

DOI: 10.11779/CJGE201707004

# 砂土三维多重机构边界模型

方火浪<sup>1, 2</sup>, 沈扬<sup>1</sup>, 郑浩<sup>1</sup>, 曾泽斌<sup>3</sup>

(1. 浙江大学建筑工程学院, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江大学软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310058;  
3. 浙江理工大学机械与自动控制学院, 浙江 杭州 310018)

**摘要:** 以土的临界状态和边界塑性理论为基础, 引入状态参数, 考虑砂土的剪胀特性, 提出一个新型三维多重机构边界模型。模型将复杂的宏观变形行为分解为一个宏观体应变机构和一系列空间分布的虚拟一维微观剪切机构。每个微观剪切机构包含一个微观剪应力 - 应变关系和一个微观应力 - 剪胀关系。利用三轴压缩试验中的应力条件, 建立典型宏微观参数之间的关系。模型包含 13 个参数, 多数可通过具有明确物理意义的土性参数来确定。通过对砂土三轴压缩试验和空心圆柱扭剪试验结果的数值模拟, 表明模型不但能够合理反映在排水或不排水条件下砂土的硬化及软化特性, 而且能在不增加任何参数条件下预测应力主轴旋转产生的变形累积特性和应变增量主轴与应力主轴之间的非共轴特性。

**关键词:** 本构模型; 边界面; 剪胀; 状态参数; 多重机构

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2017)07-1189-07

作者简介: 方火浪(1962-), 男, 研究员, 主要从事岩土工程和工程抗震与减震研究。E-mail: fanghuolang@zju.edu.cn。

## Three-dimensional multi-mechanism bounding surface model for sands

FANG Huo-lang<sup>1,2</sup>, SHEN Yang<sup>1</sup>, ZHENG Hao<sup>1</sup>, ZENG Ze-bin<sup>3</sup>

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 2. MOE Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 3. Faculty of Mechanical Engineering and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** Within the multi-mechanism framework, a novel constitutive model for sands is proposed based on the critical state and bounding surface plasticity theories. The model assumes that the macroscopic deformation behavior of sands can be obtained by summation of the contributions from a macroscopic volumetric mechanism and a set of virtual one-dimensional microscopic shear mechanisms with random orientations in space. Each microscopic shear mechanism describes a shear deformation and a volumetric deformation due to dilatancy, which are modeled by both the microscopic shear stress-strain relationship based on the macroscopic bounding surface plasticity theory and the microscopic stress-dilatancy relationship, respectively. Both the strength criterion and the stress-dilatancy relationship introduce a state parameter for compatibility with the critical state theory. The correlations between some microscopic and macroscopic model parameters are formulated for the triaxial compression under constant confining stress. The model contains thirteen parameters and most of them are defined by soil parameters with the clear physical meanings. The systematic comparisons between the model simulations and the test data indicate that the proposed model has an excellent capability in predicting sand responses under the drained and undrained monotonic loadings, and the rotation of the principal stress axes without using additional parameters.

**Key words:** constitutive model; bounding surface; dilatancy; state parameter; multi-mechanism

## 0 引言

砂土由不同形状和大小的颗粒组成, 其变形机理十分复杂, 国内外学者提出了许多不同类型的弹塑性模型来模拟砂土的应力 - 应变关系。大部分弹塑性模型假定当应力路径在屈服面内时, 土体只发生弹性变形。事实上, 当应力点在屈服面内时, 随着应力状态的变化, 土体仍然会产生不可恢复的塑性变形。为了

描述这种特征, Dafalias<sup>[1]</sup>提出了边界模型的概念。由于边界模型能够较好地反映土体的静力和动力特性, 因此得到了广泛的应用。

砂土具有明显的剪胀性, 即相同围压下, 松砂可能发生剪缩, 密砂可能发生剪胀; 相同松密的砂, 高

围压下可能发生剪缩, 低围压下可能发生剪胀。因此, 仅采用一种材料参数的模型很难完整地描述加载过程中砂土密度和围压变化对其力学特性的影响。Been 等<sup>[2]</sup>在临界状态理论的基础上, 提出了反映砂土松密程度的状态参数概念。状态参数的引入, 使建立的本构模型能够考虑加载过程中与砂土状态变化相关的力学行为。Manzari 等<sup>[3]</sup>在剪胀应力比与状态参数相关的基础上建立了砂土边界面模型。Wan 等<sup>[4]</sup>直接将临界孔隙比引入到 Rowe 的剪胀方程, 建立了一个基于当前状态的砂土本构模型。Li 等<sup>[5]</sup>将状态相关剪胀比引入到 Wang 等<sup>[6]</sup>的亚塑性边界面模型, 成功模拟了不同密度和围压条件下 Toyoura 砂的三轴压缩试验结果。Gajo 等<sup>[7]</sup>提出了基于状态参数的砂土弹塑性模型, 可以较好地模拟砂土的变形特性。蔡正银等<sup>[8]</sup>就砂土的剪胀理论与本构模拟的发展等方面进行了详细综述。姚仰平等<sup>[9]</sup>通过引入不同的状态参数来调整硬化参数、剪胀方程和屈服函数, 建立了一个适用于较大密度和应力范围的砂土修正剑桥模型。张卫华等<sup>[10]</sup>基于相变状态定义状态参量, 并考虑应力诱发的各向异性, 建立了饱和砂土的边界面模型。周恩全等<sup>[11]</sup>利用空心圆柱扭剪仪进行了饱和细砂液化后常速率加载试验, 提出了符合液化后静加载过程的率相关性及孔压相关性流体本构模型。王刚等<sup>[12]</sup>通过常偏应力下的三轴剪切吸水试验, 建立了基于强制吸水体变预测流动剪应变的状态剪胀模型。

