

DOI: 10.11779/CJGE201801011

黄土 (Q_3) 横观各向同性强度准则研究

许 萍¹, 邵生俊^{2*}, 张 帅¹

(1. 西安理工大学水利水电学院, 陕西 西安 710048; 2. 西安理工大学土木与建筑工程学院岩土工程研究所, 陕西 西安 710048)

摘 要: 针对黄土的竖向裂隙及强化联结与水平面内各向同性的横观各向同性结构, 沿竖向分别施加大、中、小主应力, 进行了不同固结围压常中主应力比值的固结排水真三轴试验研究。依据八面体平面上应力状态域关于竖向主应力轴的几何对称关系, 分析了竖向和任意水平向施加大主应力的3个空间域不同中主应力比值子午平面的强度变化规律, 以及黏聚力和内摩擦角随中主应力比值的变化规律; 得到了横观各向同性结构黄土在八面体平面上关于竖向主应力轴对称的强度破坏面。在假定沉积面内正交两个主应力轴相对于竖向主应力轴无旋转的条件下, 应用 Lade 提出的竖向主应力轴与沉积面内正交两向主应力对角线轴平面内主应力空间旋转的描述方法, 对 $\sqrt{3}\sigma - \text{SMP}$ 各向同性强度表达式进行修正, 建立了横观各向同性的 $\sqrt{3}\sigma - \text{SMP}$ 强度准则。与黄土试验结果相对比, 表明该准则描述横观各向同性黄土的三维空间强度破坏面具有较好的适用性。

关键词: 横观各向同性; 真三轴试验; 强度准则; 黄土

中图分类号: TU444

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2018)01-0116-06

作者简介: 许 萍(1986-), 女, 陕西西安人, 讲师, 主要从事岩土材料测试及土石坝灾害防治方面的研究工作。E-mail: xuping1986@xaut.edu.cn。

Strength criterion of cross-anisotropic Q_3 loess

XU Ping¹, SHAO Sheng-jun², ZHANG Shuai¹

(1. Institute of Water Resources and Hydro-electric Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. Institute of Geotechnical Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: The structure of loess consisting of vertically extended cracks and horizontally deposited planes makes the cross-anisotropic strength behavior. In view of this, by using consolidated drained true triaxial tests, three principal stresses are alternatively loaded along the vertical direction. According to the geometric symmetry relation of the vertical principal stress axis in the stress state in the eight planes, the strength variation laws of the meridional plane in the three spatial domains with vertical and arbitrary horizontal forces and the variation laws of cohesion and internal friction angle with the ratio of the principal stress are analyzed, and the failure surface of the loess with transversely isotropic structure on the octahedral plane is obtained. Under the condition that the two principal stress axes are orthogonal to the vertical principal stress axis without orthogonal rotation, based on the theory of the principal stress space rotation proposed by Lade, the existing isotropic strength expression is improved and developed, and a new strength criterion for the rotation of principal stress axis in cross-anisotropic loess is proposed. The essential effectiveness of the new criterion is confirmed by the results of experimental facts.

Key words: cross-anisotropy; true triaxial test; strength criterion; loess

0 引 言

土的各向异性及其宏观力学效应是目前国内外土力学领域内高度关注的问题之一。各向异性的破坏及演化发展必然对土的强度和变形特性具有重要的影响。天然土在不同方向上往往具有不同的强度和变形特性, 可分为“原生各向异性”和“次生各向异性”^[1]。西北地区广泛分布的黄土作为一种典型的大孔隙、欠压密、竖向裂隙发育的非饱和和特殊土, 各向异性表现显著^[2]。在土的物理力学特性研究中, 对黄土各向异

性的认识仍不够全面, 例如: 各向异性对黄土材料的强度和变形特性影响仍没有定论, 对实际工程中存在的各向异性问题缺乏共识, 诸多强度准则和应力应变关系的模拟等依旧受传统理论中各向同性假设所带来

