

DOI: 10.11779/CJGE2017S2044

# 基于可变组合机构的黏土基坑抗隆起稳定性上限分析

唐 震<sup>1, 2</sup>, 黄茂松<sup>\*1, 2</sup>, 袁聚云<sup>1, 2</sup>

(1. 同济大学土木工程学院地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

**摘要:** 基于固定机构的上限法在分析基坑的抗隆起稳定性时, 往往会得到偏大的不合理结果。根据上限定理, 构造了黏土基坑抗隆起稳定性分析的可变组合机构, 可变组合机构通过几何参数的优化得到最优的上限解及相应的破坏机构, 并且考虑了强度非均质与各向异性的影响。算例分析表明, 所提方法接近于多块体上限法和弹塑性有限元法的结果, 并且和传统的固定机构相比具有较大的优越性。

**关键词:** 基坑抗隆起; 上限法; 破坏机构; 各向异性; 非均质软黏土

中图分类号: TU473.2 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2017)S2-0180-04

作者简介: 唐 震(1989-), 男, 博士研究生, 从事极限分析上限法在岩土工程中的应用研究。E-mail: tangzhen9@126.com。

## Upper bound analysis of basal stability of excavations in clay based on variable combined mechanism

TANG Zhen<sup>1, 2</sup>, HUANG Mao-song<sup>1, 2</sup>, YUAN Ju-yun<sup>1, 2</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and

Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** The traditional failure mechanisms with constant shapes usually overestimate the basal stability of excavations in clay. A new mechanism is established based on the upper bound theorem. The least upper bound solutions and the corresponding failure mechanisms are obtained through the optimizations with geometry parameters. The non-homogeneous and anisotropic undrained shear strengths are considered. The new mechanism is verified through cases studies. The results show that the accuracy of the new mechanism is better than that of the traditional failure mechanism, and the proposed mechanism is close to that obtained from the multi-block upper bound method.

**Key words:** basal stability; upper bound theorem; failure mechanism; anisotropy; non-homogeneity

## 0 引言

合理地分析基坑抗隆起稳定性对于确保基坑的安全至关重要。常用的基坑抗隆起稳定性分析方法包括极限平衡法、极限分析法和弹塑性有限元法等。极限平衡法主要包括基于地基承载力模式的分析方法<sup>[1]</sup>和圆弧滑动法。极限平衡法在工程实践中应用广泛, 但其在理论上却不够严格, 而极限分析法有着严格的理论依据, 已成为研究基坑抗隆起稳定性的主要分析方法。

基于极限分析上限法的基坑抗隆起稳定性分析方法可以分为两类, 一类是数值方法, 另一类是基于指定破坏机构的简化分析方法。数值极限分析方法主要包括 Ukritchon 等<sup>[2]</sup>采用的极限分析有限元方法以及黄茂松等<sup>[3-5]</sup>采用的多块体上限法。这一类方法既有上限法严格性又有数值方法适应性强的特点, 但对于工程应用而言, 这类方法是不容易实现的。对于简化分

析方法, Chang<sup>[6]</sup>基于地基承载力的 Prandtl 机构提出了基坑抗隆起稳定分析的 Prandtl 破坏机构。Faheem 等<sup>[7]</sup>提出了考虑硬土层埋深和挡墙埋深的 Terzaghi 机构及 Prandtl 机构, 在此基础上, 黄茂松等<sup>[8]</sup>提出了更为严格的 Terzaghi 机构和 Prandtl 机构。在考虑支护结构埋深的情况下, 黄茂松等<sup>[9]</sup>和杜佐龙等<sup>[10]</sup>提出了修正的 Prandtl 机构。基于固定形状的简化机构虽然计算简便, 但是与精确的数值方法仍有一定的差距。

本文对传统的固定机构进行改进, 提出一种可变组合机构, 并考虑土体强度的非均质性及各向异性, 在此基础上推导非均质与各向异性黏土基坑抗隆起稳定性的上限解。通过与多块体上限法和弹塑性有限元的对比验证所提方法的合理性, 并对相关的数值算例

基金项目: 国家重点研发计划课题 (2016YFC0800202)

收稿日期: 2017-08-02

\*通讯作者 (E-mail: mshuang@tongji.edu.cn)

