

DOI: 10.11779/CJGE2017S2013

# 下挖增层桩顶约束对基桩屈曲稳定临界荷载影响分析

单华峰<sup>1,2</sup>, 夏唐代<sup>2</sup>, 俞 峰<sup>3</sup>, 胡军华<sup>2</sup>

(1. 台州学院滨海环境与岩土工程研究所, 浙江 台州 318000; 2. 浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058;  
3. 浙江理工大学建筑工程学院, 浙江 杭州 310018)

**摘要:** 以浙江饭店地下车库扩建工程为背景, 假定桩顶约束不同, 从而得到相应的挠曲变形函数。之后, 结合 Winkler 弹性地基梁理论建立桩-土体系总势能方程, 利用最小势能原理, 导得既有建筑下挖增层改造工况下, 不同桩顶约束时, 桩基础的屈曲稳定临界荷载表达式。在此基础上, 分析了桩顶约束对桩基础屈曲稳定临界荷载的影响。得知: 随着半波数的增加, 桩基础的屈曲稳定临界荷载逐渐收敛, 桩顶固定收敛速度最快, 铰接次之, 弹性嵌固最慢; 不同的桩顶约束对桩基础屈曲稳定临界荷载比影响不同, 在同一开挖深度下, 桩顶固定时, 临界荷载比最大, 弹性嵌固次之, 铰接最小; 随着开挖深度的增加, 桩顶固定时的临界荷载比缓慢减小, 而桩顶嵌固及铰接时的临界荷载比急剧降低。

**关键词:** 地下室增层; 开挖; 桩顶约束; 屈曲稳定

中图分类号: TU473 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2017)S2-0049-04

作者简介: 单华峰(1987-), 男, 博士, 讲师, 从事桩基础设计理论及其应用等方面的研究。E-mail: shanhf@zju.edu.cn。

## Critical buckling capacity of piles with different pile-head constraints for excavation beneath existing foundation

SHAN Hua-feng<sup>1,2</sup>, XIA Tang-dai<sup>2</sup>, YU Feng<sup>3</sup>, HU Jun-hua<sup>2</sup>

(1. Institute of Coastal Environment and Geotechnical Engineering, Taizhou University, Taizhou 318000, China; 2. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 3. School of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** The constraint conditions at pile head are assumed based on the case of Zhejiang Hotel Expansion Project, and then the deflection functions under different constraint conditions of pile tip and top are introduced. The total potential energy of pile-soil system is established based on the Winkler's elastic beam theory. The expressions for the critical buckling capacity pile foundation under different constraint conditions are deduced by using the minimum potential energy principle. On this basis, the influence factors for the critical buckling capacity of pile foundation under different constraint conditions are analyzed. It is shown that the critical buckling capacity of pile foundation converges with the increase in the half-wave number. The convergence rate of the fixed pile head is the fastest, that of the hinge takes second place and that of the fixed with sway is the slowest. The constraint conditions at pile head affect the critical buckling capacity. The ratio of the critical buckling capacity of fixed pile head is the largest, that fixed with sway takes the second place and that of the hinge is the smallest at the same excavation depth. The ratio of critical buckling capacity of fixed pile head decreases slowly with the increasing excavation depth. However, the ratios the hinge and fixed with sway at pile head decrease rapidly.

**Key words:** floor-addition of basement; excavation; constraint of pile head; buckling stability

## 0 引言

相比于桩基沉降及承载力问题, 桩基屈曲问题研究起步较晚。直到 20 世纪 20 年代, 国外部分学者才开始研究桩基屈曲稳定问题, 并认为软土地基中普通尺寸的桩基础不会发生屈曲失稳。随着施工技术的不断提高, 长桩及超长桩的应用, 基桩屈曲问题也随之而来。此时, 国内外学者对基桩屈曲问题进行了大量的研究。如 Reddy 等<sup>[1]</sup>通过室内模型试验证明基桩存

在屈曲失稳现象; Lee 等<sup>[2]</sup>建立了基桩屈曲失稳能量控制方程; 朱大同<sup>[3]</sup>结合里兹法获得了桥梁桩基稳定计算长度表达式; 赵明华等<sup>[4]</sup>及邹新军等<sup>[5]</sup>认为一般情况下, 可不考虑基桩自重及桩侧摩阻力对基桩屈曲失稳问题的影响。

