

DOI: 10.11779/CJGE201708014

# 基于 Trapdoor 试验的双线隧道地表沉降预测公式探讨

徐路畅, 芮瑞\*, 张龙, 孙义, 夏元友

(武汉理工大学土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430070)

**摘要:** 城市隧道开挖引起的地层扰动不可避免。为了探讨双线隧道间相互影响以及可靠的地表沉降预测方法, 利用课题组开发的多沉陷门(Multi-trapdoor)模型试验装置和钢棒相似土构建二维试验条件, 通过沉陷门下沉模拟隧道开挖变形。先通过单 Trapdoor 试验获取表面沉降曲线, 拟合得到单线隧道开挖地面沉降 Peck 公式参数。再进行双 Trapdoor 试验, 利用单 Trapdoor 参数叠加得到双线隧道地表变形, 并与双 Trapdoor 模型试验结果进行对比。结果反映, 在埋深较大、隧道间距较小的情况下, 沉降曲线较早的由双峰形态过渡到单峰形态, 从而利用模型试验数据划分了两种形态的大致范围。引入了峰值修正系数和间距影响系数对叠加公式进行修正, 建立了基于模型试验数据的双线隧道地表沉降叠加修正公式。

**关键词:** 双线隧道; 地表沉降; Peck 公式; 模型试验; 钢棒相似土

**中图分类号:** TU470.3      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2017)08-1470-07

**作者简介:** 徐路畅(1994-), 男, 学士, 主要从事岩土工程科研工作。E-mail: 549718504@qq.com.

## Prediction formula for surface settlement in double-line tunnel based on trapdoor tests

XU Lu-chang, RUI Rui, ZHANG Long, SUN Yi, XIA Yuan-you

(School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

**Abstract:** The disturbance caused by the excavation of urban tunnels is inevitable. In order to investigate the mutual influence of a double-line tunnel and the reliable method for prediction of ground surface subsidence, a multi-trapdoor model test setup and analogical soil are adopted to create the two-dimensional test conditions to simulate the tunnel excavation. The deformation caused by tunnel excavation is modeled by the trapdoors sinking. First of all, three single trapdoor model tests are conducted to obtain the fitting parameters of Peck's formula for a single-line tunnel. Then, the fitting parameters are substituted into the superposition formula to calculate the surface settlement which is compared to the measured curves of the double-trapdoor tests. The results reflect that in the case of large buried depth and small tunnel spacing, the surface settlement will turn out to be the single-peak form earlier, then the application conditions of the two forms are determined. For the single peak, a peak value correction factor and a spacing influence correction factor are introduced to correct the Peck's formula, and then an equivalent prediction formula for the settlement of the double-line tunnel based on model test data is proposed.

**Key words:** double-line tunnel; surface settlement; Peck's formula; model test; analogical soil

## 0 引言

地下隧道在开挖过程中不可避免的对地层产生扰动, 打破应力平衡, 引起周围土体变形, 严重时可导致周围建筑物的沉降、开裂, 地面塌陷, 管道破裂等, 对人民生命和财产安全造成严重的威胁<sup>[1-2]</sup>。市内地铁一般采用双线平行盾构, 由于两条隧道间的相互影响, 土体变形相对于单线隧道更为复杂。

目前国内外关于隧道施工引起地面沉降的计算广泛应用经验法<sup>[3-6]</sup>, 其中 Peck<sup>[3]</sup>于 1969 年提出的方法涉及参数少, 计算简便。对于双线隧道, Peck<sup>[3]</sup>建议近距离采用等代法, 即将双线隧道代换为一个直径更

大的单线隧道, 等代半径为  $R' = R + D/2$ 。吴华君等<sup>[7]</sup>对二维 Peck 公式进行修正, 使其可以计算近距离双线盾构施工引起的深层土体沉降。对于隧道间距较大的情况, 一般采用叠加法。Cording 等<sup>[8]</sup>通过华盛顿地区地铁沉降的数据, 对双线隧道引起的沉降槽形状进行了分析。两个隧道的相互影响随间距的增大而逐渐减小。Suwansawat 等<sup>[9]</sup>将双线隧道各自的沉降高斯公式

基金项目: 国家自然科学基金项目(51208403); 武汉理工大学国家级大学生创新创业训练计划资助项目(20151049706038)

收稿日期: 2016-04-11

\*通讯作者(E-mail: ruigrate@126.com)

叠加, 对泰国曼谷的实测数据进行对比, 证明了叠加方法可以应用于双线隧道的地表沉降预测。刘波等<sup>[10]</sup>提出了基于 Peck 公式的叠加沉降计算公式。Wei<sup>[5]</sup>对 Peck 叠加公式进行了扩展, 引入了深度影响系数, 使其可以用于土体内部变形的计算, 并基于土体变形二维解析解建立了三维解析解<sup>[11]</sup>。陈春来等<sup>[12]</sup>对现有的三维土体沉降计算方法进行修正, 拓展得到计算双线平行盾构施工引起的三维深层土体变形计算公式。双线隧道的相互影响以及引起的地面沉降叠加, 还有待进一步研究。