基金项目: 国家自然科学基金项目 (11572245); 陕西省教育厅重点实验室科研计划项目 (17JS092); 西安理工大学科技创新计划项目 (2016CX021); 校博士启动金项目 (104-2560816023); 水电学院开放基金项目 (2016ZZKT-31)

收稿日期: 2017-01-13

***通讯作者** (E-mail: sjshao@xaut.edu.cn)

的理论和实际的诸多限制, 少有的各向异性本构模型尚缺乏各向异性真三轴试验的检验和验证。因此, 本文对横观各向同性的黄土开展了竖向主应力正交于横观各向同性沉积面不同应力空间域的真三轴试验, 进而依据各向同性土介质的强度破坏准则, 建立了描述横观各向同性黄土的三维应力空间强度破坏准则。

1 研究现状

学者们早就开始注重土的各向异性强度准则的研究。Casagrande 等^[1]依据黏土三轴压缩和挤伸不排水试验结果已经认识到了土的各向异性强度特征。Lo^[3]考虑了各向异性黏性土坡的影响, 修正了以往的边坡稳定性分析公式; 张连卫等^[4]假定不同平面上的摩擦角随该平面与沉积面之间的夹角变化的基础上, 通过推广应用空间滑动面, 提出了一般应力条件下各向异性粒状介质材料的强度准则, 该准则和 Matsouka-Nakai 建立空间滑动面 (SMP) 强度准则相比存在一定的差异, 但能够较好地反映粒状材料在一般应力条件下的强度变化规律, 特别是材料横观各向同性沉积面正交方向与主应力轴成任意夹角时的强度变化。李学丰等^[5]采用宏细观相结合的方法, 沿用 Li 等^[6]、Dafalias 等^[7]由组构张量和应力张量联合定义反映各向异性程度的各向异性状态变量, 然后将该变量应用到广义 Mohr-Coulomb 强度准则中提出了一个各向异性强度准则, 通过多组各向异性砂土试验验证了该强度准则的合理性; 姚仰平等^[8]通过分析横观各向同性土的经验规律, 克服了组构张量方法应用于三轴压缩条件下描述各向组构差异的不足, 建立横观各向同性强度准则, 并通过 Santa Monica 海滩砂土和 San Francisco 海湾黏土真三轴试验数据验证了该准则的合理性。但这些准则的建立应用了具有一定假定条件的理论基础, 缺乏大量试验验证的支撑, 模型参数不易确定, 对实际的各向异性材料模拟过程中还存在很多的缺陷。截止目前, 在黄土工程建设中, 人们普遍地假定黄土为均质、各向同性介质, 且采用较为简单的 Mohr-Coulomb 各向同性强度准则, 这也仅仅是为了工程分析方便。然而, 黄土由于沉积作用、竖向裂隙发育, 各向土骨架排列联结特征不同的结构性差异, 尤其在三维应力条件下表现出明显的各向异性力学性状。这种特性对许多黄土工程问题具有显著的影响, 通过原状不同方向切削试样, 进行常规三轴和真三轴试验, 得出的变形和强度变化特征证明了这一点。

综上所述, 从各向同性强度准则出发, 土的各向异性强度的研究方法可归纳为两种类型:

(1) 为了描述土体的沉积特征, 引入组构张量,

与应力张量联合定义各向异性状态量, 建立各向异性强度准则。例如 Lade^[9]引入组构张量得到的单位张量, 代入其各向同性强度准则来反映各向异性特性。Li 等^[6]、Dafalias 等^[7]采用组构张量和应力张量联合定义了一个标量的各向异性状态变量, 再将这个状态变量和各向同性弹塑性本构模型相结合, 建立考虑横观各向同性砂土内在各向异性的弹塑性本构模型。Gao 等^[10]在强度准则的摩擦系数中引入一个由不变量表示的各向异性参数, 建立了一个可以描述横观各向同性土介质强度破坏特性的广义破坏准则。