以上研究都是基于桩身入土深度不变。然而, 在

表 1 土层的物理力学性质  
Table 1 Physical and mechanical parameters of soils

层号	名称	层厚 /m	重度 /(kN·m <sup>-3</sup> )	固结快剪试验		压缩模量 /MPa	泊松比
				黏聚力/kPa	内摩擦角/(°)		
① <sub>2</sub>	素填土	5.1	17.7	9.0	12.0	20.0	0.35
③ <sub>2</sub>	淤泥质粉质黏土	11.5	17.9	11.2	19.5	17.5	0.35
③ <sub>3</sub>	淤泥质黏土	6.0	17.1	19.6	7.0	15.0	0.35
④ <sub>3</sub>	黏土	5.0	19.0	37.0	14.5	36.5	0.35
⑤	粉质黏土	5.0	18.9	35.0	16.0	35.0	0.35
⑥ <sub>1</sub>	黏土	5.4	18.0	52.5	9.0	22.5	0.35
⑧ <sub>2</sub>	强风化安山岩	—	22.0	450.0	53.0	75.0	0.25

既有建筑下挖增层改造过程中,随着桩周土层的开挖,土体对桩的约束逐渐减小,基桩可能发生屈曲失稳。单华峰等<sup>[6-7]</sup>基于给定基桩两端约束的情况下,对该问题进行了相关研究,得出基桩屈曲稳定临界荷载随着开挖深度的增大而急剧减小。但尚未讨论在该工况下,基桩两端约束不同对基桩屈曲稳定临界荷载的影响。而赵明华<sup>[8-9]</sup>、Gabr 等<sup>[10]</sup>认为基桩两端约束不同会对基桩屈曲稳定临界荷载产生一定的影响。因此,本文以浙江饭店地下车库扩建工程为背景,研究半波数,桩顶约束及开挖深度对桩基础临界荷载的影响。

## 1 工程背景

浙江饭店位于杭州市凤起路与延安路交叉口的西南角,主楼 10~12 层,附楼为 4 层,1 层地下室,埋深约为 5.1 m,其场地土层的物理力学性质如表 1 所示。该工程采用桩筏基础,其中,桩径为 0.6~0.9 m,桩长为 34~40 m。

为满足客户的停车需求,同时创造更大的经济效益,业主决定在现有一层地下室下方再扩建一层,预计开挖深度为 5 m。由于浙江饭店周边既有管线、建筑物密集,该工程风险较高,因此,方案设计阶段历时较长。而待设计完成后,邻近位置的杭州地铁 2 号线盾构隧道先期开工,致使扩建工程目前暂未开工。

## 2 模型建立

本文假设浙江饭店地下车库扩建工程中既有桩的桩端约束为固定<sup>[6]</sup>。在现场施工过程中,通过浇筑承台将桩基础连接成整体共同承担上部结构的荷载。承台与桩基础之间的约束很难做到理想中的固定支座,而基桩两端约束不同对应不同的挠曲函数,从而对基桩的屈曲稳定临界荷载将带来一定的影响。因此,本文将分析不同桩顶约束对桩基础屈曲稳定临界荷载的影响。

### 2.1 屈曲分析

本文采用 Winkler 弹簧来模拟桩与桩周土层之间的相互作用,地基反力  $q(x)$  为

$$q(x) = kyb_0 = m(h-x)yb_0 \quad (0 \leq x \leq h), \quad (1)$$

式中,  $k$  为地基反力系数,  $y$  为桩身挠曲变形函数,如表 2 所示<sup>[8-9]</sup>,  $b_0$  为计算宽度,  $m$  为系数。

### 表 2 基桩两端不同约束情况的挠曲变形函数表

Table 2 Deflection functions under different boundary conditions between pile tip and top

桩顶约束	挠曲函数表达式
铰接	$y = \sum_{i=1}^n c_i \left[ \cos\left(\frac{2i+1}{2l}\pi x\right) - \cos\left(\frac{2i-1}{2l}\pi x\right) \right]$
弹性嵌固	$y = \sum_{i=1}^n c_i \left[ 1 - \cos\left(\frac{i}{l}\pi x\right) \right]$
固定	$y = \sum_{i=1}^n c_i \left[ 1 - \cos\left(\frac{2(2i-1)}{l}\pi x\right) \right]$

