

DOI: 10.11779/CJGE201705018

尾矿库漫顶溃坝数学模型研究与应用

邓 墨¹, 陈生水^{1,2}, 钟启明^{1,2}

(1. 南京水利科学研究院岩土工程研究所, 江苏南京 210024; 2. 水利部土石坝破坏机理与防控技术重点实验室, 江苏南京 210024)

摘要: 基于水砂混合物非平衡连续方程和动量方程, 考虑尾矿库溃坝过程中溃口及底床变化对溃坝下泄物中尾矿砂体积浓度的影响, 建立了一个描述尾矿库漫顶溃坝溃口发展过程和溃口下泄物流量过程的数学模型。应用该数学模型对某尾矿库漫顶溃坝过程进行了模拟, 结果表明, 尾矿库溃坝过程中下泄物体积浓度变化很大, 前期下泄物以水为主, 尾矿砂含量较低且以悬移质运动为主; 后期下泄物主要以尾矿砂为主, 水的含量很低, 尾矿砂以推移质运动为主, 当下泄物底床剪应力增量小于尾矿砂起动的临界剪应力时, 溃坝过程停止。

关键词: 尾矿库; 漫顶溃决; 水砂耦合; 体积浓度变化; 数值模拟

中图分类号: TU641; X936 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2017)05-0932-07

作者简介: 邓 墨(1988-), 男, 江苏省扬州人, 博士研究生, 主要从事尾矿库溃决机理及数值模拟的研究工作。
E-mail: nuohan2@sina.com.

Mathematical model for breach of tailings dam due to overtopping and its application

DENG Zhao¹, CHEN Sheng-shui^{1,2}, ZHONG Qi-ming^{1,2}

(1. Geotechnical Engineering Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China; 2. Key Laboratory of Failure

Mechanism and Safety Control Techniques of Earth-Rock Dam of the Ministry of Water Resources, Nanjing 210024, China)

Abstract: Based on the non-equilibrium continuous equation and momentum equation for water-sand mixture, considering the impact on the variation of sand volume concentration due to the change of breach slope and bed, a mathematical model is established to describe the breach development and drainage process of tailings dam. The mathematical model is employed to simulate the breach process of a tailings dam. The calculated results show that the volume concentration of tailing sand changes greatly during the drainage process. At the early stage of drainage, the main part of the discharge materials is water, and the distribution of sand is mainly suspended load. At the later stage, the main part of the discharge materials is sand, and the distribution of sand is mainly bed load. The drainage process stops while the bed shear stress increment of discharge materials is less than the critical shear stress of sand.

Key words: tailings dam; overtopping failure; water-sand coupling; variation of volume concentration; numerical simulation

0 引言

中国是世界上尾矿库数量最多的国家, 近年来尾矿坝溃坝事故呈多发趋势^[1-8], 安全形势严峻。为减轻或避免尾矿库溃坝致灾后果, 近年来, 国内外学者针对尾矿库的溃坝和致灾过程开展了大量卓有成效的试验研究和数值模拟工作^[9-14], 但这些研究大多集中在反映溃坝后下泄尾矿砂流的流动特性, 很少涉及溃坝过程中水砂相互作用而引起的尾矿砂体积浓度的变化。实际尾矿库溃坝案例调查表明^[2·5], 尾矿砂体积浓度的变化规律显著影响着下泄尾矿砂流的行为机制, 与下泄尾矿砂流流动速度、流动时间、淹没范围等致灾后果关系密切。因此, 建立可考虑溃口尾矿砂浓度变化的尾矿库溃坝数学模型, 对于合理模拟尾矿

库溃坝溃口发展过程和溃口下泄物流量及其浓度变化过程, 正确预测尾矿库溃坝致灾后果显得很有必要。

1 数学模型

当尾矿库因超标准洪水发生漫顶溃坝后, 溃坝洪水和尾矿砂的混合物同时下泄。下泄过程中, 尾矿砂体积浓度除了受流量变化影响, 下泄物对溃口、边坡及底床的侵蚀也会导致尾矿砂体积浓度发生变化, 而尾矿砂体积浓度的变化规律密切影响着下泄物的行为机制, 因此尾矿库漫顶溃坝比一般水库大坝漫顶溃坝情况更为复杂。本文以水砂混合物非平衡连续方程和

基金项目: 国家自然科学基金项目(51539006, 51379130, 51379129)

