

DOI: 10.11779/CJGE201707011

# 基于广义 SMP 准则的软基路堤临界填土高度研究

张常光<sup>1, 2</sup>, 赵均海<sup>1</sup>, 范文<sup>3</sup>, 代岩<sup>1</sup>

(1. 长安大学建筑工程学院, 陕西 西安 710061; 2. 成都理工大学地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室, 四川 成都 610059;

3. 长安大学地质工程与测绘学院, 陕西 西安 710054)

**摘要:** 针对路堤填土自重作用下的平面应变天然软土地基, 基于能合理反映中间主应力效应的广义 SMP 准则, 同时考虑地基软土的侧压力系数和固结程度, 建立了软土地基临界荷载与路堤临界填土高度的解析公式, 并给出公式适用条件, 最后结合 M-C 准则解答探讨了各参数的影响特性。经与文献结果比较, 验证了解析公式的正确性及所给公式适用条件的必要性。参数分析表明: 固结度、侧压力系数、黏聚力及内摩擦角对路堤临界填土高度的影响均很显著, 不应盲目选定固结度为 0 或 100% 进行计算; M-C 准则的结果偏保守, 考虑中间主应力所得解答的最小侧压力系数更小、公式适用范围更广; 应原位测定地基软土的真实侧压力系数, 并充分考虑其抗剪强度参数的变异性。

**关键词:** 路堤; 临界填土高度; 广义 SMP 准则; 固结度; 侧压力系数

中图分类号: TU471.8; U416.1 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2017)07-1251-07

作者简介: 张常光(1982-), 男, 山东菏泽人, 博士, 副教授, 从事非饱和土与地下工程等方面的研究工作。E-mail: zcg1016@163.com。

## Critical filling height of embankment on soft ground based on generalized SMP criterion

ZHANG Chang-guang<sup>1, 2</sup>, ZHAO Jun-hai<sup>1</sup>, FAN Wen<sup>3</sup>, DAI Yan<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, China; 2. Stake Key Laboratory of Geohazard Prevention and

Geoenvironment Protection, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China; 3. School of Geological Engineering and  
Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054, China)

**Abstract:** For the natural soft ground with plane strain under the self-weight of embankment filling, analytical formulae for both the critical load of soft ground and the critical filling height of embankment are proposed based on the generalized spatially mobilized plane (SMP) criterion with reasonable consideration of the intermediate principal stress. The lateral pressure coefficient and consolidation degree of soft ground are also taken into account, and more applicable conditions of the obtained analytical formulae are provided. Finally, the parametric studies combined with the results of Mohr-Coulomb (M-C) criterion are discussed. By comparing with the results of the existing literatures, these analytical formulae are validated, and the necessity of given applicable conditions is highlighted. It is found that all the effects of consolidation degree, lateral pressure coefficient, cohesion and inner friction angle on the critical filling height of embankment are very significant and the consolidation degree should not be blindly adopted as 0 or 100%. The results of M-C criterion are conservative, whereas the minimum lateral pressure coefficient of the proposed formulae is smaller due to the effect of the intermediate principal stress, and thus its application range is wider. The real lateral pressure coefficient of soft ground should be determined by in-situ tests, and the variability of its strength parameters should be fully considered.

**Key words:** embankment; critical filling height; generalized SMP criterion; consolidation degree; lateral pressure coefficient

## 0 引言

临界填土高度是公路、铁路等交通软基路堤沉降与稳定性控制的重要指标, 同时外荷载作用下的地基软土具有明显的固结效应<sup>[1]</sup>, 其有效应力随超孔隙水压力的消散而增加, 相应路堤稳定性及填土高度亦可大幅度提高。目前, 软基路堤临界填土高度多采用不

考虑中间主应力  $\sigma_2$  影响的 Mohr-Coulomb (M-C) 准

基金项目: 国家自然科学基金项目(41202191); 中国博士后科学基金项目(2014M562358, 2016T90879); 陕西省博士后科研项目(2015年); 地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室开放基金项目(SKLGP2017K025)

收稿日期: 2016-04-14

则来计算<sup>[1-2]</sup>, 并假定地基软土的(静止)侧压力系数  $k_0$  为 1.0 以及固结度  $U$  为 100%。实际上, 路堤下地基土处于三向不等应力作用的平面应变状态, 其强度受中间主应力  $\sigma_2$  的影响显著<sup>[3]</sup>; 其次, 侧压力系数  $k_0=1.0$  相当于地基土处于三向等压的静水应力场, 与土体的实际地应力状态明显不符; 第三, 固结度  $U=100\%$  对应超孔隙水压力完全消散时的路堤正常工作状态, 夸大了路堤施工期的实际稳定性, 造成临界填土高度过于偏大。已有学者对此进行了改进研究, 如: 童怀峰等<sup>[4]</sup>基于统一强度理论得到的路堤临界填土高度公式, 考虑了中间主应力  $\sigma_2$  的影响, 但侧压力系数  $k_0$  仍为 1.0; 江国勤等<sup>[5]</sup>的路堤临界填土高度的 M-C 准则解答考虑了实际侧压力系数  $k_0 \neq 1.0$ , 但其土体的自重主应力表达有误; 朱福等<sup>[6]</sup>基于统一强度理论建立的路堤临界填土高度解析解, 考虑了中间主应力  $\sigma_2$  和侧压力系数  $k_0$  的影响, 并进一步将固结度  $U$  引入软基路堤的填土高度计算<sup>[7]</sup>, 但主观假定条形基础中心线下的塑性区最深。