(2) 考虑应力主轴旋转, 建立各向异性强度准则。例如 Abelev 等^[11]基于真三轴试验结果, 将主应力空间和各向同性强度准则描述的破坏面在静水压力轴和横观各向同性沉积面正交向主应力轴平面内进行旋转, 建立了横观各向同性破坏准则。该思路从材料的宏观表现出发, 揭示各向同性土在主应力空间的强度破坏面相对于静水压力轴对称分布, 而横观各向同性土的强度破坏面相对于横截面正交向应力轴在八面体平面上的投影轴对称几何分布。因而, 主应力空间的各向同性土介质的强度破坏面在静水压力轴和横截面正交轴平面内旋转, 即可反映各向异性土介质强度破坏面相对于静水压力轴的非对称性, 以及横截面正交向应力轴在八面体平面上的投影轴的对称性。本文将基于空间面旋转建立反映横观各向同性的破坏准则, 并使用黄土的真三轴试验结果验证新建准则的合理性和有效性。

2 试验步骤

本文利用西安理工大学真三轴仪, 进行了水平场地横观各向同性黄土各向作用不同主应力的真三轴试验。该试验设备由邵生俊负责开发研制, 具有一室四腔刚柔复合加载机构。能够实现应力控制、应变控制加载和恒定中主应力比值、恒定小主应力值与恒定平均球应力等应力路径。试样尺寸为 $70\text{ mm} \times 70\text{ mm} \times 140\text{ mm}$ 的长方体, 采用标注竖向和沉积横截面的原状土通过切削方法制备, 沿竖向和水平向分别制备长方体试样。总计完成了 60 个试样不同固结压力的等中主应力比值真三轴剪切试验。试验主要控制小主应力 (σ_3) 为恒定值, 分别为 50, 100, 150, 200 kPa, 也是等向压缩固结应力; 恒定中主应力比值 b ($b = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$) 分别为 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0。针对具有竖向裂隙和横向沉积面的横观各向同性黄土, 为了研究竖向和水平向施加大、中、小主应力作用下黄土的强度特性, 在土单元竖向和横截面上互相正交水平向分别作用不同主应力的八面体面上, 可

确定3个空间域,如图1所示。每个空间域的中主应力 b 值变化范围均为 $[0, 1]$ 。Kirkgard等^[12-13]在3个域内进行了San Francisco淤泥的真三轴试验研究,Abelev等^[11]在3个域内进行了Santa Monica Beach海滩砂的真三轴试验研究。

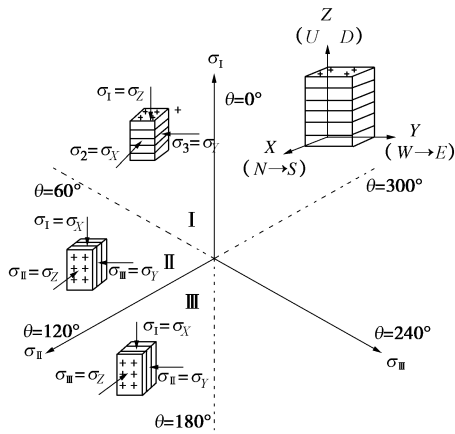


图1 笛卡尔坐标系中的取样方向和真三轴仪上的装样示意图

Fig. 1 Specimen orientation in Cartesian coordinate system and installed in cubical true tri-axial apparatus

图1中,罗德角 θ 的定义为

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \mu_\sigma \right). \quad (1)$$

应力空间内罗德角的变化范围为 $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$ 。

式(1)中罗德参数 μ_σ 与中主应力比值 b 关系为

$$\mu_\sigma = 2 \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1 = 2b - 1. \quad (2)$$

依据本文试验步骤,主应力空间内的八面体面被分为3个区域:应力空间I域: $\theta \in [0^\circ, 60^\circ]$,应力空间II域: $\theta \in [60^\circ, 120^\circ]$,应力空间III域: $\theta \in [120^\circ, 180^\circ]$ 。