收稿日期: 2016-02-18

动量方程为基础, 考虑混合物浓度的变化, 建立水砂混合物动力学控制方程。

1.1 水砂混合物动力学控制方程

为了体现溃坝过程中尾矿砂体积浓度的变化, 对动床条件下溃坝水流的水动力学控制方程进行修改, 在连续方程中的第3项底床变化项中加入底床层水砂混合物的密度 ρ_b , 在连续方程和动量方程^[15]其他项中加入水砂混合物密度 ρ , 得到水砂混合物非平衡运动数学模型的连续方程和动量方程如下:

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Q)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_b A_b)}{\partial t} = 0 , \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho Q)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho Q^2}{A} \right) + \rho g A \frac{\partial Z_s}{\partial x} + \frac{1}{2} g A h \frac{\partial \rho}{\partial x} + \\ \rho g \frac{n^2 Q^2}{A R^{4/3}} = 0 . \end{aligned} \quad (2)$$

式中 A 为溃口流量横截面积; t 为时间; Q 为溃口流量; $\rho = \rho_w(1-C_t) + \rho_s C_t$ 为水砂混合物密度, 其中 C_t 表示尾矿砂体积浓度, ρ_w 和 ρ_s 分别为清水和尾矿砂的密度; $\rho_b = \rho_w p' + \rho_s(1-p')$ 表示底床层水砂混合物的密度, 其中 p' 为底床混合物的孔隙率; h 为溃口水深; B 为溃口水面宽度; x 和 y 为水平纵向和横向坐标; $\partial A_b / \partial t$ 为溃口底床面积变化率; Z_s 为水位; n 为曼宁粗糙系数; g 为重力加速度; R 为水力半径。

1.2 尾矿砂非平衡输移过程

由于尾矿库溃坝尾矿砂含量较高, 同时包含冲刷和沉淀, 因此本文采用非平衡全砂输移方程计算尾矿砂的输移过程, 尾矿砂质量平衡方程表示如下:

$$\frac{\partial(AC_t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(QC_t) + (1-p')\frac{\partial A_b}{\partial t} = 0 . \quad (3)$$

尾矿坝溃坝过程中下泄物前期以水为主, 尾矿砂含量较低, 尾矿砂输移过程为悬移质输移, 后期下泄物以尾矿砂为主, 水含量较低, 尾矿砂输移过程则为推移质输移。因此将尾矿砂输移过程分为悬移质和推移质两部分来考虑^[16-17], 以两倍的推移质厚度作为两部分之间的交界面^[18], 如图1所示。

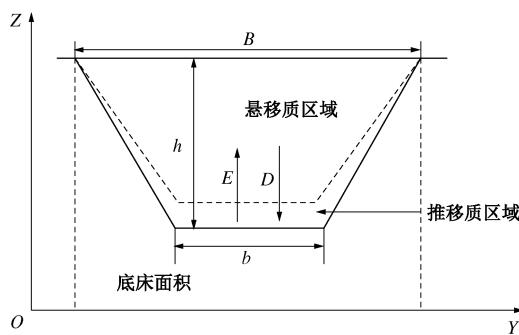


图1 溃口横截面

Fig. 1 Cross section of breach

尾矿砂全砂输砂率 Q_t 可写成如下形式:

$$Q_t = QC_t = QC + Q_b , \quad (4)$$

式中, C 为悬移质体积浓度, Q_b 为推移质输砂率。由式(4)可知, 尾矿砂体积浓度 C_t 可由下式计算得到

$$C_t = C + \frac{Q_b}{Q} . \quad (5)$$

悬移质体积浓度 C 可通过Zhang公式^[19]计算得到:

$$C = \frac{1}{20} \left(\frac{U^3}{gR\omega_s} \right)^{1.5} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{45} \frac{U^3}{gR\omega_s} \right)^{1.15}} , \quad (6)$$

式中, ω_s 表示尾矿砂颗粒在浑水中的沉降速度, 采用Richardson等^[20]的公式计算, $\omega_s = \omega_{s0}(1-C_t)^\alpha$, ω_{s0} 为尾矿砂颗粒在清水中的沉降速度, 系数 α 为经验数, 取4.0。 U 表示溃口下泄物流速, $U=Q/A$ 。推移质输砂率 Q_b 可由下式计算得到

$$Q_b = A_b U_b C_b , \quad (7)$$

式中, A_b 为推移质区域横截面积, U_b 为溃口推移质流速, $U_b=U$, C_b 为底床推移质体积浓度, Q_{b*} 为推移质平衡输砂率, $Q_{b*} = q_{b*} b$, b 为溃口底宽, q_{b*} 可通过Wu-Wang公式^[21]计算得到:

$$\frac{q_{b*}}{\sqrt{(\gamma_s/\gamma-1)gd^3}} = 0.0053 \left(\frac{\tau'_b}{\tau_c} - 1 \right)^{2.2} . \quad (8)$$

