

DOI: 10.11779/CJGE2017S1021

空心圆柱扭剪试验中广义应力路径的控制与实现

董彤¹, 郑颖人^{1,2}, 孔亮³, 柘美⁴

(1. 后勤工程学院岩土力学与地质环境保护重庆市重点实验室, 重庆 401311; 2. 重庆市地质灾害防治工程技术研究中心, 重庆 400041;
3. 青岛理工大学理学院, 山东 青岛 266033; 4. 重庆交通大学土木建筑学院, 重庆 400074)

摘要: 针对国内外动态空心圆柱扭剪仪 (HCA) 在设置广义应力路径时大都需人为假设外荷载加载形式的现状, 指出了这种假定对 HCA 仪模拟广义应力路径能力的局限。考虑到 GCTS 公司 HCA-100 能够独立地控制轴力、扭矩及内外围压独立地加载, 通过缜密的数学推导, 提出了由目标广义应力路径直接确定外荷载加载方式的计算公式, 据此可以实现对任意形式的广义应力路径的模拟并通过试验验证了其可行性。在三维应力坐标系 $b-\sigma-\tau$ 中, 探讨了典型广义应力路径的表示方法, 以 q 恒定的主应力轴连续旋转的应力路径为例, 讨论了内、外围压与广义应力路径之间的关系。简化并完善了 HCA 仪的控制过程, 为后续试验研究提供了理论依据。

关键词: 广义应力路径; 试验研究; 空心圆柱扭剪仪; 主应力轴旋转; 控制与实现

中图分类号: TU411

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2017)S1-0106-05

作者简介: 董彤 (1990-), 男, 山东新泰人, 博士研究生, 主要从事岩土本构关系方面的研究。E-mail: dt0706@126.com。

Control and realization of generalized stress paths in HCA test

DONG Tong¹, ZHENG Ying-ren^{1,2}, KONG Liang³, ZHE Mei⁴

(1. Chongqing Key Laboratory of Geomechanics Geoenvironmental Protection, Logistical Engineering University, Chongqing 401311, China; 2. Chongqing Engineering and Technology Research Center of Geological Hazard Prevention and Treatment, Chongqing 400041, China; 3. School of Sciences, Qingdao University of Technology, Qingdao 266033, China; 4. Institute of Civil Engineering and Construction, Chongqing Jiao Tong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: Artificial assumptions are needed to set the generalized stress paths in hollow cylinder apparatus (HCA). The resulting limitations to imitate the generalized stress paths in HCA are analyzed. According to the function that GCTS HCA-100 can apply axial loads, torques, inner and outer pressures independently, the method that can determine the external loads directly by the target generalized stress path is put forward. In this way, the generalized stress paths of arbitrary form are presented by the exactly mathematical derivation, and the feasibility is verified by tests. The typical features of the generalized stress path tests are analyzed in 3-D coordinate system $b-\sigma-\tau$. Based on the cyclic principal stress rotation stress path with constant q , the relationship between the inner and outer pressures and the generalized stress paths is discussed. The controlling process of HCA is simplified and improved, and it may provide a theoretical basis for future tests.

Key words: generalized stress path; experimental research; hollow cylinder apparatus; principal stress rotation; control and realization

0 引言

天然状态下土体存在明显的各向异性, 这使得土体的力学特性与主应力的方向密切相关。在岩土工程 (如边坡、隧道、基坑等) 中, 外荷载或边界条件的改变几乎都会导致应力主轴方向发生旋转。在进行平面条件下应力主轴旋的试验研究时, 空心圆柱仪 (Hollow Cylinder Apparatus, 简称 HCA) 可以实现轴力、扭矩及试样内外压的独立加载, 是较为理想的试验仪器。

通常, 将同时考虑主应力大小和方向变化的应力

路径称作广义应力路径 (Generalized Stress Path)^[1]。采用 HCA 仪, 刘奉银等^[2]设计了双剪统一强度研究的扭剪试验应力路径; 沈扬等^[3]在 p 恒定条件下分别推导了 b 恒定而 q 与 p 线性变化、 q 恒定的主应力轴旋转应力路径的设置方法; 潘华等^[4]分别探讨了 p 与 q , b 与 q 及 p 与 b 为常数时应力路径的控制问题。

从已有资料来看^[2-7], 以往的 HCA 仪不能同时控

基金项目: 国家自然科学基金项目 (11572165)

