

DOI: 10.11779/CJGE201709022

黄土非线性应力 - 应变新模型及对比研究

王丽琴^{1,2}, 鹿忠刚¹, 邵生俊^{1,2}

(1. 西安理工大学岩土工程研究所, 陕西 西安 710048; 2. 陕西省黄土力学与工程重点实验室, 陕西 西安 710048)

摘要: 目前, 黄土的应力应变曲线只能根据其形态类型选择不同的数学模式来描述, 为实现描述应力应变数学模式的统一, 提出了一种新的非线性模型, 并给出了各参数的确定方法。通过应用新模型与现行主要的非线性模型(邓肯-张双曲线模型、指数模型、驼峰曲线模型), 同时对结构性黄土常规三轴试验所得的各种类型的应力应变曲线进行模拟, 并经与实测应力应变数据点对比研究表明: 新模型表达式比驼峰曲线描述软化型应力应变曲线的精度高; 同样新模型比邓肯-张双曲线模型、指数模型描述硬化型应力应变曲线的精度也高, 说明此非线性新模型既可描述应变强硬化型也可描述应变弱硬化型应力应变曲线; 既可描述应变强软化型也可描述应变弱软化型应力应变曲线。通过新模型对经典实例应力应变曲线的描述, 进一步说明新模型具有良好的适应性。新模型为形态各异的应力应变曲线提供了一个统一的数学模型。

关键词: 土力学; 应力 - 应变; 硬化型; 软化型; 非线性模型

中图分类号: TU444 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2017)09-1724-07

作者简介: 王丽琴(1976-), 女, 博士研究生, 副教授, 主要从事黄土力学及防灾减灾等方面的教学和科研。E-mail: jbcwlq@126.com。

New nonlinear stress-strain model for loess and its comparative research

WANG Li-qin^{1,2}, LU Zhong-gang¹, SHAO Sheng-jun^{1,2}

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. Shaanxi Key Laboratory of Loess Mechanics and Engineering, Xi'an 710048, China)

Abstract: At present, the stress-strain curve of loess can only be described by using different mathematical models according to its morphological type. To achieve a unified description of the stress-strain mathematical model, a new nonlinear model is proposed, and the method for determining each parameter is also given. The various types of stress-strain curves of structural loess which are obtained from conventional triaxial tests are simulated by applying the new model and the current main nonlinear models (Duncan-Chang hyperbolic model, exponential model and model of camelback curve), and then they are compared with the measured stress-strain data points. The result shows that the expression of the new model can make a more accurate description for the softening stress-strain curve than that of the hump curve. Similarly, the new model describes the hardening stress-strain curve more accurately in comparison with the Duncan-Chang hyperbolic model and the exponential model, which indicates that the new nonlinear model can describe the strong hardening stress-strain curve and the weak hardening curve, and can also describe the strong softening curve and the weak softening curve. Meanwhile, based on the description of stress-strain curves of the classic example by the new model, it is shown that the new model has excellent adaptability. The proposed model provides a unified mathematical model for the stress-strain curves of different shapes.

Key words: soil mechanics; stress-strain; hardening; softening; nonlinear model

0 引言

在工程中, 岩土体的应力 - 应变关系反映着其受荷后变形的规律, 岩土工程数值计算结果可靠与否, 与计算时选用的土体本构模型密切相关, 因而准确描述土体三轴受力状态下偏应力 q 和轴向应变 ε_1 的关系是土体本构模型的重要问题^[1-5], 对建造于其上的各种建筑物的经济与安全十分重要。非线性模型在岩土工

程中得到了广泛的应用, 这是因为非线性模型的参数确定相对比较容易, 且模型易于用于数值分析中, 因此, 陈正汉指出发展合理实用的非饱和土非线性模型是必要的^[6]。

基金项目: 国家自然科学基金项目(11572245, 51608442); 陕西省科技厅基金项目(2014JQ5173)

收稿日期: 2016-07-04

目前, 黄土的应力应变曲线只能根据其形态类型选择不同的数学模型来描述, 为实现描述应力应变数学模式的统一, 本文提出了一种新的非线性模型, 并给出了各参数的确定方法。

1 主要的非线性应力应变模型

岩土体的应力应变关系曲线形态各异, 通常分为硬化型和软化型两大类型, 硬化型又分为弱硬化型和强硬化型, 软化型又分为弱软化型和强软化型, 很难用同一种数学模型来描述, 因而刘祖典指出应根据曲线的具体形式分别予以拟定其数学模式较为恰当^[7]。