基于此现状, 采用 Trapdoor (陷阱门) 试验开展研究, 该试验系统是由 Terzaghi<sup>[13]</sup>在 1936 年提出的, 后来广泛应用于岩土工程各领域, 包括隧道工程<sup>[14]</sup>、抗滑桩<sup>[15-16]</sup>, 以及采矿工程 (冒落开采)<sup>[17]</sup>等的研究中。由于双线隧道研究的需要, 单 Trapdoor 系统无法满足要求, 利用课题组开发的 Multi-trapdoor (多沉陷门) 模型试验装置, 将钢棒相似土作为填料, 开展了单双 Trapdoor 的二维模型试验。通过试验分析, 明确了双线隧道沉降曲线由双峰形态过渡到单峰形态的界限, 对现有叠加法进行了修正, 给出了修正系数计算方法, 使计算值与实际情况更好的吻合。

## 1 现有计算方法

Peck<sup>[3]</sup>假定沉降在隧道轴向均匀分布, 同时在地表的横向分布呈正态曲线形式, 提出了公式:

$$S(x) = S_{\max} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2i^2}\right), \quad (1)$$

式中,  $S$  为地面任一点的沉降值,  $S_{\max}$  为地面沉降的最大值, 对应于隧道轴线位置,  $i$  为从沉降曲线对称中心到曲线拐点的距离, 一般称为“沉降槽宽度”,  $x$  为从对称中心到计算点的水平距离。

沉降在隧道轴向均匀分布, 在地表横向分布呈正态曲线形式。式(1)可进一步写为

$$S(x) = \frac{AV_1}{i\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2i^2}\right), \quad (2)$$

式中,  $A$  为开挖面积,  $V_1$  为地层损失率。

根据 O'Reilly 等<sup>[18]</sup>在伦敦地区的经验,  $i$  与隧道埋深  $H$  之间存在以下简单的线性关系:

$$i = KH, \quad (3)$$

式中,  $K$  称为沉降槽宽度参数 (Trough Width Parameter), 主要取决于土性。根据伦敦地区的经验, 无黏性土在 0.2~0.3 之间。

Wei<sup>[5]</sup>建立了修正的二维双线水平盾构地表及深层土体沉降公式:

$$S(x, z) = \frac{S_{\max 1}}{(1 - z/H)^n} \exp\left[-\frac{(x - D/2)^2}{2i_1^2(1 - z/H)^{2n}}\right] +$$

$$\frac{S_{\max 2}}{(1 - z/H)^n} \exp\left[-\frac{(x + D/2)^2}{2i_2^2(1 - z/H)^{2n}}\right], \quad (4)$$

式中,  $S_{\max 1}$ 、 $S_{\max 2}$  分别为两条隧道的最大沉降量,  $z$  为离地面竖向距离,  $H$  为隧道轴线至地面距离,  $D$  为两侧隧道中轴线距离。

对于表面沉降,  $z$  取为 0, 式(4)可以简化为

$$S(x) = S_{\max 1} \exp\left[-\frac{(x - D/2)^2}{2i_1^2}\right] + S_{\max 2} \exp\left[-\frac{(x + D/2)^2}{2i_2^2}\right]. \quad (5)$$

## 2 Trapdoor 试验设置

采用课题组开发的 Multi-trapdoor 装置<sup>[19]</sup>来模拟隧道开挖过程中引起的沉降差。

### 2.1 模型试验装置

试验采用的模型试验箱装置见图 1。该试验箱装置由砂箱、加载组件和挡板下移组件组成, 砂箱内部尺寸 1200 mm×800 mm×300 mm(长×高×宽), 最大填筑高度 800 mm。每块钢制挡板均可以通过与下方位移控制系统相连接, 独立成为一个活动 Trapdoor, 或者固定在试验箱外框上, 可以精确地控制 Trapdoor 下沉量。



图 1 模型试验装置图

Fig. 1 Model test apparatus

图像采集系统由数码相机、50 mm 定焦镜头、脚架和闪光灯等组成。记录 Trapdoor 每下沉 1 mm 时填料的图像, 采用 PIV 技术获取全场位移矢量。

### 2.2 钢棒相似土填料制备

钢棒相似土是岩土材料的二维性质重要研究手段<sup>[20]</sup>。模型试验采用椭圆钢棒相似土构建了纯二维的试验条件, 彻底消除了平面应变试验中试验箱前后挡板摩擦的影响, 使得试验测试的准确性与可重复性大大提高。另外, 钢棒重度相当于一般填土的 3~4 倍, 采用自身重量加载的路堤下复合地基 1g 试验中缩小

了模型试验与原型试验的相似性差异。Jenck 等<sup>[21]</sup>在桩承式路堤模型试验中曾采用 3 种圆形铝棒（截面半径分别为 3, 4, 5 mm）的混合体作为相似土填料进行试验，但测试得到的相似土强度较低，峰值摩擦角  $\varphi_p$  仅为 24°。其强度较低的主要由圆形配位数低、转动抵抗矩小造成。