收稿日期: 2016-11-28

$$\sigma_\theta = \frac{P_0 r_0 - P_i r_i}{r_0 - r_i}, \quad (7)$$

$$\tau_{z\theta} = \frac{3M_T}{2\pi(r_0^3 - r_i^3)}, \quad (8)$$

式中, r_i , r_0 为试样内外半径。

为方便表述, 令 $A = \pi(r_0^2 - r_i^2)$, $B = \pi r_0 r_i (P_i - P_0)$, $C = \pi(r_0^3 - r_i^3)$, $D = \pi(P_0 r_0^2 - P_i r_i^2)$, $E = (r_0 + r_i)/2r_0$, $F = (r_0 - r_i)/2r_0$, $G = (r_0 + r_i)/2r_i$, $H = (r_0 - r_i)/2r_i$ 。

结合式 (1) ~ (4) 和式 (5) ~ (8), 可得

$$\sigma_1 = \frac{W + D - B}{2A} + \left\{ \frac{(W + B)^2}{4A^2} + \frac{9M_T^2}{4C^2} \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (9)$$

$$\sigma_2 = \frac{P_0 r_0 - P_i r_i}{r_0 - r_i}, \quad (10)$$

$$\sigma_3 = \frac{W + D - B}{2A} - \left\{ \frac{(W + B)^2}{4A^2} + \frac{9M_T^2}{4C^2} \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (11)$$

与之相对应, 由加载力系表达的偏应力力系为

$$p = \frac{W + 3D}{3A}, \quad (12)$$

$$q = \left\{ \frac{(W + B)^2}{4A^2} + \frac{9M_T^2}{4C^2} \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (13)$$

$$b = \frac{3B - W}{2 \left\{ \frac{(W + B)^2}{4A^2} + \frac{9M_T^2}{4C^2} \right\}^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{2}, \quad (14)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan \frac{3AM_T}{C(W + B)} + (-1)^n \frac{n\pi}{2}. \quad (15)$$

在进行应力路径设计时, 国内外已有研究大都基于式 (5) ~ (8) 或 (12) ~ (15), 并附加假设条件以得到外荷载的加载方式。如表 1 所示, 由于广义应力力系存在 4 个自由度, 通过矩阵分析可知, 若要得到一个严格的应力路径, 必须施加 4 个约束条件以确定线性方程组的特解。

表 1 HCA 试验应力路径与约束条件

Table 1 Stress paths and constraint conditions of HCA tests				
约束条件	试验应力路径			
条件	循环旋转 ^[3]	循环旋转 ^[4]	模拟地震 ^[4]	双剪统一强度 ^[2]
1	α 连续变化	α 连续变化	α 不变	b (或 θ_σ) 不变
2	P_0 不变	P_i 不变		
3	P_i 不变	p, q, b	$P_0 = P_i = p$	
4	p 或 q 或 b 不变	三者中任两个不变	且不变	

显然, 在人为假定围压的变化方式的前提下, 再独立地控制 p , q , b , α 按预期应力路径进行加载是不可行的。事实上, 由式 (5) ~ (8) 可得:

$$P_0 = E \left(p + \frac{4b-2}{3} q \right) + F \left(p + \frac{1-2b}{3} q - q \cos 2\alpha \right), \quad (16)$$

$$P_i = G \left(p + \frac{4b-2}{3} q \right) - H \left(p + \frac{1-2b}{3} q - q \cos 2\alpha \right), \quad (17)$$

$$W = A \left(p + \frac{1-2b}{3} q + q \cos 2\alpha \right) - D, \quad (18)$$

$$M_T = \frac{2}{3} C q \sin 2\alpha. \quad (19)$$

继而, 可以直接通过式 (16) ~ (19) 设计外荷载加载方式, 便捷地实现任意的广义应力路径。

2 广义应力路径的控制与实现

本文以福建标准砂为研究对象, 基本物理参数为: $G_s = 2.643$, $e_{\max} = 0.907$, $d_{50} = 0.31$, $C_u = 1.548$, $C_c = 1.104$, $e_{\min} = 0.513$, $\rho_{\min} = 1.386 \text{ g/cm}^3$, $\rho_{\max} = 1.747 \text{ g/cm}^3$ 。采用分层灌砂法制得相对密度 $D_r = 50 \pm 5\%$ 的空心圆柱试样, 反压 $u = 300 \text{ kPa}$ 条件下进行反压饱和, 饱和后试样的孔压系数 B 均大于 98%。

2.1 纯主应力轴循环旋转 (p, q, b 不变)