1.1 硬化型

(1) Duncan-Chang 双曲线模型^[8]

在现有的非线性模型中最具代表性的是描述硬化型的 Duncan-Chang 双曲线模型, 其表达式为

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{a + b\varepsilon_1} \quad . \quad (1)$$

式中 q 为偏应力; σ_1 为轴向压力; σ_3 为围压; ε_1 为试样的轴向应变 (%); a, b 为试验常数, 其值均为 σ_3 的函数。

(2) 指数模型^[9]

另一种描述硬化型应力应变曲线常用的是指数模型, 其表达式为

$$\sigma_1 - \sigma_3 = A[1 - \exp(-B\varepsilon_1)] \quad , \quad (2)$$

式中, A, B 为由试验确定的参数。

由于 Duncan-Chang 非线性双曲线模型简单直观, 参数物理意义明确且易于通过试验直接获得, 因而最为常用, 但该模型不能描述软化性, 描述硬化性曲线有时也存在较大误差, 不能很好地描述相应土体的应力应变关系^[7], 导致相关的模拟结果与实际情况存在较大的差异^[1, 3, 10-13]。由于双曲线数学形式的局限性, Duncan-Chang 的 $E - \mu$ 模型及其相关的改进模型均不能很好地描述土在三轴剪切过程中的应力、应变, 尤其对具有应变软化性质的土, 模型与试验数据差别很大^[13]。

1.2 软化型

软化型应力 - 应变全曲线常用驼峰曲线^[14-15]表示, 其表达式为

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon_1(a + c\varepsilon_1)}{(a + b\varepsilon_1)^2} \quad , \quad (3)$$

式中, a, b, c 为与 σ_3 有关的试验参数。

$$a = (b - 2c)(\varepsilon_1)_p, \quad b = \frac{1 - \sqrt{1 - q_r/q_p}}{2q_r}, \quad c = b - 1/4q_p, \quad \text{其}$$

中: q_r 为残余强度; q_p 为峰值强度; $(\varepsilon_1)_p$ 为与峰值强度相对应的轴向应变。

驼峰曲线虽然可以描述部分软化应力应变曲线, 但有时存在较大误差。

为准确描述三轴剪切条件下的应力应变曲线, 不少学者^[2-3, 13, 16-19]进行了深入的研究, 文献[3]基于偏应力 - 切线模量呈抛物线关系的认识, 提出了 3 参数土体硬化型应力应变模型; 文献[16]则在对双曲线模型和指数模型分析的基础上, 提出了一种复合指数 - 双曲线模型, 但其仅适用于介于指数模型与双曲线模型之间变化的应力应变曲线。然而, 以上模型仍然无法描述软化型曲线, 于是, 文献[13]利用切线模量随轴向应变的增长呈指数衰减的规律, 又提出了新的非线性模型, 此模型虽然可以描述部分弱软化应力应变曲线, 但无法描述强软化型应力应变曲线。与文献[13]类似, 文献[2, 17~19]提出的各种应力应变模型同样无法描述强软化型应力应变曲线。

用以上模型的预测结果与土在三轴剪切试验中实测的应力、应变相比, 仍然存在较大差异^[13]。总之, 迄今为止还没有一种非线性数学模型既适用于描述硬化型也适用于描述软化型应力应变关系。笔者提出了一个新的非线性模型, 通过与现有主要非线性模型模拟实测应力应变曲线的对比, 得出结论: 非线性新模型能更准确地描述各种型式的应力应变曲线, 既可描述硬化型(包括强硬化与弱硬化)的, 也可描述软化型(包括强软化与弱软化)的曲线, 为形态各异的应力应变曲线提供了一个统一的数学模型。

2 应力应变非线性新模型

2.1 新模型的提出

笔者在分析的过程中提出一种新的应力应变非线性模式, 其表达式为

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 = f(\varepsilon_1) = [(a\varepsilon_1^m - c)e^{-be_1^n} + c]p_a \quad . \quad (4)$$

式中 q 为偏应力; σ_1 为轴向应力; σ_3 为围压; ε_1 为轴向应变; p_a 为标准大气压 ($p_a=101.3$ kPa); e 为自然对数的底数。 a, b, c, m, n 为试验参数, 其中: b, c, m, n 为非负参数。曲线呈软化型时 $a>0$; 曲线呈硬化型时 $a\leq 0$ 。