本试验采用退火 201 号椭圆形棒材，其洁净干燥的表面，摩擦系数约为 0.78<sup>[22]</sup>，与石英砂的表面摩擦系数较为接近。分别制作了 3 种不用尺寸椭圆形钢棒（A、B 和 C 型），短轴×长轴分别为 3 mm×6 mm, 4 mm×8 mm, 5 mm×10 mm。每 25 mm 填土高度按 A、B、C 三种钢棒各 594 根、334 根、214 根混合均匀，使得 3 种钢棒质量比大约等于 1:1:1。

采用长江科学研究院的 ZSZ336-1 型大型粗粒土真三轴试验机（600 mm×300 mm×300 mm），顺着真三轴试验仪  $\sigma_2$  的方向装填，进行双轴压缩试验。围压 50 kPa 下，测得的峰值摩擦角提高到  $\varphi_p=34^\circ$ ，剪胀角  $\psi_m=5^\circ$ ，较好地反映了密实砂土的平面强度特性。

### 3 单 Trapdoor 模型试验分析

Peck 公式假定土体不排水，沉降槽体积等于地层缺失体积。在实际工程中，盾构法开挖直径一般为 6 m 左右，地层损失率一般不大于 1%。如将 Trapdoor 宽度当作圆形隧道直径，据此假设估算 Trapdoor 的下移量  $\Delta$  约为 1.2 mm。但由于剪胀性，密实的填料体积可能产生增加，实际的 1% 地层损失率对应的 Trapdoor 下移可能大于 1.2 mm。因此，试验对 Trapdoor 下移全过程的图像数据进行连续采集，并精确选取每下移 0.1 mm 的图片进行 PIV 分析，直至总下移量达到 10 mm。

#### 3.1 单 Trapdoor 模型试验结果

首先进行单 Trapdoor 模型试验，共安排 3 组试验（试验 S1、S2、S3），填高  $h$  分别为 150, 300, 450 mm。将 Trapdoor 顶面看作与圆形隧道的拱顶相切，采用  $H=h+R/2$  计算隧道埋深，则  $H$  分别为 225, 375, 525 mm，Trapdoor 宽度取为 150 mm。各试验下移量  $\Delta=1$  mm 的试验照片与全场变形云图见图 2~4。

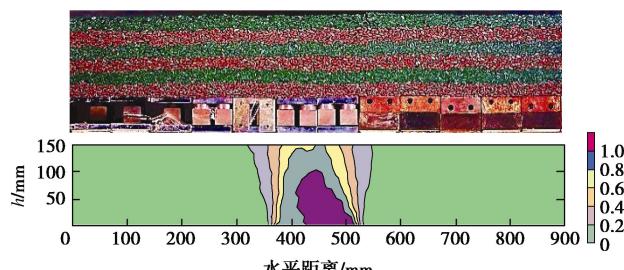


图 2 试验 S1 图片及变形云图

Fig. 2 Photos and contours of Test S1

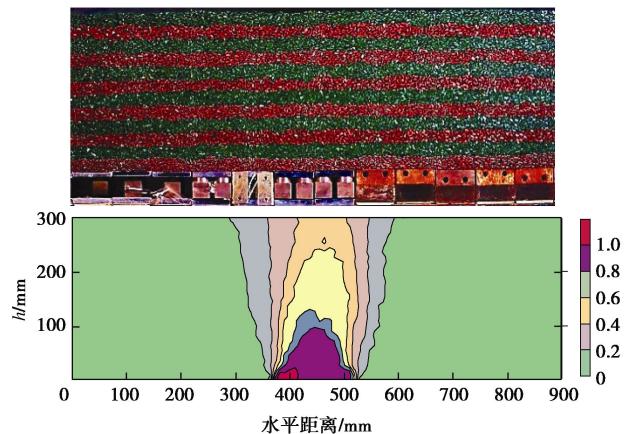


图 3 试验 S2 图片及变形云图

Fig. 3 Photos and contours of Test S2

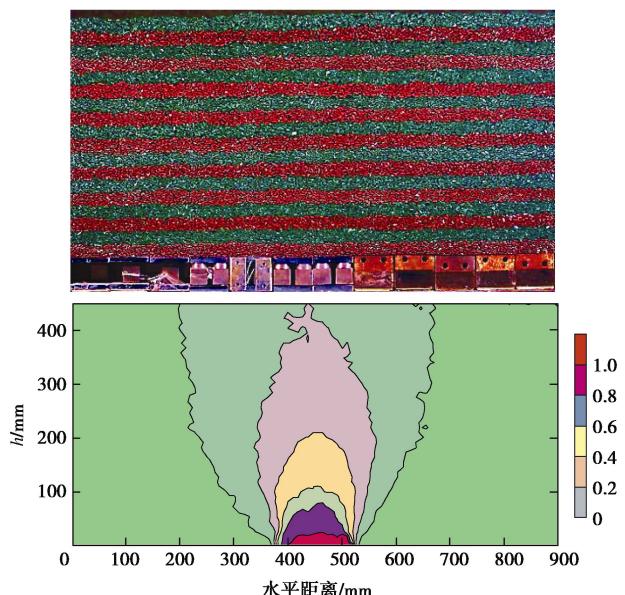


图 4 试验 S3 图片及变形云图

Fig. 4 Photos and contours of Test S3

#### 3.2 单 Trapdoor 试验的 Peck 公式参数拟合

选取试验中下移量  $\Delta=1$  mm 时的表面沉降数据进行拟合分析，拟合曲线与实测表面沉降曲线的对比情况如图 5。计算沉降槽宽度，并由式（6）确定实际的地层损失率<sup>[23]</sup>。