注:  $c_i$  为挠曲函数第  $i$  项的待定系数。

本文采用规范<sup>[11]</sup>推荐的经验公式来计算  $m$  值:

$$m = \frac{0.2\varphi^2 - \varphi + c}{v_b}, \quad (2)$$

式中,  $\varphi$  为土体内摩擦角,  $c$  为土体黏聚力,  $v_b$  为水平位移。本工程场地为成层土,根据陈永辉等<sup>[12]</sup>建议  $m$  值可取不同土层的层厚加权平均值。

### 2.2 屈曲能量控制方程

文献[4, 5]认为桩身自重,桩侧摩阻力对基桩屈曲稳定临界荷载影响不大,可忽略不计。单华峰等<sup>[7]</sup>分析了下挖增层改造过程对托换桩屈曲稳定临界荷载的影响,认为桩侧摩阻力及桩身自重对托换桩基础的屈曲稳定临界荷载影响不明显。因此,本文在建立基桩屈曲能量方程时不考虑桩侧摩阻力引起的荷载势能  $V_f$  及基桩自重势能  $V_g$ 。则基桩屈曲能量控制方程为

$$\Pi = U_p + U_s + V_p. \quad (3)$$

桩身应变能  $U_p$  为

$$U_p = \frac{EI}{2} \int_0^l (y'')^2 dx, \quad (4)$$

式中,  $EI$  为基桩的抗弯刚度,  $l$  为桩长。

桩侧土层的应变能  $U_s$  为

$$U_s = \frac{1}{2} \int_0^h q(x) y dx , \quad (5)$$

式中,  $h$  为基桩的入土深度。

桩顶荷载势能  $V_p$  为

$$V_p = -\frac{P}{2} \int_0^l (y')^2 dx , \quad (6)$$

式中,  $P$  为桩顶荷载。

综上所述, 基桩屈曲能量控制方程为

$$\Pi = \frac{EI}{2} \int_0^l (y'')^2 dx + \frac{mb_0}{2} \int_0^h (h-x)y^2 dx - \frac{P}{2} \int_0^l (y')^2 dx . \quad (7)$$

由最小势能原理可知

$$\frac{\partial \Pi}{\partial c_i} = 0 \quad (i=1, 2, 3, \dots) . \quad (8)$$

将式 (8) 展开, 即为  $n$  个方程求  $n$  个未知数。

为使式 (8) 有非零解, 要求其系数行列式等于零, 即

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} - x & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - x & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} - x \end{vmatrix} = 0 . \quad (9)$$

式 (9) 即为既有建筑下挖增层改造工况下桩基础屈曲稳定的特征方程。取行列式  $D$  的最小正根, 则基桩屈曲稳定临界荷载  $P_{cr}$  为

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} x_{min} . \quad (10)$$

结合表 2 所推荐的不同约束情况下基桩的挠曲函数, 按照上述计算方法即可获得不同约束情况下基桩的屈曲稳定临界荷载  $P_{cr}$ 。

### 3 参数分析

在浙江饭店地下车库扩建工程中, 既有桩的桩长为 34 m, 桩径为 0.9 m, 嵌岩深度为 1.1 m, 桩顶荷载承载力特征值为 4330 kN。

#### 3.1 半波数

图 1 为开挖深度为 1.6 m 时的浙江饭店地下车库扩建工程半波数  $n$  与临界荷载比  $\alpha_n$  (半波数为  $n$  时的临界荷载与收敛时的临界荷载之比) 的关系图。由图 1 可知, 在同一开挖深度下, 随着半波数  $n$  的增大, 不同桩顶约束情况下, 既有桩的临界荷载比  $\alpha_n$  急剧收敛; 对比不同的桩顶约束情况, 可知桩顶固定收敛速度最快, 铰接次之, 弹性嵌固最慢, 其原因可能与桩顶约束强度有关。

