

DOI: 10.11779/CJGE2017S2030

# 含气泡土的孔隙流体压缩系数计算分析

刘侃<sup>1,2</sup>, 朱小军<sup>1</sup>, 张帆舸<sup>2</sup>, 杨敏<sup>2</sup>

(1. 上海申元岩土工程有限公司, 上海 200011; 2. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092)

**摘要:** 气相封闭的含气泡土是一种特殊的非饱和土类型, 其孔隙流体压缩性不可忽略。以小气泡概念模型假设为基础, 基于理想气体变形的 Bolye 定律及表面张力作用等基础理论, 推导分析了含封闭气泡土孔隙混合流体的压缩系数  $C_{gw}$  不同计算公式。针对水饱和度较高时已有研究公式的不完善性, 采用将溶于水的气体和水作为整体确定其压缩系数的处理思路, 在此基础上提出了一种  $C_{gw}$  的计算方法, 并将不同水饱和度下的计算结果与其他计算方法进行对比研究, 分析了其合理性和适用性, 还分析了孔隙混合流体压缩系数公式中相关参数变化规律及其对计算结果的影响。

**关键词:** 封闭气泡; 孔隙混合流体; 压缩系数

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2017)S2-0120-04

**作者简介:** 刘侃(1987-), 男, 博士, 主要从事土体基本性质、桩基及深基坑工程等的研究与设计工作。E-mail: csuliukan@vip.qq.com。

## Calculation of coefficient of compressibility for air-water mixture in gassy soils

LIU Kan<sup>1,2</sup>, ZHU Xiao-jun<sup>1</sup>, ZHANG Fan-ge<sup>2</sup>, YANG Min<sup>2</sup>

(1. Shanghai Shen Yuan Geotechnical Engineering Co., Ltd., Shanghai 200011, China; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** The gassy soil containing entrapped gas bubbles is a special type of unsaturated soils, and the compressibility of air-water mixture in gassy soils cannot be ignored. Based on the conceptual model for small bubbles, the Bolye's law of ideal gas and the surface tension effects, equations of the coefficient of compressibility for air-water mixture are derived. When the saturation is higher, the existing equations are not applicable, so a new method for  $C_{gw}$  is proposed, which treats the water and the gas dissolved in the water as a whole. The calculated results under different water saturations are compared with those of other existing methods. The comparative results show that the proposed method is more reasonable. Finally, the variation characteristics and the impact on the calculated results of the related parameters in the new equation are also analyzed.

**Key words:** entrapped gas bubble; air-water mixture; coefficient of compressibility

## 0 引言

在很多背景下, 软土并非完全饱和, 而是存在气体处于非饱和状态。研究基于气、液相连通状态, 将非饱和土广义上分为三类, 其中液相连通而气相不连通的非饱和土通常被称为含气泡土或高饱和度土。学者们对含气泡土这一类特殊非饱和土进行了一定的分析工作, 为简化分析, 往往将气相和液相当作具有可压缩性的混合流体看待, 包括 Nageswaran<sup>[1]</sup>、Thomas<sup>[2]</sup>、魏海云<sup>[3]</sup>、徐浩峰等<sup>[4]</sup>。Wheeler<sup>[5]</sup>深入讨论了气泡可能的贮存形态和气泡大小, 提出了适用于海滨土的大气泡概念模型。Pietruszczak 等<sup>[6]</sup>进一步分析了含大、小气泡两种典型含气泡土的性质。

本文首先介绍了已有研究中对含气泡土的描述, 然后基于理想气体变形的 Bolye 定律等基础理论, 推导了含封闭气泡孔隙混合流体的压缩系数  $C_{gw}$  计算公

式, 为水饱和度较高的含气泡土的孔隙流体压缩性的研究提供了一种分析思路和计算方法。

## 1 含气泡土简介

根据非饱和土中液相或气相的饱和度高, 非饱和土大致可分为 3 种类型, Wheeler<sup>[5]</sup>分别对 3 类非饱和土的概念进行了描述: ①当土体水饱和度  $S_r$  较低时, 气相连通, 液相不连通, 液相由于体积含量较低, 大多在土体颗粒之间形成弯液面连接; ②当土体水饱和度  $S_r$  处于中等, 气相和液相均连通, 此类土即为岩土工程研究较多的常规非饱和土, 力学性质最为复杂; ③当土体水饱和度  $S_r$  较高时, 液相连通, 气相不连通, 多以离散封闭气泡的形式存在。一般认为当  $S_r$  大于