在地震、波浪、交通等动荷载作用下, 砂土的主要应力大小及方向会随之发生变化, 这些变化对砂土的剪胀性有明显的影响。Iai 等<sup>[13]</sup>、丰土根等<sup>[14]</sup>和 Fang<sup>[15]</sup>在多重机构理论框架下, 开发了能够模拟复杂荷载作用下应力主轴偏转及地震液化大变形特性的砂土弹塑性模型。童朝霞等<sup>[16]</sup>基于边界面理论, 建立了可以考虑应力主轴旋转的砂土本构模型。Zhang 等<sup>[17]</sup>提出了一个简化的边界面模型, 模型在循环单剪试验条件下得到了验证。Wang 等<sup>[18]</sup>通过考虑砂土液化后剪切变形的累积特性, 建立了能够准确反映循环加载条件下砂土变形特征的边界面模型。

尽管国内外学者提出了各式各样的砂土弹塑性模型, 但大部分模型存在数学表述复杂、模型参数物理意义不明确等问题, 目前尚未达到实用阶段。本文在临界状态和边界面塑性理论的基础上, 引入状态参数, 考虑砂土的剪胀性, 提出一个三维多重机构边界面弹塑性模型, 并对该模型在模拟砂土的硬化与软化、应力主轴旋转产生的变形累积、应变增量主轴与应力主轴之间的非共轴等特性的有效性进行验证。

## 1 本构模型

### 1.1 多重机构理论框架

砂土在外荷作用下所产生的总应变可分解为体应变和偏应变两部分。体应变又可分解为由平均有效应力引起的体应变和由剪胀产生的体应变两部分, 前者变形机理简单, 而后者较为复杂。偏应变是由剪应力和球应力共同引起的剪切变形, 变形机理非常复杂。如图 1 所示, 取一单位球作为代表性土体单元, 根据 Taylor<sup>[19]</sup>的微滑移理论和本文第一作者的研究<sup>[15]</sup>, 砂土的复杂宏观变形行为可分解为一个宏观体应变机构和一系列空间分布的虚拟一维微观剪切机构。每个虚拟微观剪切机构包含一个微观剪应力 - 应变关系和一个微观应力 - 剪胀关系。应当指出, 虚拟微观剪切机构并不具有真实意义的微观力学性质, 而是介于宏观与真微观之间。

在球体单元中, 每个微观剪切机构的方向可以由一个单位法向矢量表示。定义  $\mathbf{n}$  方向的微观剪应变和剪应力分别为  $\gamma(\mathbf{n})$  和  $\tau(\mathbf{n})$ 。通过投影关系, 微观剪应变可表示为  $\gamma(\mathbf{n}) = e_{ij} n_i n_j = N_{ij} \varepsilon_{ij}$ , 其中  $e_{ij}$  为偏应变张量,  $n_i$  为球面上任意点法向矢量的分量,  $N_{ij} = n_i n_j - \delta_{ij} / 3n$ ,  $\varepsilon_{ij}$  为应变张量。根据虚功原理, 宏观应力张量在球体单元上做的功等于宏观体应力和微观剪应力所做的功之和, 经过推导, 得到宏观有效应力的表达式如下:

$$d\sigma_{ij} = dp\delta_{ij} + \sum_{m=1}^M 2w^{(m)} N_{ij}^{(m)} d\tau^{(m)} \quad (1)$$

式中  $\sigma_{ij}$  为有效应力张量;  $p$  为平均有效应力;  $\delta_{ij}$  为 Kronecker 符号; 上标  $(m)$  代表球面上一系列积分点序号, 采用 Bazant 等<sup>[20]</sup>提出的积分方法, 半球面上共分布 21 个积分点,  $M=21$ ;  $w^{(m)}$  代表球面积分点的加权系数。

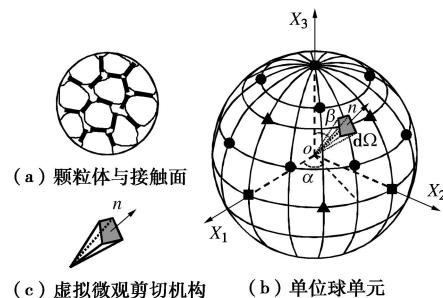


图 1 微观剪切机构模型

Fig. 1 Microscopic shear mechanism model

### 1.2 宏观边界面和微观边界线

根据 Wang 等<sup>[6]</sup>和 Li<sup>[21]</sup>的边界面塑性理论, 在偏应力比空间定义以下形状相似的 4 个宏观边界面 (见图 2), 由外到内依次为峰值强度面  $f_1$ 、最大应力比面

