

DOI: 10.11779/CJGE201706003

# 考虑地层变异性与土体参数变异性对边坡可靠度分析

邓志平<sup>1, 2</sup>, 李典庆<sup>\*1, 2</sup>, 曹子君<sup>1, 2</sup>, 方国光<sup>1, 2</sup>

(1. 武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072; 2. 武汉大学水利水电学院, 湖北 武汉 430072)

**摘要:** 现有边坡可靠度分析大多数只考虑土体参数的固有变异性, 而忽略了地层变异性的影响。为此, 提出了同时考虑地层变异性与土体参数固有变异性对边坡可靠度分析方法, 利用耦合马尔可夫链模拟地层分布, 采用基于乔列斯基分解的中点法离散土体参数随机场, 采用有限元强度折减法计算边坡安全系数, 通过蒙特卡洛法模拟进行边坡可靠度分析。利用澳大利亚珀斯市钻孔资料, 以边坡可靠度问题为例阐明了同时考虑地层变异性与土体参数固有变异性的重要性, 研究了钻孔布置方案对边坡可靠度的影响规律, 结果表明: 提出的方法能够有效地反映地层变异性与土体参数固有变异性对边坡可靠度的影响。当钻孔数目较少时, 模拟的边坡土体类型分布与真实边坡土体类型分布相差较大, 此时忽略地层变异性将导致边坡可靠度不精确的估计结果。钻孔布置方案对边坡失效概率和安全系数有明显的影响, 钻孔应尽可能多的布置在边坡关键影响区域。边坡失效概率和安全系数统计量与钻孔数目并不呈单调关系, 但是随着钻孔数目的增加, 边坡失效概率和安全系数统计量逐渐收敛至“精确解”。

**关键词:** 边坡; 可靠度; 地层变异性; 参数固有变异性

中图分类号: TU432 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2017)06-0986-10

作者简介: 邓志平(1990-), 男, 江西南昌人, 博士研究生, 主要从事岩土工程可靠度分析与风险控制方面的研究。

E-mail: zhiping@whu.edu.cn。

## Slope reliability analysis considering geological uncertainty and spatial variability of soil parameters

DENG Zhi-ping<sup>1, 2</sup>, LI Dian-qing<sup>1, 2</sup>, CAO Zi-jun<sup>1, 2</sup>, PHOON Kok Kwang<sup>1, 2</sup>

(1. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 2. School of Water Resources and Hydropower Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

**Abstract:** The inherent variability of soil properties has currently received considerable attention in slope reliability analysis. However, the geological uncertainty is often ignored in analysis. This paper proposes a method for the slope reliability analysis considering geological uncertainty and spatial variability of soil parameters. The coupled Markov chain model is adopted to simulate the geological uncertainty. The midpoint method based on the Cholesky decomposition technique is used to discretize the random fields of different soil type parameters. The safety factor is calculated using the finite element-strength reduction method. The slope reliability analysis is conducted by Mote Carlo simulation. The procedure for this method is presented. A slope reliability problem is analyzed using the borehole data in Perth, Australia to illustrate the importance of considering geological uncertainty and spatial variability of soil parameters in slope reliability analysis and investigate the effect of layout scheme of boreholes on evaluating slope reliability. The results indicate that the proposed method can effectively reflect the effect of two types of soil heterogeneity on slope reliability. When there is less number of boreholes, the difference between the simulated and the real soil type distribution of slope is large, and ignoring the geological uncertainty will result in inaccurate estimation for slope reliability. The layout scheme of boreholes has a significant effect on safety factor and failure probability of slope. Boreholes should be placed as many as possible in the critical influence zone of the slope. The relationships between the statistics of safety factor and failure probability of slope and the number of boreholes are not monotonic, but the statistics of safety factor and failure probability of the slope converge to the accurate value with the increasing borehole number.

**Key words:** slope; reliability; geological uncertainty; inherent variability

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(51225903); 湖北省自然科学基金创新群体项目(2014CFA001); 国家自然科学基金项目(51579190, 51528901)

收稿日期: 2016-03-14

\*通讯作者(E-mail: dianqing@whu.edu.cn)

## 0 引言

在岩土结构物变形与稳定性分析中, 土体的不均

匀性对岩土结构物(如边坡)的变形和稳定性有明显的影响, 这种不均匀性大致分为两类<sup>[1]</sup>: 第一类为土体参数的固有变异性, 表现为空间各点处土性参数的差异, 它由土体沉积或后沉积作用引起<sup>[2]</sup>; 另一类为地层变异性, 即地层分布的不确定性, 表现为不同岩土体类型交错出现或一种土体在另一种较均匀土体中的不规则分布<sup>[1]</sup>, 这种不连续非平稳空间变异性广泛存在于实际滑坡案例中<sup>[3-4]</sup>。目前国内外诸多学者对考虑岩土体参数固有变异性的岩土结构物变形与稳定问题进行了大量的研究<sup>[5-13]</sup>, 但是大多数研究假定研究区域的地层分布是确定的, 采用连续平稳随机场模型模拟土体参数的固有变异性。目前仅有少量学者对地层变异性进行了研究<sup>[14-20]</sup>, 如 Tang 等<sup>[15]</sup>提出采用更新过程描述两种类型土体在空间的随机分布。Halim<sup>[16]</sup>研究了地质缺陷对岩土工程系统可靠度的影响, 其中地质缺陷表现为一种土体在另一种较均匀土体中的不规则分布, 地质缺陷大小用随机变量表示, 缺陷空间分布采用泊松过程描述。Kohno 等<sup>[17]</sup>采用泊松过程表征两种岩体在空间中的交替出现, 据此分析了穿过两种岩体的隧道系统可靠度。上述研究中的地层变异性仅涉及两种岩土体类型, 而现实中的地层变异性往往是多种类型( $>2$ 种)岩土体交错分布, 显然连续平稳随机场不能描述这种地层变异性。耦合马尔可夫链的提出为模拟多种岩土体材料交错分布的地层变异性提供了有效的途径<sup>[18]</sup>。为了将耦合马尔可夫链方法有效地应用于岩土工程地层变异性模拟, Qi 等<sup>[19]</sup>提出了利用钻孔资料估计耦合马尔可夫链水平方向转移概率矩阵的方法。鉴于岩土工程中钻孔资料较少, 且不同的钻孔布置方案会导致不同的地层变异性模拟结果, Li 等<sup>[20]</sup>分析了钻孔布置方案对边坡安全系数及失效概率的影响, 但没有考虑土层中土体参数固有空间变异性对边坡安全系数的影响。综上所述, 虽然目前对土体不均匀性的两种类型都进行了一定的研究, 但是大多研究都将两种类型的不均匀性分开考虑, 对于同时考虑地层变异性与土体参数变异性对边坡可靠度研究较少。

为此, 提出了考虑地层变异性与土体参数变异性对边坡可靠度分析方法, 基于钻孔资料, 采用耦合马尔可夫链模拟地层分布, 将模拟得到的土体类型分布映射至边坡模型中, 再采用基于乔列斯基分解的中点法离散不同土体参数随机场, 然后采用有限元强度折减法计算边坡安全系数, 并采用蒙特卡洛模拟方法进行边坡可靠度分析。利用澳大利亚珀斯市钻孔资料对一边坡可靠度问题进行了分析, 比较了考虑土体参数固有变异性、同时考虑地层变异性与土体参数固有变异性对边坡可靠度分析结果, 研究了不同钻孔布

置方案对边坡安全系数和失效概率的影响。为了克服实际钻孔资料较少的局限性, 利用马尔可夫链产生数量较多的虚拟钻孔, 深入分析了不同钻孔方案对边坡安全系数和失效概率的影响规律。