统一强度理论<sup>[8]</sup>虽能反映土体强度的中间主应力  $\sigma_2$  效应, 但其最为关键的参数  $b$  需对比土体真三轴试验结果确定、分段表达形式需根据主应力大小判断选择。广义 spatially mobilized plane (SMP) 准则又称广义空间滑动面准则<sup>[9]</sup>, 其  $\pi$  平面极限线同时通过 3 个压缩点和 3 个拉伸点而外接于 M-C 准则, 不但能合理反映中间主应力  $\sigma_2$  对土体强度的重要影响, 与众多土体的真三轴试验结果吻合良好, 而且平面应变状态下的公式表达简洁、唯一, 同时其强度参数与 M-C 准则完全相同, 均可由常规轴对称压缩试验确定, 已在岩土、隧道等工程中得到广泛的应用。

因此, 本文基于广义 SMP 准则, 合理考虑中间主应力  $\sigma_2$ 、实际侧压力系数  $k_0$  和固结度  $U$  等综合影响, 推导软土地基临界荷载及梯形路堤临界填土高度的解析解, 给出公式的适用条件并进行对比验证, 最后探讨各参数的影响特性, 所得结果可为软土路堤的填土设计及施工提供理论指导与优化建议。

## 1 平面应变状态下的广义 SMP 准则

广义 SMP 准则是 Matsuoka 等<sup>[9]</sup>在砂土空间滑动面 SMP 准则的基础上, 通过引入黏结应力  $\sigma_0=c\times\cot\varphi$  而扩展建立的(其中,  $c$ ,  $\varphi$  分别为土体的黏聚力和内摩擦角), 对砂土和黏土均适用。取压应力为正, 广义 SMP 准则的应力不变量表达式为<sup>[9]</sup>

$$\frac{\hat{I}_1\hat{I}_2}{\hat{I}_3}=8\tan^2\varphi+9, \quad (1)$$

式中,  $\hat{I}_1$ ,  $\hat{I}_2$  和  $\hat{I}_3$  分别为广义的应力第一、第二和第

三不变量, 其表达式为

$$\left. \begin{aligned} \hat{I}_1 &= (\sigma_1 + \sigma_0) + (\sigma_2 + \sigma_0) + (\sigma_3 + \sigma_0), \\ \hat{I}_2 &= (\sigma_1 + \sigma_0)(\sigma_2 + \sigma_0) + (\sigma_2 + \sigma_0)(\sigma_3 + \sigma_0) + (\sigma_3 + \sigma_0)(\sigma_1 + \sigma_0), \\ \hat{I}_3 &= (\sigma_1 + \sigma_0)(\sigma_2 + \sigma_0)(\sigma_3 + \sigma_0). \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

对于平面应变状态即中间主应变  $\varepsilon_2=0$ , 由广义 SMP 准则式(1)及相关流动法则, 可得接近破坏状态时主应力之间的关系为

$$(\sigma_2 + \sigma_0) = \sqrt{(\sigma_1 + \sigma_0)(\sigma_3 + \sigma_0)}. \quad (3)$$

将式(3)代入式(1), 整理得平面应变状态下的广义 SMP 准则为

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_0}{\sigma_3 + \sigma_0} = \frac{1}{4} \left[ \sqrt{8 \tan^2 \varphi + 9} - 1 + \sqrt{(\sqrt{8 \tan^2 \varphi + 9} - 1)^2 - 4} \right]^2, \quad (4)$$

可将式(4)进一步用有效主应力  $\sigma'_i = \sigma_i - u$  来表示(其中, 下角标  $i=1, 3$ ;  $u$  为超孔隙水压力),

$$\sigma'_1 = \eta \sigma'_3 + (\eta - 1) \sigma_0 = \eta \sigma'_3 + (\eta - 1) c \cot \varphi. \quad (5)$$

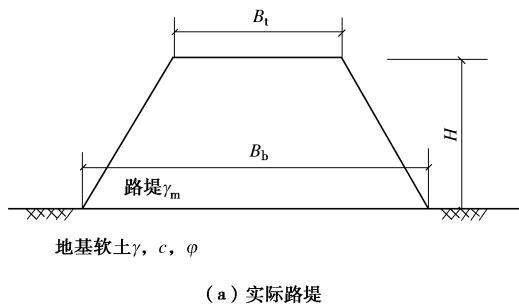
式中,  $\eta = \frac{1}{4} \left[ \sqrt{8 \tan^2 \varphi + 9} - 1 + \sqrt{(\sqrt{8 \tan^2 \varphi + 9} - 1)^2 - 4} \right]^2$

为方程常数。

式(5)即为平面应变状态下广义 SMP 准则的有效主应力  $\sigma'_1$  和  $\sigma'_3$  之间的关系, 其表达式简洁、唯一, 且已通过式(3)考虑了中间主应力  $\sigma_2$  的影响; 同时, 式(5)中的土体强度参数即黏聚力  $c$  和内摩擦角  $\varphi$  与 M-C 准则相同, 可仅由常规轴对称压缩试验完全确定。