此时,黄土沉积面的垂直向 Z 轴作用 σ_1 为大主应力,沉积面上水平向 X 轴作用 σ_{II} 为中主应力,沉积面上与 X 轴正交的另一个水平向 Y 轴作用 σ_{III} 为小主应力,属于主应力空间I域;沉积面上水平向 X 轴作用 σ_{II} 为大主应力,沉积面的垂直向 Z 轴作用 σ_1 为中主应力,沉积面上水平向 Y 轴作用 σ_{III} 为小主应力,属于主应力空间II域;沉积面上水平向 X 轴作用 σ_{II} 为大主应力,沉积面上水平向 Y 轴作用 σ_{III} 为中主应力,沉积面的垂直向 Z 轴作用 σ_1 为小主应力,属于主应力空间III域内。针对横观各向异性黄土,在主应力空间I、II、III域内进行黄土的固结等中主应力比值排水真三轴试验,可得到不同域内的强度变化规律。

3 强度破坏面

试验结果表明,横观各向异性在强度方面对原状

黄土的影响较为显著。图2给出八面体面3个区域内黏聚力和摩擦角随中主应力比值的变化规律。图2(a)所示3个应力空间域内黏聚力均随着中主应力比值的增大呈现先增大后减小的变化趋势;沿黄土竖向沉积面垂直向作用大主应力的I域黏聚力值依次大于II域、III域,II域、III域内的黏聚力取值差异较I域略小。图2(b)所示3个应力空间域内摩擦角均随着中主应力比值的增大呈现逐渐增大的变化趋势;3个区域的摩擦角差异与黏聚力表现一致:沿黄土竖向沉积面垂直向作用大主应力的I域摩擦角值依次大于II域、III域,II域、III域内的黏聚力取值差异较I域略小; b 值较小时,3个区域的摩擦角无明显差异,随着比值的增大,差异愈发明显,最大差异可达 $3^\circ \sim 4^\circ$ 。

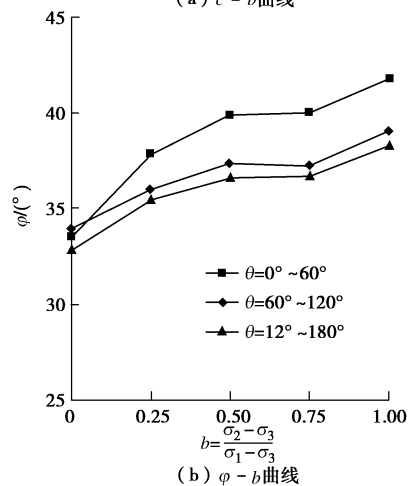
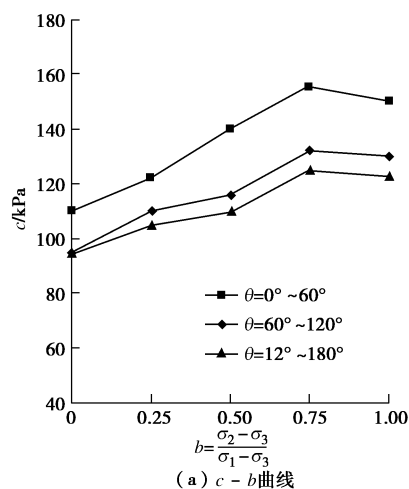


图2 原状黄土真三轴试验结果

Fig. 2 Test result of intact loess

3个应力空间域I、II、III均得到如图3所示不同中主应力比值应力路径的强度破坏线,破坏线均呈较好的线性关系。

图4八面体面强度结果绘制于纵轴一侧。公式(3)给出 $\sqrt{3}\sigma - \text{SMP}$ 各向同性强度准则,和莫尔-库仑强度准则一并绘制在图4上。各向同性准则适用于常规三轴压缩强度得到区域I顶部位置,很显然黄土的强度

受横观各向同性影响。因此, III 域强度较常规三轴压缩条件下得到的强度大, 从而接近于莫尔库仑破坏面。特别是常规三轴挤压试验的强度值, 位于 III 域的底部, 因此, III 域的破坏相当于低强度破坏。