从式 (16) ~ (19) 可见, 外荷载加载力系与旋转角参量 α 之间满足三角函数关系, 不妨令: $2\alpha = \omega t$ (ω 反映了主应力轴旋转的角速度, t 为时间)。如图 1 中应力路径⑤所示, 在该应力路径下, 旋转过程中 3 个主应力幅值保持恒定, σ_1, σ_3 绕 σ_2 的主向 (即试样径向) 发生旋转^[10], 试验为严格的平面应力加载, 是开展本构模型研究的理想的加载方式。

应力参量 p, q, b, α (或 ω) 之间相互独立, 考虑到式 (16) ~ (19) 的映射关系, 必定可以通过外荷载参数 W, M_T, P_0, P_i 实现 p, q, b 不变的纯主应力轴旋转。计算所得外荷载加载函数均为三角函数形式, 以 $b = 0.5$, 外荷载动态加载函数为:

$$P_0 = p - F q \cos 2\alpha, \quad (20)$$

$$P_i = p + H q \cos 2\alpha, \quad (21)$$

$$W = A p - D + A q \cos 2\alpha, \quad (22)$$

$$M_T = \frac{2}{3} C q \sin 2\alpha. \quad (23)$$

$\sigma_2 = \sigma_R = p + (4b-2)q/3$ 在加载过程中保持不变。在 $p = 100 \text{ kPa}$ 、 $q = 30 \text{ kPa}$ 、 $b = 0.5$ 条件下, 根据式 (20) ~ (23) 所测得的纯主应力轴旋转试验应力路径 (如图 2 所示) 为一个圆心在 $(100, 0.5, 0)$ 半径为 30 kPa 且平行于 $(\sigma_z - \sigma_\theta)/2 - \tau_{z\theta}$ 坐标平面的圆形。

2.2 等围压主应力轴循环旋转 ($P_0 = P_i$)

由于 HCA 试样为薄壁空心圆柱状, 内外围压不等会导致试样的径向应力分布不均, 并通过泊松效应引发分布不均的轴向应变。为了消除这一现象, 假定 $P_0 = P_i$, 由式 (16) ~ (19) 可得 $b = \sin^2 \alpha$ 。

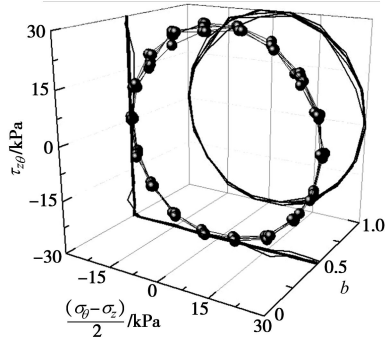


图 2 纯主应力轴循环旋转试验应力路径

Fig. 2 Stress paths of pure principal stress rotation

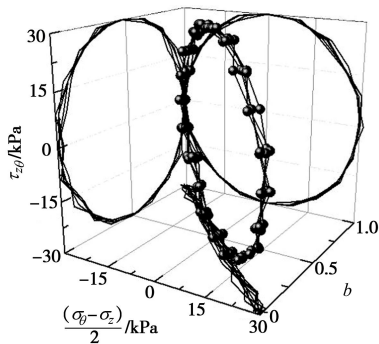
虽然在上述应力路径中, 中主应力系数 b 随大主应力方向角 α 变化而连续变化, 但是试样的应变分布更为均匀, 因此在研究土体变形特性时有重要意义。在 $P_0 = P_i$ 的前提下, 令 $2\alpha = \omega t$ 且 σ_1 与 σ_3 保持恒定, 为实现主应力轴连续旋转, W 与 M_T 须满足:

$$P_0 = P_i = p - \frac{2q}{3} \cos \omega t, \quad (24)$$

$$W = Ap - D + \frac{4}{3}q \cos \omega t, \quad (25)$$

$$M_T = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3} C \sin \omega t = \frac{2}{3} Cq \sin \omega t. \quad (26)$$

如图 3 所示, 在 $b-\sigma-\tau$ 三维坐标系中, $P_0 = P_i$ 的主应力轴循环旋转试验 ($p = 100 \text{ kPa}$ 、 $q = 30 \text{ kPa}$) 所测得的应力路径在 $(\sigma_z - \sigma_\theta)/2 - \tau_{z\theta}$ 坐标系上的投影为圆心在 $(p, 0)$ 点, 半径为 30 kPa 的圆形。如图 2 与图 3 所示, 主应力轴连续旋转的应力路径在 $(\sigma_z - \sigma_\theta)/2 - \tau_{z\theta}$ 坐标系下的投影均为圆形, 由于 b 的取值方式不同, 纯主应力轴旋转的应力路径 σ_R 恒等于 p , 而等围压主应力轴循环旋转的应力路径 $\sigma_R = \sigma_\theta$ 。