在浙江饭店地下车库扩建工程中, 当半波数  $n$  达到 39 时, 不同开挖深度及桩顶约束情况下, 既有桩的屈曲稳定临界荷载都已收敛。

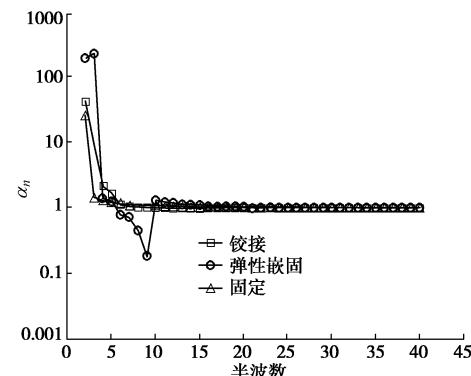


图 1 不同桩顶约束下半波数对屈曲临界荷载比的影响

Fig. 1 Effect of half-wave number on ratio of critical load under different pile-head constraints

#### 3.2 桩顶约束

本节分析了不同桩顶约束对桩基础屈曲稳定临界荷载的影响, 如图 2 所示。图中  $\alpha_c$  为在同一开挖深度下, 不同桩顶约束时的屈曲稳定临界荷载与桩顶弹性嵌固时的屈曲临界荷载之比, 因此, 桩顶约束为弹性嵌固时,  $\alpha_c=1$ 。由图可知, 在同一开挖深度下, 不同的桩顶约束对应着不同的临界荷载比  $\alpha_c$ , 桩顶固定时,  $\alpha_c$  最大, 桩顶弹性嵌固,  $\alpha_c$  次之, 桩顶铰接,  $\alpha_c$  最小, 其原因可能是和桩顶约束强度有关; 随着开挖深度的增大, 桩顶固定时的临界荷载比  $\alpha_c$  急剧增大, 而桩顶铰接时的临界荷载比  $\alpha_c$  则在缓慢降低。因此, 在实际施工过程中, 应将桩顶约束做成固定的形式。

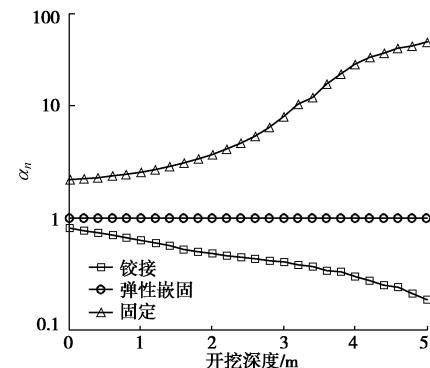


图 2 不同开挖深度下不同桩顶约束对临界荷载比的影响

Fig. 2 Effect by the ratio of critical load with different constraint condition at pile head under different excavation depth

#### 3.3 开挖深度

本节分析不同开挖深度对基桩屈曲稳定临界荷载的影响, 如图 3 所示。图中  $\alpha_{10}$  定义为不同开挖深度下的屈曲稳定临界荷载与尚未开挖时的屈曲稳定临界荷载之比。由图可知, 随着开挖深度的增加, 相应的临界荷载比  $\alpha_{10}$  也随之降低, 但降低的幅度各不相同, 桩顶固定时的临界荷载比  $\alpha_{10}$  降低最小, 而桩顶弹性嵌固及铰接时的临界荷载比  $\alpha_{10}$  随开挖深度急剧降低。在浙江饭店地下车库扩建工程中, 当开挖深度小

于一定深度(约 3.5 m)时, 弹性嵌固时的临界荷载比  $\alpha_{10}$  大于桩顶铰接时的临界荷载比  $\alpha_{10}$ ; 而当开挖深度超过该深度时, 情况则相反。

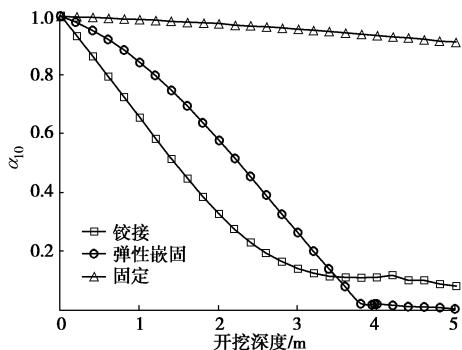


图 3 不同桩顶约束时开挖深度对临界荷载比的影响

Fig. 3 Effect of different excavation depths on ratio of critical load under different constraint conditions at pile head

## 4 结 论

(1) 结合 Winkler 弹性地基梁理论建立了不同桩顶约束时的桩-土体系总势能方程, 利用最小势能原理, 导得不同桩顶约束情况下, 既有建筑下挖增层改造工程中桩基础的屈曲稳定临界荷载表达式。