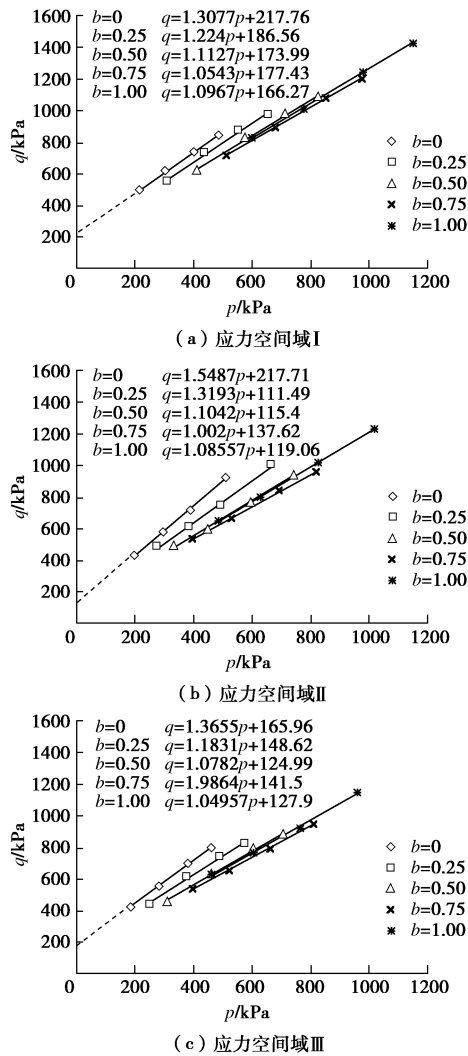


图 3 3 个应力空间域的子午平面强度破坏线

Fig. 3 Shear failure surfaces in p - q plane in stress spaces of different sectors

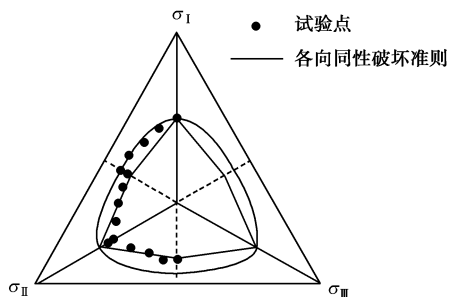


图 4 八面体面上的强度破坏面

Fig. 4 Yield loci in octahedral plane for cross-anisotropic loess

4 $\sqrt[3]{\sigma}$ -SMP 横观各向异性强度准则

4.1 各向同性强度准则

$\sqrt[3]{\sigma}$ -SMP 空间滑动面破坏准则是基于动态空间滑动面的理论, 由于空间滑动面上的方向余弦随着主应力的大小而变化, 故 $\sqrt[3]{\sigma}$ -SMP 空间滑动面为动态空间滑动面。陈昌禄等^[14]根据动态空间滑动面上的正应力和剪应力的分析结果, 假定该滑动面上的剪应力与正应力比值为常数, 建立了土材料破坏时主应力状态的数学模型。该准则被 3 个主应力表示为

$$\frac{\tau_N}{\sigma_N} = \left[\frac{(\hat{\sigma}_1^2 (\hat{\sigma}_2^{2/3} + \hat{\sigma}_3^{2/3}) + \hat{\sigma}_1^{2/3} (\hat{\sigma}_2 - \hat{\sigma}_3)^2 + \hat{\sigma}_2^2 \hat{\sigma}_3^{2/3})}{(\hat{\sigma}_1^{1/3} + \hat{\sigma}_2^{1/3} + \hat{\sigma}_3^{1/3})^2 (\hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_3)^{2/3}} + \frac{(\hat{\sigma}_2^{2/3} \hat{\sigma}_3^2 - 2\hat{\sigma}_1 (\hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_3^{2/3} + \hat{\sigma}_2^{2/3} \hat{\sigma}_3))}{(\hat{\sigma}_1^{1/3} + \hat{\sigma}_2^{1/3} + \hat{\sigma}_3^{1/3})^2 (\hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_3)^{2/3}} \right]^{1/2} = k_f, \quad (3)$$