## 2 路堤临界填土高度

常见梯形路堤的横断面及土体参数, 如图 1(a)所示, 图中  $H$  为路堤填土高度,  $B_t$ ,  $B_b$  分别为路堤的上、下宽度;  $\gamma_m$  路堤填土的平均重度,  $\gamma$  为地基软土的重度。根据等代荷载法<sup>[6-7]</sup>, 采用等效宽度  $B=(B_t+B_b)/2$ , 来代替路堤荷载的实际作用宽度(见图 1(b)); 仅考虑路堤填土的自重作用, 等效路堤荷载  $p=H\gamma_m$  以条形均布荷载, 作用于均质各向同性的平面应变半无限地基软土表面。



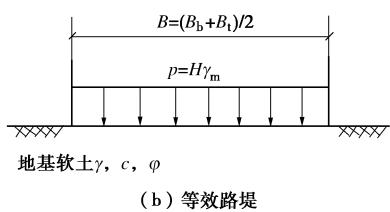


图 1 路堤简化模型

Fig. 1 Simplified model for embankment

## 2.1 应力分析

### (1) 附加主应力

均布条形荷载  $p$  作用下的地基  $M$  点, 如图 2 所示 ( $\beta_0$ ,  $\beta_1$  和  $\beta_2$  为图中所示的夹角), 根据弹性力学理论得该点的附加主应力为<sup>[10]</sup>

$$\sigma_{1p} = \frac{p}{\pi}(\beta_0 + \sin \beta_0) , \quad (6a)$$

$$\sigma_{3p} = \frac{p}{\pi}(\beta_0 - \sin \beta_0) , \quad (6b)$$

$$\tau_{13p} = 0 . \quad (6c)$$

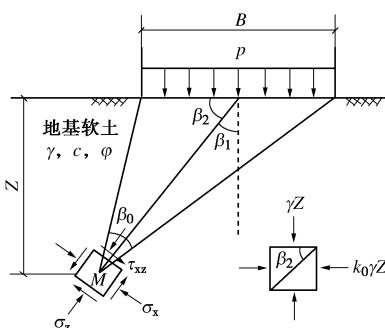
### (2) 自重应力

设地基  $M$  点距地表的距离即塑性区开展深度为  $Z$ , 因地基软土自重  $\gamma Z$  引起的主应力在竖向与水平向, 故需将其转换到路堤荷载  $p$  的附加主应力方向上, 得  $M$  点转换后的自重应力为<sup>[10]</sup>

$$\sigma_{1\gamma} = \frac{\gamma Z(1+k_0)}{2} + \frac{\gamma Z(1-k_0)}{2} \cos 2\beta_1 , \quad (7a)$$

$$\sigma_{3\gamma} = \frac{\gamma Z(1+k_0)}{2} - \frac{\gamma Z(1-k_0)}{2} \cos 2\beta_1 , \quad (7b)$$

$$\tau_{13\gamma} = \frac{\gamma Z(1-k_0)}{2} \sin 2\beta_1 . \quad (7c)$$

图 2 地基软土  $M$  点应力分析Fig. 2 Stress analysis at point  $M$  in soft ground

### (3) 有效主应力

$M$  点的总应力为路堤荷载的附加主应力式 (6) 与地基软土转换后的自重应力式 (7) 之和, 即

$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} \beta_0 + \frac{\gamma Z(1+k_0)}{2} + \left[ \frac{p}{\pi} \sin \beta_0 + \frac{\gamma Z(1-k_0)}{2} \cos 2\beta_1 \right] , \quad (8a)$$

$$\sigma_x = \frac{p}{\pi} \beta_0 + \frac{\gamma Z(1+k_0)}{2} - \left[ \frac{p}{\pi} \sin \beta_0 + \frac{\gamma Z(1-k_0)}{2} \cos 2\beta_1 \right] , \quad (8b)$$

$$\tau_{xz} = \frac{\gamma Z(1-k_0)}{2} \sin 2\beta_1 , \quad (8c)$$

由应力状态理论及有效应力原理<sup>[1]</sup>, 得  $M$  点的最大有效主应力  $\sigma'_1$  与最小有效主应力  $\sigma'_3$  分别为

$$\sigma'_1 = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} + \sqrt{\left( \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xz}^2} - u , \quad (9a)$$

$$\sigma'_3 = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} - \sqrt{\left( \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xz}^2} - u . \quad (9b)$$

## 2.2 临界填土高度

当  $M$  点达到强度极限平衡时, 将有效主应力式 (9) 代入平面应变状态下的广义 SMP 准则式 (5), 并利用数学近似公式  $\sqrt{m^2 + n^2} \approx 1.0m + 0.38n$ <sup>[10-11]</sup> (其中  $m$ ,  $n$  为实数; 当  $5n \geq m > n > 0$  时, 相对误差  $< 7\%$ ; 当  $m > 5n > 0$  时, 相对误差  $< 5\%$ ), 路堤坡脚边缘下  $B/4$  深度范围内, 其应力  $(\sigma_z - \sigma_x)/2 > \tau_{xz}$  满足该公式<sup>[12]</sup> 来简化, 整理得

$$\begin{aligned} & (\eta+1) \left[ \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} + 0.38\tau_{xz} \right] \\ & = (\eta-1) \left[ \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} - u + c \cot \varphi \right] . \end{aligned} \quad (10)$$