$$V_l = \frac{S_{\max} \times \sqrt{2\pi i}}{A} \quad . \quad (6)$$

得到 3 组试验的 Peck 公式参数，见表 1。

拟合曲线的总体误差较小，试验获得的表面沉降符合正态分布规律，可认为拟合公式与实际地表沉降形式相符。模型试验中采用的钢棒相似土性质与无黏性土类似。实测得到的沉降槽宽度系数  $K$  与 O'Reilly 等<sup>[18]</sup>对于无黏性土 ( $K=0.2\sim0.3$ ) 的统计结果相符，更加验证了钢棒相似土 Trapdoor 模拟隧道变形的可行性。

表1 单 Trapdoor 试验拟合参数表

Table 1 Fitting parameters of single-trapdoor tests

试验 编号	$H$ /mm	$S_{\max}$ /mm	$i$ /mm	$V_l$ /%	$K$
S1	225	0.78	54.8	0.61	0.24
S2	375	0.46	82.3	0.54	0.22
S3	525	0.32	115.2	0.52	0.22

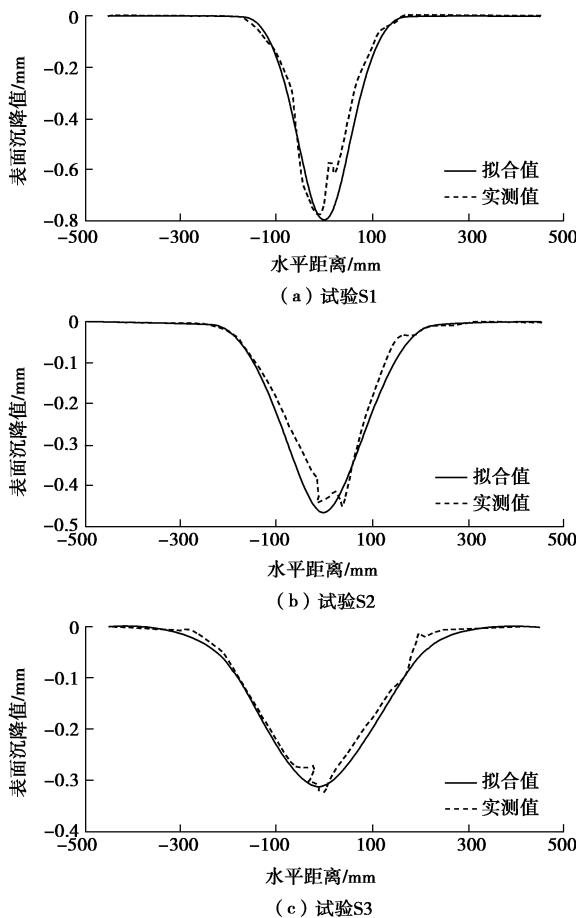


图5 单 Trapdoor 表面沉降实测曲线与拟合曲线

Fig. 5 Measured surface settlement curves and fitting curves of single-trapdoor tests

## 4 双 Trapdoor 模型试验分析

### 4.1 双 Trapdoor 模型试验安排

考虑隧道埋深  $H$  和隧道中心间距  $D$ , 安排双 Trapdoor 试验, 见表 2。 $\Delta = 1 \text{ mm}$  对应的变形云图见图 6。

表2 双 Trapdoor 模型试验方案

Table 2 Arrangement of double-trapdoor tests

试验编号	$H/\text{mm}$	$D/\text{mm}$	$R/\text{mm}$
D1	225	225	150
D2	375	225	150
D3	525	225	150
D4	225	300	150
D5	375	300	150
D6	525	300	150