$f_2$ 、临界面  $f_3$  和剪胀面  $f_4$ , 其方程如下:

$$f_1 = R - M_p g(\theta) = 0 \quad , \quad (2)$$

$$f_2 = R - M_c g(\theta) = 0 \quad , \quad (3)$$

$$f_3 = R - M_m g(\theta) = 0 \quad , \quad (4)$$

$$f_4 = R - M_d g(\theta) = 0 \quad . \quad (5)$$

式中  $R$  为应力比,  $R = \sqrt{3r_{ij}r_{ij}/2}$ ,  $r_{ij}$  为偏应力比张量,  $r_{ij} = s_{ij}/p$ ,  $s_{ij}$  为偏应力张量,  $s_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$ ;  $M_p$ ,  $M_c$ ,  $M_m$  和  $M_d$  分别为三轴压缩条件下的峰值强度比、最大应力比、临界应力比和剪胀应力比,  $M_d = M_c \exp(n_d \psi)$ ;  $M_p = M_c \exp(-n_p \psi)$ ;  $n_d$  和  $n_p$  为模型参数,  $\psi$  为状态参数,  $\psi = e - e_c$ ,  $e$  和  $e_c$  分别为当前孔隙比和临界孔隙比,  $e_c = e_r - \lambda_c(p/p_a)^{n_c}$ ,  $e_r$ ,  $\lambda_c$  和  $n_c$  为材料常数,  $p_a$  为标准大气压;  $g(\theta)$  表示偏应力比空间中的屈服轨迹函数,  $\theta$  为应力洛德角。本文采用 Matsuoka 等<sup>[22]</sup>提出的 SMP 准则,  $g(\theta)$  可表示为

$$g(\theta) = \frac{1}{6}R(3\sqrt{(I_1 I_2 - I_3)/(I_1 I_2 - 9I_3)} - 1) \quad , \quad (6)$$

式中,  $I_1$ ,  $I_2$  和  $I_3$  分别为第一、第二和第三应力不变量。

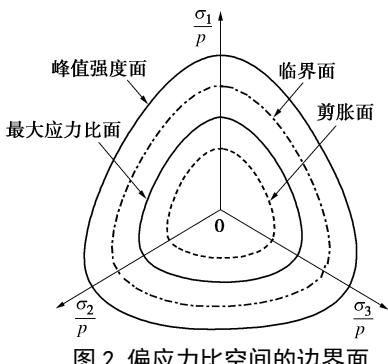


Fig. 2 Bounding surfaces in deviatoric stress ratio space

参照宏观边界面, 在微观应力 - 平均有效应力平面内, 定义以下形状相似的 4 条微观边界线(见图 3), 由外到内依次为微观峰值强度线  $f_1^{(m)}$ 、最大微观应力比线  $f_2^{(m)}$ 、微观临界线  $f_3^{(m)}$  和微观剪胀线  $f_4^{(m)}$ ,

$$f_1^{(m)} = \tau^{(m)} / p - r_p^{(m)} = 0 \quad , \quad (7)$$

$$f_2^{(m)} = \tau^{(m)} / p - r_c^{(m)} = 0 \quad , \quad (8)$$

$$f_3^{(m)} = \tau^{(m)} / p - r_m^{(m)} = 0 \quad , \quad (9)$$

$$f_4^{(m)} = \tau^{(m)} / p - r_d^{(m)} = 0 \quad , \quad (10)$$

式中,  $r_p^{(m)}$ ,  $r_c^{(m)}$ ,  $r_m^{(m)}$  和  $r_d^{(m)}$  分别为微观峰值强度比、最大微观应力比、微观临界应力比和微观剪胀应力比。

### 1.3 微观剪胀方程

基于 Pradhan 等<sup>[23]</sup>的循环单剪试验结果, 定义微观应力 - 剪胀关系为

$$d\varepsilon_{vd}^{(m)} = d_1(\pm r_d^{(m)} - r^{(m)})d\gamma_p^{(m)} \quad . \quad (11)$$

式中  $\varepsilon_{vd}^{(m)}$  为剪胀引起的微观体应变;  $d_1$  为微观剪胀参数;  $r^{(m)}$  为微观应力比,  $r^{(m)} = \tau^{(m)}/p$ ;  $\gamma_p^{(m)}$  为微观

塑性剪应变。当  $d\gamma_p^{(m)} > 0$  时,  $r_d^{(m)}$  前取正号; 当  $d\gamma_p^{(m)} < 0$  时,  $r_d^{(m)}$  前取负号。

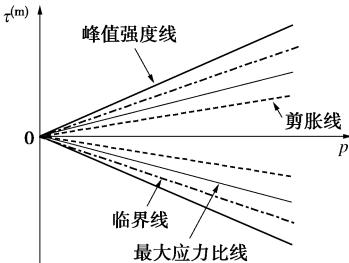


图 3 微观边界线

Fig. 3 Microscopic bounding lines

假定各虚拟微观剪切机构相互独立, 根据余功原理可得, 宏观剪胀应变增量  $d\varepsilon_{vd}$  等于微观剪胀应变增量之和, 即

$$d\varepsilon_{vd} = \sum_{m=1}^M 2w^{(m)}d\varepsilon_{vd}^{(m)} \quad . \quad (12)$$

### 1.4 宏观体应变 - 应力关系

#### (1) 弹性部分

弹性体应变增量由平均有效应力变化引起, 其计算式为

$$d\varepsilon_v^e = dp/K_e \quad , \quad (13)$$

式中,  $\varepsilon_v^e$  为弹性体应变,  $K_e$  为弹性体积模量。根据 Richart 等的研究, 一般取

$$K_e = \frac{1+e}{\kappa} p_a \left( \frac{p}{p_a} \right)^{0.5} \quad , \quad (14)$$