将式 (8) 代入式 (10), 求得塑性区开展深度  $Z$  为

$$Z = \frac{2}{\pi \gamma} .$$

$$\frac{p[(\eta-1)\beta_0 - (\eta+1)\sin \beta_0] + \pi(\eta-1)[c \cot \varphi - u]}{(\eta+1)(1-k_0)[\cos 2\beta_1 + 0.38 \sin 2\beta_1] - (\eta-1)(1+k_0)} . \quad (11)$$

由土体固结理论知<sup>[1]</sup>, 附加外荷载  $p$  引起固结土层全厚度的平均超孔隙水压力  $u_m$  为

$$u_m = p(1-U) , \quad (12)$$

式中,  $U$  为土层平均固结度。

采用平均超孔隙水压力  $u_m$  近似替代超孔隙水压力  $u$ , 即将式 (12) 代入式 (11) 得

$$Z = \frac{2}{\pi \gamma} .$$

$$\frac{p[(\eta-1)\beta_0 - (\eta+1)\sin \beta_0 - \pi(\eta-1)(1-U)] + \pi(\eta-1)c \cot \varphi}{(\eta+1)(1-k_0)[\cos 2\beta_1 + 0.38 \sin 2\beta_1] - (\eta-1)(1+k_0)} . \quad (13)$$

当地基软土的性质一定时,  $Z$  仅是夹角  $\beta_0$  和  $\beta_1$  的函数。为求塑性区最大开展深度  $Z_{max}$ , 由  $\partial Z / \partial \beta_0 = 0$  和  $\partial Z / \partial \beta_1 = 0$  得  $\beta_0 = \arccos[(\eta-1)/(\eta+1)]$ ,  $2\beta_1 \approx 21^\circ$ , 继而代入式 (13) 得  $Z_{max}$  为

$$Z_{\max} = \frac{2}{\pi\gamma} \cdot \frac{p \left\{ (\eta-1) \arccos \left[ \frac{\eta-1}{\eta+1} \right] - 2\sqrt{\eta} - \pi(\eta-1)(1-U) \right\} + \pi(\eta-1)c \cot \varphi}{1.07(\eta+1)(1-k_0) - (\eta-1)(1+k_0)} \quad (14)$$

若地基塑性区所允许的最大开展深度  $Z_{\max}$  为路堤等效宽度  $B$  的  $1/4$ , 即令  $Z_{\max}=B/4$ , 则由式(14)整理得此时条形地基的临界荷载  $p_{1/4}$  解析解为

$$p_{1/4} = M_B \gamma B + M_C c, \quad (15)$$

式中,  $M_B$ ,  $M_C$  为地基承载力系数, 其表达式为

$$\left. \begin{aligned} M_B &= \frac{\pi}{8} \cdot \frac{(1+k_0) - 1.07(\eta+1)(1-k_0)/(\eta-1)}{\pi(1-U) + 2\sqrt{\eta}/(\eta-1) - \arccos \left[ \frac{\eta-1}{\eta+1} \right]}, \\ M_C &= \frac{\pi \cot \varphi}{\pi(1-U) + 2\sqrt{\eta}/(\eta-1) - \arccos \left[ \frac{\eta-1}{\eta+1} \right]} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

设路堤临界填土高度为  $H_{1/4}$ , 根据地基临界荷载  $p_{1/4}$  是由路堤填土自重而引起的, 即

$$p_{1/4} = H_{1/4} \gamma_m. \quad (17)$$

将式(15)代入式(17), 整理得梯形路堤的临界填土高度  $H_{1/4}$  解析解为

$$H_{1/4} = \frac{p_{1/4}}{\gamma_m} = \frac{M_B \gamma B + M_C c}{\gamma_m}. \quad (18)$$

式(15)、(18)即为本文基于平面应变状态下的广义 SMP 准则式(5), 所建立的条形地基临界荷载与梯形路堤临界填土高度的解析解, 能综合反映不同程度的中间主应力  $\sigma_2$  效应、实际侧压力系数  $k_0 \neq 1.0$  和软土固结度  $U$  等影响。当  $k_0=1.0$  时, 对应软土自重应力如同静水压力时的解答; 当  $U=100\%$  时, 对应路堤正常工作状态时的解答; 当  $k_0<1.0$ 、 $U<100\%$  时, 对应实际地应力状态下地基软土不同固结度时的解答。同时, 式(15)和式(18)的表达简洁、所用参数易确定, 具有重要的理论及实际工程意义。

### 2.3 适用条件

地基临界荷载式(15)与路堤临界填土高度式(18)都是有两项组成的: 一项与地基软土的重量  $\gamma B$  有关, 另一项与地基软土的黏聚力  $c$  有关。这两项对地基临界荷载及路堤临界填土高度都应具有积极的正作用, 即都应是非负的, 进而给出本文解析公式的适用条件, 如下:

$$\left. \begin{aligned} M_B &= \frac{\pi}{8} \cdot \frac{(1+k_0) - 1.07(\eta+1)(1-k_0)/(\eta-1)}{\pi(1-U) + 2\sqrt{\eta}/(\eta-1) - \arccos \left[ \frac{\eta-1}{\eta+1} \right]} \geq 0, \\ M_C &= \frac{\pi \cot \varphi}{\pi(1-U) + 2\sqrt{\eta}/(\eta-1) - \arccos \left[ \frac{\eta-1}{\eta+1} \right]} \geq 0, \end{aligned} \right\}$$