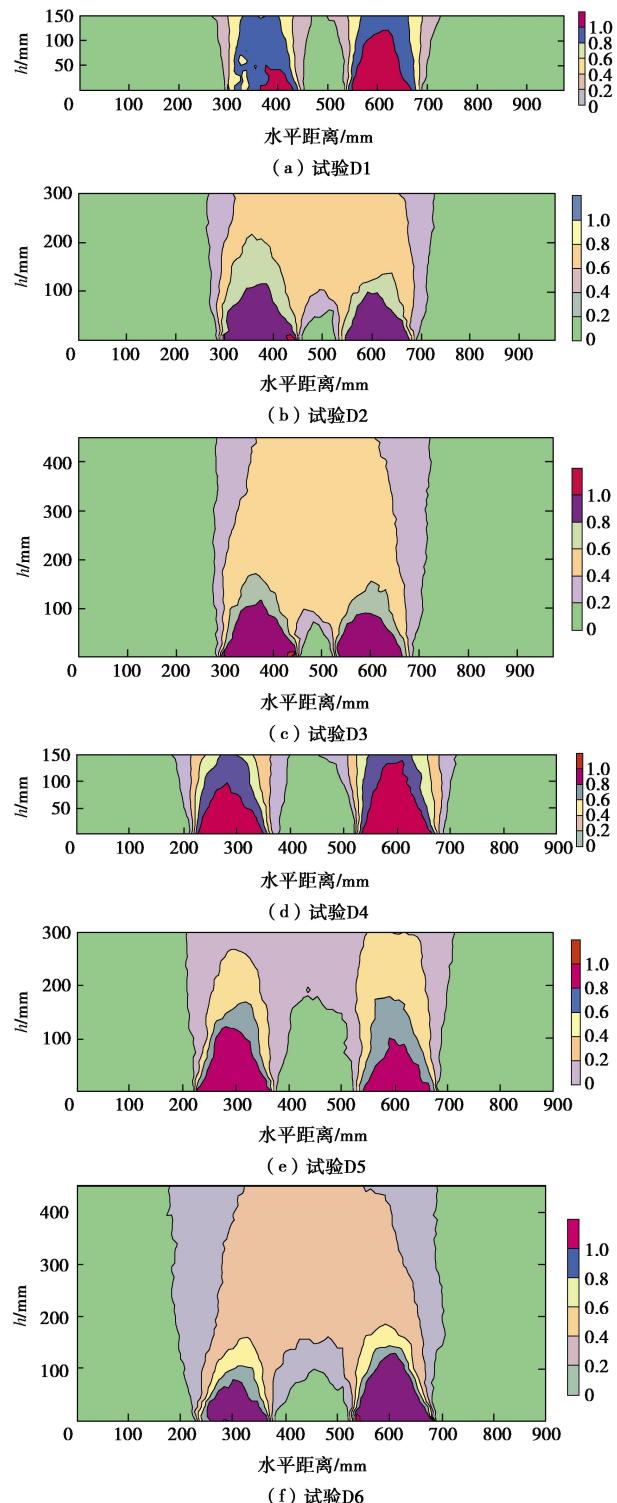


图6 双 Trapdoor 试验变形 PIV 云图

Fig. 6 PIV deformation contours of double-trapdoor tests

### 4.2 双线隧道表面沉降实测与计算结果对比

将表 1 中单 Trapdoor 参数代入叠加式(5)中, 计算结果与实测表面沉降曲线对比图, 见图 7。

在埋深较大、隧道间距较小的情况下, 与双线沉降直接叠加的计算结果相比, 模型试验得到的表面沉降由双峰形态提早进入单峰形态。同时, 直接叠加所得结果的峰值和沉降槽宽度也与模型试验结果存在误差。这是由于双线隧道间距减小到某一临界值后, 隧

道间的相互影响造成的。

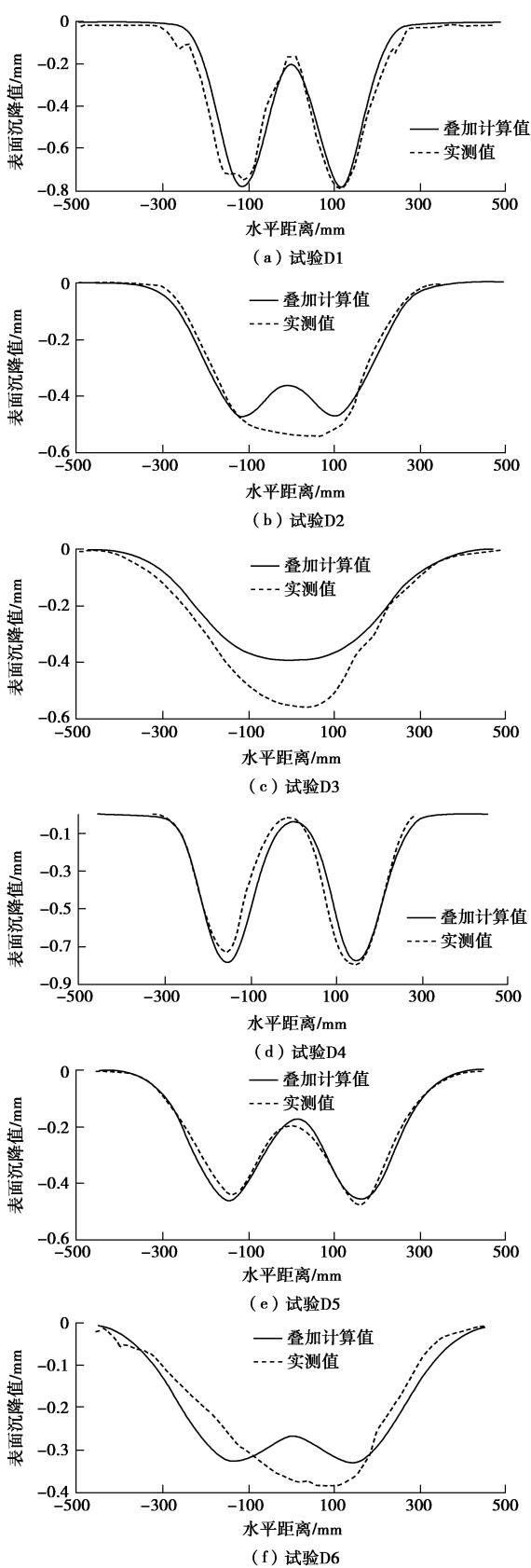


图 7 双 Trapdoor 表面沉降实测曲线与拟合曲线

Fig. 7 Measured surface settlement curves and fitting curves of double-trapdoor tests