进行了分析。

## 1 基于可变组合机构的基坑抗隆起稳定性上限解

### 1.1 黏土强度非均质性与各向异性

在黏土基坑抗隆起稳定性计算中, 土体的强度往往由短期的不排水强度控制, 本文假设土体的不排水强度  $c_u$  随深度呈线性变化, 不排水抗剪强度随深度变化的函数为

$$c_u(z) = c_{u0} + \zeta z \quad , \quad (1)$$

式中,  $c_u(z)$  为土体在深度  $z$  处的不排水强度,  $c_{u0}$  为地表处的不排水强度,  $\zeta$  为不排水强度随深度的变化率。

黏土不排水强度的各向异性主要指强度对大主应力方向的依赖性。根据 Casagrande 和 Carillo<sup>[11]</sup>的研究, 在大主应力与竖直方向夹角为  $i$  时, 土体的不排水抗剪强度可表示为

$$c_u(i) = c_{uh} \left( 1 + \frac{1-k}{k} \cos^2 i \right) \quad , \quad (2)$$

式中,  $c_{uh}$  为土体在水平方向的不排水抗剪强度,  $k=c_{uh}/c_{uv}$  为各向异性系数,  $c_{uv}$  为土体在竖直方向的不排水抗剪强度。

### 1.2 可变组合破坏机构及上限解

对于黏土基坑, 本文假定支护结构为完全刚性, 即支护结构不产生水平向的位移。本文提出的基坑抗隆起稳定性分析的破坏机构如图 1 所示, 图中,  $H$  为基坑的开挖深度,  $D$  为支护结构的埋置深度,  $B$  为基坑的开挖宽度,  $B_1$  为破坏机构在坑外的宽度,  $B_2$  为破坏机构在坑内的宽度。可变组合机构由 3 个刚性平动块体和 1 个均匀剪流区组成, 参数  $B_2$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$  决定了破坏机构的几何形状。考虑不排水抗剪强度各向异性时, 破坏机构的大主应力方向如图 2 所示。

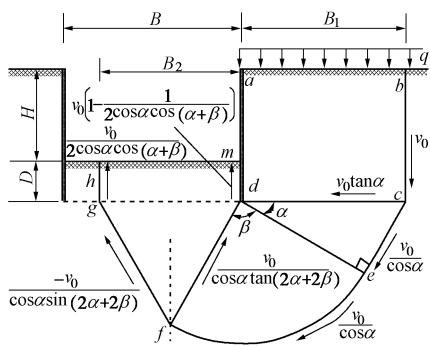


图 1 破坏机构及速度场

Fig. 1 Failure mechanism and velocity fields

根据图 1 所示的破坏机构的速度场, 速度间断面  $bc$ 、 $cd$ 、 $de$ 、 $ef$ 、 $fg$  和剪流区  $def$  上内力做功为:

$$dE_1 = v_0 \int_0^{H+D} c_{uh}(z) \frac{1+k}{2k} dz \quad , \quad (3)$$

$$dE_2 = v_0 \tan \alpha c_{uh}(H+D) \frac{1+k}{2k} \quad , \quad (4)$$

$$dE_3 = \frac{v_0}{\cos^2 \alpha} \int_{H+D}^{H+D+B_1 \cos \alpha \sin \alpha} c_{uh}(z) \cdot \left( 1 + \frac{1-k}{k} \cos^2 (\alpha - \pi/4) \right) dz \quad , \quad (5)$$

$$dE_4 = \frac{v_0}{\cos \alpha} \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} c_{uh}(H+D+B_1 \cos \alpha \sin \theta) \cdot \left( 1 + \frac{1-k}{k} \cos^2 (\alpha + \theta - \pi/4) \right) B_1 \cos \alpha d\theta \quad , \quad (6)$$

$$dE_5 = \frac{-v_0 \csc^2(\alpha + \beta)}{2 \cos \alpha \cos(\alpha + \beta)} \int_{H+D}^{H+D+B_1 \cos \alpha \sin(\alpha + \beta)} c_{uh}(z) \cdot \left( 1 + \frac{1-k}{k} \cos^2 (\alpha + \beta - \pi/4) \right) dz \quad , \quad (7)$$