式中, $\hat{\sigma}_i = \sigma_i + c \cot \varphi$, $i = 1, 2, 3$ 。

由中主应力比值为零路径的试验结果确定土的黏聚力和内摩擦角。式 (3) 中, $k_f = \frac{\sqrt{2}(K_p - 1)}{\sqrt[3]{K_p}(\sqrt[3]{K_p} + 2)}$,

$$K_p = \frac{\hat{\sigma}_1}{\hat{\sigma}_3}.$$

在主应力空间中, 由式 (3) 可确定黏聚力等于零时八面体面上的强度破坏轨迹, 如图 5 所示。强度破坏面形态相对于主应力轴呈对称分布, 且随摩擦角的增大而逐渐向外扩展。随摩擦角的增大, 八面体面上强度破坏面由近似圆形向抹圆角的曲边三角形转变。邵生俊等已证明该准则与 Lade-Duncan 强度准则近似一致。

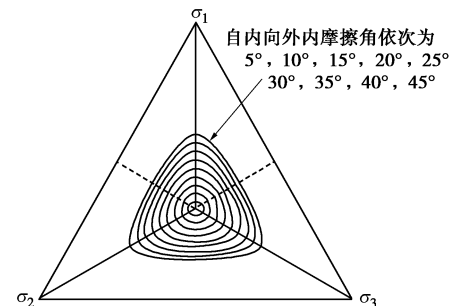


图 5 各向同性强度准则破坏面

Fig. 5 Isotropic failure criteria on π plane

4.2 横观各向同性强度准则

实际工程中土体往往处于复杂的应力状态, 例如土石坝、路基等, 由于采用分层碾压的工法, 土体垂直向和水平向力学特性往往存在差异, 同时在地震、交通等外荷载作用下, 土体内部单元的应力可能发生变化, 就存在应力大小以及方向的变化。当土体的沉积方向与加载方向不一致时, 主应力空间的破坏面随应力主轴发生了旋转, 往往会产生破坏强度的差异。为了考虑摩擦型材料的有效黏聚力和抗拉强度特性, Lade 于 1982 年提出了坐标变换法。取直角坐标系 $\sqrt{(\hat{\sigma}_{II})^2 + (\hat{\sigma}_{III})^2} \circ \hat{\sigma}_I$ 为原坐标系, $\sqrt{(\hat{\sigma}'_{II})^2 + (\hat{\sigma}'_{III})^2} \circ \hat{\sigma}'_I$

是静水压力轴发生旋转后新的坐标系, 坐标系旋转的角度 α (逆时针旋转时为正角), 如图6。

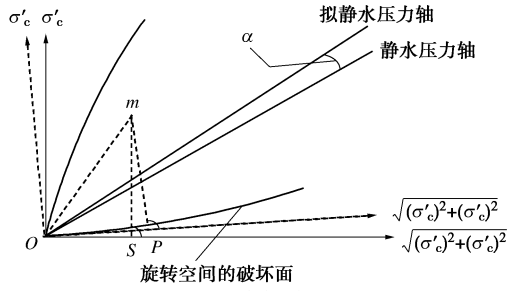


图6 主应力空间旋转示意图

Fig. 6 Rotation of principal stress space

基于欧拉旋转理论得到的坐标旋转公式, 式中 $(\hat{\sigma}_{II}, \hat{\sigma}_{III}, \hat{\sigma}_I)$ 代表主应力不发生旋转的原坐标系, 旋转的应力坐标系表示为 $(\sigma'_{II}, \sigma'_{III}, \sigma'_I)$, 从原坐标系到新坐标系的转换是通过一个 3×3 的正交变换矩阵实现:

$$\begin{Bmatrix} \sigma'_I \\ \sigma'_{II} \\ \sigma'_{III} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \alpha & -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \alpha & \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha \\ -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \alpha & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \alpha & \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha & -\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_I \\ \hat{\sigma}_{II} \\ \hat{\sigma}_{III} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