## 1 地层变异性模拟

由于耦合马尔可夫链模型理论简单, 意义明确, 计算效率高, 能够有效地模拟多种类型土体的随机分布, 因此本文采用该模型进行地层变异性模拟。其基本思想是系统当前步的状态只和前一步的状态有关, 即对于一系列变量  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  来说, 如果满足

$$\begin{aligned} P(Z_k = S_j | Z_{k-1} = S_i, Z_{k-2} = S_l, Z_{k-3} = S_q, \dots, Z_1 = S_p) \\ = P(Z_k = S_j | Z_{k-1} = S_i) \quad , \end{aligned} \quad (1)$$

则称该系列具有一阶马尔可夫性。其中  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  分别表示系统在第 1, 2, …, n 步状态的变量, 其状态在状态空间  $\{S_1, S_2, \dots, S_m\}$  中选取,  $m$  为总的状态数目。在地层系统中, 马尔可夫链的步相当于空间中的一个区间, 如 [0 m, 0.5 m], [0.5 m, 1 m], 每个区间有一个土体状态, 这里的土体状态相当于土体的类型, 如砂土、黏土、粉土等。对于该马尔可夫链, 从状态  $S_i$  到状态  $S_j$  的一步转移概率  $P(Z_k = S_j | Z_{k-1} = S_i)$  可以简化为  $p_{ij}$ , 因此马尔可夫链的一步转移概率可以用大小为  $m \times m$  的矩阵  $\mathbf{P}$  来表示。

|      |  |          |          |  |  |  |  |            |
|------|--|----------|----------|--|--|--|--|------------|
| 1, 1 |  |          |          |  |  |  |  | $N_x, 1$   |
|      |  |          | $i, j-1$ |  |  |  |  |            |
|      |  | $i-1, j$ | $i, j$   |  |  |  |  | $N_x, j$   |
|      |  |          |          |  |  |  |  | $N_x, N_z$ |

图 1 二维耦合马尔可夫链在二维空间的编号系统

Fig. 1 Numbering system in a two-dimensional domain for two-dimensional coupled Markov chain

二维马尔可夫链为竖直方向马尔可夫链和水平方向马尔可夫链的耦合, 假设水平方向和竖直方向转移概率矩阵分别由矩阵  $\mathbf{P}^h$ 、 $\mathbf{P}^v$  表示。将研究区域划分为大小相等的网格单元, 单元在空间的编号系统如图 1 所示。在一个地层系统中, 这里的单元就相当于空间中的一块区域, 马尔可夫链的状态就相当于土体的类型, 如砂土、黏土、粉土等。耦合马尔可夫链的基本原理如下, 单元  $(i, j)$  ( $i > 1$ ,  $i$  为单元所在的列;  $j > 1$ ,  $j$  为单元所在的行) 的状态主要由其左侧单元  $(i-1, j)$ 、上端单元  $(i, j-1)$  和最右侧单元  $(N_x, j)$  的状态决定。最左侧列(将该列作为模拟区域的左边界)和最右侧列(将该列作为模拟区域的右边界)及第一行所在单元的土体状态为确定的。左右两侧单元土体状态可由钻孔揭示, 第一行的土体状态可直接由地层表面观察

确定。这些确定的土体状态可作为条件信息用于模拟研究区域其他单元的土体状态。在已知单元  $(i-1, j)$ 、 $(i, j-1)$  和  $(N_x, j)$  的状态分别为  $S_l$ 、 $S_r$  和  $S_q$  的条件下, 单元  $(i, j)$  的状态为  $S_k$  的概率<sup>[18]</sup>可表示为

$$p_{lr,k|q} = \frac{p_{lk}^h p_{kq}^{h(N_x-i)} p_{rk}^v}{\sum_{f=1}^m p_{lf}^h p_{fq}^{h(N_x-i)} p_{rf}^v} \quad (k=1, \dots, m) \quad (2)$$

式中  $p_{lk}^h$  和  $p_{rk}^v$  分别为水平方向转移概率矩阵  $\mathbf{P}^h$  和竖直方向转移概率  $\mathbf{P}^v$  中的相应元素;  $p_{fq}^{h(N_x-i)} [p_{kq}^{h(N_x-i)}]$  为水平方向上状态  $S_f$  ( $S_k$ ) 在  $N_x-i$  步内转移至状态  $S_q$  的概率, 其为矩阵  $(\mathbf{P}^h)^{(N_x-i)}$  中相应元素。耦合马尔可夫链条件模拟的步骤详见文献[18]。

## 2 土体参数固有变异性模拟

根据上一节地层变异性模拟结果, 可得到对应的土体类型分布情况。基于任意一次地层变异性实现, 可以对其中每层土体参数的固有变异性进行模拟。在此假定同一土体类型参数随机场遵循平稳假定, 不同类型土体任意两点处的土体参数相互独立。其中土性参数在空间不同点间的相关性采用自相关函数描述, 本文采用简单的二维指指数函数, 其表达式如下:

$$\rho(\tau_x, \tau_y) = \exp \left[ -2 \left( \frac{\tau_x}{\delta_h} + \frac{\tau_y}{\delta_v} \right) \right], \quad (3)$$

式中,  $\rho$  为两点之间的相关系数,  $\tau_x$  和  $\tau_y$  分别为两点之间水平和竖直距离,  $\delta_h$  和  $\delta_v$  分别为水平和竖直波动范围。

本文主要研究土体抗剪强度参数的固有变异性对边坡稳定的影响, 由于抗剪强度参数不可能取负值, 且参数间往往存在负相关性, 采用相关对数正态随机场表征抗剪强度参数的空间变异性。鉴于基于乔列斯基分解的中点法计算过程简单, 离散得到的随机变量数目等于随机场单元网格数目, 物理意义直观, 易于编程实现, 容易为工程师们所接受<sup>[21-23]</sup>, 因此采用基于乔列斯基分解的中点法离散相关对数正态随机场, 相关对数正态随机场可表示如下<sup>[24]</sup>:

$$\mathbf{H}_i(x, y) = \exp[\mu_{lni} + \sigma_{lni} \cdot \mathbf{H}_i^D(x, y)] \quad (x, y \in \Omega(i=c, \varphi)) \quad (4)$$

式中  $\sigma_{lni} = \sqrt{\ln(1 + (\sigma_i/\mu_i)^2)}$  和  $\mu_{lni} = \ln \mu_i - 0.5 \sigma_{lni}^2$ ;  $\mu_i$  和  $\sigma_i$  分别为对数正态变量  $i$  的均值和标准差;  $\mu_{lni}$  和  $\sigma_{lni}$  为对应的正态变量  $\ln i$  的均值和标准差;  $\mathbf{H}_i^D$  为相关标准高斯随机场。 $\mathbf{H}_i^D$  可由以下公式计算得到:

$$\mathbf{H}_i^D(x, y) = \mathbf{L}_2 \cdot \boldsymbol{\chi}^D = \mathbf{L}_2 \cdot \boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{L}_1^T \quad (x, y \in \Omega(i=c, \varphi)) \quad (5)$$

式中  $\boldsymbol{\xi}$  为独立标准正态随机样本矩阵, 对标准正态空间等效互相关系数矩阵  $\mathbf{R}_0$  进行乔列斯基分解,  $\mathbf{L}_1 \mathbf{L}_1^T = \mathbf{R}_0$ , 得到下三角矩阵  $\mathbf{L}_1$ ,  $\mathbf{L}_1$  与样本矩阵  $\boldsymbol{\xi}$  相乘得到相关标准正态随机样本矩阵  $\boldsymbol{\chi}^D$ ;  $\mathbf{L}_2$  是由对自相关