$$dE_6 = \frac{v_0 \cot(2\alpha + 2\beta)}{\cos \alpha \sin(\alpha + \beta)} \int_{H+D}^{H+D+B_1 \cos \alpha \sin(\alpha + \beta)} c_{uh}(z) \cdot \left( 1 + \frac{1-k}{k} \cos^2 (\alpha + \beta - \pi/4) \right) dz \quad , \quad (8)$$

$$dE_7 = \frac{v_0}{\cos \alpha} \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \int_0^{B_1 \cos \alpha} c_{uh}(H+D+r \sin \theta) \cdot \left( 1 + \frac{1-k}{k} \cos^2 (\alpha + \theta - \pi/4) \right) r dr d\theta \quad . \quad (9)$$

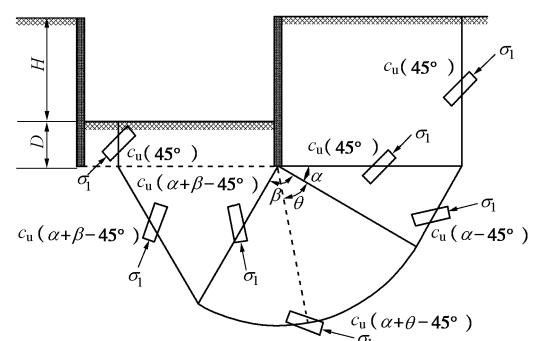


图 2 破坏机构的大主应力方向

Fig. 2 Directions of major principle stresses

本文假设墙土界面为完全粗糙, 参照文献[8]的做法, 速度间断面  $md$ 、 $hg$  上的内力做功为:

$$dE_8 = \left( v_0 - \frac{v_0 \sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \sin(2\alpha + 2\beta)} \right) \int_H^{H+D} c_{uh}(z) \frac{1+k}{2k} dz \quad , \quad (10)$$

$$dE_9 = \frac{-v_0}{2 \cos \alpha \cos(\alpha + \beta)} \int_H^{H+D} c_{uh}(z) \frac{1+k}{2k} dz \quad ; \quad (11)$$

外力做功计算为:

$$W = v_0 \gamma H B_1 + v_0 q B_1 \quad . \quad (12)$$

本文的可变组合机构在计算基坑抗隆起稳定性时, 安全系数均通过强度折减法引入:

$$F_s \leq \sum dE_i/W \quad (13)$$

安全系数的最优上限解可以通过对参数  $B_2$ 、 $\alpha$  和  $\beta$  的优化得到, 优化参数的约束条件为:

$$\alpha + \beta \leq \frac{3\pi}{4}; 0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}; 0 < \beta \leq \frac{3\pi}{4}; B_2 \leq B \quad (14)$$

## 2 算例分析与验证

### 2.1 均质各向同性条件下的安全系数对比

为了便于对比, 首先选择以下均质算例: 基坑开挖深度  $H=10$  m, 不排水抗剪强度  $c_u=35$  kPa, 重度  $\gamma=18$  kN/m<sup>3</sup>。当基坑深宽比  $H/B=2$ ,  $H/B=0.33$  时本文可变组合机构计算的基坑抗隆起安全系数随支护结构如图深度的变化如图 3 所示。由图 3 可知, 基坑的抗隆起安全系数随着  $D/H$  的增加而变大, 本文可变组合机构所得到的安全系数非常接近于多块体上限法的结果, 同时也明显优于 Terzaghi 机构和 Prandtl 机构的结果, 这一优势在窄基坑情况下( $H/B=2$ )更加明显。