式中 q_{b*} 为单位宽度推移质输砂率; γ_s 为尾矿砂重度; γ 为水和尾矿砂混合物重度; d 为尾砂颗粒粒径, 取平均粒径; τ'_b 为底床剪应力增量, $\tau'_b = (n'/n)^{3/2} \tau_b$, $n' = d^{1/6}/20$, 水砂混合物底床剪应力 τ_b 通过曼宁公式求出, 表达式如下:

$$\tau_b = \frac{\rho g n^2 Q^2}{A^2 R^{1/3}} . \quad (9)$$

临界剪应力 τ_c 可通过修正Shields曲线^[22]计算得出:

$$\frac{\tau_c}{(\gamma_s - \gamma)d} = \begin{cases} 0.126 D_*^{-0.44} & (D_* < 1.5) \\ 0.131 D_*^{-0.55} & (1.5 \leq D_* < 10) \\ 0.0685 D_*^{-0.27} & (10 \leq D_* < 20) \\ 0.0173 D_*^{0.19} & (20 \leq D_* < 40) \\ 0.0115 D_*^{0.30} & (40 \leq D_* < 150) \\ 0.052 & (D_* \geq 150) \end{cases} , \quad (10)$$

式中, D^* 为无量纲颗粒尺寸, $D^* = d[(\rho_s/\rho - 1)g/v^2]^{1/3}$, v 为水的运动黏度。尾矿库发生漫顶后, 随着溃口流量逐渐增加, 底床剪应力增量 τ'_b 也逐渐大, 由式(8)可知, 底床剪应力增量 τ'_b 和临界剪应力 τ_c 之间的关系是判断溃坝冲蚀过程开始和结束时间的重要依据, 通过式(9)计算出底床剪应力 τ_b , 进一步获得 τ'_b 值和临界剪应力 τ_c 作比较, 当 τ'_b 值大于 τ_c 值时, 冲蚀过程开始, 而当 τ'_b 值等于 τ_c 值时, 推移质输砂率为0, 冲蚀过程结束, 将该时刻的 τ'_b 值和 Q 值代入式

(9) 计算得到残余坝高。

结合式(3)、(4)可知, 悬移质和推移质运输方程分别可写成如下形式:

$$\frac{\partial(AC)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(QC) = B(E_b - D_b) , \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{Q_b}{U_b}\right) + \frac{\partial Q_b}{\partial x} = \frac{1}{L}(Q_{b^*} - Q_b) . \quad (12)$$

式中, D_b 和 E_b 为悬移质和推移质交界面处的沉积速率和夹带速率, 分别^[23-25]为 $D_b = \omega_s c_b$ 和 $E_b = \omega_s c_{b^*}$, c_b 为实际近床尾矿砂体积浓度和悬移质体积浓度 C 相关, $c_b = \alpha_c C$, c_{b^*} 为平衡尾矿砂体积浓度, 由 Cao 等^[26]确定, α_c 取值由下式决定:

$$\alpha_c = \min[\alpha_0, (1-p')/C] , \quad (13)$$

式中, α_0 取 2.0。 L 为尾矿砂全砂输移平衡适应长度, 取值如下式所示^[27]:

$$L = \max \left\{ L_b, \frac{Uh}{\alpha \omega_s} \right\} , \quad (14)$$

式中, L_b 为推移质输移平衡适应长度, 这里取溃口水深 h 的 5~10 倍, $Uh/\alpha \omega_s$ 为悬移质输移平衡适应长度, 尾矿砂全砂输移平衡适应长度取两者之间较大的。联合式(11)、(12)计算可得溃口底床变化:

$$(1-p') \frac{\partial A_b}{\partial t} = B(D_b - E_b) + \frac{1}{L}(Q_b - Q_{b^*}) . \quad (15)$$