系数矩阵进行乔列斯基分解得到的另一下三角矩阵。根据式(4), 分别对不同土层的土体参数进行模拟, 从而可得到整个边坡的随机场实现。

## 3 考虑地层变异性与土体参数固有变异性对边坡可靠度计算方法

为同时考虑地层变异性与土体参数固有变异性对边坡可靠度的影响, 提出了将耦合马尔可夫链模型与随机场模型相结合。图 2 给出了该计算方法流程图, 步骤如下: ①选择合适的水平方向和竖直方向采样距离, 将研究区域进行网格划分, 得到耦合马尔可夫链网格。②根据收集的钻孔数据资料, 采用文献[18, 19]方法分别估计竖直方向转移概率矩阵和水平方向转移概率矩阵。③将钻孔位置和土层表面处的土体类型映射至对应的耦合马尔可夫链单元中, 作为已知条件信息用于地层变异性模拟。④采用耦合马尔可夫链进行地层变异性模拟, 逐行按从左至右的顺序得到剩余单元土体类型。单元  $(i, j)$  土体类型的概率可由公式(2)得到。单元  $(i, j)$  的状态  $k$  可由该式  $\sum_{f=1}^{k-1} p_{lr,f|q} < u < \sum_{f=1}^k p_{lr,f|q}$ ,  $k = 2, 3, \dots, m$  给出, 其中,  $u$  为区间  $[0, 1]$  上产生的均匀分布随机数。⑤根据所得的耦合马尔可夫链实现, 将模拟所得的土体类型映射至边坡稳定分析模型中, 得到边坡土体类型分布。⑥确定边坡土体参数随机场及其统计特性, 如均值、变异系数、分布类型及互相关系数等, 同时确定自相关函数及水平和垂直波动范围。⑦确定随机场单元大小, 对随机场网格进行划分。再根据边坡土体类型分布情况, 采用基于乔列斯基分解的中点法离散各土层中土体参数随机场, 从而可得边坡土体参数随机场的实现。⑧采用蒙特卡洛模拟, 重复步骤④~⑦, 得到  $N$  次边坡随机场实现, 模拟次数  $N$  要保证计算结果收敛。由于非侵入式随机有限元法无需修改有限元代码, 可将有限元软件视为黑箱直接调用<sup>[8]</sup>, 因此采用该方法进行边坡可靠度计算。该方法的简要过程如下, 根据随机场网格、边坡边界条件及各单元对应参数值编写一个初始 inp 文件, 再由每次随机场实现所得的新参数值替换初始 inp 文件中对应单元的参数值, 从而可得到一个新的 inp 文件, 通过  $N$  次蒙特卡洛模拟, 可得到  $N$  个 inp 文件。⑨采用有限元强度折减法在商业软件 ABAQUS 中进行边坡安全系数计算, 在此可利用程序调用 ABAQUS 内核批处理所得的  $N$  个 inp 文件, 从而可得到安全系数结果文件。⑩最后进行可靠度分析, 根据结果文件, 提取安全系数值, 计算边坡失效概率和安全系数的统计量。

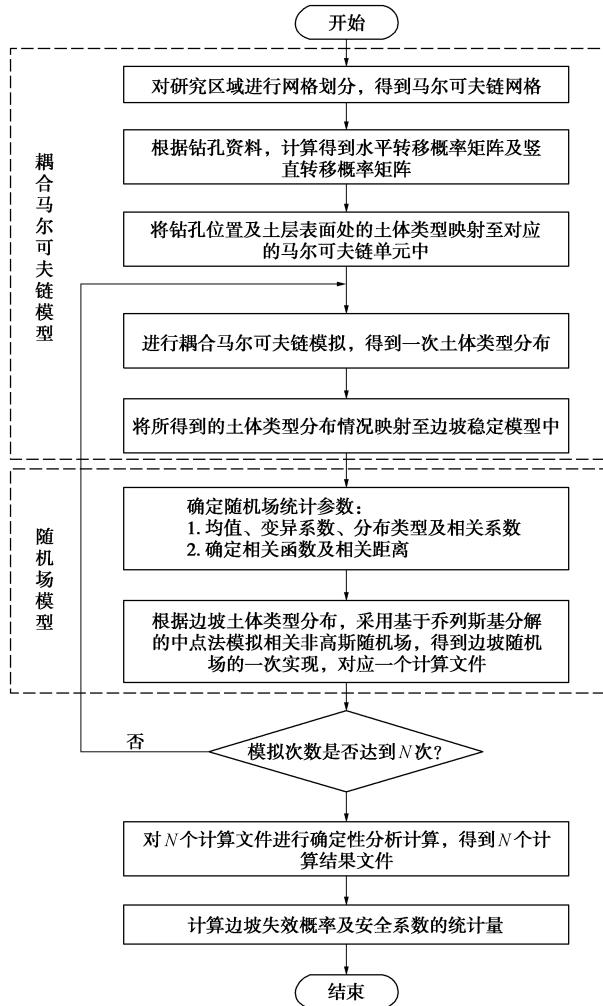


图 2 考虑地层变异性与土体参数变异性对边坡可靠度分析计算流程

Fig. 2 Flow chart of slope reliability analysis considering geological uncertainty and spatial variability of soil parameters

## 4 算例分析

### 4.1 钻孔数据

Li 等<sup>[20]</sup>搜集了澳大利亚地区珀斯市的钻孔资料, 该区域包含了多种土体, 呈现明显的地层变异性。本文同样采用该区域钻孔资料进行分析, 钻孔的相对位置及钻孔内土层分布如图 3 所示。由图 3(a)可知, 该钻孔散布于  $70 \text{ m} \times 100 \text{ m}$  的矩形区域。为建立一个二维马尔可夫链及边坡模型, 将所有钻孔投影至一条直线上。为进行边坡稳定可靠度分析, 与文献[20]一样, 在该区域假设了一个边坡, 其倾向方向与图 x 方向一致, 将各钻孔点投影至边坡所在平面, 投影点如图中 D76', D77', D75', D78', D23', D20' 所示。简便起见, 将这些钻孔重新编号为钻孔#1, #2, #3, #4, #5, #6。图 3(b)给出了各钻孔所揭示的地层类型, 图中的坐标 z 为竖直方向, 由图可知, 该研究区域主要由黏土、砂土和粉土这 3 种土体类型组成, 由钻孔 4 可知钻孔揭示的最小地质单元厚度为 0.3 m。

各种土体类型对应的土体参数统计特征见表 1, 本文只考虑土体抗剪强度参数的空间变异性, 其它参数视为常数。

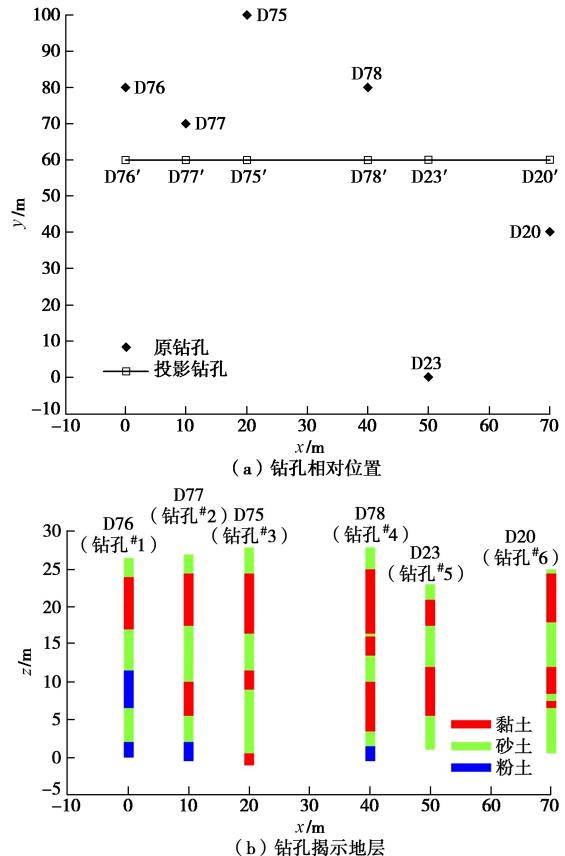


图 3 用于马尔可夫链模拟的澳大利亚钻孔相对位置及其揭示的地层

Fig. 3 Relative location and soil strata of boreholes in Australia used for conditional simulation of CMC

