) = [y_{\text{c}N_c}, \varphi_{\text{c}N_c}, M_{\text{c}N_c}, V_{\text{c}N_c}, 1]^T$, 为临空段和预留土作用段交界面处的参量矩阵。

(2) 预留土作用段控制方程求解

如图3所示, 将支护桩预留土作用段分为 N_u 份, 每段长 $h_2 = h_u/N_u$; 取任一段 i 建立独立坐标系进行分析, 为简化计算将微段外侧主动土压力取为

$$p_{ai} = a' \cdot (2i-1)h_2/2 + b'。 \quad (18)$$

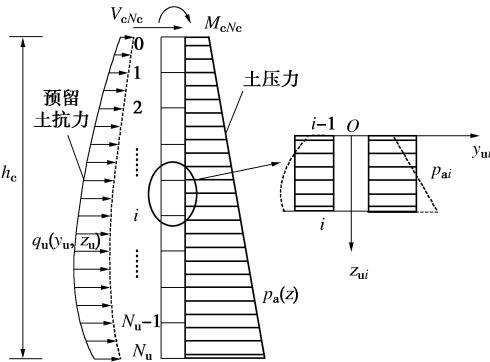


图3 预留土作用段离散示意图

Fig. 3 Diagram of discretization for earth berm segment

考虑坑内预留土的抗力作用, 基于式(9)采用中值定理, 将第 i 微段的预留土抗力系数简化取为

$$k_{ui} = \int_{(i-1)h_2}^{ih_2} \beta m(z_0 + z_u)^n \frac{h_u B_t + (B_b - B_t)z_u}{\lambda(h_c + h_u)h_u} dz_u / h_2。 \quad (19)$$

由式(2)可将第 i 微段控制方程转化为

$$\frac{d^4 y_{ui}}{dz_{ui}^4} + \alpha_{ui}^4 y_{ui} = t \quad , \quad (20)$$

式中, $\alpha_{ui}^4 = k_{ui} b_i/EI$, $t = p_{ai}/EI$, b_i 计算宽度。

进而, 对该微分方程求解可得

$$y_{ui} = e^{gz_{ui}} (C_{u1} \cos gz_{ui} + C_{u2} \sin gz_{ui}) + e^{-gz_{ui}} (C_{u3} \cos gz_{ui} + C_{u4} \sin gz_{ui}) + t/\alpha_{ui}^4, \quad (21)$$

式中, y_{ui} 为 z_{ui} 处桩身挠曲变形, $g = \alpha_{ui}/\sqrt{2}$, C_{u1} , C_{u2} , C_{u3} , C_{u4} 为常系数。

与临空段推导方法相同, 可得 i 微段矩阵方程:

$$\mathbf{U}_{ui}(h_2) = \mathbf{S}_{ui}(h_2) \cdot \mathbf{U}_{ui0} \quad , \quad (22)$$

式中 $\mathbf{U}_{ui}(h_2) = [y_{uh}, \varphi_{uh}, M_{uh}, V_{uh}, 1]^T$, y_{uh} , φ_{uh} , M_{uh} , V_{uh} 为第 i 段底部 ($z_{ui}=h_2$) 的水平位移、转角、弯矩

和剪力; $\mathbf{U}_{ui0} = [y_{ui0}, \varphi_{ui0}, M_{ui0}, V_{ui0}, 1]^T$, y_{ui0} , φ_{ui0} , M_{ui0} , V_{ui0} 不仅为第 i 段顶部的水平位移、转角、弯矩和剪力, 还是第 $i-1$ 段底部的水平位移、转角、弯矩和剪力, 即 $\mathbf{U}_{u(i-1)}(h_2)$; $\mathbf{S}_{ui}(h_2)$ 为第 i 微段的系数矩阵,

$$\mathbf{S}_{ui}(h_2) = \begin{bmatrix} A_{u1} & B_{u1} & C_{u1} & D_{u1} & E_{u1} \\ A_{u2} & B_{u2} & C_{u2} & D_{u2} & E_{u2} \\ A_{u3} & B_{u3} & C_{u3} & D_{u3} & E_{u3} \\ A_{u4} & B_{u4} & C_{u4} & D_{u4} & E_{u4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ 其中 } A_{uj}, B_{uj},$$