## 5 双线隧道地表沉降方法修正

### 5.1 双线隧道地表沉降形态讨论

将试验数据中沉降槽曲线的单峰形态与双峰形态以散点形式标注在纵坐标为  $H/R$ , 横坐标为  $D/R$  的图中, 见图 8。随  $D/R$  的增大以及  $H/R$  的减小, 隧道间的相互影响逐渐减弱, 此时直接叠加即可获得较好的效果。当进入图 8 中左上角区域, 两条隧道间的相互影响开始显现, 叠加法计算量与实际沉降量出现偏差。

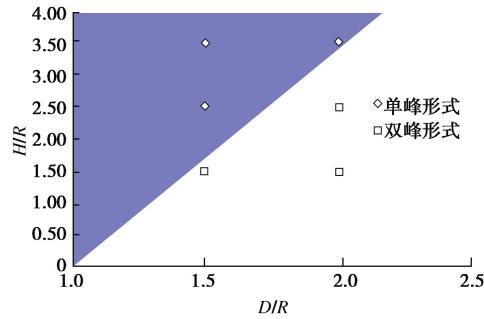


图 8 单峰形态与双峰形态范围图

Fig. 8 Single-peak and double-peak shapes of settlement

### 5.2 双线隧道地表沉降叠加法公式修正

对于叠加公式不适用的 3 组情况引入峰值修正系数  $C$  和间距影响系数  $\mu$ , 并将 Peck 公式改写为

$$S(x) = C_{12} \frac{A_1 V_{l1}}{i_1 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{2(x - \mu_{12} D/2)^2}{i_1^2}\right) + C_{21} \frac{A_2 V_{l2}}{i_2 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{2(x + \mu_{21} D/2)^2}{i_2^2}\right), \quad (7)$$

式中,  $C_{12}$ ,  $C_{21}$ ,  $\mu_{12}$ ,  $\mu_{21}$  下标分别代表两条隧道间的相互影响。由于模型试验模拟尺寸相同的双线隧道同时开挖, 故  $C_{12}=C_{21}=C$ ,  $\mu_{12}=\mu_{21}=\mu$ 。采用式(7)进行拟合, 得到试验 D2 的  $C=1.07$ ,  $\mu=0.81$ ; 试验 D3 的  $C=1.22$ ,  $\mu=0.87$ ; 试验 D6 的  $C=1.09$ ,  $\mu=0.82$ 。实际工程中先后开挖对于参数的影响和两者之间的关系还需要进一步的研究。双 Trapdoor 模型试验的拟合参数见表 3。修正公式计算曲线与实测值对比图见图 9。

表 3 双 Trapdoor 试验拟合参数表

Table 3 Fitting parameters of double trapdoor tests

试验组数	$H$ / mm	$D$ / mm	$i$ / mm	$V_l$ /%	$C$	$\mu$
D1	225	225	54.8	0.61	—	—
D2	375	225	82.3	0.54	1.07	0.81
D3	525	225	115.2	0.52	1.22	0.87
D4	225	300	54.8	0.61	—	—
D5	375	300	82.3	0.54	—	—
D6	525	300	115.2	0.52	1.09	0.82

可以发现, 引入  $C$ ,  $\mu$  作为修正系数后, 拟合情况良好, 理论值与实测值误差较小。 $C$  和  $\mu$  与  $H/D$  的关系见图 10, 11。