### 4.2 钻孔布置方案对边坡可靠度的影响

本节将研究不同钻孔布置方案对边坡可靠度的影响。首先, 根据所研究区域已有的 6 个真实钻孔资料, 为反映钻孔数目和钻孔位置对边坡可靠度结果的影响, 布置了 4 种钻孔方案, 如表 2 所示, 其中每种钻孔布置方案是几组不同钻孔的组合。

在进行可靠度分析前, 需将研究区域进行网格划分。Qi 等<sup>[19]</sup>指出采样间距的大小对模拟的地层分布影响较小, 但采样间距过大模拟的分辨率将较低, 过小将增加模拟的计算量。因此竖直方向采样距离一般取等于或稍小于钻孔揭示的最小地质单元厚度<sup>[18]</sup>, 本文所用钻孔数据揭示的最小地质单元厚度为 0.3 m, 因此竖直方向采用距离取 0.3 m。Qi 等<sup>[19]</sup>建议在保证计算效率的情况下水平方向采样间距尽量选较小值, 由于地层在水平方向上的沉积规模往往大于竖直方向, 因此本文水平方向采样距离取为 0.9 m。二维马尔可夫链模型大小为  $70.2 \text{ m} \times 26.7 \text{ m}$ , 单元大小为  $0.9 \text{ m} \times 0.3 \text{ m}$ 。表 3, 4 分别给出了不同钻孔布置方案估



表 1 不同类型土体参数的统计特征

Table 1 Statistical properties of parameters for different soils

| 土体类型 | 黏聚力 $c$ |      | 内摩擦角 $\varphi$ |      | 重度 $\gamma$<br>( $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$ ) | 弹性模量<br>$E/\text{MPa}$ | 泊松比 $\nu$ |
|------|---------|------|----------------|------|--|------------------------|-----------|
|      | 均值/kPa  | 变异系数 | 均值/(°)         | 变异系数 |  |                        |           |
| 黏土   | 16      | 0.3  | 25             | 0.2  | 20   | 30                     | 0.3       |
| 砂土   | 2       | 0.3  | 31             | 0.2  | 20   | 50                     | 0.3       |
| 粉土   | 6       | 0.3  | 25             | 0.2  | 20   | 30                     | 0.3       |

表 2 不同的钻孔布置方案

Table 2 Different layout schemes of boreholes

| 钻孔布置方案 | 钻孔 1 | 钻孔 2 | 钻孔 3 | 钻孔 4 | 钻孔 5 | 钻孔 6 |
|--------|------|------|------|------|------|------|
| 3A     | √    |      |      | √    |      | √    |
| 3B     | √    |      |      |      | √    | √    |
| 4      | √    |      |      | √    | √    | √    |
| 6      | √    | √    |      | √    | √    | √    |

表 3 不同钻孔布置方案估计的竖直方向转移概率矩阵

Table 3 Vertical transition probability matrices for various layout schemes of boreholes

| 土体状态   | 1 (黏土) | 2 (砂土) | 3 (粉土) |
|--|--------|--------|--------|
| (a) 方案 3A [钻孔(1, 3, 6)]                              | 1 (黏土) | 0.938  | 0.062  |
|  | 2 (砂土) | 0.048  | 0.938  |
|  | 3 (粉土) | 0.000  | 0.043  |
| (b) 方案 3B [钻孔(1, 4, 6)]                              | 1 (黏土) | 0.940  | 0.060  |
|  | 2 (砂土) | 0.060  | 0.914  |
|  | 3 (粉土) | 0.000  | 0.034  |
| (c) 方案 4 [钻孔(1, 2, 5, 6)]                            | 1 (黏土) | 0.938  | 0.062  |
|  | 2 (砂土) | 0.046  | 0.937  |
|  | 3 (粉土) | 0.000  | 0.032  |
| (d) 方案 6 [钻孔 1 (黏土)<br>(1, 2, 3, 4, 5, 2 (砂土)<br>6)] | 1 (黏土) | 0.942  | 0.058  |
|  | 2 (砂土) | 0.054  | 0.931  |
|  | 3 (粉土) | 0.000  | 0.027  |

表 4 不同钻孔布置方案估计的水平方向转移概率矩阵

Table 4 Horizontal transition probability matrices for various layout schemes of boreholes

| 土体状态                                  | 1 (黏土) | 2 (砂土) | 3 (粉土) |
|---------------------------------------|--------|--------|--------|
| (a) 方案 3A [钻孔(1,3,6)]                 | 1 (黏土) | 0.968  | 0.032  |
|                                       | 2 (砂土) | 0.025  | 0.968  |
|                                       | 3 (粉土) | 0.000  | 0.978  |
| (b) 方案 3B [钻孔(1,4,6)]                 | 1 (黏土) | 0.975  | 0.025  |
|                                       | 2 (砂土) | 0.025  | 0.964  |
|                                       | 3 (粉土) | 0.000  | 0.986  |
| (c) 方案 4 [钻孔(1,2,5,6)]                | 1 (黏土) | 0.978  | 0.022  |
|                                       | 2 (砂土) | 0.016  | 0.978  |
|                                       | 3 (粉土) | 0.000  | 0.989  |
| (d) 方案 6 [钻孔 1 (黏土)<br>(1,2,3,4,5,6)] | 1 (黏土) | 0.970  | 0.030  |
|                                       | 2 (砂土) | 0.028  | 0.964  |
|                                       | 3 (粉土) | 0.000  | 0.986  |

计所得的竖直转移概率矩阵和水平转移概率矩阵。

需要注意的是, 一阶马尔可夫性是采用马尔可夫链模型进行地层变异性模拟的先决条件, 在使用此模型前需检验钻孔内部土体状态转移的马尔可夫性。文献[19]对该区域的钻孔资料进行了假设检验, 结果表明该区域土体状态转移具有一阶马尔可夫性, 因此, 可以利用耦合马尔夫链模型对该区域的地层变异性进行模拟。模拟得到一次地层变异实现后, 将模拟所得的土体类型分布映射至对应的边坡模型(见图 4), 边坡的高度和长度分别为 14.4, 21.6 m。采用中点法对边坡各种土体参数随机场进行离散, 在此假定各种土体抗剪强度参数的水平波动范围均为 40 m, 垂直波动范围均为 4 m, 各层土体参数黏聚力  $c$  和内摩擦角  $\varphi$  的互相关系数为 -0.5, 不同土体类型参数抗剪强度参数相互独立。此处随机场网格与耦合马尔可夫链网格保持一致, 根据 Ching 等<sup>[25]</sup>的研究, 该随机场网格尺寸能够满足随机场离散的精度要求。通过蒙特卡洛模拟可得边坡随机场重复实现, 图 5 给出了方案 6 (钻孔 (#1, #2, #3, #4, #5, #6)) 的两次实现及其对应的安全系数和最危险滑动面。可以看出两次随机场实现有所不同, 主要是由地层变异性和平土体参数固有变异性共同影响所致。这里采用有限元强度折减法在商业软件 ABAQUS 中进行边坡安全系数的计算, 在有限元计算中, 由于德鲁克-普拉格 (D-P) 模型较莫尔库仑 (MC) 更适合描述颗粒材料 (如砂土) 的本构模型<sup>[21]</sup>, 因此采用 D-P 模型进行有限元计算。