1.3 溃口冲蚀过程

尾矿坝漫顶溃决过程中, 上游库水位是一个动态变化的过程, 包括上游入流和溃口出流。在计算上游库水高程变化时, 需同时考虑入库流量、泄流槽的泄流量, 整个过程服从水量平衡^[28]方程:

$$\frac{dV}{dt} = A_s \frac{dz_s}{dt} = Q_{in} - Q . \quad (16)$$

式中 V 为上游库水体积; A_s 为库面面积; Z_s 为库水高程; Q_{in} 为上游河道入流量。

泄流过程中库水位的变化除了受入库流量和泄流量的影响外, 还受坝前水库几何特征的影响, 即库容关系曲线, 通常由库面面积和库水深度来表示。关于库容信息, 在现场实测案例中往往得到的是库水体积与库面面积关系曲线, 因此, 此处需要进行一定的转换。通常假设库面面积与库水深度可用一个幂函数来表示, 即

$$A_s = \alpha_r H^{m_r} , \quad (17)$$

式中, A_s 为库面面积, H 为库水深度, α_r , m_r 均为系数。

溃口流量采用宽顶堰流公式模拟:

$$Q = k_{sm}(c_1 b h^{1.5} + c_2 m h^{2.5}) , \quad (18)$$

式中, b 为溃口底宽, m 为溃口两侧边坡系数, c_1 , c_2 为修正系数, 根据 Singh 的研究结果, c_1 取 1.7, c_2 取 1.3, k_{sm} 为淹没系数, 具体取值参照 Fread^[29] 和 Singh 等^[30]的研究成果。

尾矿砂流浓度的变化除了受溃口的纵向下切和横向扩展影响, 溃口两侧边坡的间歇性崩塌也是尾矿砂流浓度变化的重要因素。漫顶溃坝发生后, 溃口水流存在一定的过流深度, 此过流深度往往小于溃口深度, 即漫坝水流对溃口底部的两侧边坡冲刷作用较强, 使得溃口底部横向扩展速度要明显大于顶部^[31-32], 因此边坡坡角会逐渐增大, 当坡度增大到一定程度时, 溃口处土体的剪应力超过其抗剪强度而无法继续维持陡峭边壁, 上部坝坡会发生滑坡或崩塌使溃口突然增大, 导致尾矿砂流浓度变化剧烈。图 2 为溃口边坡稳定性分析示意图。

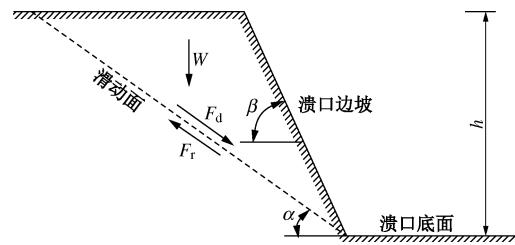


图 2 溃口边坡稳定性分析

Fig. 2 Analysis of side slope stability

图 2 中 β 为溃口边坡坡脚, 滑动面经过溃口边坡坡角与水平方向夹角为 α , 不考虑土体两端阻力的影响, 将溃口土体边坡的稳定性分析简化为平面应力问题, 如图 2 所示。 F_d 为作用在滑动面上的滑动力, 为重力的分力, 可表示为

$$F_d = W \sin \alpha = \frac{1}{2} \gamma_s h^2 \left(\frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\tan \beta} \right) \sin \alpha , \quad (19)$$

式中, W 为滑动土体的重力, γ_s 为土体重度, h 为溃口深度。 F_r 为作用在滑动面上的抗滑阻力, 包括摩擦分量和黏聚分量两部分, F_r 可表示为

$$F_r = W \cos \alpha \tan \varphi + \frac{ch}{\sin \alpha} = \frac{1}{2} \gamma_s h^2 \left(\frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\tan \beta} \right) \cos \alpha \tan \varphi + \frac{ch}{\sin \alpha} , \quad (20)$$

式中, φ 为土体摩擦角, c 为土体黏聚力。当溃口边坡稳定时, 应当满足条件 $F_r \geq F_d$ ^[33]。当尾矿坝漫顶溃坝发生后, 溃口边坡在漫坝水流冲刷作用下边坡坡角不断增加, 当边坡坡角 $\beta = \beta_s$ 时, 边坡土体发生滑坡, 滑坡后坡角为 α_s , 随着冲刷的进行, 边坡持续变陡后再次发生滑坡, 此过程不断进行使得溃口横向尺寸不断扩展。