85%时土体属于第 3 种类型非饱和土。

本文研究基于上述第 3 类非饱和土, 且认为土中的气体以 Wheeler 描述的小气泡概念模型形式存在, 即封闭气泡比土体颗粒小, 气泡分布于土颗粒之间的空隙中被水包围, 其只与水形成弯液面, 不挤压土体颗粒产生相互作用, 气-水界面的曲率半径等于封闭气泡的半径。

## 2 孔隙流体的压缩性

一般水被认为是不可压缩或其压缩性可忽略不计, 但气体的存在将显著提高孔隙流体的压缩性。Fredlund 分析指出, 即使 1% 气体含量的存在即可显著提高孔隙流体的压缩性, 一般含溶解空气饱和水的压缩系数在  $10^{-7} \text{ kPa}^{-1}$  数量级, 随着孔隙流体饱和度逐渐减小, 其压缩系数迅速增大为不同压力下的  $10^{-2} \sim 10^{-4} \text{ kPa}^{-1}$  数量级<sup>[7]</sup>。

当以孔隙流体压力  $u$  对孔隙流体的压缩系数进行定义时, 其表达式为

$$C = -\frac{1}{V} \frac{dV}{du} \quad (1)$$

对于混合流体, 总体积  $V$  为孔隙水体积  $V_w$  与离散封闭气泡体积  $V_g$  之和, 即

$$V = V_w + V_g \quad (2)$$

因此, 孔隙混合流体的压缩系数可由下式计算

$$C_{gw} = -\frac{1}{V_{g0} + V_{w0}} \frac{d(V_g + V_w)}{du_w} \quad (3)$$

由上式计算孔隙混合流体压缩系数时, 结合气体的性质, 须考虑气体随孔隙气压力的变形规律, 溶于水的气体处理方式, 以及气-水界面表面张力作用等。

为了简化分析, 假设所有离散气泡的形状都是均匀的球体, 尺寸大小都相同, 且所有气泡内压强均相等, 等于孔隙气压力  $u_g$ 。

孔隙混合流体中的封闭气泡可视为理想气体, 在恒温状态下遵循 Boyle 定律

$$V_{g0}(u_{g0} + P_a) = V_g(u_g + P_a) \quad (4)$$

式中, 下标 0 代表初始状态,  $P_a$  为标准大气压强, 取 101.3 kPa。

考虑气-水界面表面张力的影响, 孔隙气压力  $u_g$  和孔隙水压力  $u_w$  之间的受力关系为

$$u_g = u_w + 2q/r \quad (5)$$

式中,  $q$  为表面张力系数, Schuurman 分析认为  $q$  值的变化可忽略不计<sup>[8]</sup>, 一般取  $q = 7.4 \times 10^{-3} \text{ N/m}$ ;  $r$  为曲率半径, 对于小气泡的情况,  $r$  即取气泡的半径。

对于溶解于水的气体体积  $V_{da}$ , 一般遵循 Henry 溶解定律, 即

$$V_{da} = HV_w \quad (6)$$

式中,  $H$  为 Henry 系数, 一般将  $H$  视为常数, 在  $20^\circ\text{C}$  时,  $H$  取 0.02。

基于以上假设和理论依据, 可求得孔隙流体的压缩系数为

$$C_{gw} = \frac{1}{V_{g0} + V_{w0}} \left[ \frac{V_{g0} + V_{da0}}{(V_g + V_{da})^2} \left( u_{w0} + \frac{2q}{r_0} + P_a \right) - \frac{2q}{3r_0} \frac{1}{V_g} \left( \frac{V_{g0}}{V_g} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{-1} \quad (7)$$

式 (7) 是基于 Schuurman 的分析结果<sup>[8]</sup>, 既考虑了气体溶于水的情况, 又考虑了气-水界面表面张力的影响。

当不考虑气-水界面表面张力的影响时, 即认为孔隙气压力  $u_g$  等于孔隙水压力  $u_w$ , 令  $q=0$ , 上式简化为

$$C_{gw} = \frac{1}{V_{g0} + V_{w0}} \left[ \frac{V_{g0} + V_{da0}}{(V_g + V_{da})^2} (u_{w0} + P_a) \right]^{-1} \quad (8)$$