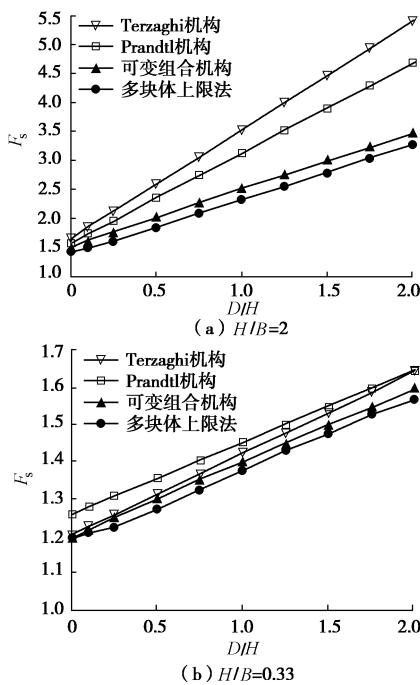


图 3 安全系数随支护结构埋深的变化

Fig. 3 Effects of embedded depth of retaining structures on safety factors

### 2.2 非均质各向异性条件下的安全系数对比

为了验证土体强度非均质对基坑抗隆起稳定性的影响, 选用以下算例: 基坑开挖深度  $H=6$  m, 开挖宽度  $B=12$  m, 土体重度  $\gamma=18$  kN/m<sup>3</sup>,  $c_{uh0}=8$  kPa, 基坑安全系数在强度各向异性条件下随着非均质系数  $\zeta$  的变化如图 4 所示。由图 4 可知, 抗剪强度的非均质性和各向异性对基坑的抗隆起稳定性有着显著的影响, 安全系数随着非均质系数的增大而增大, 当水平方向

强度  $c_{uh}$  一定时, 安全系数随着各向异性系数的增大而减小。由图 4 也可以得知, 在  $k \geq 1$  时, 本文可变组合机构得到的安全系数和多块体上限法以及强度折减弹塑性有限元法 (SSRFEM) 的结果非常接近, 在  $k < 1$  时有一定的差别。

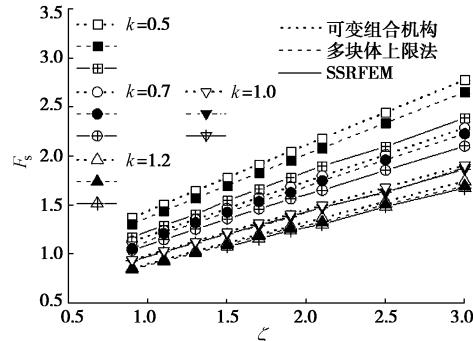


图 4 各向异性系数对安全系数的影响

Fig. 4 Effects of anisotropic ratios on safety factors

## 3 数值算例分析

Hashash 和 Whittle<sup>[12]</sup>对正常固结 Boston Blue 黏土基坑进行了弹塑性有限元分析, 并且考虑了支护结构入土深度、应力历史等对基坑变形和稳定性的影响。Hashash 和 Whittle 利用有弹塑性有限元分别分析了支护结构总长度 ( $D+H$ ) 为 12.5, 20, 40 m 时基坑的变形和临界开挖深度, 以计算不收敛为依据, 得到的临界开挖深度为 10.0~12.5 m、15.0~17.5 m 和 22.5~25.0 m。Ukritchon 等<sup>[2]</sup>采用极限分析有限元法对该算例进行了详细的上下限分析, 并考虑支护墙体极限抗弯刚度的影响, 采用的计算参数为: 基坑开挖宽度  $B=40$  m, 土体重度  $\gamma=18$  kN/m<sup>3</sup>, 土体的不排水抗剪强度为  $c_u/\sigma'_{v0}=0.21$ , 坚向有效应力  $\sigma'_{v0}=24.5+8.19z$ 。根据 Hashash 和 Whittle 计算的临界开挖深度, 本文可变组合机构得到的安全系数如表 1 所示, 并且与上限有限元法、多块体上限法、Terzaghi 机构和 Prandtl 机构进行了对比。由表 1 可以看出, 在支护结构入土深度较浅时, 本文可变组合机构的计算结果非常接近于上限有限元和多块体上限法的结果, 而 Terzaghi 机构和 Prandtl 机构则明显高估了基坑的安全性。

表 1 本文方法与其他方法的结果对比

Table 1 Comparison of safety factors by different methods

$H$ /m	$D$ /m	安全系数 $F_s$				
		上限有限元 <sup>[2]</sup>	多块体 上限法	可变组 合机构	Terzaghi 机构	Prandtl 机构
10.0	2.5	1.21	1.22	1.257	1.690	1.720
15.0	5.0	1.23	1.29	1.313	1.453	1.483
22.5	17.5	1.11	1.62	1.634	1.658	1.686

但值得注意的是, 本文可变组合机构、多块体上

限法以及 Prandtl 机构和 Terzaghi 机构, 均假设支护结构为完全刚性, 因此在支护结构埋深较大时, 这些方法就会比假设支护结构非刚性的上限有限元的结果偏大。