当 $\varepsilon_1=0$ 时, $f(\varepsilon_1)=0$, 由罗必塔法则可知:

$$\lim_{\varepsilon_1 \rightarrow +\infty} f(\varepsilon_1) = \lim_{\varepsilon_1 \rightarrow +\infty} [(a\varepsilon_1^m - c)e^{-be_1^n} + c]p_a = c \cdot p_a \quad . \quad (5)$$

若令参数 $a=0, n=1$, 则此模型的表达式就退化为指数模型——式(2)。

2.2 模型参数的求解

(1) 软化型应力应变曲线

a) 参数 c

当 $\varepsilon_1 \rightarrow +\infty$ 时, $f(\varepsilon_1) \rightarrow cp_a$, 所以当应力应变曲线表现为软化型时, $c=q_r/p_a$, q_r 为残余强度, 可从实

测曲线得到。

b) 参数 a, m

峰值强度 q_p 前, 应力应变曲线的形态主要受 $a\varepsilon_1^m$ 的控制, 因此峰值应变 ε_p 前的实测数据基本符合下式:

$$q/p_a = a\varepsilon_1^m。 \quad (6)$$

在双对数坐标系中表现为一条直线, 如图 1 所示, 则, a, m 分别为此直线的截距与斜率。

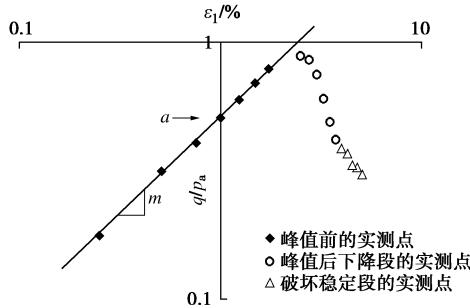


图 1 $(q/p_a) - \varepsilon_1$ 曲线

Fig. 1 Curve of $(q/p_a) - \varepsilon_1$

m 值的大小反映了应力应变曲线在小应变时的形态: $m > 1$ 时曲线下凹; $m < 1$ 时曲线上凸; $m=1$ 时为线性变化。

c) 参数 b, n

轴向应变 ε_1 超过峰值应变 ε_p 后, 应力应变曲线下降段的形态主要受 $e^{-b\varepsilon_1^n}$ 的控制, 因此根据式 (4) 可得峰值应变 ε_p 后下降段的实测数据基本符合下式:

$$\ln\left(\frac{a\varepsilon_1^m - c}{q/p_a - c}\right) = b\varepsilon_1^n。 \quad (7)$$

同样, 令 $q^* = \ln\left(\frac{a\varepsilon_1^m - c}{q/p_a - c}\right)$, 则在双对数坐标系中 $q^* - \varepsilon_1$ 表现为一条直线, 如图 2 所示, 则 b, n 分别为此直线的截距与斜率。

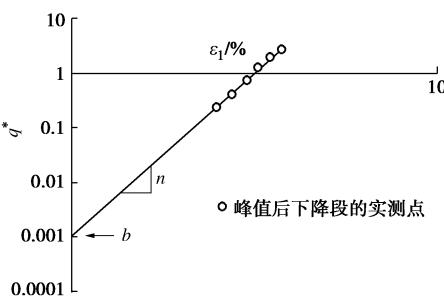


图 2 $q^* - \varepsilon_1$ 曲线

Fig. 2 Curve of $q^* - \varepsilon_1$

(2) 硬化型应力应变曲线

a) 参数 c

当应力应变曲线表现为硬化型时, $c=q_u/p_a=(\sigma_1-\sigma_3)/p_a$, $q_u=(\sigma_1-\sigma_3)_u$ 为极限强度。

b) 参数 a, m

一般情况下, 硬化型应力应变曲线的参数 a 值小于 0 且接近于 0, 因此也可令参数 $a=0$, 由式 (4) 得硬化型新模型的简化表达式为

$$q=\sigma_1-\sigma_3=F(\varepsilon_1)=c(1-e^{-b\varepsilon_1^n})p_a。 \quad (8)$$

c) 参数 b, n

由式 (8) 可得

$$\ln\left(\frac{c}{c-q/p_a}\right)=b\varepsilon_1^n。 \quad (9)$$

同样, 令 $q^* = \ln\left(\frac{c}{c-q/p_a}\right)$, 则在双对数坐标系中 $q^* - \varepsilon_1$ 表现为一条直线, b, n 分别为此直线的截距与斜率。

据以上方法便可确定新模型表达式 (4) 中的各参数 a, b, c, m, n 。需要说明的是, 各模型参数可通过以上方法确定, 但更便捷的方法是利用 Excel 进行规划求解。