C_{uj} , D_{uj} , E_{uj} ($j=1 \sim 4$) 为矩阵方程的 20 个系数, 是微段长度 h_2 的函数。

考虑各微段变形受力连续性, 由式(22)可得

$$\mathbf{U}_{ui}(h_2) = \mathbf{S}_{ui}(h_2) \cdot \mathbf{U}_{u(i-1)}(h_2) \quad . \quad (23)$$

进而, 可得整个桩段受力响应的矩阵传递方程:

$$\mathbf{U}_{uN_u}(h_2) = \mathbf{S}_{uN_u}(h_2) \cdots \mathbf{S}_{u2}(h_2) \mathbf{S}_{u1}(h_2) \cdot \mathbf{U}_{u0} = \mathbf{S}_u \cdot \mathbf{U}_{u0}, \quad (24)$$

式中 \mathbf{S}_u 为支护桩预留土作用段总的系数矩阵; $\mathbf{U}_{u0} = [y_{cN_c}, \varphi_{cN_c}, M_{cN_c}, V_{cN_c}, 1]^T$, 为临空段和预留土作用段交界面处的内力变形参量矩阵; $\mathbf{U}_{uN_u}(h_2) = [y_{uN_u}, \varphi_{uN_u}, M_{uN_u}, V_{uN_u}, 1]^T$, 为预留土作用段和下部嵌固段交界面处的内力变形参量矩阵。

(3) 嵌固段控制方程求解

由式(3)可知, 嵌固段的微分控制方程与预留土作用段的控制方程形式相同, 仅坑内土体抗力和坑外土压力取值不同。据此, 采用与上述预留土作用段相同的推导方法, 可得嵌固段受力响应矩阵方程:

$$\mathbf{U}_{dN_d}(h_3) = \mathbf{S}_{dN_d}(h_3) \cdots \mathbf{S}_{d2}(h_3) \mathbf{S}_{d1}(h_3) \cdot \mathbf{U}_{d0} = \mathbf{S}_d \cdot \mathbf{U}_{d0} \quad . \quad (25)$$

式中 h_3 为离散单元长度, 若将嵌固段分为 N_d 份, 则 $h_3 = h_d/N_d$; $\mathbf{U}_{d0} = [y_{uN_u}, \varphi_{uN_u}, M_{uN_u}, V_{uN_u}, 1]^T$, 为预留土作用段和嵌固段交界面处内力变形参量矩阵; $\mathbf{U}_{dN_d}(h_d) = \mathbf{U}_{dL} = [y_{dL}, \varphi_{dL}, M_{dL}, V_{dL}, 1]^T$, 为支护桩底端处的内力变形参量矩阵; $\mathbf{S}_{di}(h_3)$ 为第 i 段的系数矩阵; \mathbf{S}_d 为嵌固段总的系数矩阵。

2.2 连续条件与求解方法

由支护桩受力变形的连续条件可知

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{U}_{u0} &= \mathbf{U}_{cN_c}(h_1); \\ \mathbf{U}_{d0} &= \mathbf{U}_{uN_u}(h_2) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

据此, 联合式(17)、(24)和(25)可得整个支护桩的内力变形矩阵方程:

$$\mathbf{U}_{dL} = \mathbf{S}_d \mathbf{S}_u \mathbf{S}_c \cdot \mathbf{U}_{c0} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{U}_{c0} \quad . \quad (27)$$

式中 \mathbf{S} 即为整个支护桩的总系数矩阵。

矩阵方程(27)中涉及到支护桩顶边界参量 y_{c0} , φ_{c0} , M_{c0} , V_{c0} 和桩端边界参量 y_{dL} , φ_{dL} , M_{dL} , V_{dL} 。考虑到不同的桩顶和桩端约束条件, 有

$$M_{c0} = M_0, \quad V_{c0} = H_0 \quad (\text{桩顶自由时}) \quad ; \quad (28)$$

$$y_{c0} = 0, \varphi_{c0} = 0 \text{ (桩顶固定时)} ; \quad (29)$$

$$M_{dL} = 0, V_{dL} = 0 \text{ (桩端自由时)} ; \quad (30)$$

$$\gamma_{dL} = 0, \varphi_{dL} = 0 \text{ (桩端嵌固时).} \quad (31)$$

据此, 可通过以下步骤计算支护结构的变形内力:

(1) 将支护桩顶、桩端已知条件代入到方程(27)中, 可得到有关 4 个未知量的 4 个方程组成的方程组, 通过求解该方程组可得未知的桩顶和桩端边界参量。

(2) 根据桩顶边界参量由递推公式(15)可求得临空段中任一微段 i ($1 \leq i \leq N_c$) 的下截面内力变形:

$$\mathbf{U}_{ci}(h_i) = \mathbf{S}_{ci}(h_i) \cdots \mathbf{S}_{cx} \cdots \mathbf{S}_{cl}(h_i) \cdot \mathbf{U}_{c0} . \quad (32)$$

当 $i=N_c$ 时, 式(32)可求得临空段底端的内力变形 $\mathbf{U}_{cN_c}(h_i) = [y_{cN_c}, \varphi_{cN_c}, M_{cN_c}, V_{cN_c}, 1]^T$ 。

(3) 由临空段与预留土作用段交界面处的连续条件 $\mathbf{U}_{u0} = \mathbf{U}_{cN_c}(h_i)$, 代入递推公式(23)可求得预留土作用段中任一微段 i ($1 \leq i \leq N_u$) 的下截面内力变形:

$$\mathbf{U}_{ui}(h_i) = \prod_{j=1}^i \mathbf{S}_{uj}(h_j) \cdot \mathbf{U}_{u0} = \prod_{j=1}^i \mathbf{S}_{uj}(h_j) \cdot \mathbf{S}_c \mathbf{U}_{c0} . \quad (33)$$

当 $i=N_u$ 时, 式(33)可求得预留土作用段底端的内力变形 $\mathbf{U}_{uN_u}(h_i) = [y_{uN_u}, \varphi_{uN_u}, M_{uN_u}, V_{uN_u}, 1]^T$ 。

(4) 同理, 由预留土作用段与下部嵌固段交界面处的连续条件 $\mathbf{U}_{d0} = \mathbf{U}_{uN_u}(h_i)$, 可得嵌固段顶端处的内力变形参量, 进而可求得嵌固段中任一微段 i ($1 \leq i \leq N_d$) 的下截面内力变形:

$$\mathbf{U}_{di}(h_i) = \prod_{j=1}^i \mathbf{S}_{dj}(h_j) \cdot \mathbf{U}_{d0} = \prod_{j=1}^i \mathbf{S}_{dj}(h_j) \cdot \mathbf{S}_u \mathbf{S}_c \mathbf{U}_{c0} . \quad (34)$$

综合上述, 通过对支护桩的合理离散, 由式(32)~(34)可求得各节点处支护桩的变形内力值。

3 实例验证分析

郑州建业凯旋广场工程位于花园路与农科路交叉口西北角, 占地面积约 24700 m^2 , 由 2 栋高层办公楼、多层裙房和整体 3 层地下车库组成。场区为黄河冲积平原工程地质区, 地层分布有粉土、粉质黏土、淤泥、粉砂、细砂等, 主要地层物理力学指标如表 1 所示。工程基坑采用盆式开挖施工, 鉴于东侧紧邻地铁 2 号线盾构隧道, 支护形式采用坑内预留土辅助桩锚支护结构, 如图 4 所示。

表 1 土层物理力学参数

Table 1 Physical and mechanical properties of subsoils

土层名称	h_i/m	$\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	E_s/MPa	c/kPa	$\varphi/(^\circ)$
①粉土	3.3	18.3	7.1	12	19
③粉质黏土	1.8	18.3	4.1	17	13
④粉土	4.0	18.5	10.1	12	22
⑤-1 粉土	1.5	18.4	9.0	13	20
⑤粉质黏土	0.9	18.4	4.6	18	14
⑦淤泥	3.5	18.4	3.8	11	10
⑧粉砂	4.5	18.5	19.0	3	25
⑨细砂	14.2	18.8	34.0	1	28