结合 Boyle 定律以及常规水饱和度参数  $S_0$ , 式 (8) 可以写成以水饱和度  $S_0$  表示的形式:

$$C_{gw} = (1 - S_0 + HS_0) \frac{u_{w0} + P_a}{(u_w + P_a)^2} \quad (9)$$

式 (9) 与 Bishop 等<sup>[9]</sup> 分析所得结果是一致的。

Fredlund 等<sup>[7]</sup>、魏海云等<sup>[10]</sup> 基于对气体压缩系数定义的理解不同, 所得的孔隙流体压缩系数形式为

$$C_{gw} = (1 - S_0 + HS_0) / (u_w + P_a) \quad (10)$$

这里对溶于水的气体做进一步的讨论, 分析上述各公式对溶于水气体处理方式的合理性和适用性。

对于极端情况, 即水饱和度  $S_0$  接近或等于 1 时, 此时几乎只有溶于水的气体。Dorsey 通过实验测定给出了被空气饱和水在不同温度、不同压力下的压缩系数<sup>[10]</sup>, 其结果如图 1 所示。

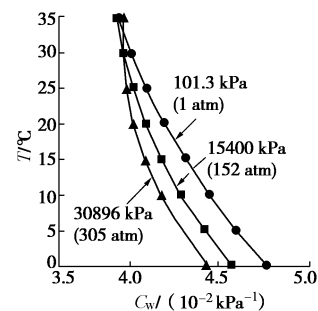


图 1 空气饱和水的压缩系数实验结果<sup>[10]</sup>

Fig. 1 Measured coefficient of compressibility of water saturated with air

可以看出被空气饱和水的压缩系数随温度和压力的变化很小, Fredlund 等在分析中认为空气饱和水的压缩系数可取为定值  $4.58 \times 10^{-7} \text{ kPa}^{-1}$ 。而令上述公式中  $S_0=1$  进行计算发现, 所得的孔隙流体压缩系数  $C_{gw}$  受孔隙水压力  $u_w$  的影响变化很大,  $C_{gw}$  几乎与  $u_w$  同等

数量级幅值变化。上述公式在饱和度较高情况下的计算结果与实验结果相差很大,其根本原因在于对溶于水的气体的处理方式,其受力机理仍以离散气体对待遵循 Boyle 定律,从分析来看不尽合理。

但目前研究中对溶于水气体的处理基本都以前述方式考虑,并未见更完善的处理方法。当然,基于上述分析,由于 Henry 系数  $H$  取值为 0.02,各式的计算误差只有在饱和度接近或大于约 98% 的情况下才比较明显,对于饱和度越低的情况,溶于水的气体影响越小,上述公式的计算误差不再明显,仍然适用。尽管如此,本文认为对溶于水气体的处理以 Dorsey<sup>[10]</sup> 的实验结果为参考更为合理,将溶于水的气体和水作为整体确定其压缩系数,即可认为被空气饱和水的压缩系数为定值  $C_w = 4.58 \times 10^{-7} \text{ kPa}^{-1}$ ,此时孔隙流体压缩系数  $C_{gw}$  须由式 (3) 计算,结合前述公式推导有

$$C_{gw} = \frac{1}{V_{g0} + V_{w0}} \left[ \frac{V_{g0}}{V_g^2} \left( u_{w0} + \frac{2q}{r_0} + P_a \right) - \frac{2q}{3r_0} \frac{1}{V_g} \left( \frac{V_{g0}}{V_g} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{-1} + S_0 C_w \quad (11)$$

上式中,若不考虑气-水界面表面张力的影响,令  $q=0$ ,简化为

$$C_{gw} = \frac{1}{V_{g0} + V_{w0}} \left[ \frac{V_{g0}}{V_g^2} (u_{w0} + P_a) \right]^{-1} + S_0 C_w \quad (12)$$

同样地,当不考虑气体溶于水的情况或两者均不考虑时,式 (11) 可相应简化。

基于实验实测结果及理论分析,本文认为式 (11) 对孔隙流体压缩系数的计算更为合理。下文对上述不同公式下的孔隙流体压缩系数  $C_{gw}$  进行计算对比,并简单分析各参量取值变化对  $C_{gw}$  的影响。

### 3 孔隙流体压缩系数 $C_{gw}$ 计算分析

下述分析中假设对一标准土体试样进行分析,试样尺寸直径  $D$  为 61.8 mm,高  $h$  为 20 mm。试样初始饱和度为  $S_0$ ,初始孔隙比  $e_0$  为 1.0,封闭气泡初始半径为  $r_0$ 。初始静水压力  $u_{w0}$  为 0,施加的水压力增量为  $u_w$ 。溶解有气体的水压缩系数  $C_w$  取定值  $4.58 \times 10^{-7} \text{ kPa}^{-1}$ 。其他常数取值如前述。