式中,  $\kappa$  为材料参数。 $\kappa$ ,  $K_e$ , 弹性剪切模量  $G_e$  和泊松比  $\nu$  的相互关系为

$$K_e = \frac{2G_e(1+\nu)}{3(1-2\nu)} \quad , \quad (15)$$

$$G_e = G_0 \frac{(2.97-e)^2}{1+e} p_a \left( \frac{p}{p_a} \right)^{0.5} \quad , \quad (16)$$

$$\kappa = \frac{3(1-2\nu)}{2G_0(1+\nu)} \left( \frac{1+e}{2.97-e} \right)^2 \quad , \quad (17)$$

式中,  $G_0$  为材料参数。

#### (2) 塑性部分

塑性体应变增量的计算式如下

$$d\varepsilon_v^p = h(p - p_m) \langle dp \rangle / K_p \quad . \quad (18)$$

式中  $\varepsilon_v^p$  为塑性体应变;  $p_m$  为历史上最大平均有效应力;  $h(x)$  为 Heavyside 阶梯函数;  $\langle \rangle$  为 Macauley 符号;  $K_p$  为塑性体积模量, 基于 Li<sup>[19]</sup>建议的表达式, 本文采用以下形式:

$$K_p = \frac{1+e}{\lambda - \kappa} p_a \left( \frac{p}{p_a} \right)^{0.5} \left( \frac{M_c g(\theta)}{M_c g(\theta) - R} \right) \quad , \quad (19)$$

式中,  $\lambda$  为材料参数。

## 1.5 微观剪应变 - 应力关系

### (1) 弹性部分

根据虎克定律, 微观弹性剪应变增量的计算式可表示为

$$d\gamma_e^{(m)} = d\epsilon^{(m)} / G_e^{(m)} , \quad (20)$$

式中,  $\gamma_e^{(m)}$  为微观弹性剪应变,  $G_e^{(m)}$  为微观弹性剪切模量。

### (2) 塑性部分

基于 Wang 等<sup>[6]</sup>对于塑性剪切变形的研究, 砂土的微观塑性剪应变增量的计算式可表示为

$$d\gamma_p^{(m)} = \frac{1}{G_p^{(m)}} p dr^{(m)} + \frac{1}{H_p^{(m)}} h(p - p_m) \frac{\langle dp \rangle}{|dp|} r^{(m)} dp , \quad (21)$$

式中,  $G_p^{(m)}$ ,  $H_p^{(m)}$  分别为与微观应力比和平均有效应力的变化相关联的微观塑性剪切模量。

根据 Li<sup>[21]</sup>对宏观塑性剪切模量的研究, 微观塑性剪切模量  $G_p^{(m)}$  定义为

$$G_p^{(m)} = (h_1 - h_2 e) G_e^{(m)} \left( \frac{r_p^{(m)}}{r_m^{(m)}} \frac{\bar{\rho}_1^{(m)}}{\rho_1^{(m)}} - 1 \right) . \quad (22)$$

式中  $h_1$  和  $h_2$  为材料参数;  $\bar{\rho}_1^{(m)}$  和  $\rho_1^{(m)}$  为状态变量;  $\bar{\rho}_1^{(m)} = |r_m^{(m)} \mp r_r^{(m)}|$ , 当  $dr^{(m)} < 0$  时,  $r_r^{(m)}$  前取正号, 当  $dr^{(m)} > 0$  时,  $r_r^{(m)}$  前取负号;  $\rho_1^{(m)} = |r^{(m)} - r_r^{(m)}|$ ,  $r_r^{(m)}$  为最近微观应力转折点。

微观塑性剪切模量  $H_p^{(m)}$  定义为

$$H_p^{(m)} = h_3 G_e^{(m)} \frac{r_c^{(m)}}{r^{(m)}} \frac{\bar{\rho}_2}{\rho_2} . \quad (23)$$

式中  $h_3$  为材料参数;  $\bar{\rho}_2$  和  $\rho_2$  为状态变量,  $\bar{\rho}_2 = |p_m - p_r|$  和  $\rho_2 = |p - p_r|$ ,  $p_r$  为最近平均有效应力转折点。

根据三轴压缩试验中的应力条件, 可确定微观材料参数  $r_p^{(m)}$ ,  $r_c^{(m)}$ ,  $r_d^{(m)}$ ,  $G_e^{(m)}$  与宏观材料参数  $M_p$ ,  $M_c$ ,  $M_d$ ,  $G_e$  之间的关系, 具体如下:

$$r_c^{(m)} = \frac{2}{3} \frac{M_c g(\theta)}{\sum_{m=1}^M 2w^{(m)} |N_{11}^{(m)}|} , \quad (24)$$

$$r_p^{(m)} = \frac{2}{3} \frac{M_p g(\theta)}{\sum_{m=1}^M 2w^{(m)} |N_{11}^{(m)}|} , \quad (25)$$

$$r_d^{(m)} = \frac{2}{3} \frac{M_d g(\theta)}{\sum_{m=1}^M 2w^{(m)} |N_{11}^{(m)}|} , \quad (26)$$

$$G_e^{(m)} = \frac{4}{3} \frac{G_e}{\sum_{m=1}^M 2w^{(m)} |N_{11}^{(m)}|^2} . \quad (27)$$