2.3 切线模量

求应力应变曲线新模型表达式 (4) 中偏应力 q 对轴向应变 ε_1 的一阶导数, 得切线模量表达式为

$$E_t = \frac{dq}{d\varepsilon_1} = (ame_1^{m-1} + bcn\varepsilon_1^{n-1} - abn\varepsilon_1^{m+n-1})e^{-b\varepsilon_1^n}p_a。 \quad (10)$$

现在讨论一下初始切线模量 E_i 的值, 当 $\varepsilon_1=0$, E_i 取 MPa 为单位时:

$$\left. \begin{array}{ll} E_i = 0 & (m > 1, n > 1); \\ E_i = 10a & (m = 1, n > 1); \\ E_i = 10bc & (m > 1, n = 1); \\ E_i = 10(a+bc) & (m = n = 1); \\ E_i = \infty & (0 < m < 1 \text{ 或 } 0 < n < 1)。 \end{array} \right\} \quad (11)$$

可见, 初始切线模量 E_i 的值与 m, n 的取值范围有很大关系。实际上, m 或 n 正好为 1 的情况很少, 大多数情况下 $m, n \neq 1$ 。这样就剩两种情况, 初始切线模量 E_i 的值要么为 0 要么无穷大, 但显然实际情况下土体的初始切线模量 E_i 不可能为 0 也不可能无穷大。不过 $m, n > 1$ 时, 初始切线模量 E_i 的值为 0, 恰恰说明了相应的应力应变曲线的 E_i 值很小, 这种情况对应的一般是裂隙发育岩土体的应力应变曲线, 此类曲线在应变较小时呈下凹状, 为裂隙压密段, 因此其初始段较平缓, 初始切线模量 E_i 很小。 m 或 n 处于 $(0, 1)$ 时, 初始切线模量 E_i 的值为无穷大, 也正好说明了相应的应力应变曲线的 E_i 值很大, 裂隙不发育岩土体的应力应变曲线一般均属于此类情况, 其初始段较陡, 初始切线模量 E_i 较大。

王海波等^[20]、Jardine 等^[21]通过大量的试验研究得出: 在非常小的应变 (一般不大于 0.001%) 情况下, 土体变形是线弹性的, 因此, 可用轴向应变 $\varepsilon_1=0.001\%$ 时的切线模量来计算初始切线模量 E_i , 这样就避免了

m, n 取值范围对初始切线模量 E_i 的影响。

3 应用实例

为检验此新模型的适用性, 在西安市曲江新区取 Q_3 原状黄土, 经室内测定, 其土粒比重 2.70, 天然密度为 1.59 g/cm^3 , 天然含水率 18%, 塑限 23%, 液限 37%。

3.1 试验方案

本文对所取黄土做了天然含水率 18% 及含水率为 28% 时原状黄土的 $\sigma_3=0$ 常规三轴不固结不排水试验, 剪切速率控制为 0.386 mm/min ; 又对饱和原状黄土进行了围压分别为 50, 100, 200, 300 kPa 下的常规三轴排水试验, 剪切速率控制为 0.036 mm/min 。试样尺寸均为直径 39.1 mm , 高 80 mm ; 含水率 28% 土样采用滴定法加水制备, 为保证试样含水率的均匀性, 滴定加水至 28% 含水率时将试样放置在一个密闭的保湿缸中养护 3 d 左右。饱和原状黄土采用真空抽气饱和法制备。

3.2 试验结果

按照方案进行试验, 得到的原状黄土不同含水率下的应力应变曲线见图 3, 不同围压下的应力应变曲线见图 4。

从图 3 可以看出: 含水率越大, 原状黄土的强度越小。含水率较小时, 黄土的应力应变曲线呈强软化性, 随着含水率的增大, 应力应变曲线的形态逐渐转变为弱软化性。从图 4 可以看出: 在饱和状态下, 原状黄土的强度随围压的增大而增大。各围压下的应力应变曲线均呈硬化型。随着围压的增大, 应力应变曲线表现出的硬化程度逐渐增加。

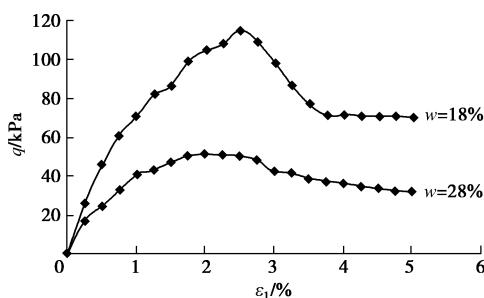


图 3 原状黄土应力应变关系曲线 ($\sigma_3=0$)