### (1) 真实钻孔情况

本节基于真实钻孔资料构成的不同钻孔布置方案进行边坡可靠度分析。比较了仅考虑土体参数固有变异性以及同时考虑地层变异性和平土体参数固有变异性

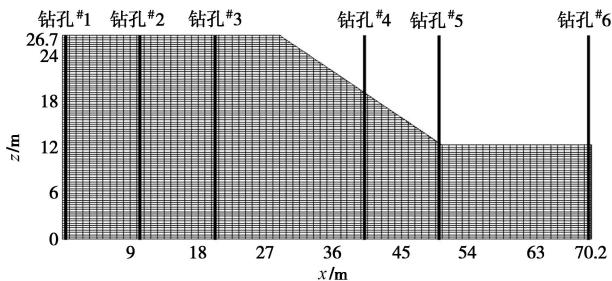


图 4 边坡模型和钻孔位置

Fig. 4 Slope geometry and borehole locations

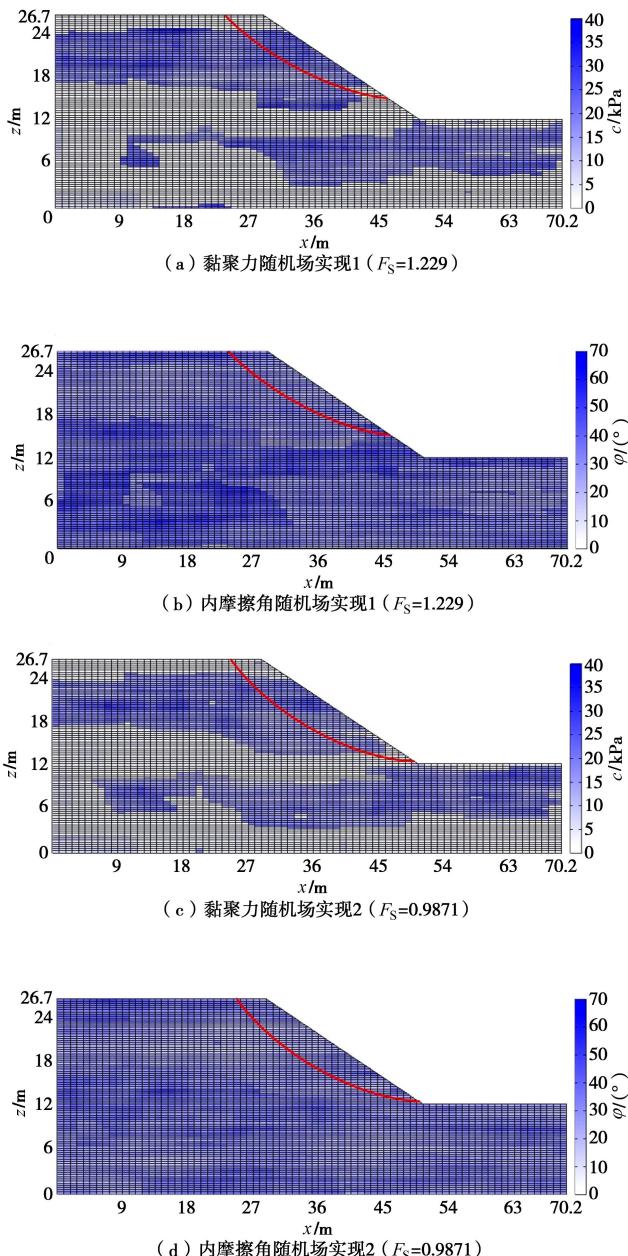


图 5 黏聚力和内摩擦角随机场实现

Fig. 5 Typical realization of random fields for cohesion and friction angle

的边坡可靠度计算结果。此处仅考虑土体参数固有变异性时的边坡土体类型分布是由一次确定的地层分布

映射所得, 该地层分布由以下过程得到: 首先对不同钻孔布置方案进行地层变异模拟, 得到多次地层变异实现, 将对应的土体类型映射至边坡模型中, 再将各类型土体参数的均值赋予相应的单元进而进行安全系数计算, 选出安全系数较大值和较小值对应的边坡土体类型分布。如图 6 给出了方案 4 (钻孔 (#1, #3, #4, #6)) 计算的安全系数较小值对应的边坡土体类型分布情况 a 和安全系数较大值对应的边坡土体类型分布情况 b。可以看出两者边坡土体类型分布及相应的安全系数和最危险滑动面位置都有所不同, 这种差别主要是由地层变异性引起的。对于不同钻孔布置方案, 可分别得到对应的情况 a 和情况 b 边坡土体类型分布。

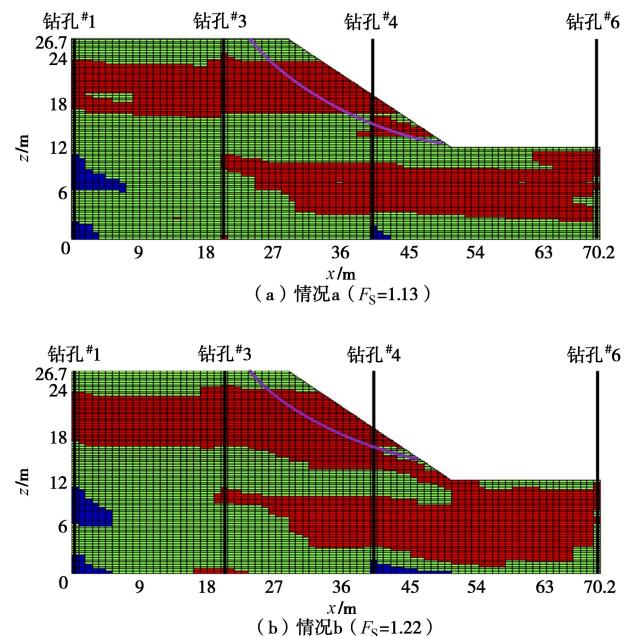


图 6 方案 4 对应的边坡土体类型分布情况

Fig. 6 Distribution of slope soils for scheme 4

图 7 给出了不同钻孔布置方案情况下边坡可靠度计算结果, 其中蒙特卡洛模拟次数为 8000 次, 经分析计算结果已收敛。由图 7 (a)、(b) 可知, 仅考虑土体参数固有变异性时, 两种情况 a、b 计算的  $P_f$  和安全系数均值  $\mu_{F_s}$  存在一定的差别, 同时考虑地层变异性与土体参数固有变异性时计算所得的  $P_f$  和  $\mu_{F_s}$  均位于这两种情况之间。此外, 随着钻孔数目的增加,  $P_f$  和  $\mu_{F_s}$  并未呈现出单调变化的趋势。当钻孔较少时, 情况 a 和 b 计算的  $P_f$  和  $\mu_{F_s}$  间的差别较大, 且与同时考虑两种变异性时的结果相差也较大。例如方案 3A (钻孔 (#1, #3, #6)) 对应的情况 a 的  $P_f$  为 46.7%, 而情况 b 的  $P_f$  仅为 2.1%, 其中考虑两种变异性的  $P_f$  为 20.3%。随着钻孔数目的增加, 它们之间的差别逐渐减小, 情况 a 和 b 计算的结果逐渐收敛于同时考虑两种变异性时的结果。如钻孔布置方案 6, 情况 a 的  $P_f$