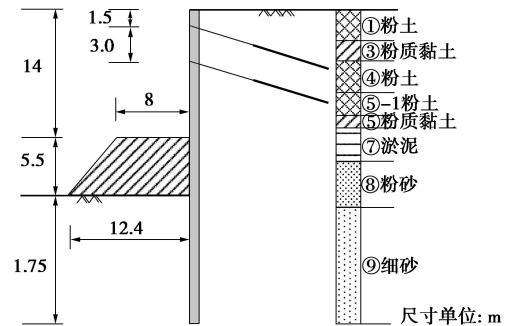


图 4 典型断面示意图

Fig.4 Diagram of typical section

采用本文方法对该典型断面支护结构的受力变形进行分析。考虑计算断面土层分布较多, 为便于分析对土层指标进行加权平均, 取黏聚力 $c=7.0 \text{ kPa}$, 内摩擦角 $\varphi=22.2^\circ$, 重度 $\gamma=18.5 \text{ kN/m}^3$; 根据断面地层分布特点可知, 预留土作用段主要位于粉砂层中, 考虑坑内这部分预留土对支护结构的作用效应, 结合文献[11]实测统计结果取预留土水平抗力系数为 100 kN/m^4 , 并结合式(9)对其进行修正, 其中 $\lambda=4$, $\beta=1$; 下部嵌固段土层为细砂层, 考虑基坑卸荷影响取其抗力系数为 100 kN/m^4 。桩锚支护结构设置两层锚杆, 分别距桩顶 1.5, 4.5 m, 由于锚杆轴力在开挖施工中是动态变化的, 计算中将锚杆集中力简化取为现场初始锁定值 300, 240 kN; 支护桩采用桩径 1.0 m 的 C30 钢筋混凝土灌注桩, 桩身模量取 28.5 GPa ; 桩长 31.25 m, 其中上部临空段 14 m, 预留土作用段 5.5 m, 下部嵌固段 11.75 m, 桩顶与桩端皆采用自由边界条件。计算中, 考虑基坑周边堆载及施工机械影响, 取地面超载 $q=24 \text{ kPa}$; 支护桩离散单元长度统一取为 0.25 m。

图 5(a) 所示为现场实测、采用本文方法和文献[4]方法计算的支护结构位移分布曲线图。

可以看出, 支护结构实测最大位移 $6.8 \sim 7.8 \text{ cm}$, 采用本文方法计算的支护结构最大位移 7.45 cm , 两者较为接近, 且随深度的变化趋势大体一致。图 5(b) 所示为采用本文方法和文献[4]方法计算的支护桩弯矩曲线图, 反映了支护结构的受力特点。其中, 本文方法计算的最大弯矩相对文献[4]方法计算结果要小, 且位置下移; 分析其原因主要是: 文献[4]方法是在有限元分析统计基础上, 对坑内无预留土时支护结构变形内力的简化折减计算, 而未考虑预留土对支护结构嵌固深度具有一定的减小作用^[6]。

考虑坑内预留土横断面布置尺寸对支护结构受力响应的影响, 在上述算例的基础上, 保持预留土高度和坡度不变, 分别计算预留土上宽 B_t 为 4, 6, 8, 10, 12 m 时支护桩的水平位移与弯矩, 如图 6 所示。可以

看出, 随着预留土宽度的增加, 支护桩最大水平位移和最大弯矩呈减小趋势, 但减小幅度逐渐降低。当预留土上宽由 4 m 增加到 6 m 时, 桩身最大水平位移和弯矩降低了约 21.1% 和 8.1%, 而当上宽由 10 m 增加到 12 m 时, 两者减小幅度降低为 12.9% 和 3.2%, 说明随预留土宽度的增加, 其对支护结构受力变形的影响逐渐减低, 计算结果将逐渐趋同于基坑开挖至预留土上标高时的桩身受力变形。