主应力轴旋转后 $(\sigma'_I, \sigma'_{II}, \sigma'_{III})$, 然后引入式(3) $\sqrt[3]{\sigma}$ -SMP 各向同性强度破坏准则确定参数 k_p 。参数 α 即为静水压力轴向拟静水压力轴的旋转角度, 同时它的大小可以作为材料结构参数来反映各向异性的发展程度, 其取值范围为 $[0, 180^\circ]$ 。当 $\alpha = 0^\circ$ 时, 该旋转矩阵可退化为单位矩阵, 表示主应力空间没有发生旋转, 它可以由常规三轴压缩试验和三轴挤伸试验得到。

5 试验结果对比验证

由于横观各向同性介质单元体八面体面上强度破坏面相对于横截面正交方向主应力轴呈对称分布, 中心点同样位于压缩点与挤伸点连线, 且相对于各向同性体强度破坏面存在中心点偏移, 因此, 依据应力空间域内轴对称压缩、轴对称挤伸试验结果确定横观各向同性八面体强度破坏面压缩点、挤伸点, 再与各向同性体八面体面上轴对称压缩强度和挤伸强度点比较, 确定中心点偏移量, 即可得旋转角度 α , 反映横观各向同性。依据本文试验结果, 得到真三轴试验测黄土的旋转角度, $\alpha = 2.63^\circ$ 。

图7给出了天然原状黄土八面体面试验数据点和各向同性破坏准则以及横观各向同性准则的对比。基于主应力轴旋转的横观各向同性破坏面保留有各向同性准则的所有特性, 但基于主应力轴旋转的横观各向

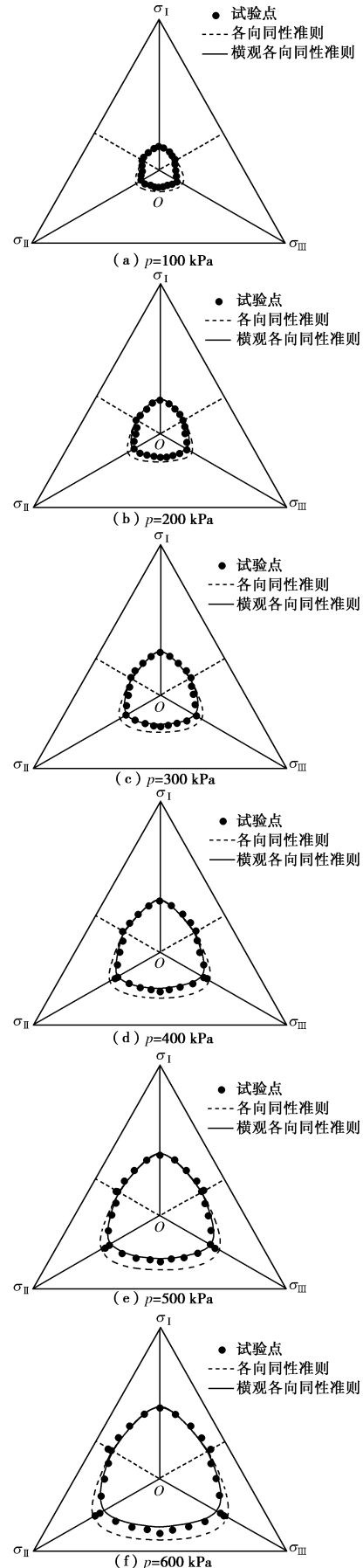


图7 试验点、各向同性强度准则、横观各向异性强度准则的对比
Fig. 7 Comparison among test data, isotropic failure criterion and cross-isotropic failure criterion

同性材料的破坏面的中心轴不再与各向同性材料静水压力轴同轴, 而是与静水压力轴成一定角度, 如图 7 所示。综合以上试验可以看出, 原有的各向同性准则仅仅适合于应力空间 I 域和 II 域, 本文提出的强度准则符合并能较为精确地描述各个区域内的试验破坏面以及每个区域的 b 的极值。