为 12.2%，情况 b 的  $P_f$  为 7.8%，同时考虑两种变异性的情况 a 的  $P_f$  为 10.7%，3 个  $P_f$  间的差别较小。同时由图 7(c) 可知，情况 a 与情况 b 所得安全系数标准差  $\sigma_{F_s}$  基本相同，且随着钻孔数目的增加，同时考虑两种变异性的情况 a 的  $\sigma_{F_s}$  逐渐减小，并趋近于仅考虑土体参数固有变异性的情况 b。其原因在于当钻孔较少时，模拟的地层变异性结果差别较大，从而使情况 a 与情况 b 对应的边坡土体类型分布差别较大，不考虑地层变异性的情况 a 与情况 b 所得的结果与同时考虑两种变性的计算结果相差较大，而情况 a 与情况 b 仅受土体参数固有变异性的影响，因此对应的  $\sigma_{F_s}$  基本相同；随着钻孔数目的增加，模拟的地层变异性结果差别逐渐减小，情况 a 与情况 b 对应的边坡土体类型分布差别也逐渐减小，此时地层变异性对边坡安全系数影响逐渐减小，边坡安全系数和失效概率逐渐受土体参数固有变异性控制，导致情况 a 与情况 b 所得的结果与同时考虑两种变性的结果接近。

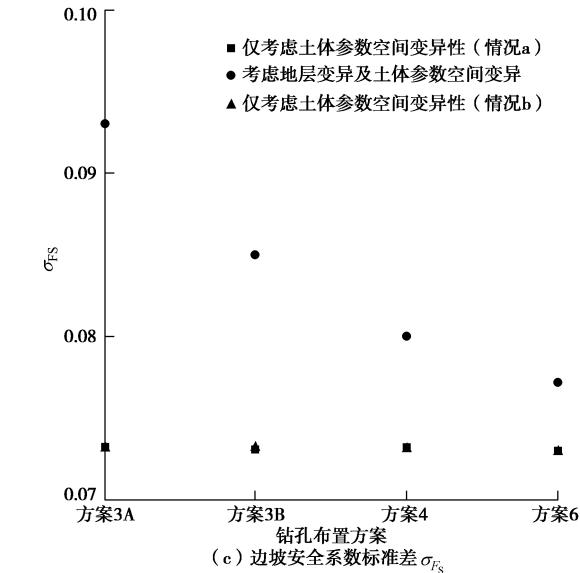
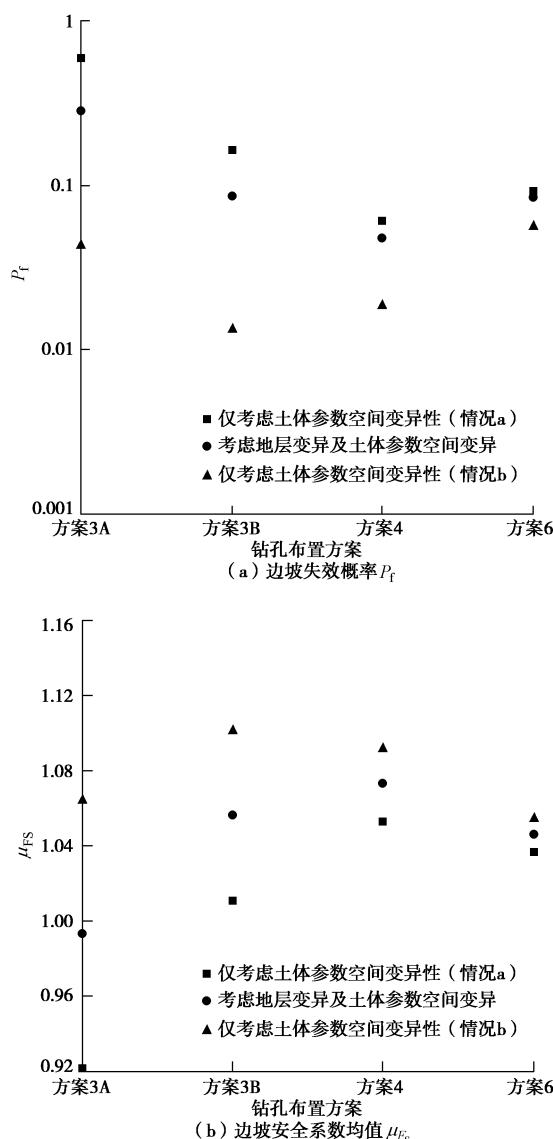


图 7 不同钻孔布置方案对应的边坡失效概率及安全系数统计量

Fig. 7 Failure probability and FS statistics of slope associated with various layout schemes of boreholes

进一步对比方案 3A（钻孔 (#1, #3, #6)）与方案 3B（钻孔 (#1, #4, #6)）结果可以发现，虽然这两种方案的钻孔数目相同，当同时考虑两种变异性时，方案 3B 对应的  $P_f$  和  $F_s$  统计量更接近于方案 4。这可能是由于方案 3B 中钻孔 4 相比方案 3A 中钻孔 3 更接近边坡关键影响区域，即对边坡稳定性分析有重要影响的区域<sup>[26]</sup>，该区域可视为边坡最危险滑动面附近区域。很明显，钻孔 4 在边坡关键影响区域内，而钻孔 3 距边坡关键影响区域较远。因此，边坡关键影响区域内的钻孔资料能够为边坡可靠度分析提供更有效的数据支撑。

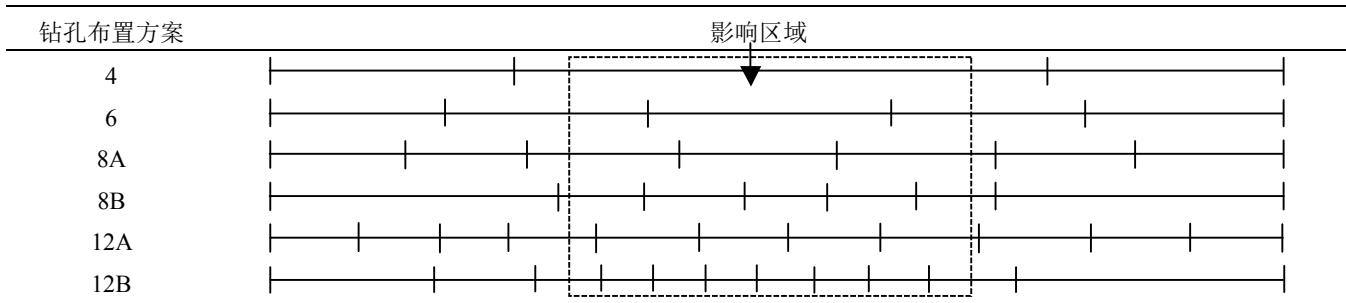
## (2) 虚拟钻孔情况

受技术经济条件限制，真实钻孔数量一般有限，且各钻孔之间的间距是固定的。为了克服这一缺点，本节利用马尔可夫链产生多种虚拟钻孔，深入分析边坡失效概率  $P_f$ 、安全系数均值  $\mu_{F_s}$  和标准差  $\sigma_{F_s}$  随钻孔方案的变化规律。首先，模拟产生一次耦合马尔可夫链的随机实现，将该次实现视为土层的“真实”分布。基于此土体类型分布，考虑不同土体参数的固有变异性进行边坡可靠度分析，将计算结果视为“精确解”。其次，将几条竖直直线放置于该耦合马尔可夫链的实现上，每条直线穿过一列马尔可夫链单元，将这几条竖直直线视为虚拟钻孔，覆盖的单元视为虚拟钻孔揭示的土体类型。