## 4 结 论

本文根据极限分析上限定理, 构造了黏土基坑抗隆起稳定性分析的可变组合机构, 同时考虑了抗剪强度非均质性和各向异性的影响, 通过和已有结果对比及数值算例分析可得到以下结论:

(1) 可变组合机构与 Terzaghi 机构和 Prandtl 机构相比, 可以得到更优的上限解, 并且更接近多块体上限法的结果, 尤其在基坑深宽比较大时。

(2) 基坑的抗隆起稳定性随着非均质系数的增大而增大, 在水平方向强度一定时, 随着各向异性系数的增大而减小。本文组合机构可合理地反映强度非均质与各向异性对基坑抗隆起稳定性的影响。

(3) 数值算例分析表明, 可变组合机构在支护结构埋深较浅时能得到合理的结果。由于本文组合机构假设支护结构为完全刚性, 尚不能考虑抗弯刚度对基坑抗隆起的影响, 这些工作将在以后的研究中展开。

## 参考文献:

- [1] TERZAGHI K. Theoretical soil mechanics[M]. New York: Wiley, 1943.
- [2] UKRITCHON B, WHITTLE A J, SLOAN S W. Undrained stability of braced excavations in clay[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2003, **129**(8): 738 – 755.
- [3] 秦会来, 黄茂松, 马少坤. 黏土基坑抗隆起稳定性分析的多块体上限解[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, **29**(1): 73 – 81. (QIN Hui-lai, HUANG Mao-song, MA Shao-kun. Multi-block upper bound method for basal heave stability analysis of braced excavations in clay[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, **29**(1): 73 – 81. (in Chinese))
- [4] 黄茂松, 余生兵. 基坑抗隆起稳定的块体集上限分析[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(8): 1440 – 1447. (HUANG Mao-song, YU Sheng-bing. Upper bound analysis of basal stability in undrained clay based on block set mechanism [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(8): 1440 – 1447. (in Chinese))
- [5] 秦会来, 黄茂松. 软土基坑抗隆起上限解法的工程应用[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(增刊 2): 906 – 909. (QIN Hui-lai, HUANG Mao-song. Application of upper bound method for basal stability analysis in practice[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(S2): 906 – 909. (in Chinese))
- [6] CHANG M F. Basal stability analysis of braced cuts in clay[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2000, **126**(3): 276 – 279.
- [7] FAHEEM H, CAI F, UGAI K, et al. Two-dimensional base stability of excavations in soft soils using FEM[J]. Computers and Geotechnics, 2003, **30**(2): 141 – 163.
- [8] 黄茂松, 余生兵, 秦会来. 基于上限法的  $K_0$  固结黏土基坑抗隆起稳定性分析[J]. 土木工程学报, 2011, **44**(3): 101 – 108. (HUANG Mao-song, YU Sheng-bing, QIN Hui-lai. Upper bound method for basal stability analysis of braced excavations in  $K_0$ -consolidated clays[J]. China Civil Engineering Journal, 2011, **44**(3): 101 – 108. (in Chinese))
- [9] 黄茂松, 杜佐龙, 宋春霞. 支护结构入土深度对黏土基坑抗隆起稳定性的影响分析[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(7): 1097 – 1103. (HUANG Mao-song, DU Zuo-long, SONG Chun-xia. Effects of inserted depth of wall penetration on basal stability of foundation pits in clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(7): 1097 – 1103. (in Chinese))
- [10] 杜佐龙, 黄茂松. 非均质与各向异性黏土基坑抗隆起稳定性分析[J]. 岩土力学, 2013, **34**(2): 455 – 467. DU Zuo-long, HUANG Mao-song. Analysis for basal stability of braced excavation in nonhomogeneous and anisotropic clay[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(2): 455 – 467. (in Chinese))
- [11] CASAGRANDE A, CARILLO N. Shear failure of anisotropic materials[J]. Journal of Boston Society of Civil Engineers, 1944, **31**(4): 74 – 81.
- [12] HASHASH Y M A, WHITTLE A J. Ground movement prediction for deep excavations in soft clay[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 1996, **122**(6): 474 – 486.

(本文责编 明经平)