## 1.6 宏观应力 - 应变关系

经过推导, 宏观应力 - 应变增量关系可表示为

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl} d\epsilon_{kl} , \quad (28)$$

式中,  $D_{ijkl}$  为应力 - 应变刚度矩阵,

$$D_{ijkl} = K_b Q_{ij} \delta_{kl} + \sum_{m=1}^M 2w^{(m)} (G^{(m)} N_{ij}^{(m)} - Q^{(m)} Q_{ij}) N_{kl}^{(m)} . \quad (29)$$

其中,

$$G^{(m)} = \left( \frac{1}{G_e^{(m)}} + \frac{1}{G_p^{(m)}} \right)^{-1} , \quad (30)$$

$$H^{(m)} = \left( \frac{1}{G_e^{(m)}} + \frac{1}{H_p^{(m)}} h(p - p_m) \frac{\langle dp \rangle}{|dp|} \right)^{-1} , \quad (31)$$

$$K = \left( \frac{1}{K_e} + \frac{1}{K_p} h(p - p_m) \frac{\langle dp \rangle}{|dp|} \right)^{-1} , \quad (32)$$

$$Q_{ij} = \delta_{ij} + \sum_{m=1}^M 2w^{(m)} r^{(m)} (1 - G^{(m)} / H^{(m)}) N_{ij}^{(m)} , \quad (33)$$

$$a^{(m)} = d_1 (\pm r_d^{(m)} - r^{(m)}) , \quad (34)$$

$$b = K \sum_{m=1}^M 2w^{(m)} a^{(m)} r^{(m)} (1 - G^{(m)} / H^{(m)}) / G_e^{(m)} , \quad (35)$$

$$K_b = K / (1 - b) , \quad (36)$$

$$Q^{(m)} = K_b a^{(m)} (1 - G^{(m)} / G_e^{(m)}) . \quad (37)$$

式 (29) 表明宏观应力 - 应变刚度矩阵不仅与宏观应力和宏观参数相关, 而且还与微观应力和微观参数相关。与宏观本构模型和基于非连续数值计算方法的真微观模型相比, 多重机构模型有以下优点: ①从砂土的微观结构出发, 将砂土内部存在于颗粒间的各方向接触面作为研究对象, 通过定义在这些接触面上的虚拟微观剪切机构, 描述砂土受力过程中发生在这些接触面上的剪切变形现象, 进而获得宏观的应力张量和应变张量, 相对于宏观本构模型而言概念上更为明确; ②应力应变关系定义在各虚拟微观剪切机构的微观应力和微观应变之间以及平均有效应力和体应变之间, 相对于宏观本构模型中在宏观应力和应变张量之间建立关系, 表达上要简单很多; ③在变形过程中, 各虚拟微观剪切机构的应力应变相对独立地发展, 与宏观本构模型相比, 可以更准确地模拟砂土在复杂受力状态下的力学行为; ④虚拟微观剪切机构具有模拟颗粒集合体剪切变形的能力而不需要考虑和计算颗粒或土体单元的力与位移, 与真微观模型相比, 简化了模型的数学结构, 节省了计算时间, 因此多重机构模型不仅可以较好地考虑土的微观结构及其变化, 还可以比较容易地应用于工程实践。

## 2 模型参数的确定

本模型共计 13 个材料参数: 模量参数  $G_0$ ,  $\nu$ ,  $\lambda$ ,  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ ; 临界状态参数  $M_c$ ,  $e_T$ ,  $\lambda_c$ ,  $n_c$ ; 剪胀参数  $d_1$ ,  $n_d$ ; 峰值强度参数  $n_p$ 。在上述模型参数中,  $G_0$ ,  $\nu$ ,  $\lambda$  为常用的土力学参数, 由常规试验可以得到; 剪胀参数  $n_d$  和峰值强度参数  $n_p$  可通过三轴试验确

定; 临界状态下的参数  $M_c$ ,  $e_r$ ,  $\lambda_c$ ,  $n_c$  可以通过拟合试验数据得到的临界应力比和  $e-p$  空间中的临界状态曲线获得; 剪胀参数  $d_1$  和塑性模量参数  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  可通过试验模拟计算确定。

### 3 模型验证

利用建立的模型, 对在不同初始密度和围压条件下的标准 Toyoura 砂的排水和不排水三轴压缩试验结果<sup>[24]</sup>进行模拟对比分析。参考 Li 等<sup>[5]</sup>的研究结果, 计算中的模型参数:  $G_0=125$ ,  $\nu=0.05$ ,  $e_r=0.934$ ,  $\lambda_c=0.019$ ,  $n_c=0.7$ ,  $M_c=1.25$ ,  $d_1=0.7$ ,  $n_d=3.5$ ,  $n_d=1.1$ ,  $h_1=1.28$ ,  $h_2=1.25$ ,  $h_3=0.35$ ,  $\lambda=2\kappa$ 。图 5~9 为模型模拟结果与试验结果的比较, 可以看出两者吻合较好。

图 4 是初始孔隙比为 0.735 的 Toyoura 砂在不同初始围压 0.1, 1.0, 2.0, 3.0 MPa 条件下的不排水三轴压缩试验结果。从图中可以看出, 试样的初始状态较密, 应力 - 应变曲线基本上呈硬化型, 未出现明显的软化现象, 试样均呈现先剪缩后剪胀的特性。尽管试样的初始围压不同, 在相同的初始孔隙比条件下, 最后均趋向相同的临界状态。