同时按固结度  $U=100\%$  保守计算, 整理得对地基软土的内摩擦角  $\varphi$  及侧压力系数  $k_0$  的要求分别为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\eta-1}{\eta+1} &> \cos \left[ \frac{2\sqrt{\eta}}{\eta-1} \right], \\ k_0 &\geq \frac{0.07\eta + 2.07}{2.07\eta + 0.07}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

由式(20)知: 本文解析公式对侧压力系数  $k_0$  有最小值要求, 而软土内摩擦角  $\varphi$  需满足隐式不等关系。

### 3 对比验证

朱福等<sup>[7]</sup>依据统一强度理论建立的地基临界荷载与路堤临界填土高度的解析解, 同样考虑了中间主应力  $\sigma_2$ 、侧压力系数  $k_0 \neq 1.0$  和固结度  $U$  的影响, 其分析思路及推导过程与本文有类似之处。用本文符号与参数表示的文献[7]路堤临界填土高度  $H_{1/4}$  为

$$H_{1/4} = \frac{p_{1/4}}{\gamma_m} = \frac{M_B \gamma B + M_C c_t}{\gamma_m}. \quad (21)$$

式(21)中的软土统一内摩擦角  $\varphi_t$ 、软土统一黏聚力  $c_t$ 、地基承载力系数  $M_B$  和  $M_C$  分别为

$$\left. \begin{aligned} \sin \varphi_t &= \frac{2(1+b)\sin \varphi}{2+b(1+\sin \varphi)}, \\ c_t &= \frac{2(1+b)c \cos \varphi}{2+b(1+\sin \varphi)} \cdot \frac{1}{\cos \varphi_t}, \\ M_B &= \frac{\pi}{8} \cdot \frac{(1+k_0)\tan \varphi_t - (1-k_0)/\cos \varphi_t}{\pi(1-U)\tan \varphi_t + [1 - (\pi/2 - \varphi_t)\tan \varphi_t]}, \\ M_C &= \frac{\pi}{\pi(1-U)\tan \varphi_t + [1 - (\pi/2 - \varphi_t)\tan \varphi_t]}. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

对比式(15)、式(18)以及式(20)可以看出, 本文与文献[7]的临界填土高度  $H_{1/4}$  之间存在3点差异: ①本文采用的是曲线广义SMP准则, 而文献[7]采用分段线性的统一强度理论; ②本文由两个偏导数为零求得塑性区最深处在基础两侧边缘下方, 而不在基础中心线处; ③本文给出了公式的适用条件, 对软土内摩擦角  $\varphi$  及侧压力系数  $k_0$  的取值范围进行了限定, 而文献[7]对此无要求。

为比较这3点差异所造成的结果不同, 基于某铁路工程梯形路堤<sup>[2]</sup>来探讨: 路堤等效宽度  $B$  为  $16.2\text{ m}$ , 填土的平均重度  $\gamma_m$  为  $17.5\text{ kN/m}^3$ ; 地基软土的重度  $\gamma$  为  $17.6\text{ kN/m}^3$ , 黏聚力  $c$  为  $8\text{ kPa}$ , 内摩擦角  $\varphi$  为  $13.5^\circ$ 。表1给出了本文路堤临界填土高度式(18)与朱福等<sup>[7]</sup>、修正朱福等<sup>[7]</sup>(按两个偏导数为零来确定地基塑性区最深处)的计算结果比较, 其中参数  $b$  取  $0$ ,  $1/2$  和  $1$ , 固结度  $U$  取  $0$  和  $100\%$ 。

由式(20)计算知: 内摩擦角  $\varphi=13.5^\circ$  满足本文公式适用条件, 但侧压力系数  $k_0$  应不小于 0.60, 因此侧压力系数  $k_0=0.5$  不满足要求, 本文对此无解, 相反文献[7]以及修正文献[7]给出的临界填土高度  $H_{1/4}$  处于 0.15~2.21 m 之间, 而此时的地基承载力系数  $M_B$  是负的, 这与经典地基承载力的非负叠加理论相悖, 也与类似工程及依据地基软土施工经验所确定的填土高度相差甚远, 可见本文给定公式适用条件的必要性和合理性。当侧压力系数  $k_0=1.0$  时, 文献[7]与修正文献[7]的结果相同(此时二者的地基承载力系数  $M_B$  无差异), 但文献[7]的结果在  $k_0=0.75$  时却是大于修正文献[7]的, 且参数  $b$  越大, 二者之间的差异亦加大, 这表明基础中心线处的地基塑性区发展深度并不是最大的, 文献[7]的计算结果稍偏大, 相应路堤设计与施工的安全度较低。

表 1 与文献[7]及修正文献[7]的结果比较

Table 1 Comparison among calculated values, results of Reference [7] and modified results of Reference [7]