Fig. 3 Stress-strain curves of undisturbed loess ($\sigma_3=0$)

3.3 应力应变曲线拟合对比分析

(1) 软化型曲线

根据本文方法, 原状黄土含水率为 18% 与 28% 时, 用 Excel 规划求解得相应的软化型应力应变曲线的参数 a, b, c, m, n 的值见表 1, 其中 R^2 为相关系数的平方值。为与驼峰曲线相对比, 规划求解得其相应的

参数 a, b, c 的值亦见表 1。不同模型所得的曲线与实测值的对比见图 5。

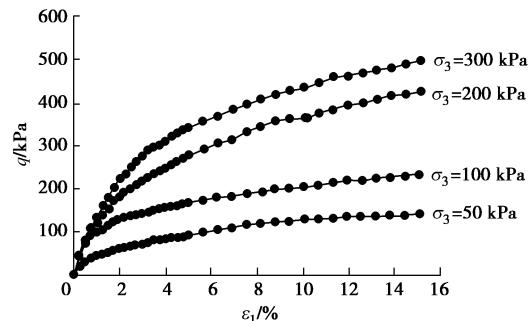


图 4 饱和原状黄土应力应变关系曲线

Fig. 4 Stress-strain curves of saturated undisturbed loess

表 1 软化型应力应变曲线各模型参数值

Table 1 Parametric values of different models for softening stress-strain curves

方法	含水率 $w/\%$	a	b	c	m	n	R^2
新模型	18	0.697	0.0003	0.706	0.622	7.187	0.997
模型	28	0.400	0.068	0.318	0.638	2.711	0.996
驼峰曲线	18	0.008	0.001	-0.001	—	—	0.922
曲线	28	0.014	0.004	-0.002	—	—	0.974

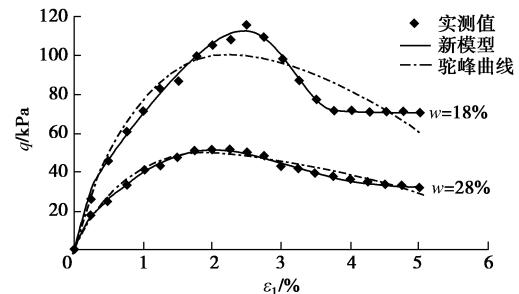


图 5 不同应力 - 应变模型曲线与实测值的对比(软化型)

Fig. 5 Comparison between different stress-strain model curves and test data (softening)

从表 1 结合图 5 可以看出: 无论是 $w=18\%$ 的强软化型应力应变曲线还是 $w=28\%$ 的弱软化型应力应变曲线, 新模型相关系数的平方值 R^2 均大于 0.99, 精度很高; 驼峰曲线的 R^2 值虽然也不小, 但从图 5 可以很明显地看出: 对于软化程度较弱的 $w=28\%$ 的曲线, 驼峰曲线与实测点的符合程度尚可, 但对软化程度较强的 $w=18\%$ 的曲线, 驼峰曲线与实测点的差异较大, 尤其是在接近峰值及峰值点之后的位置, 差异更大, 且在峰值点之后没有反映出结构破坏导致的土体强度迅速降低直至稳定为残余强度的过程。而新模型与实测点很接近, 无论是在峰值前还是峰值后, 新模型与实测点的契合度都很高, 说明新模型克服了以往模型在描述强软化型应力应变关系时的不足, 具有良好的准

确性与适应性，能很好地模拟不同软化程度的应力应变曲线。

(2) 硬化型曲线

根据本文方法，用 Excel 规划求解得饱和原状黄土在不同围压下的硬化型应力应变曲线参数 a, b, c, m, n 的值，见表 2。对硬化型曲线也可以用简化的新模型式(8)、Duncan-Chang 双曲线模型及指数模型来拟合，规划求解得相应的参数见表 2。不同模型所得的曲线与实测值的对比见图 6。

表 2 硬化型应力应变曲线各模型参数值

Table 2 Parametric values of different models for hardening stress-strain curves

方 法 围 压 法 /kPa	a	b	c	m	n	R^2
新 模 型	50	-0.389	0.600	1.461	1.473	0.855
	100	-0.285	0.575	2.610	1.694	0.773
	200	-0.403	0.367	4.852	1.425	0.848
	300	-0.142	0.312	5.515	1.960	0.948
简 化 新 模 型	50	0	0.223	2.114	—	0.607
	100	0	0.343	3.307	—	0.457
	200	0	0.231	5.846	—	0.633
	300	0	0.301	5.447	—	0.740
双 曲 线 模 型	50	2.301	0.561	—	—	0.985
	100	0.773	0.410	—	—	0.969
	200	0.789	0.191	—	—	0.991
	300	0.600	0.168	—	—	0.998
指 数 模 型	50	0	0.248	1.401	—	0.972
	100	0	0.420	2.092	—	0.916
	200	0	0.248	4.095	—	0.977
	300	0	0.279	4.735	—	0.987