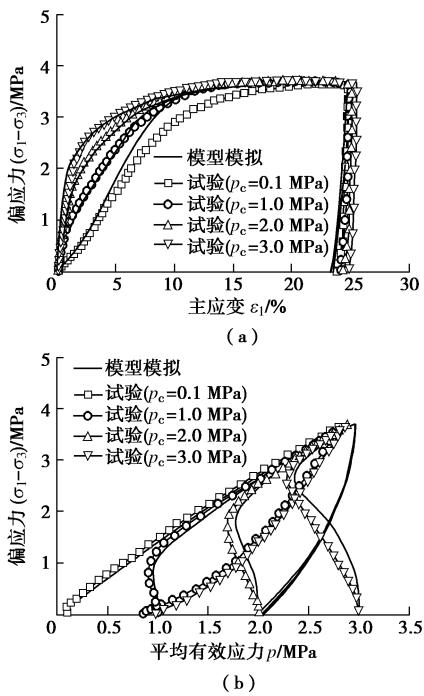


图 4 不排水三轴压缩试验 ( $e=0.735$ )

Fig. 4 Undrained triaxial compression tests with  $e=0.735$

图 5, 6 分别是初始孔隙比为 0.833 的 Toyoura 砂在不同初始围压 0.1, 1.0, 2.0, 3.0 MPa 和初始孔隙比为 0.907 的 Toyoura 砂在不同初始围压 0.1, 1.0, 2.0 MPa 条件下的不排水三轴压缩试验结果。从图中可以看出, 初始围压较大时, 应力 - 应变曲线出现明显的软化现象, 试样一直呈现剪缩特性。当初始围压较小时, 试样呈现先剪缩后剪胀的特性。

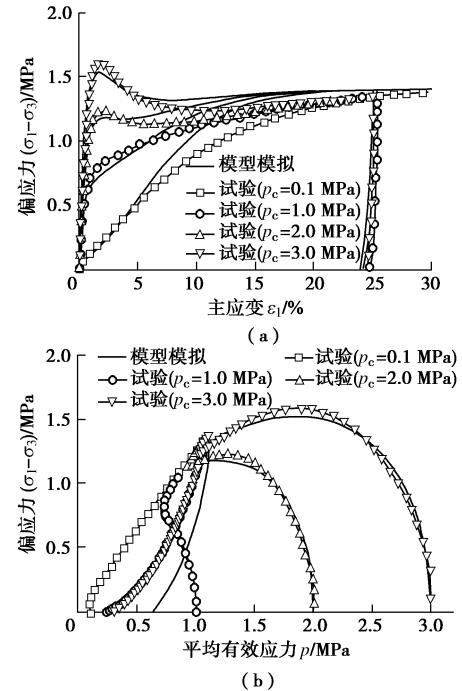


图 5 不排水三轴压缩试验 ( $e=0.833$ )

Fig. 5 Undrained triaxial compression tests with  $e=0.833$

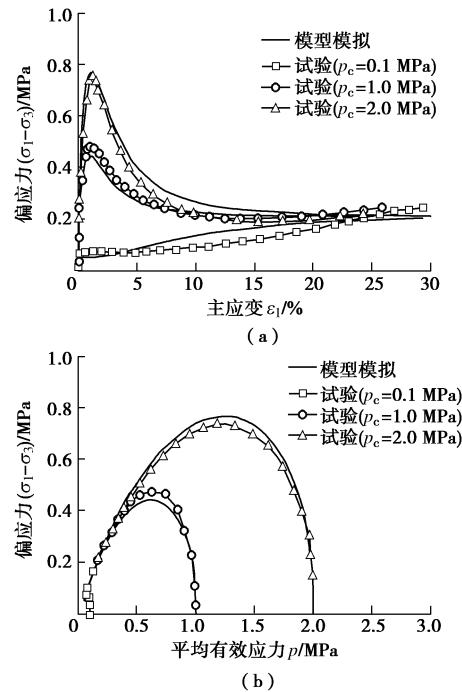
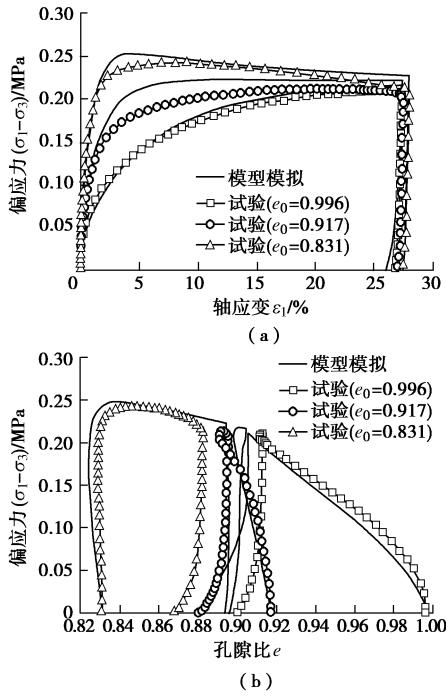
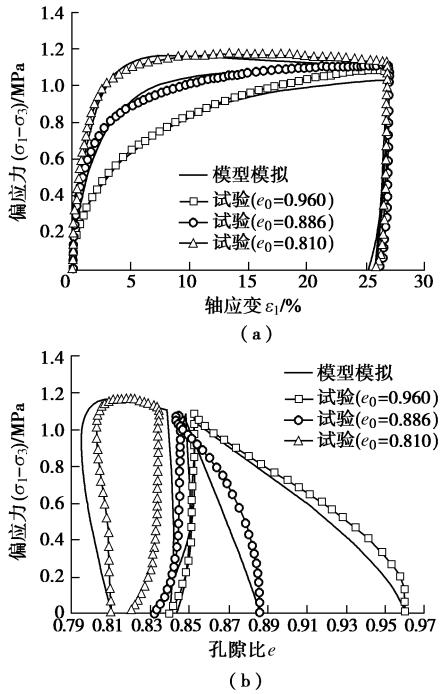