表 5 给出了用于模拟该耦合马尔可夫链一次实现的竖直方向和水平方向的转移概率矩阵，得到的耦合马尔可夫链的一次实现如图 8，视为地层的“真实”

表 6 虚拟钻孔构成的不同钻孔布置方案

Table 6 Different layout schemes of boreholes based on virtual boreholes



分布。将该地层分布映射至边坡模型，接着进行随机场模拟，各种土体参数统计特征见表 1，由蒙特卡洛模拟得到边坡  $P_f$  为 9.50% 及其  $\mu_{F_s}$  和  $\sigma_{F_s}$  分别为 1.091 和 0.069，将该值视为“精确解”。为反映钻孔数目和钻孔位置对边坡可靠度的影响，设计了 6 种虚拟钻孔布置方案，每种方案对应的虚拟钻孔位置见表 6，其中方案 4、6、8A、12A 布置在关键影响区域内的虚拟钻孔较少，而方案 8B、12B 布置在关键影响区域内的虚拟钻孔相对较多。

表 5 模拟耦合马尔可夫链一次实现采用的转移概率矩阵

Table 5 TPM used for creating one realization of CMC

| 土体状态   | 1 (黏土) | 2 (砂土) | 3 (粉土) |
|--------|--------|--------|--------|
| (a) 坚直 | 1 (黏土) | 0.860  | 0.071  |
| 方向转移   | 2 (砂土) | 0.092  | 0.870  |
| 概率矩阵   | 3 (粉土) | 0.085  | 0.075  |
| (b) 水平 | 1 (黏土) | 0.925  | 0.038  |
| 方向转移   | 2 (砂土) | 0.049  | 0.931  |
| 概率矩阵   | 3 (粉土) | 0.046  | 0.041  |

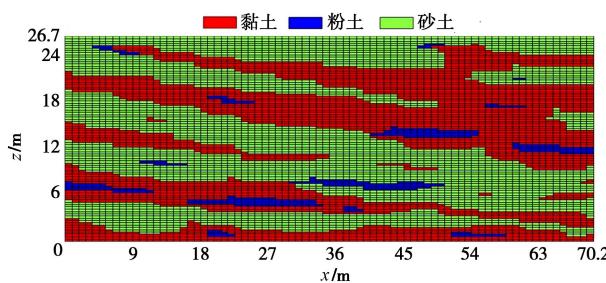
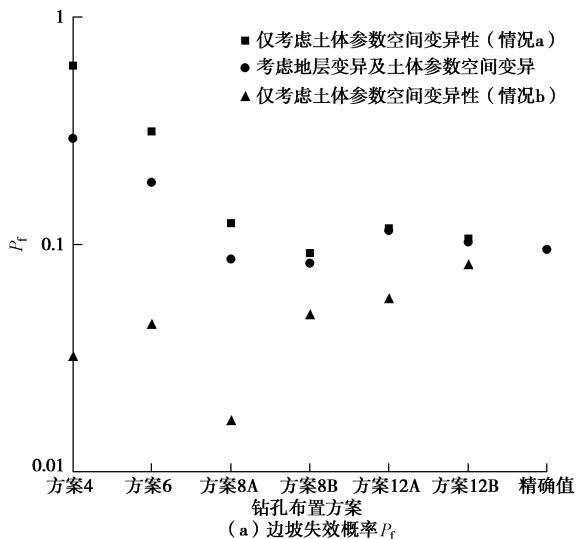


图 8 用于产生虚拟钻孔的耦合马尔可夫链实现

Fig. 8 A typical CMC realization used for creating virtual boreholes

图 9 给出了不同虚拟钻孔布置方案情况下，边坡可靠度计算结果。蒙特卡洛模拟次数为 8000 次。由图 9 可知，随着钻孔数目的增加，同时考虑两种变异性  $P_f$  和  $\mu_{F_s}$  逐渐收敛至“精确值”。例如方案 4 的  $P_f$  为 29.17%，与“精确值”9.50% 相比差别较大，而方案 12B 的  $P_f$  为 10.26% 十分接近“精确值”。同时，随着钻孔数目的增加，仅考虑土体参数固有变异性的情

况 a 和 b 计算的  $P_f$  间差别逐渐减小，相应的  $\mu_{F_s}$  间的差别也逐渐减小，并逐渐收敛至“精确值”。例如方案 4 两种情况 a 和 b 的  $P_f$  分别为 61.04% 和 3.24%，相差非常大，而方案 12B 两种情况 a 和 b 的  $P_f$  分别为 10.67% 和 8.16%，两者差别较小，且十分接近“精确值”9.50%。此外，随着钻孔数目的增加，同时考虑两种变异性  $\sigma_{F_s}$  逐渐减小，并逐渐接近于仅考虑土体参数固有变异性  $\sigma_{F_s}$ ，这是由于当有钻孔数目足够多时，模拟的地层变异性较小，边坡土体类型分布将十分接近边坡的“真实”土体类型分布，此时地层变异性对边坡失效概率及安全系数影响较小，导致仅考虑土体参数固有变异性与同时考虑两种变性的可靠度结果差别较小并接近“精确值”；当钻孔数目较少时，模拟的地层变异性较大，边坡土体类型分布不确定性较大，且于边坡的“真实”土体类型分布差别较大，忽略地层变异性将导致边坡可靠度估计出现较大的偏差。钻孔数目相同但位置不同所得的边坡可靠度也不同，钻孔位置对边坡可靠度计算结果也有明显的影响。由图 10 可知，与方案 8A 相比，方案 8B 对应的  $P_f$  和  $F_s$  统计量更加接近“精确值”，同样方案 12B 对应的  $P_f$  和  $F_s$  统计量相比 12A 更加接近“精确值”。这说明与边坡关键影响范围外的钻孔相比，关键影响范围内的钻孔能够得到更为准确的结果。



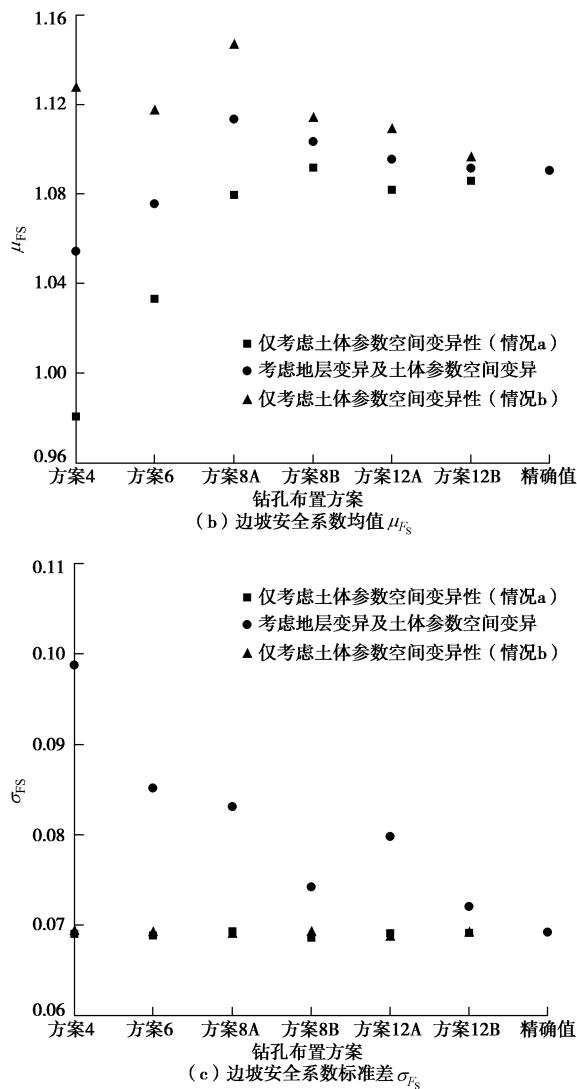


图9 不同虚拟钻孔布置方案对应的边坡失效概率及安全系数统计量

Fig. 9 Failure probability and statistics of slope FS associated with various layout schemes of virtual boreholes