固结度 U/%	侧压 系数 $k_0$	临界填筑高度 $H_{1/4}$ /m					
		文献[7]			修正文献[7]		
		$b=0$	$b=1/2$	$b=1$	$b=0$	$b=1/2$	$b=1$
0	1.0	3.14	3.45	3.63	3.14	3.45	3.63
0	0.75	1.73	2.06	2.25	1.65	1.98	2.17
0	0.5	0.31	0.67	0.87	0.15	0.51	0.72
100	1.0	6.64	8.16	9.22	6.64	8.16	9.22
100	0.75	3.65	4.87	5.71	3.48	4.69	5.52
100	0.5	0.66	1.58	2.21	0.32	1.21	1.83

本文路堤临界填土高度  $H_{1/4}$  的广义 SMP 准则解答, 既没有像参数  $b=0$  即 M-C 准则那样忽略中间主应力  $\sigma_2$  的影响以致结果偏保守, 也没有像参数  $b=1$  即双剪应力准则那样将中间主应力  $\sigma_2$  效应等同围压小主应力  $\sigma_3$  作用以致结果偏危险, 而是与合理考虑中间主应力  $\sigma_2$  影响即参数  $b=1/2$  时修正文献[7]的结果十分接近, 且不同固结度  $U$  下二者均吻合的很好, 这充分验证了本文结果的正确性。因此, 本文解析公式合理考虑了中间主应力  $\sigma_2$  影响与地基软土塑性区的实际发展规律, 并且给出了公式的适用条件, 相比文献[7]以及修正文献[7]的解答均具有更大的优越性。

## 4 参数影响分析

M-C 准则是地基、隧道、水利及矿山等岩土相关工程中应用最为广泛强度准则, 按照本文的分析思路, 可推导出基于 M-C 准则且考虑侧压力系数  $k_0 \neq 1.0$  和固结度  $U$  影响的软基路堤临界填土高度  $H_{1/4}$  为

$$H_{1/4} = \frac{P_{1/4}}{\gamma_m} = \frac{M_B \gamma B + M_C c}{\gamma_m}, \quad (23)$$

$$\text{式中, } M_B = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{(1+k_0) \tan \varphi - 1.07(1-k_0)/\cos \varphi}{\pi(1-U) \tan \varphi + [1-(\pi/2-\varphi) \tan \varphi]},$$

$$M_C = \frac{\pi}{\pi(1-U) \tan \varphi + [1-(\pi/2-\varphi) \tan \varphi]}.$$

式(23)的适用条件为

$$\left. \begin{aligned} & \left[ \frac{\pi}{2} - \varphi \right] \tan \varphi < 1, \\ & k_0 \geq \frac{1.07 - \sin \varphi}{1.07 + \sin \varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

式(23)和式(24)中的符号意义同前, 且此临界填土高度  $H_{1/4}$  的 M-C 准则解答是修正文献[7]中参数  $b=0$  的特例, 同样没有考虑中间主应力  $\sigma_2$  的影响。

结合路堤临界填土高度  $H_{1/4}$  的 M-C 准则解答即式(23), 来探究固结度  $U$ 、侧压力系数  $k_0$  和地基软土强度参数(黏聚力  $c$  及内摩擦角  $\varphi$ )的影响规律, 仍以上述铁路路堤为研究对象, 作为参数分析的共同基础。

对公式适用条件式(20)和式(24)的说明: 内摩擦角  $\varphi=13.5^\circ$  满足要求, 但侧压力系数  $k_0$  应不小于 0.60(广义 SMP 准则)、0.64(M-C 准则)。因此, 下文侧压力系数影响分析时  $k_0$  从最小值开始取到 1.0, 固结度  $U$  影响分析时  $k_0$  取 0.8, 1.0, 黏聚力  $c$  及内摩擦角  $\varphi$  影响分析时  $k_0$  取 0.75。同时, 黏聚力  $c$  对公式适用条件无影响, 内摩擦角  $\varphi$  选定在  $12^\circ \sim 16^\circ$  之间变化。

### 4.1 固结度

固结度  $U$  反映的是超孔隙水压力的消散程度, 不同固结度  $U$  对应地基软土不同的有效应力状态。图 3 给出了侧压力系数  $k_0=0.8, 1.0$  时, 路堤临界填土高度  $H_{1/4}$  随固结度  $U$  的变化关系, 包括本文广义 SMP 准则解答式(18)、M-C 准则解答式(23), 下文图 4, 5 亦同。

由图 3 可以看出, 随着固结度  $U$  的增加, 临界填土高度  $H_{1/4}$  呈非线性增大; 当侧压力系数  $k_0=1.0$  时,  $U=100\%$  时的  $H_{1/4}$  比  $U=0$  时相对增大了 1.37 倍(广义 SMP 准则)、1.11 倍(M-C 准则), 可见固结度  $U$  对临界填土高度  $H_{1/4}$  的影响非常显著, 应根据地基软土排水、厚度等具体情况确定其实际固结程度, 而盲目选定固结度  $U=0$  或 100% 计算  $H_{1/4}$  都是不合理的。同时, 相同条件下本文基于广义 SMP 准则的  $H_{1/4}$  明显高于 M-C 准则解答, 且固结度  $U$  越大二者的差异亦加大, 这说明 M-C 准则因不考虑中间主应力  $\sigma_2$  影响而使其计算结果偏小, 应合理考虑地基软土的中间主应力  $\sigma_2$  效应, 更好地发挥其强度潜能和自承载能力。