拟合结果为

$$C = 0.226H/D + 0.693 \quad (8)$$

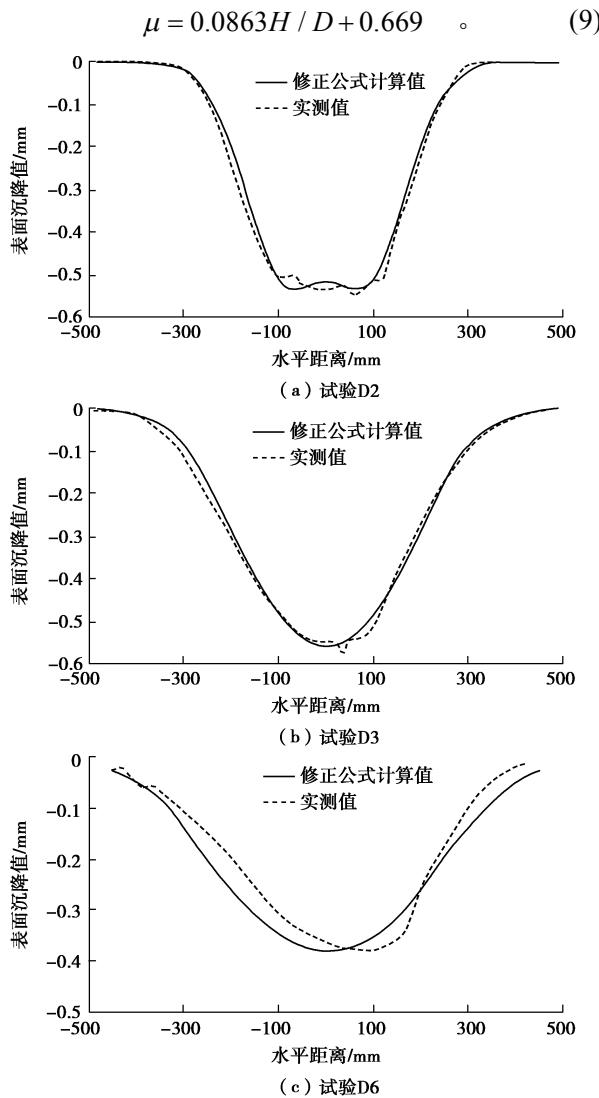
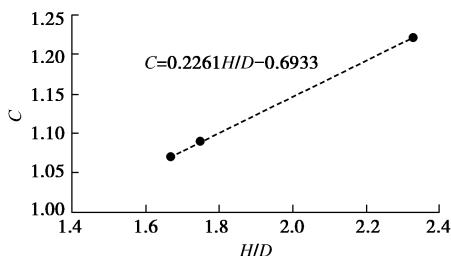
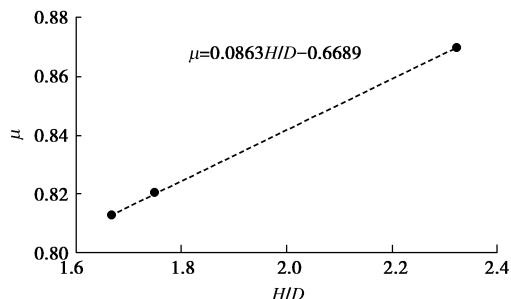


图 9 双 trapdoor 试验修正公式拟合曲线

Fig. 9 Fitting curves of double-trapdoor correction formula

图 10 峰值修正系数与  $H/D$  关系图Fig. 10 Relation between correction factor of peak value and  $H/D$ 图 11 间距影响系数与  $H/D$  关系图Fig. 11 Relation between correction factor of settling tank and  $H/D$ 

以上分析对于叠加法在双线隧道近距离沉降计算进行了修正。受试验装置的限制, 仅考虑了两隧道同时施工的影响, 先后开挖对于参数的影响和两者之间的关系还需要进一步的研究。下一步拟对装置进行改进, 对隧道开挖更为常见的先后施工情况、以及断面大小不同等情况进行深入探讨, 并结合现场实测数据验证沉降预测方法的适用性, 确定计算参数。

## 6 结 论

(1) 采用钢棒相似土二维 Trapdoor 模型试验可以很好地模拟隧道开挖所引起的地表沉降, 单 Trapdoor 试验的沉降槽宽度、曲线形态与 Peck 公式相吻合。

(2) 双 Trapdoor 试验的表面沉降出现了单峰和双峰两种曲线形态。随着隧道中心间距的减小、隧道埋深的增大, 曲线形态较早的由双峰向单峰过渡, 体现出相邻隧道的相互影响。

(3) 当进入过渡形态时, 直接叠加获得的峰值与沉降槽宽度都与双 Trapdoor 模型试验结果存在差别。通过引入曲线峰值影响系数和间距影响系数, 对于近距离双线隧道沉降叠加计算法进行了修正。

由于模型试验材料与无粘性土物理力学性质相似, 故试验结论仅适用于砂土地层。双线的叠加法修正公式给出了双线隧道相互影响的计算解决方法。但由于二维模型试验条件与实际工程边界条件的差别, 修正系数与实际情况可能存在误差, 结论有待实际工程的检验。

## 参考文献:

- [1] 殷跃平, 张作辰, 张开军. 我国地面沉降现状及防治对策研究[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2005, 16(2): 1-8. (YIN Yue-ping, ZHANG Zuo-chen, ZHANG Kai-jun. Research on the current situation of land subsidence and its prevention and control measures in China[J]. Chinese Journal of Geological Hazard and Control, 2005, 16(2): 1-8. (in Chinese))
- [2] 魏纲, 叶琦, 虞兴福. 杭州地铁盾构隧道掘进对建筑物影响的实测分析[J]. 现代隧道技术, 2015, 52(3): 150-159. (WEI Gang, YE Qi, YU Xing-fu. Experimental analysis of the influence of shield tunneling on buildings in Hangzhou Metro[J]. Modern Tunnel Technology, 2015, 52(3): 150-159. (in Chinese))
- [3] PECK R B. Deep excavations and tunneling in soft ground[C]//Proceedings of the 7th International Conference of Soil Mechanics & Foundation Engineering. Mexico: Balkema A A, 1969: 225-290.
- [4] SUWANSAWAT S, EINSTEIN H H. Describing settlement