图 3 $P_0 = P_i$ 的主应力轴循环旋转试验应力路径Fig. 3 Stress paths of principal stress rotation with $P_0 = P_i$

2.3 恒围压定轴动三轴 (p, b, α 不变)

p, b, α 不变, q 变化的定轴动三轴试验可用于模拟地震荷载的应力路径。图 5 给出了 $p = 100 \text{ kPa}$ 、 $b = 0.5$ 、 $\alpha = 22.5^\circ$ 条件下 q 在 $(-30 \text{ kPa}, 30 \text{ kPa})$ 区间内往复加载的应力路径。由式 (14) 可知, 当 $(\sigma_z - \sigma_\theta)/2$ 取值接近零时, 轴向力 W 、内外围压差值细微的波动都会导致中主应力系数 b 产生较大的变

化, 考虑到剪应力水平较低, 这种变化并不会导致土体产生明显的变形, 因而忽略图 4 所示应力路径的波动。

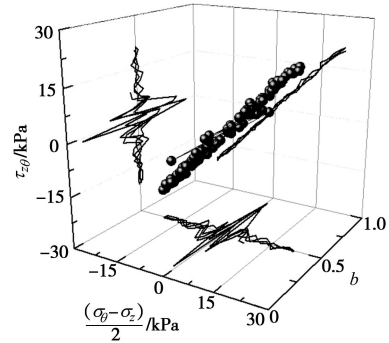


图 4 恒围压定轴动三轴试验应力路径

Fig. 4 Stress paths of dynamic triaxial tests with fixed

p, b and α

2.4 变围压定轴真三轴 (α, b 不变)

典型的变围压定轴真三轴试验应力路径如图 5 所示 ($\alpha = 22.5^\circ$ 、 $b = 0$ 不变、仅增大 σ_1)。该应力路径是在双剪统一强度应力路径的基础上, 增加主应力轴方向角作为第四控制参数。在 $p-q$ 坐标系中, 该应力路径为斜率 $k = 3/2$ 的直线。

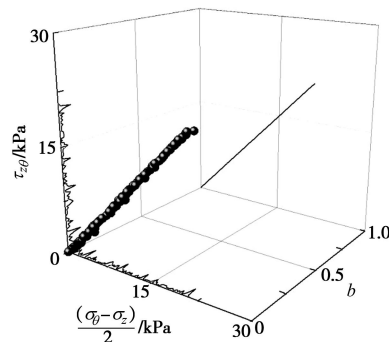


图 5 变围压定轴真三轴试验应力路径

Fig. 5 Stress paths of true triaxial tests with fixed α and b

2.5 关于轴向荷载的讨论

在主应力轴连续旋转的试验过程中, 当轴向力较小时, 施加目标扭矩需要更大的横向应力, 这将直接导致试样发生扭剪破坏。此外, 考虑到土体受拉强度较低, 试样在竖向必须保持为受压状态, 即

$$W = A \left(p + \frac{1-2b}{3} q + q \cos 2\alpha \right) - D > 0. \quad (27)$$

当 $\alpha = \pi/4 \pm k\pi/2$ 时 W 取极小值, 式 (27) 等价于:

$$\frac{q}{p} < \frac{3}{2+2b} \frac{Ap-D}{Ap}. \quad (28)$$

由式 (18) 可知, 当 b 与 α 满足 $2\cos 2\alpha - 2b + 1 = 0$ 时, 所施加的轴向荷载 $W = 0$ 。如图 6 所示, 试样应力状态在 $\alpha-b$ 坐标中压拉边界左侧时试样竖向受压; 在右侧时试样竖向受拉。在满足式 (28) 时, 即可保证 W 始终对试样施加压应力。如果需要进行较高有效

偏应力比 q/p' 条件下的扭剪试验, 则只需将孔压值设置在较高水平以增大 p 即可。

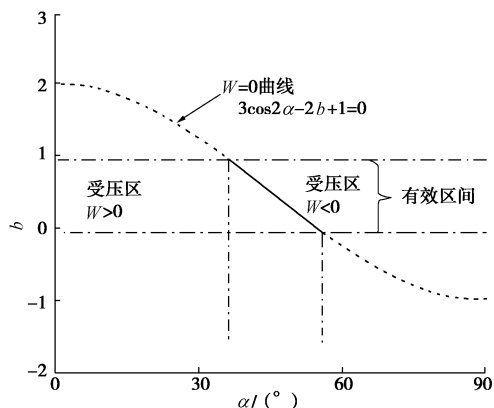


图6 定轴剪切试验中试样拉压边界

Fig. 6 Boundary between compression and extension

3 结 论

(1) HCA 仪可以控制外荷载加载力系的 4 个加载参数按一定的规律独立加载。在扭剪试验中, 同时考虑应力大小和方向的广义应力路径有 4 个自由度, 基于严格的数学推导, 任意形式广义应力路径均可通过式 (16) ~ (19) 直接进行设置。