(2) 随着半波数  $n$  的增加, 桩基础的屈曲稳定临界荷载急剧收敛, 桩顶固定收敛速度最快, 铰接次之, 弹性嵌固最慢; 不同的桩顶约束对桩基础屈曲稳定临界荷载比影响不同; 随着开挖深度的增加, 桩顶固定时的临界荷载比缓慢减小, 而桩顶嵌固及铰接时的临界荷载比急剧降低。

## 参 考 文 献:

- [1] REDDY A S, VALSANGKAR A J. Buckling of fully and partially embedded piles[J]. Journal of Soil and Mechanics and Foundation Division, ASCE, 1970, **96**(6): 1951 – 1965.
- [2] LEE K L. Buckling of partially embedded piles in sand[J]. Journal of Soil and Mechanics and Foundation Division, 1968, **94**(1): 255 – 270.
- [3] 朱大同. 端部嵌固桩的计算长度[J]. 铁路标准设计通讯, 1974(5): 27 – 29. (ZHU Da-tong. Calculation length of piles fixed in both sides[J]. News Report in Railway Standard Design, 1974(5): 27 – 29. (in Chinese))
- [4] 赵明华, 王季柏. 基桩计入摩阻力的屈曲分析[J]. 岩土工程学报, 1996, **18**(3): 87 – 90. (ZHAO Ming-hua, WANG Ji-bai. Buckling analysis of piles with side resistance considered[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, **18**(3): 87 – 90. (in Chinese))
- [5] 邹新军, 赵明华, 刘光栋. 复杂地基反力模式下高承台嵌岩灌注桩的屈曲稳定分析[J]. 岩土力学, 2008, **29**(4): 963 – 967. (ZOU Xin-jun, ZHAO Ming-hua, LIU Guang-dong. Buckling analysis of cast-in-situ rock-socketed piles with highrise pile cap under complicated subgrade reaction modulus[J]. Rock and Mechanics, 2008, **29**(4): 963 – 967. (in Chinese))
- [6] 单华峰, 夏唐代, 胡军华, 等. 既有建筑物地下室增层开挖桩基屈曲稳定研究[J]. 岩土力学, 2015, **36**(增刊 2): 507 – 512. (SHAN Hua-feng, XIA Tang-dai, HU Jun-hua, et al. Buckling analysis of pile foundation for excavation beneath the basement of existing building[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, **36**(S2): 507 – 512. (in Chinese))
- [7] 单华峰, 夏唐代, 俞峰, 等. 地下增层开挖托换桩的屈曲稳定临界荷载分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2016, **50**(8): 1425 – 1430. (SHAN Hua-feng, XIA Tang-dai, YU Feng, et al. Buckling stability analysis on critical load of underpinning pile for excavation beneath existing building[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2016, **50**(8): 1425 – 1430. (in Chinese))
- [8] 赵明华. 桥梁基桩稳定计算长度[J]. 工程力学, 1987, **4**(1): 94 – 105. (ZHAO Ming-hua. Buckling equivalent length of piles[J]. Engineering Mechanics, 1987, **4**(1): 94 – 105. (in Chinese))
- [9] 赵明华. 桥梁桩基的屈曲分析及试验[J]. 中国公路学报, 1990, **3**(4): 47 – 57. (ZHAO Ming-hua. Buckling analysis and tests of bridge piles[J]. China Journal of Highway and Transport, 1990, **3**(4): 47 – 57. (in Chinese))
- [10] GABR M A, WANG J J, ZHAO M. Buckling of piles with general power distribution of lateral subgrade reaction [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1997, **123**(2): 123 – 130.
- [11] JGJ 120—2012 建筑基坑支护技术规程[S]. 2012. (JGJ 120—2012 Technical specification for retaining and protection of building foundation excavation[S]. 2012. (in Chinese))
- [12] 陈永辉, 王新泉, 刘汉龙. 基于尖点突变理论的 Y 型桩屈曲临界荷载分析[J]. 工程力学, 2009, **26**(4): 119 – 127. (CHEN Yong-hui, WANG Xin-quan, LIU Han-long. Buckling critical load analysis of Y style vibro-pile based on cusp catastrophe theory[J]. Engineering Mechanics, 2009, **26**(4): 119 – 127. (in Chinese))

(本文责编 孙振远)