#### 4.2 侧压力系数

侧压力系数  $k_0$  用于反映土体的天然地应力状态, 公式适用条件式(20)和式(24)均对其有最小值要求。图 4 给出了固结度  $U=0, 100\%$  时, 路堤临界填土高度  $H_{1/4}$  随侧压力系数  $k_0$  的变化关系。

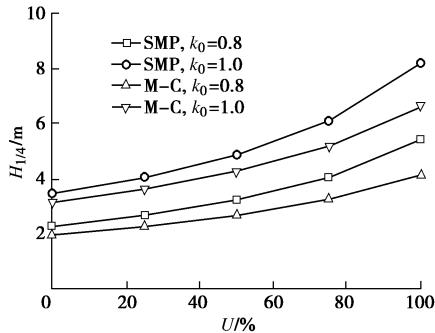


图 3 固结度对  $H_{1/4}$  的影响分析

Fig. 3 Effect of consolidation degree on  $H_{1/4}$

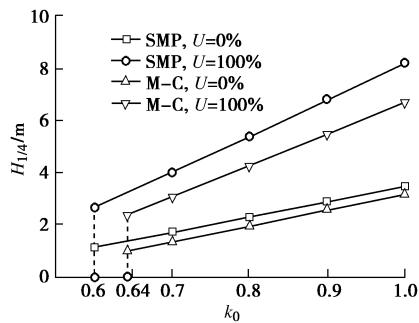


图 4 侧压力系数对  $H_{1/4}$  的影响分析

Fig. 4 Effect of lateral pressure coefficient on  $H_{1/4}$

由图 4 可以看出, 在式(20)和式(24)成立即满足最小侧压力系数  $k_0$  要求后, 侧压力系数  $k_0$  对临界填土高度  $H_{1/4}$  具有十分重要的影响, 表现在  $H_{1/4}$  随  $k_0$  的增加而直线增大, 特别是固结度  $U=100\%$  时的增大速率更明显, 应现场测定地基软土的真实侧压力系数  $k_0$ , 而不是人为地设定其恒为 1.0。当固结度  $U=0$  时, 广义 SMP 准则解答和 M-C 准则解答相互平行且相差较小, 而固结度  $U=100\%$  时二者的差异加大且不再平行。另外, 固结度  $U$  对最小侧压力系数  $k_0$  无影响, 但广义 SMP 准则解答的最小  $k_0=0.60$  却小于 M-C 准则解答的最小  $k_0=0.64$ , 即考虑中间主应力  $\sigma_2$  效应, 地基软土强度越高及对应的  $H_{1/4}$  亦越大, 相反对应的最小  $k_0$  却越小、公式的适用范围也更广。

#### 4.3 强度参数

黏聚力  $c$  和内摩擦角  $\varphi$  是表征土体抗剪强度的基本参数, 此处设定内摩擦角  $\varphi$  在  $12^\circ \sim 16^\circ$  之间变化, 满足公式适用条件即式(20)和式(24)。图 5 给出了侧压力系数  $k_0=0.75$  时, 路堤临界填土高度  $H_{1/4}$  随黏聚力  $c$ 、内摩擦角  $\varphi$  的变化关系, 包括固结度  $U=0, 100\%$  两种情况。

由图 5 可以看出, 随着黏聚力  $c$ 、内摩擦角  $\varphi$  的增加, 临界填土高度  $H_{1/4}$  均线性增大, 且广义 SMP 准则解答和 M-C 准则解答相互平行, 只是固结度  $U=100\%$  时二者相差更明显。当固结度  $U=100\%$  时,  $c=10 \text{ kPa}$  时的  $H_{1/4}$  比  $c=6 \text{ kPa}$  时相对增大了 33.2% (广义 SMP 准则)、33.9% (M-C 准则), 而  $\varphi=16^\circ$  时的  $H_{1/4}$  比  $\varphi=12^\circ$  时相对增大了 55.5% (广义 SMP 准则)、54.4% (M-C 准则), 表明临界填土高度  $H_{1/4}$  受内摩擦角  $\varphi$  的影响较黏聚力  $c$  更为显著。应合理确定地基软土的抗剪强度参数即黏聚力  $c$  和内摩擦角  $\varphi$ , 特别是内摩擦角  $\varphi$ , 并考虑其实际变异性, 确保路堤设计的安全与经济。

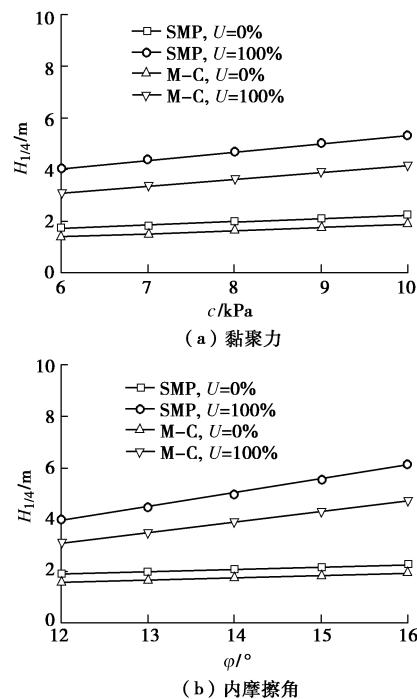


图 5 强度参数对  $H_{1/4}$  的影响分析

Fig. 5 Effect of strength parameters on  $H_{1/4}$

## 5 结 论

(1) 基于广义 SMP 准则而建立的软土地基临界荷载与路堤临界填土高度的解析公式, 综合考虑了中间主应力、侧压力系数和固结度的影响, 且公式表达简洁、所用参数易确定, 便于具体工程选择与应用, 具有重要的理论及工程应用价值。