## 5 结 论

本文提出了同时考虑地层变异性与土体参数固有变异性对边坡可靠度分析方法，利用耦合马尔可夫链模拟地层变异，采用基于乔列斯基分解的中点法离散土体参数随机场，通过蒙特卡洛法模拟进行边坡可靠度分析。利用澳大利亚珀斯市钻孔资料，以边坡可靠度问题为例阐明了同时考虑地层变异性与土体参数固有变异性的重要性，得到以下3点结论。

(1) 提出了同时考虑地层变异性与土体参数固有变异性对边坡可靠度分析方法，该方法能够有效地反映这两种土体变异性对边坡可靠度的影响。

(2) 当钻孔数目较少时，模拟得到的地层变异性较大，模拟的边坡土体类型分布与真实边坡土体类型分布相差较大，此时忽略地层变异性将导致边坡可靠

度不精确的估计结果。

(3) 钻孔布置方案对边坡失效概率和安全系数有明显的影响，边坡失效概率和安全系数统计量与钻孔数目并不呈单调关系，但是随着钻孔数目的增加，边坡失效概率和安全系数统计量逐渐收敛至“精确解”。边坡关键影响区域内的钻孔能够为更加准确计算边坡可靠度提供有效的数据，钻孔应尽可能多的布置在边坡关键影响区域。

## 参 考 文 献:

- [1] ELKATEB T, CHALATURNYK R, ROBERTSON PK. An overview of soil heterogeneity: quantification and implications on geotechnical field problems[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, **40**(1): 1 - 15.
- [2] PHOON K K, KULHAWY F H. Characterization of geotechnical variability[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1999, **36**(4): 612 - 624.
- [3] EVANS S G Landslides and surficial deposits in urban areas of British Columbia: a review[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1982, **19**(3): 269 - 288.
- [4] HANSEN L, EILERTSEN R, SOLBERG I L, et al. Stratigraphic evaluation of a Holocene clay-slide in Northern Norway[J]. Landslides, 2007, **4**(3): 233 - 244.
- [5] 刘润, 闫澍旺. 渤海湾地基土随机场特性及可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2004, **26**(4): 464 - 467. (LIU Run, YAN Shu-wang. Random field model and reliability analysis of foundation soil in Bohai gulf[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, **26**(4): 464 - 467. (in Chinese))
- [6] 朱红霞, 闫澍旺. 天津港地基土随机场特性及可靠度分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, **26**(增刊 2): 3959 - 3965. (ZHU Hong-xia, YAN Shu-wang. Random field model and reliability analysis of foundation soil in Tianjin port[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, **26**(S2): 3959 - 3965. (in Chinese))
- [7] 张继周, 缪林昌. 基于随机场理论的地基概率沉降分析[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(7): 1059 - 1064. (ZHANG Ji-zhou, MIAO Lin-chang. Probabilistic foundation settlement based on random field theory[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(7): 1059 - 1064. (in Chinese))
- [8] 李典庆, 蒋水华, 周创兵. 等. 考虑参数空间变异性的边坡可靠度分析非侵入式随机有限元法[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(8): 1413 - 1422. (LI Dian-qing, JIANG Shui-hua, ZHOU Chuang-bing, et al. Reliability analysis of slopes considering spatial variability of soil parameters using

- non-intrusive stochastic finite element method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(8): 1413 – 1422. (in Chinese))
- [9] 邱小辉, 李典庆, 周创兵, 等. 考虑土体空间变异性对边坡最危险滑动面随机分析方法[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(4): 745 – 753. (QI Xiao-hui, LI Dian-qing, ZHOU Chuang-bing, et al. Stochastic analysis method of critical slip surfaces in soil slopes considering spatial variability[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(4): 745 – 753. (in Chinese))
- [10] 邓志平, 蒋水华, 曹子君, 等. 考虑参数空间变异性对边坡可靠度分析的 Kriging 方法[J]. 武汉大学学报: 工学版, 2014, **47**(6): 743–749. (DENG Zhi-ping, JIANG Shui-hua, CAO Zi-jun, et al. Reliability analysis of slope stability considering spatially varying soil properties using Kriging method[J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2014, **47**(6): 743 – 749. (in Chinese))
- [11] GRIFFITHS D V, FENTON G A, MANOHARAN N. Undrained bearing capacity of two-strip footings on spatially random soil[J]. International Journal of Geomechanics, 2006, **6**(6): 421 – 427.
- [12] CHO S E, PARK H C. Effect of spatial variability of cross-correlated soil properties on bearing capacity of strip footing[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2010, **34**(1): 1 – 26.
- [13] WANG Y, HUANG K, CAO Z. Bayesian identification of soil strata in London clay[J]. Géotechnique, 2014, **64**(3): 239.
- [14] EISBACHER GH. Natural slope failure, northeastern Skeena mountains[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1971, **8**(3): 384 – 390.
- [15] TANG WH, SIDDI I, GILBERT RB. Average property in random two-state medium[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1989, **115**(1): 131 – 144.
- [16] HALIM IS. Reliability of geotechnical systems considering geological anomaly[D]. Urbana-Champaign: University of Illinois at Urbana-Champaign, 1991.
- [17] KOHNO S, ANG A, TANG W H. Reliability evaluation of idealized tunnel systems[J]. Structural Safety, 1992, **11**(2): 81 – 93.
- [18] ELFEKI A, DEKKING M. A Markov chain model for subsurface characterization: theory and applications[J]. Mathematical Geology, 2001, **33**(5): 569 – 589.
- [19] QI X H, LI D Q, PHOON K K, et al. Simulation of geologic uncertainty using coupled Markov chain[J]. Engineering Geology, 2016, **207**: 129 – 140.
- [20] LI D Q, QI X H, CAO Z J, et al. Evaluating slope stability uncertainty using coupled Markov chain[J]. Computers and Geotechnics, 2016, **73**: 72 – 82.
- [21] HALDAR S, BABU G L S. Effect of soil spatial variability on the response of laterally loaded pile in undrained clay[J]. Computers and Geotechnics, 2008, **35**(4): 537 – 547.
- [22] SRIVASTAVA A, BABU G L S, HALDAR S. Influence of spatial variability of permeability property on steady state seepage flow and slope stability analysis[J]. Engineering Geology, 2010, **110**(3): 93 – 101.
- [23] KASAMA K, WHITTLE A J, ZEN K. Effect of spatial variability on the bearing capacity of cement-treated ground[J]. Soils and Foundations, 2012, **52**(4): 600 – 619.
- [24] 蒋水华, 李典庆, 周创兵, 等. 考虑自相关函数影响的边坡可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(3): 508 – 518. (JIANG Shui-hua, LI Dian-qing, ZHOU Chuang-bing, et al. Slope reliability analysis considering effect of autocorrelation functions[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(3): 508 – 518. (in Chinese))
- [25] CHING J, PHOON K K. Effect of element sizes in random field finite element simulations of soil shear strength[J]. Computers & Structures, 2013, **126**: 120 – 134.
- [26] SIVAKUMAR BABU GL, SRIVASTAVA A, MURTHY DSN. Reliability analysis of the bearing capacity of a shallow foundation resting on cohesive soil[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2006, **43**(2): 217 – 223.