6 结 语

大多数天然沉积土都具有各向异性。本文在对横观各向异性 Q_3 原状黄土真三轴试验结果的基础上, 研究了八面体面上 3 个主应力空间域中主应力比值变化范围内的强度面形态。依据横观各向同性土介质相对横截面法向主应力轴对称的特性, 得到了八面体面上对称分布的强度面。应用 Lade 由欧拉旋转理论描述主应力空间旋转的途径, 对 $\sqrt[3]{\sigma}$ -SMP 各向同性强度准则进行修正, 建立了考虑主应力轴旋转的 $\sqrt[3]{\sigma}$ -SMP 横观各向同性强度准则。通过试验结果和各向同性强度准则及横观各向异性强度准则的对比, 证明了横观各向同性强度准则适宜于描述黄土的横观各向同性特征及强度变化规律。

参考文献:

- [1] CASAGRANDE A, CARILLO N. Shear failure of anisotropic materials[J]. J Boston Soc Civ Eng, 1944, **31**(4): 74 - 87.
- [2] 张坤勇. 考虑应力各向异性土体本构模型及其应用研究[D]. 南京: 河海大学, 2004. (ZHANG Kun-yong. Study and application on soil's constitutive model with the consideration of stress-induced anisotropy[D]. Nanjing: Hohai University, 2004. (in Chinese))
- [3] LO K Y. Stability in anisotropic soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1965, **91**(S4): 85 - 104.
- [4] 张连卫, 张建民, 张 嘎. 基于 SMP 的粒状材料各向异性强度准则[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(8): 1107 - 1111. (ZHANG Lian-wei, ZHANG Jian-min, ZHANG Ga. SMP-based anisotropic strength criteria of granular materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(8): 1107 - 1111. (in Chinese))
- [5] 李学丰, 黄茂松, 钱建国. 宏细观结合的砂土各向异性破坏准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, **29**(9): 1885 - 1891. (LI Xue-feng, HUANG Mao-song, QIAN Jian-gu. Failure criterion of anisotropic sand with method of macro-meso incorporation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, **29**(9): 1885 - 1891. (in Chinese))
- [6] LI X S, DAFALIAS Y F. Constitutive modeling of inherently anisotropic sand behavior[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2002, **128**(10): 868 - 880.
- [7] DAFALIAS Y F, PAPADIMITRIOU A G, LI X S. Sand plasticity model accounting for inherent fabric anisotropy[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2004, **130**(11): 1319 - 1333.
- [8] 姚仰平, 孔玉侠. 横观各向异性土强度与破坏准则的研究[J]. 水利学报, 2012, **43**(1): 1107 - 1111. (YAO Yang-ping, KONG Yu-xia. Study on strength failure criterion of cross-anisotropic soil[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2012, **43**(1): 1107 - 1111. (in Chinese))
- [9] LADE P V. Failure criterion for cross-anisotropic soils[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2008, **134**(1): 117 - 124.
- [10] GAO Z W, ZHAO J D, YAO Y P. A generalized anisotropic failure criterion for geomaterials[J]. International Journal of Solids and Structures, 2010, **47**(22/23): 3166 - 3185.
- [11] ABELEV A V, LADE P V. Characterization of failure in cross-anisotropic soils[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 2004, **130**(5): 599 - 606.
- [12] KIRKGARD M M, LADE P V. Anisotropy of normally consolidated san francisco bay mud[J]. Geotech Test J, 1991, **14**(3): 231 - 246.
- [13] KIRKGARD M M, LADE P V. Anisotropic three-dimensional behavior of a normally consolidated clay[J]. Can Geotech J, 1993, **30**: 848 - 858.
- [14] 陈昌禄. 真三轴条件下结构性黄土的强度规律与强度准则的适应性研究[D]. 西安: 西安理工大学, 2012. (CHEN Chang-lu. Study on the law of different structural loess and the adaptability of strength criterion under true triaxial conditions[D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2012. (in Chinese))