首先,考虑对溶于水气体不同处理方式的影响,为简化分析暂不考虑气-水界面表面张力的影响,即令  $q=0$ 。此时上文得到了 3 种计算公式,式 (8)、(9) 是等同的,标为对溶于水气体处理方式第一种情况下的 S1-1;式 (10) 标为对溶于水气体处理方式第一种情况下的 S1-2;式 (12) 为本文修正公式,标为对溶于水气体处理方式第二种情况下的 S2。对初始饱和度  $S_0$  分别取 85%, 90%, 95%, 98% 和 99.5%,施加的水

压力增量  $u_w$  分别为 10, 50, 100, 200, 400, 800 kPa,采用上述 3 种情况的公式进行计算。

将部分计算结果绘于图 2 及半对数坐标下的图 3。对图中结果分析可以得出如下结论:无论饱和度高低的情况, S1-2 情况下式 (10) 的计算结果较另外两个公式计算所得孔隙流体压缩系数均偏大(图中空心方框结果),这主要是由于式 (10) 中对气体压缩系数的定义不同引起的,其定义气体压缩系数以压缩后的气体体积为参考值,鉴于此,后文 S1-2 情况不再分析。

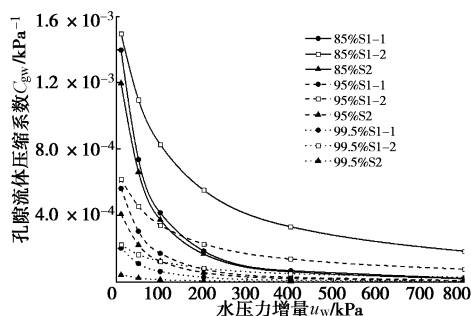


图 2 3 种情况不同公式  $C_{gw}$  计算结果对比 (标准坐标)

Fig. 2 Calculated results of  $C_{gw}$  (Standard coordinate)

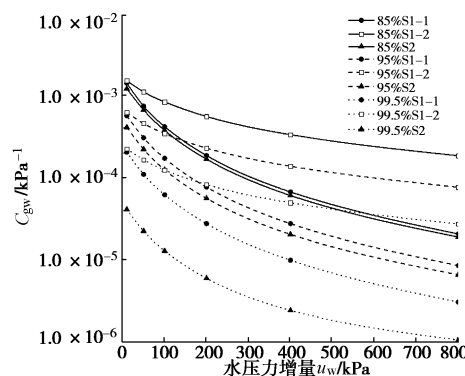


图 3 3 种情况不同公式  $C_{gw}$  计算结果对比 (对数坐标)

Fig. 3 Calculated results of  $C_{gw}$  (Logarithmic coordinate)

对比 S1-1 和 S2 两种情况公式的计算结果,如半对数坐标下的图 4 所示,两者的区别在于对溶于水气体的处理方式不同。从计算结果可以看出,当气体含量较高或水饱和度较低时 (85%, 90%), 两组公式的计算结果差别较小,气体含量越低两组公式的计算结果差别越大,这与前文的分析是一致的。考虑到 Henry 系数  $H$  取值为 0.02,式 (8) 或式 (9) 的计算误差在饱和度接近或大于约 98% 的情况下最为明显。结合前述分析及本节计算,本文认为 S1-1 情况的式 (8) 或式 (9) 高估了溶于水气体的压缩性,而 S2 情况下的最终完整公式 (11) 计算结果更为合理。

下文分析相关参数的取值对上文所得的孔隙流体压缩系数  $C_{gw}$  最终表达式 (11) 计算结果的影响。

首先,从上述结果可以看出,孔隙流体压缩系数  $C_{gw}$  随气体含量和应力增量不同计算结果差别较大,将上述 S2 情况下式 (11) 计算结果单独绘于图 5,图

中实线为标准坐标下, 虚线为半对数坐标下的结果。可以看出, 同一应力水平下气体含量越低或饱和度越高, 孔隙流体压缩系数  $C_{gw}$  越小。相同初始饱和度下, 应力水平越高  $C_{gw}$  越小, 从  $C_{gw}$  的绝对数量级来看, 应力水平在低于 400 kPa 时变化显著, 而后更高应力增量时, 其绝对值变化幅度变小, 这是由理想气体所遵循的力学变化规律所决定的。