(2) 所给公式适用条件对地基软土内摩擦角及侧压力系数进行了限定, 通过与文献[7]及修正文献[7]比较验证了其必要性与合理性, 且应正确利用均布荷载下条形基础的地基塑性区实际发展规律, 广义 SMP 准则解答相比具有更大的优越性。

(3) M-C 准则的结果偏保守, 而考虑中间主应力的广义 SMP 准则解答较为合理, 且对应的最小侧

压力系数更小、适用范围更广。固结度对路堤临界填土高度的影响非常显著, 不应盲目选定 0 或 100% 进行计算, 而应根据地基软土排水、厚度等情况慎重确定其固结程度。

(4) 路堤临界填土高度受侧压力系数的影响明显, 不应人为地将其恒设定为 1.0, 应现场测定地基软土的真实侧压力系数; 软土抗剪强度参数的影响同样很重要, 且内摩擦角的影响较突出; 固结度越大, 广义 SMP 准则和 M-C 准则的结果差异亦越大。

### 参考文献:

- [1] 高大钊. 土力学与基础工程[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1998. (GAO Da-zhao. Soil mechanics and foundation engineering[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 1998. (in Chinese))
- [2] 冷伍明, 赵健, 何群. 路堤下软土地基承载力的计算研究[J]. 土木工程学报, 2005, 38(4): 120 - 124. (LENG Wu-ming, ZHAO Jian, HE Quan. A method for assessing the bearing capacity of a soft soil foundation under embankment[J]. China Civil Engineering Journal, 2005, 38(4): 120 - 124. (in Chinese))
- [3] NANDA S, PATRA N R. Determination of soil properties for plane strain condition from the triaxial tests results[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2015, 39(9): 1014 - 1026.
- [4] 童怀峰, 郭院成. 基于统一强度理论的路基临界填土高度计算分析[J]. 公路, 2007(11): 90 - 93. (TONG Huai-feng, GUO Yuan-cheng. Calculation and analysis of critical filling height of roadbed based on unified strength theory[J]. Highway, 2007(11): 90 - 93. (in Chinese))
- [5] 江国勤, 管同心, 徐永福. 天然软土地基上路堤临界高度分析[J]. 路基工程, 2011(2): 47 - 49. (JIANG Guo-qin, GUAN Tong-xin, XU Yong-fu. Analysis on critical height of embankment on natural soft foundation[J]. Subgrade Engineering, 2011(2): 47 - 49. (in Chinese))
- [6] 朱福, 战高峰, 尼磊. 公路工程路堤临界填土高度一种计算方法研究[J]. 工程力学, 2013, 30(7): 142 - 146. (ZHU Fu, ZHAN Gao-feng, NIE Lei. Study on a calculation method of critical filling height of embankment of highway engineering[J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(7): 142 - 146. (in Chinese))
- [7] 朱福, 尼磊, 战高峰, 等. 软土地基路堤临界填筑高度改进计算方法[J]. 吉林大学学报(工学版), 2015, 45(2): 389 - 393. (ZHU Fu, NIE Lei, ZHAN Gao-feng, et al. Improved calculation method of critical filling height of embankment on soft ground[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2015, 45(2): 389 - 393. (in Chinese))
- [8] 俞茂宏. 岩土类材料的统一强度理论及其应用[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(2): 1 - 10. (YU Mao-hong. Unified strength theory for geomaterials and its applications[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, 16(2): 1 - 10. (in Chinese))
- [9] MATSUKA H, SUN D A. Extension of spatially mobilized plane (SMP) to friction and cohesive materials and its application to cemented sands[J]. Soils and Foundations, 1995, 35(4): 63 - 72.
- [10] 赵树德. 地基弹塑性承载力  $K \neq 1.0$  时的计算公式[J]. 西安建筑科技大学学报, 1995, 27(3): 294 - 298. (ZHAO Shu-de. Formulation of bearing capacity of subgrade with  $K \neq 1.0$ [J]. Journal of Xi'an University of Architecture & Technology, 1995, 27(3): 294 - 298. (in Chinese))
- [11] 现代工程数学手册编委会. 现代工程数学手册[M]. 武汉: 华中工学院出版社, 1985. (Editorial Committee of Handbook of Modern Mathematics in Science and Engineering. Handbook of modern mathematics in science and engineering[M]. Wuhan: Huazhong Institute of Technology Press, 1985. (in Chinese))
- [12] 张常光, 胡云世, 赵均海. 平面应变条件下非饱和土抗剪强度统一解及其应用[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(1): 32 - 37. (ZHANG Chang-guang, HU Yun-shi, ZHAO Jun-hai. Unified solution of shear strength for unsaturated soil under plane strain condition and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(1): 32 - 37. (in Chinese))