图 6 不排水三轴压缩试验 ( $e=0.907$ )

Fig. 6 Undrained triaxial compression tests with  $e=0.907$

图 7, 8 分别是初始孔隙比为 0.831, 0.917, 0.996 的 Toyoura 砂在不同初始围压 0.1 MPa 和 0.5 MPa 条件下的排水三轴压缩试验结果。从图中可以看出, 初始孔隙比较大时, 应力 - 应变曲线呈硬化型, 试样一直呈现剪缩特性。当初始孔隙比较小时, 应力 - 应变曲线呈软化型, 试样呈现先剪缩后剪胀的特性。在相同的初始围压下, 初始孔隙比不同的砂样最后均趋向相同的临界状态。

图 7 排水三轴压缩试验 ( $p_c=0.1 \text{ MPa}$ )Fig. 7 Drained triaxial compression tests with  $p_c=0.1 \text{ MPa}$ 图 8 排水三轴压缩试验 ( $p_c=0.5 \text{ MPa}$ )Fig. 8 Drained triaxial compression tests with  $p_c=0.5 \text{ MPa}$ 

此外, 利用建立的模型, 对 Miura 等<sup>[25]</sup>所作的纯应力主轴旋转排水空心圆柱扭剪试验结果进行了模拟对比分析。试验采用初始孔隙比为 0.688 的标准 Toyoura 砂。试验中主应力幅值保持不变, 仅应力主轴在 0° 至 180° 旋转, 应力比为 0.5, 中主应力系数  $b$  ( $b=(\sigma_2-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)$ ) 为 0.5, 围压为 98 kPa。在模拟计算中, 除剪胀参数  $n_p=2.2$  外, 其他参数取值均与表 1 一致。图 9 为各应变分量的模型模拟结果与试验结果的比较, 可以看出两者基本吻合, 说明模型能

对应力主轴旋转产生的变形累积给出较为合理的预测。图 10 为应变增量方向的模型模拟结果与试验结果的比较, 图中  $ds$  为应力增量。从图中可以看出, 虽然模型模拟得到的应变增量方向与试验结果相比有一定的差异, 但仍能表现出应变增量主轴与应力增量主轴之间存在明显的非共轴现象。

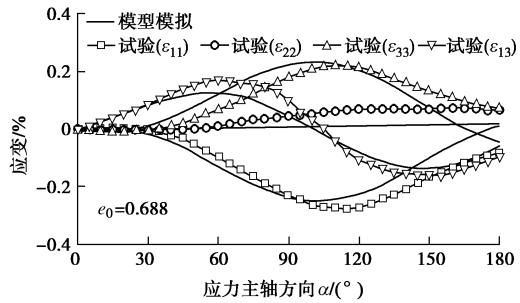


图 9 应力主轴旋转排水扭剪试验

Fig. 9 Drained torsional tests during rotation of principal stress direction

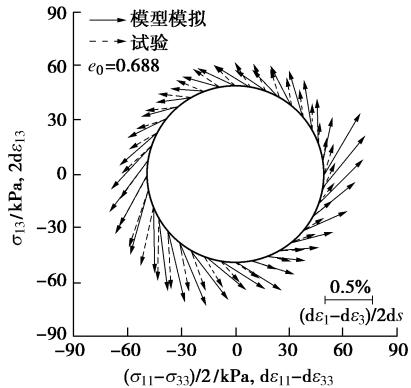


图 10 应力主轴旋转排水扭剪试验

Fig. 10 Drained torsional tests during rotation of principal stress direction

## 4 结语

基于土的临界状态和边界塑性理论, 在多重机构理论框架内, 提出了一个新的边界塑性本构模型。新模型把复杂的宏观变形行为分解为一个宏观体应变机构和一系列空间分布的虚拟一维微观剪切机构, 从而避免了宏观模型中使用的复杂映射规则。通过对标准 Toyoura 砂在不同初始密度和围压条件下的排水和不排水三轴压缩试验结果、纯应力主轴旋转排水空心圆柱扭剪试验结果与计算模拟结果的比较, 对新模型的有效性进行了验证。结果表明, 新模型不仅可以较好地模拟在排水或不排水条件下砂土的硬化及软化特性, 还能够在不增加任何参数条件下模拟应力主轴旋转产生的变形累积特性和应变增量主轴与应力主轴之间的非共轴特性。