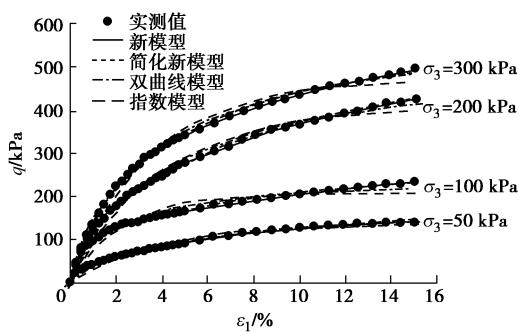


图 6 不同应力 - 应变模型曲线与实测值的对比(硬化型)

Fig. 6 Comparison between different stress-strain model curves and test data (hardening)

从表 2 可以看出：新模型相关系数的平方值 R^2 均大于 0.99，接近于 1，精度很高；简化新模型虽然参数减少了，但 R^2 仍均大于 0.99，精度依然很高；双曲线模型与指数模型的 R^2 也比较高，但比较而言，双

曲线模型与指数模型的精度略低一些。结合图 6 来看，新模型与简化新模型的曲线基本通过实测点，非常接近，说明简化新模型减少了两个参数，但精度几乎没有降低，能很好地描述硬化型应力应变曲线。而双曲线模型与指数模型形态类似，均表现为：在应变较小时，两者的曲线位于实测值的下方；随着应变的增加，两者的曲线又超过实测点的位置，位于实测值的上方；随着应变的继续增加，两者的曲线又低于了实测点的位置，位于实测值的下方，而且这种现象随着围压的增大而更趋于突出。说明双曲线模型与指数模型不仅会低估不同围压下黄土的初始切线模量，也会低估相应黄土的强度。因此，双曲线模型与指数模型描述该黄土不同围压下的应力应变曲线存在缺陷。通过对分析得：新模型或简化新模型能更合理地描述硬化型应力应变曲线。

总之，从以上各模型对应力应变曲线拟合的对比可以看出：新模型适应性强，无论是软化型的还是硬化型的实测曲线均可用新模型得到良好的表达。另外，根据新模型所得的参数 a, b, c, m, n 的值，还可依据式(11)计算出随应变而变化的切线模量 E_t ，以满足计算的需要。

4 经典例证

为进一步验证新模型的优越性，选取了文献[15]中的横山土坝土石料的大三轴试验剪切曲线进行拟合。图 7 中的实测点、三次驼峰曲线及二次双曲线拟合曲线均来自文献[15]中的图 5。由于本文仅限于讨论新模型对应力应变曲线的描述，因此图 7 只选取了其应力应变曲线部分来进行拟合曲线的对比分析。应用新模型，拟合得到的曲线见图 7。

从图 7 各曲线描述的形态上可以看出：随着围压的增大，实测的应力应变曲线由软化型逐渐过渡为硬化型，但显然三次驼峰曲线的拟合结果是将不同围压下的实测曲线均描述为不同程度的软化型曲线，而二次双曲线又是将其均描述为不同程度的硬化型曲线，因此比例中三次曲线与二次曲线对实测曲线的描述均有所欠缺。而在不同的围压下，新模型拟合得到的曲线类型均与实测曲线类型一致。随着围压的增大，新模型拟合曲线也由软化型逐渐过渡为硬化型。

另外，从图 7 各曲线与实测点拟合的接近程度上也可以看出：无论在小应变还是大应变阶段，新模型曲线明显较三次曲线与二次曲线更能契合实测应力应变发展的轨迹。因此，再一次验证了新模型克服了传统模型在描述应力应变曲线类型上的局限性，具有良好的适用性。