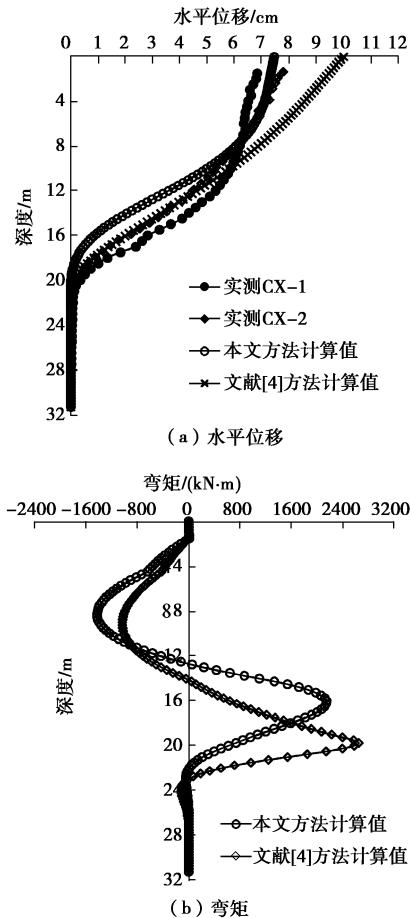


图 5 实测结果与计算结果比较图

Fig. 5 Comparison between calculated and measured results

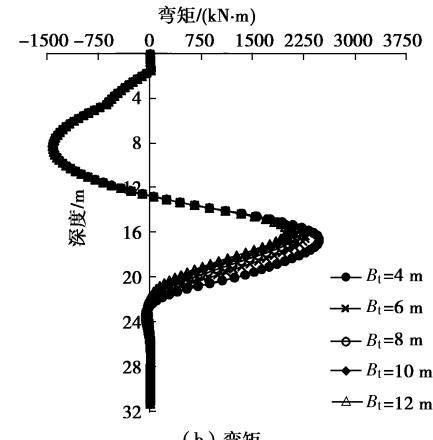
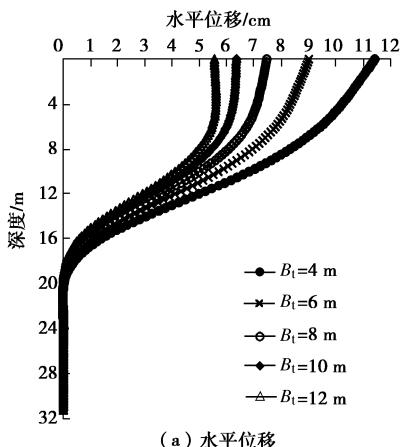


图 6 预留土宽度的影响

Fig. 6 Influence of width of earth berm

同时, 考虑预留土高度对支护结构受力响应的影响, 在保持预留土上宽和坡度不变的情况下, 分别计算预留土高度为 4.5, 5.0, 5.5, 6.0, 6.5 m 时支护桩的水平位移与弯矩, 如图 7 所示。可以看出, 同预留土宽度的影响规律类似, 随着预留土高度的增加, 支护桩最大水平位移和弯矩皆成减小的变化趋势, 但预留土高度对支护结构受力响应的影响更为明显; 且当预留土高度增加到 6 m 以后, 桩身最大水平位移逐渐下移至深度约 7 m 处, 这主要是由预留土抗力和上部

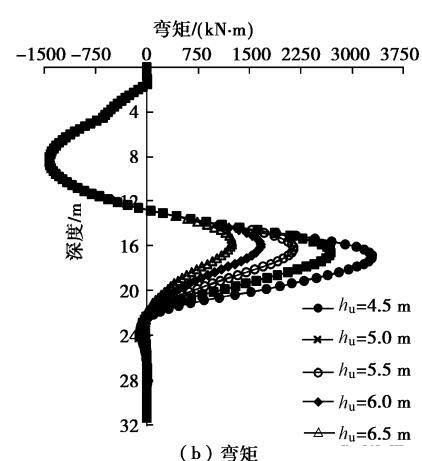
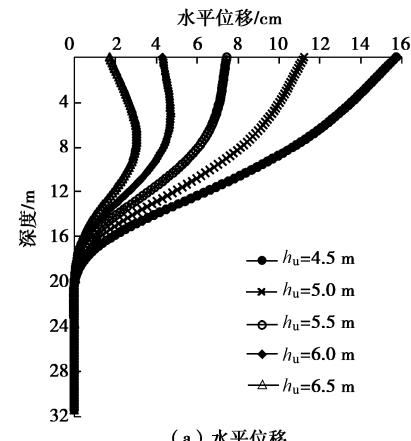