## 参考文献:

- [1] DAFALIAS Y F. Bounding surface plasticity: I mathematical

- foundation and hypoplasticity[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1986, **112**(12): 966 – 987.
- [2] BEEN K, JEFFERIES M G. A state parameter for sands[J]. Geotechnique, 1985, **35**(2): 99 – 112.
- [3] MANZARI M T, DAFALIAS Y F. A critical state two-surface plasticity model for sands[J]. Géotechnique, 1997, **47**(2): 255 – 272.
- [4] WAN R G, GUO P J. A simple constitutive model for granular soils: Modified stress-dilatancy approach[J]. Computers and Geotechnics, 1998, **22**(2): 109 – 133.
- [5] LI X S, DAFALIAS Y, WANG Z L. State-dependantdilatancy in critical-state constitutive modelling of sand[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1999, **36**(4): 599 – 611.
- [6] WANG Z L, DAFALIAS Y F, SHEN C K. Bounding surface hypoplasticity model for sand[J]. Journal of Engineering Mechanics-asce, 1990, **116**(5): 983 – 1001.
- [7] GAJOA, WOOD D M. Severn-Trent sand: a kinematic-hardening constitutive model: the  $q$ - $p$  formulation[J]. Géotechnique, 1999, **49**(5): 595 – 614.
- [8] 蔡正银, 李相菘. 砂土的剪胀理论及其本构模型的发展[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(8): 1122 – 1128. (CAI Zheng-yin, LI Xiang-song. Development of dilatancy theory and constitutive model of sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(8): 1122 – 1128. (in Chinese))
- [9] 姚仰平, 余亚妮. 基于统一硬化参数的砂土临界状态本构模型[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(11): 1827 – 1832. (YAO Yang-ping, YU Ya-ni. Extended critical state constitutive model for sand based on unified hardening parameter[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(11): 1827 – 1832. (in Chinese))
- [10] 张卫华, 赵成刚, 傅 方. 饱和砂土相变状态边界本构模型[J]. 岩土工程学报, 2013, **13**(5): 930 – 939. (ZHANG Wei-hua, ZHAO Cheng-gang, FU Fang. Bounding-surface constitutive model for saturated sands based onphase transformation state[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **13**(5): 930 – 939. (in Chinese))
- [11] 周恩全, 王志华, 陈国兴, 等. 饱和砂土液化后流体本构模型研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(1): 112 – 118. (ZHOU En-quan, WANG Zhi-hua, CHEN Guo-xing, et al. Constitutive model for fluid of post-liquefied sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(1): 112 – 118. (in Chinese))
- [12] 王 刚, 张建民, 魏 星, 等. 剪胀性砂土地震后流滑的机理和模拟[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(6): 988 – 995. (WANG Gang, ZHANG Jian-min, WEI Xing, et al. Mechanism and modeling of post-earthquake flow deformation of dilative sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(6): 988 – 995. (in Chinese))
- [13] IAI S, MATSUNAGA Y, KAMEOKA T. Strain space plasticity model for cyclic mobility[J]. Soils and Foundations, 1992, **32**(2): 1 – 15.
- [14] 丰土根, 刘汉龙, 高玉峰, 等. 砂土多机构边界塑性模型初探[J]. 岩土工程学报, 2002, **24**(3): 382 – 385. (FENG Tu-gen, LIU Han-long, GAO Yu-feng, et al. Multiple mechanism boundary surface plasticity model of sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, **24**(3): 382 – 385. (in Chinese))
- [15] FANG H L. A state-dependent multi-mechanism model for sands[J]. Géotechnique, 2003, **53**(4): 407 – 420.
- [16] 童朝霞, 张建民, 张 嘎. 考虑应力主轴循环旋转效应的砂土弹塑性本构模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, **28**(9): 1918 – 1927. (TONG Zhao-xia, ZHANG Jian-min, ZHANG Ga. An elastoplastic constitutive model of sands considering cyclic rotation of principal stress axes[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, **28**(9): 1918 – 1927. (in Chinese))
- [17] ZHANG J M, WANG G. Large post-liquefaction deformation of sand, part I: physical mechanism, constitutive description and numerical algorithm[J]. ActaGeotech, 2012, **7**(2): 69 – 113.
- [18] WANG R, ZHANG J, WANG G. A unified plasticity model for large post-liquefaction shear deformation of sand[J]. Computers and Geotechnics, 2014, **59**: 54 – 66.
- [19] TAYLOR G I. Plastic strain in metals[J]. Journal of the Inst. Metals, 1938, **62**: 307 – 324.
- [20] BAZANT Z P, OH B H. Microplane model for progressive fracture of concrete and rock[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1985, **111**(4): 559 – 582.
- [21] LI X S. A sand model with state-dependent dilatancy[J]. Géotechnique, 2002, **52**(3): 173 – 186.
- [22] MATSUOKA H, YAO Y P, SUN D A. The Cam-clay models revised by the SMP criterion[J]. Soils and Foundations, 1999, **39**(1): 81 – 95.
- [23] PRADHAN T B S, TATSUOKA F, SATO Y. Experimental stress-dilatancy relations of sand subjected to cyclic loading[J]. Soils and Foundations, 1989, **29**(1): 45 – 64.
- [24] VERDOGU R, ISHIHARA K. The steady state of sandy soils[J]. Soils and Foundations, 1996, **36**(2): 81 – 91.
- [25] MIURA K, MIURA S, TOKI S. Deformation behaviour of anisotropic sand under principal axis rotation[J]. Soils and Foundations, 1986, **26**(1): 36 – 52.