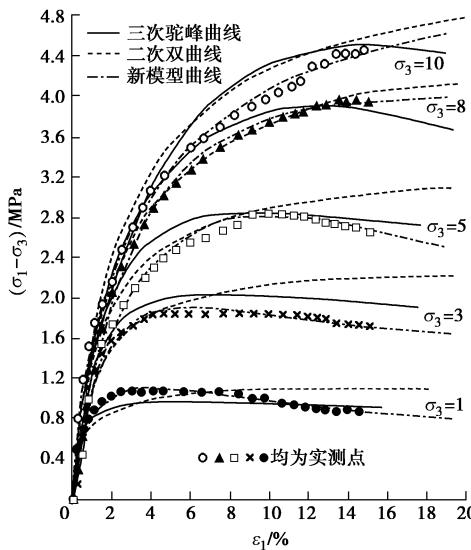


图7 拟合曲线的对比

Fig. 7 Comparison of fitting curves

5 结论及建议

岩土体的应力应变关系直接影响到岩土工程数值计算结果的准确性和可靠性。本文提出了一个新的非线性模型, 并给出了其参数求解的方法。通过对试验黄土不同型式应力应变曲线及经典文献中的试验成果采用新模型与传统模型拟合并对比分析, 得到了以下结论:

(1) 相较于描述软化型应力应变曲线的驼峰曲线、描述硬化型应力应变曲线的双曲线模型、指数模型而言, 此非线性新模型既可描述软化型也可描述硬化型曲线, 说明新模型克服了传统模型不能适用于不同类型应力应变曲线的局限性, 实现了描述软化型与硬化型应力应变曲线数学模型的统一。传统的指数模型是本文新模型参数在 $a=0$, $n=1$ 时的特例。

(2) 新模型描述应力应变曲线时, 对软化或硬化程度均没有要求, 既可描述弱硬化型也可描述强硬化型, 既可描述弱软化型也可描述强软化型。文中实例均表明新模型无论描述何种程度的软化型或硬化型应力应变曲线, 均可达 R^2 接近 1 的高精度, 且此新模型不仅适用于黄土, 而且也能很好地描述土石料的应力应变曲线, 说明新模型适应性强, 描述应力应变曲线具有良好的准确性。尤其是新模型克服了以往模型在描述强软化型峰值后应力应变关系时的乏力, 能很好地模拟不同软化程度的应力应变曲线。

(3) 新模型为形态各异的应力应变曲线提供了一个统一的数学模型, 从而使不同型式应力应变曲线切线模量的表达式也得到了统一。对于软化型曲线有 5 个参数 a , b , c , m , n , 对于硬化型曲线可简化为 3

个参数 b , c , n 。然而, 文中的新模型仅描述了偏应力 q -轴向应变 ε_1 曲线, 并未利用新模型描述相应的体应变 ε_v -轴向应变 ε_1 关系曲线。若进一步考虑含水率和围压的影响, 新模型参数的数量必然会大大增加。如何更好地利用新模型, 逐步完善新模型, 需今后进行大量的研究。

参考文献:

- [1] 殷德顺, 王保田. 负乘幂本构模型的切线模量[J]. 岩土力学, 2009, 30(7): 2168 - 2173. (YIN De-shun, WANG Bao-tian. Tangent modulus of negative-power constitutive model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(7): 2168 - 2173. (in Chinese))
- [2] 陈云敏, 高登, 朱斌. 城市固体废弃物的复合指数应力-应变模型及其应用[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(7): 1020 - 1029. (CHEN Yun-min, GAO Deng, ZHU Bin. Composite exponential stress-strain model of municipal solidwaste and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(7): 1020 - 1029. (in Chinese))
- [3] 王伟, 卢廷浩, 周干武. 黏土非线性模型的改进切线模量[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(3): 458 - 462. (WANG Wei, LU Ting-hao, ZHOU Gan-wu. Improved tangent modulus of nonlinear soil model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(3): 458 - 462. (in Chinese))
- [4] 何昌荣, 杨桂芳. 邓肯-张模型参数变化对计算结果的影响[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(2): 170 - 174. (HE Chang-rong, YANG Gui-fang. Effects of parameters of Duncan-Chang model on calculated results[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(2): 170 - 174. (in Chinese))
- [5] 李广信. 关于土的本构模型研究的若干问题[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(10): 1636 - 1641. (LI Guang-xin. Some problems in researches on constitutive model of soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(10): 1636 - 1641. (in Chinese))
- [6] 陈正汉, 周海清, FREDLUND D G. 非饱和土的非线性模型及其应用[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(5): 603 - 608. (CHEN Zheng-han, ZHOU Hai-qing, FREDLUND D G. Nonlinear model for unsaturated soils and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, 21(5): 603 - 608. (in Chinese))
- [7] 刘祖典, 李靖, 郭增玉, 等. 陕西关中黄土变形特性和变形参数的探讨[J]. 岩土工程学报, 1984, 6(3): 24 - 34. (LIU Zu-dian, LI Jing, GUO Zeng-yu, et al. Deformation