(2) 循环扭剪试验存在多种形式的加载方式。在 p, q, b 不变的前提下, 外荷载按式 (20) ~ (23) 所示波形函数进行加载, 试验为严格的平面应力加载, 是做本构关系研究理想的加载方式; 在 $P_0 = P_i$ 且 p, q 不变的前提下, 外荷载按式 (24) ~ (26) 所示波形函数进行加载, 试验过程中主应力系数 b 随大主应力方向角 α 化而连续变化, 试样的应变分布更为均匀。

(3) 可以将三轴压缩试验、真三轴试验、扭剪试验等广义应力路径加以直观地表示在 $b-\sigma-\tau$ 三维坐标系中, 在该坐标系下, q 恒定的主应力轴连续旋转的应力路径位于轴线与 b 轴平行、半径为 q 的圆柱面上。根据内、外围压的控制方式, 该圆柱面被 $P_0 = P_i$ 平面分成两部分。

(4) 广义应力路径的试验是研究变形特性和建立本构模型的基础, 不同的 HCA 仪的外荷载控制器的控制能力不同。因此, 需要在明确外荷载控制器控制能力的前提下, 再进行广义应力路径的设置。

参考文献:

[1] SAYAO A, VAID Y P. A critical assessment of stress nonuniformities in hollow cylinder test specimens[J]. Soils & Foundations, 2008, 31: 60 - 72.
[2] 刘奉银, 俞茂宏, 殷建华, 等. 双剪统一强度研究的扭剪试

验应力路径与控制[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(14): 2463 - 2467. (LIU Feng-yin, YU Mao-hong, YIN Jian-hua, et al. Stress control in hollow cylindrical torsional specimen for study of double shear unified strength[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics & Engineering, 2005, 24(14): 2463 - 2467. (in Chinese))

- [3] 沈 扬, 周 建, 龚晓南. 空心圆柱仪(HCA)模拟恒定围压下主应力轴循环旋转应力路径能力分析[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(3): 281 - 287. (SHEN Yang, ZHOU Jian, GONG Xiao-nan. Analysis on ability of HCA to imitate cyclic principal stress rotation under constant confining pressure[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(3): 281 - 287. (in Chinese))
- [4] 潘 华, 陈国兴. 动态围压下空心圆柱扭剪仪模拟主应力轴旋转应力路径能力分析[J]. 岩土力学, 2011, 32(6): 1701 - 1706. (PAN Hua, CHEN Guo-xing. Analysis of capabilities of HCA to simulate stress paths for principal stress rotation under dynamic confining pressure[J]. Rock & Soil Mechanics, 2011, 32(6): 1701 - 1706. (in Chinese))
- [5] HIGHT D W, SYMES M J, GENS A. The development of a new hollow cylinder apparatus for investigating the effects of principal stress rotation in soils[J]. Géotechnique, 1983, 33(4): 355 - 383.
- [6] SYMES M J. Drained principal stress rotation in saturated sand[J]. Géotechnique, 1988, 38(1): 58 - 81.
- [7] KUMRUZZAMAN M, YIN J H. Influences of principal stress direction and intermediate principal stress on the stress-strain-strength behaviour of completely decomposed granite[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2010, 47(2): 164 - 179.
- [8] SAADA A S. Hollow cylinder torsional devices: their advantages and limitations. Advanced Triaxial Testing of Soil and Rock, American Society for Testing and Materials, 1988: 766 - 795.
- [9] 王常晶, 陈云敏. 移动荷载引起的地基应力状态变化及主应力轴旋转[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(8): 1698 - 1704. (WANG Chang-jing, CHEN Yun-min. Stress state variation and principal stress axes rotation of ground induced by moving loads[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics & Engineering, 2007, 26(8): 1698 - 1704. (in Chinese))
- [10] TONG Z X, YU Y L, ZHANG J M, et al. Deformation behavior of sands subjected to cyclic rotation of principal stress axes[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(8): 1196 - 1202.