图 7 预留土高度的影响

Fig. 7 Influence of height of earth berm

锚杆拉力的共同作用引起的；与之对应，随着预留土高度增大，桩身下部最大正弯矩位置逐渐上移，说明预留土具有增大坑底土体约束抗力的作用^[6]。

4 结 论

(1) 本文根据桩锚支护体系、内支撑支护体系等多支点支护结构的受力特点，基于三参数弹性地基梁模型，给出了一种考虑预留土作用影响的分析计算模型及其控制方程组，并通过支护桩离散和矩阵传递法，推导建立了支护结构内力变形的半解析解答。

(2) 采用该方法进行工程案例支护结构位移及弯矩计算，并与现场监测数据、文献方法计算结果进行比较，结果验证了本文方法的可靠性，对大面积基坑盆式开挖施工法结构内力位移计算分析，尤其是 Winkler 高阶非齐次微分方程求解有较好的借鉴作用。

(3) 算例表明，预留土设置宽度和高度的增加有利于降低支护结构内力和变形，但降低幅度逐渐减小；且相比较而言，一定宽度条件下预留土高度的影响更为显著，实践中可综合设计与施工需要确定其尺寸。

参 考 文 献：

- [1] POWRIE W, CHANDLER J. The influence of a stabilizing platform on the performance of an embedded retaining wall: A finite element study[J]. *Géotechnique*, 1998, **48**(3): 403 - 409.
- [2] GEORGIADIS M, ANAGNOSTOPOULOS C. Effect of berms on sheet-pile wall behavior[J]. *Géotechnique*, 1998, **48**(4): 569 - 574.
- [3] SUSAN M, POWRIE W. Three-dimensional finite element analyses of embedded retaining walls supported by discontinuous earth berms[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2000, **10**: 1062 - 1077.
- [4] 尹盛斌. 基坑预留土台的简化分析方法研究[J]. 岩土力学, 2016, **37**(2): 524 - 536. (YIN Sheng-bin. A simplified analysis method for earth berm in foundation pit[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, **37**(2): 524 - 536. (in Chinese))
- [5] 金亚兵, 周志雄. 挡土墙(桩)前堆载反压或预留土体分
析与计算[J]. 岩土力学, 1999, **20**(3): 56 - 60. (JIN Ya-bing, ZHOU Zhi-xiong. Analysis and calculation method of surcharge reaction and remaining soils near retaining wall[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 1999, **20**(3): 56 - 60. (in Chinese))
- [6] 李顺群, 郑刚, 王英红. 反压土对悬臂式支护结构嵌固深度的影响研究[J]. 岩土力学, 2011, **32**(11): 3427 - 3431. (LI Shun-qun, ZHENG Gang, WANG Ying-hong. Influence of earth berm on embedment depth of cantilever retaining structure for pit excavation[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, **32**(11): 3427 - 3431. (in Chinese))
- [7] 郑刚, 陈红庆, 雷扬, 等. 基坑开挖反压土作用机制及其简化分析方法研究[J]. 岩土力学, 2007, **28**(6): 1161 - 1166. (ZHENG Gang, CHEN Hong-qing, LEI Yang, et al. A study of mechanism of earth berm and simplified analysis method for excavation[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2007, **28**(6): 1161 - 1166. (in Chinese))
- [8] 颜敬, 方晓敏. 支护结构前反压土计算方法回顾及一种新的简化分析方法[J]. 岩土力学, 2014, **35**(1): 167 - 174. (YAN Jing, FANG Xiao-min. Review of calculation methods of earth berm before retaining structure and a new simplified analytical method[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, **35**(1): 167 - 174. (in Chinese))
- [9] 张爱军, 张志允. 中心岛法支护结构内力及变形计算的地基反力法[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(增刊 2): 42 - 47. (ZHANG Ai-jun, ZHANG Zhi-yun. Displacement and internal forces of retaining structures in center-island excavation based on foundation resistance method[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2014, **36**(S2): 42 - 47. (in Chinese))
- [10] VIGGIANI C. Ultimate lateral load on piles used to stabilize landslides[C]// Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Stockholm, 1981: 555 - 560.
- [11] 陈忠汉, 黄书秩, 程丽萍. 深基坑工程[M]. 北京: 机械工业出版社, 2002. (CHEN Zhong-han, HUANG Shu-zhi, CHENG Li-ping. Deep foundation pit engineering[M]. Beijing: China Machine Press, 2002. (in Chinese))