- behaviours and deformation parameter of loess in Shanxi district[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1984, **6**(3): 24 - 34. (in Chinese))
- [8] DUNCAN J M, CHANG C Y. Nonlinear analysis of stress and strain in soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1970, **96**(5): 1629 - 1653.
- [9] GITAU A N, GUMBE L O, BIAMAH E K. Influence of soil water on stress-strain behaviour of a compacting soil in semi-arid Kenya[J]. Soil & Tillage Research, 2006, **89**(2): 144 - 154.
- [10] AL-SHAYEA N, ABDULJAUWAD S, BASHIR R, et al. Determination of parameters for a hyperbolic model of soils[J]. Geotechnical Engineering, 2003, **156**(2): 105 - 117.
- [11] LEE K H, JU Y T, SHIN D S, et al. Development of a modified Duncan-Chang model for soils[C]// BLOSS D M, eds. Proceedings of the 10th International Symposium on Numerical Models in Geomechanics. Leiden(Netherlands): Taylor and Francis, 2007: 93 - 98.
- [12] 孔德志, 朱俊高. 邓肯-张模型几种改进方法的比较[J]. 岩土力学, 2004, **25**(6): 971 - 974. (KONG De-zhi, ZHU Jun-gao. Comparison of several methods for improving Duncan-Chang model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, **25**(6): 971 - 974. (in Chinese))
- [13] 章峻豪, 陈正汉, 赵 娜, 等. 非饱和土的新非线性模型及其应用[J]. 岩土力学, 2016, **37**(3): 616 - 624. (ZHANG Jun-hao, CHEN Zheng-han, ZHAO Na, et al. A new nonlinear model of unsaturated soils and its application[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, **37**(3): 616 - 624. (in Chinese))
- [14] 黄文熙. 土的弹塑性应力 - 应变模型理论[J]. 岩土力学, 1979, **1**(1): 1 - 20. (HUANG Wen-xi. The elastoplastic stress strain model theory for soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 1979, **1**(1): 1 - 20. (in Chinese))
- [15] 沈珠江. 考虑剪胀性的土和石料的非线性应力应变模式[J]. 水利水运科学研究, 1986(4): 1 - 14. (SHENG Zhu-jiang. A nonlinear dilatant stress-strain model for soils and rock materials[J]. Journal of Nanjing Hydraulic Research Institute, 1986(4): 1 - 14. (in Chinese))
- [16] 王 伟, 宋新江, 凌 华, 等. 滨海相软土应力 - 应变曲线复合指数 - 双曲线模型[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(9): 1455 - 1459. (WANG Wei, SONG Xin-jiang, LING Hua, et al. Composite exponential-hyperbolic model for stress-strain curve of seashore soft soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(9): 1455 - 1459. (in Chinese))
- [17] 何利军, 孔令伟. 土的应力 - 应变关系的一种描述模式[J]. 工程地质学报, 2010, **18**(6): 900 - 905. (HE Li-jun, KONG Ling-wei. Uniform expression of stress-strain relationship of soils[J]. Journal of Engineering Geology, 2010, **18**(6): 900 - 905. (in Chinese))
- [18] 陈 成, 周正明. 一个考虑剪胀性和应变软化的土体非线性弹性模型[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(增刊 1): 39 - 43. (CHEN Cheng, ZHOU Zheng-ming. Nonlinear elastic model for soils incorporating both dilatancy and strain softening[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(S1): 39 - 43. (in Chinese))
- [19] 张 斌, 屈智炯. 考虑剪胀和软化特性的粗粒土应力 - 应变模型[J]. 岩土工程学报, 1991, **13**(6): 64 - 69. (ZHANG Bin, QU Zhi-jiong. The stress-strain model of coarse-grained soil considering characteristics of dilation and softening[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1991, **13**(6): 64 - 69. (in Chinese))
- [20] 王海波, 徐 明, 宋二祥. 基于硬化土模型的小应变本构模型研究[J]. 岩土力学, 2011, **32**(1): 39 - 43. (WANG Hai-bo, XU Ming, SONG Er-xiang. A small strain constitutive model based on hardening soil model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(1): 39 - 43. (in Chinese))
- [21] JARDINE R J. Some observations on the kinematic nature of soil stiffness[J]. Soils and Foundations, 1992, **32**(2): 111 - 124.