- troughs over twin tunnels using a superposition technique[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2007, **133**(4): 445 – 468.
- [5] WEI Gang. Prediction of soil settlement caused by double-line parallel shield tunnel construction[J]. Disaster Advances, 2013, **6**(6): 23 – 27.
- [6] 魏新江, 魏纲. 水平平行顶管引起的地面沉降计算方法研究[J]. 岩土力学, 2006, **27**(7): 1129 – 1132. (WEI Xin-jiang, WEI Gang. Study of caculatory method of ground settlement induced by level parallel pipe jacking[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, **27**(7): 1129 – 1132. (in Chinese))
- [7] 吴华君, 魏纲. 近距离双线平行盾构施工引起的土体沉降计算[J]. 现代隧道技术, 2014, **51**(2): 63 – 69. (WU Hua-jun, WEI Gang. Calculation of soil settlement caused by the construction of double track double line tunnel[J]. Modern tunnel technology, 2014, **51**(2): 63 – 69. (in Chinese))
- [8] CORDING E J, HANSMIRE. Displacements around soft ground tunnels[C]// General ReP. 5th Pan American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Session IV. 1975: 517 – 632.
- [9] SUWANSAWAT S, EINSTEIN H H. Describing settlement troughs over twin tunnels using a superposition technique[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2007, **133**(4): 445 – 465.
- [10] 刘波, 陶龙光, 丁城刚, 等. 地铁双隧道施工诱发地表沉降预测研究与应用[J]. 中国矿业大学学报, 2006, **35**(3): 356 – 361. (LIU Bo, TAO Long-guang, DING Cheng-gang, et al. Prediction for ground subsidence induced by subway double tube tunneling[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2006, **35**(3): 356 – 361. (in Chinese))
- [11] 魏纲, 庞思远. 双线平行盾构隧道施工引起的三维土体变形研究[J]. 岩土力学, 2014(9): 2562 – 2568. (WEI Gang, PANG Si-yuan. Research on 3D soil deformation induced by double line tunnel construction[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014(9): 2562 – 2568. (in Chinese))
- [12] 陈春来, 赵城丽, 魏纲, 等. 基于 Peck 公式的双线盾构引起的土体沉降预测[J]. 岩土力学, 2014(8): 2212 – 2218. (CHEN Chun-lai, ZHAO Cheng-li, WEI Gang, et al. Prediction of soil settlement induced by double line tunnel based on Peck formula[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014(8): 2212 – 2218. (in Chinese))
- [13] TERZAGHI K. Stress distribution in dry and in saturated sand above a yielding trap-door[C]// Proceedings of 1st ICSMFE. Cambridge, 1936: 35 – 39.
- [14] MEGUID M A, SAADA O, NUNES M A, et al. Physical modeling of tunnels in soft ground: a review[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2008, **23**(2): 185 – 198.
- [15] 邹广电, 陈永平. 抗滑桩的极限阻力及其整体设计[J]. 水利学报, 2003(6): 22 – 29. (ZOU Guang-dian, CHEN Yong-ping. The ultimate resistance of anti-slide pile and its integral design[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2003(6): 22 – 29. (in Chinese))
- [16] 杨明, 姚令侃, 王广军. 桩间土拱效应离心模型试验及数值模拟研究[J]. 岩土力学, 2008, **29**(3): 817 – 822. (YANG Ming, YAO Ling-kan, WANG Guang-jun. Centrifugal model test and numerical simulation study on soil arch effect between piles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, **29**(3): 817 – 822. (in Chinese))
- [17] COSTA Y D, ZOMBERG J G, BUENO B S, et al. Failure mechanisms in sand over a deep active trapdoor[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2009, **135**(11): 1741 – 1753.
- [18] O'REILLY M P, NEW B M. Settlements above tunnels in the United Kingdom-their magnitude and prediction[C]// Proc Tunneling 82. London, 1982: 173 – 181.
- [19] RUI R, VAN TOL A F, XIA Y Y, et al. Investigation of soil-arching development in dense sand by 2D model tests[J]. Geotechnical Testing Journal, 2016, **39**(3): 415 – 430.
- [20] JENCK O, DIAS D, KASTNER R. Two-dimensional physical and numerical modeling of a pile-supported earth platform over soft soil[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2007, **33**(3): 118 – 129.
- [21] JENCK Orianne, DIAS Daniel, KASTNER Richard, et al. Soft ground improvement by vertical rigid piles two-dimensional physical modeling and comparison with current design methods[J]. Soil and Foundations, 2005, **6**: 15 – 30.
- [22] CRC. Handbook of chemistry and physics[M]. Bock Raton: CRC Press, 2014.
- [23] 韩煊, 李宁, STANDING J R. Peck 公式在我国隧道施工地面变形预测中的适用性分析[J]. 岩土力学, 2007, **28**(1): 23 – 35. (HAN Xuan, LI Ning, STANDING J R. An adaptability study of Gaussian equation applied to predicting ground settlements induced by tunneling in China[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(1): 23 – 35. (in Chinese))