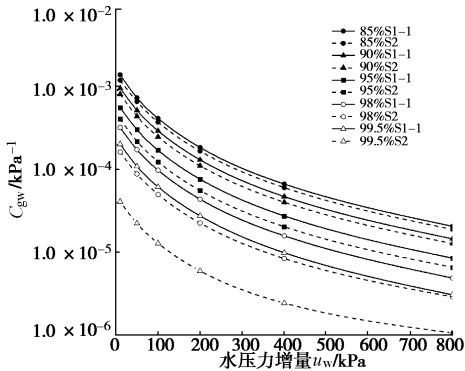


图 4 不同初始饱和度 S1-1 和 S2 情况  $C_{gw}$  计算 (对数坐标)  
Fig. 4 Calculated results of  $C_{gw}$  under different initial saturations (Logarithmic coordinate)

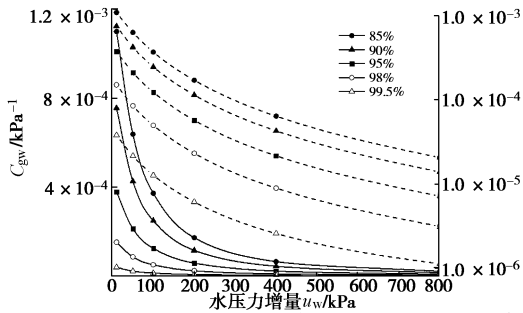


图 5 不同初始饱和度下  $C_{gw}$  随水压力增量的变化规律  
Fig. 5 Variation of  $C_{gw}$  with water pressures under different initial saturations

另外, 不同初始饱和度、应力水平高低、离散封闭气泡的尺寸大小对  $C_{gw}$  的计算结果及饱和度、孔隙比等参数变化均有影响, 后续研究将作详细讨论。

## 4 结论与建议

本文通过理论推导, 研究了含气泡土中孔隙流体的压缩系数  $C_{gw}$  计算方法。初步结论与建议如下:

(1) 在含封闭气泡土体孔隙混合流体的压缩系数  $C_{gw}$  推导中, 本文分析了将溶于水的气体和水作为整体确定其压缩系数的方法。

(2) 基于对溶于水气体不同处理方式和气体压缩系数的定义, 对 3 种  $C_{gw}$  计算方法的结果进行对比分析, 由于对孔隙流体压缩系数  $C_{gw}$  的基本定义不同, S1-2 情况下公式的计算结果偏大; S1-1 和 S2 两种情况下公式, 当气体含量较高或水饱和度较低时的计算

结果差别较小, 气体含量越低两组公式的计算结果差别越大; 基于已有实验结果分析, 认为 S1-1 情况下公式高估了溶于水气体的压缩性, 而本文的 S2 情况下公式计算结果更为合理。

(3) 不同初始饱和度、应力水平的高低对孔隙流体压缩系数  $C_{gw}$  的影响很大; 相同初始饱和度下, 应力水平越高  $C_{gw}$  越小。另外, 离散封闭气泡的尺寸大小对  $C_{gw}$  的计算结果及饱和度、孔隙比等参数变化也有影响。

## 参考文献:

- [1] NAGESWARAN S. Effect of gas bubbles on the sea bed behavior[D]. Oxford: The University of Oxford, 1983.
- [2] THOMAS S D. The consolidation behaviour of gassy soil[D]. Oxford: The University of Oxford, 1987.
- [3] 魏海云, 詹良通, 陈云敏. 高饱和度土的压缩和固结特性及其应用[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(2): 264 - 269. (WEI Hai-yun, ZHAN Liang-tong, CHEN Yun-min. Compressibility and consolidation of unsaturated soils with high degree of saturation and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(2): 264 - 269. (in Chinese))
- [4] 徐浩峰. 含生物气非饱和软土的固结理论研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2011. (XU Hao-feng. Studies on the consolidation theory for unsaturated soft soils containing biogas[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2011. (in Chinese))
- [5] WHEELER S J. The undrained shear strength of soils containing large gas bubbles[J]. Géotechnique, 1988, 38(3): 399 - 413.
- [6] PIETRUSZCZAK S, PANDE G N. Constitutive relations for partially saturated soils containing gas inclusions[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 122(1): 50 - 59.
- [7] FREDLUND D G, RAHARDJO H, FREDLUND M D. Unsaturated soil mechanics in engineering practice[M]. New York: John Wiley & Sons, 2012.
- [8] SCHUURMAN I E. The compressibility of an air/water mixture and a theoretical relation between the air and water pressures[J]. Géotechnique, 1966, 16(4): 269 - 281.
- [9] BISHOP A W, HENKEL D J. The measurement of soil properties in the triaxial test[M]. 2nd ed. London: Edward Arnold, 1962.
- [10] DORSEY N E. Properties of ordinary water-substance[M]. New York: Reinhold Publishing Corporation, 1940.