表1 尾矿坝溃坝过程计算参数取值

Table 1 Parameters for break process of tailing dam

尾矿砂密度 $(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	坝高 /m	顶宽 /m	上游坡比	下游坡比	坝长 /m	初始溃口深度/m	初始溃口宽度/m	尾矿砂液限/%	曼宁系数 (溃口处)
2265	98	70	0.5	0.4	90	1.1	10	31.4	0.020
曼宁系数 (下游坡)	d_{50} /mm	颗粒相 对密度	孔隙 率	黏聚力 /kPa	$\tan\phi$	上游水位 /m	下游水位 /m	下游河道 宽度/m	下游河道坡 比
0.020	0.175	2.65	0.376	0	0.5	97	0	470	0.0018

2 模型应用

2.1 计算条件

采用国内某尾矿库实测资料进行数值仿真计算^[34]。该尾矿坝坝顶标高 3290 m, 初期坝 32 m, 最终标高 3356 m, 总坝高 98 m, 坝前高程 3366 m, 坝顶长 90 m, 宽 70 m, 上游坡比 1:2, 下游坡比 1:2.5, 筑坝方式采用上游法筑坝, 总库容为 99.81 万 m^3 , 有效库容为 84.84 万 m^3 , 库内尾矿砂含水率为 20.7%, 饱和度为 96.4%。假设初始溃口深度为 1.1 m, 宽度为 10 m。具体计算参数取值如表 1 所示。

库容曲线的确定是尾矿库处置过程中进行水文分析的重要内容和环节, 是尾矿库规模评定的重要的依据, 同时也对尾矿坝溃坝过程、溃口流量及发展过程有重要影响。对于库容信息, 模型需要输入水深 - 库面面积关系来进行溃坝过程的计算。通过对尾矿坝坝前库容信息进行探测, 同时结合等高线和断面库容曲线计算方法, 得到水深库容关系 $\alpha_r=74.9$, $m_r=0.3956$ 。根据当地降雨情况, 设计入库流量过程线如图 3 所示。

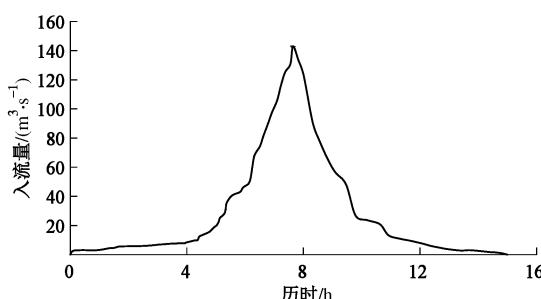


图3 入库流量过程

Fig. 3 Inflow process

2.2 计算结果分析

溃坝过程开始后, 随着溃口流量逐渐变大, 溃口剪应力增量 τ'_b 逐渐增大。溃坝发生 6.7 h 后 τ'_b 增大到 1.121 Pa 大于该时刻的临界剪应力 1.120 Pa, 冲蚀过程开始, 溃口逐渐变大, 溃坝发生 7.3 h 后, 溃口发生崩塌, 上游大量尾矿砂堆积体滑落, 溃口流量迅速增大, 此时临界剪应力 τ_c 受下泄物重度影响减小到

0.195 Pa。溃坝发生后 14 h, τ'_b 值等于 τ_c 值, 冲蚀过程结束, 溃坝过程中溃口剪应力变化图 4 所示。

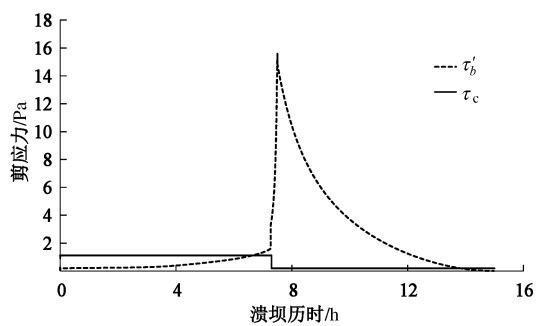


图4 剪应力变化过程

Fig. 4 Variation of shear stress

整个溃坝过程持续 15 h, 在 7.3 h 时, 溃口发生崩塌, 溃口流量迅速增大, 洪峰出现时刻为 7.53 h, 洪峰流量为 16007.84 m^3/s , 溃坝结束后残余坝高 78 m, 溃坝前期下泄物主要是上游库内蓄水, 尾矿砂含量较低, 溃口流量主要是库水流量, 溃坝发生 6.7 h 后, 上游库内蓄水逐渐减少, 下泄物中尾矿砂含量逐渐变大, 溃坝发生 7.3 h 后, 受下泄物冲蚀作用, 溃口发生崩塌, 上游大量尾矿砂堆积体滑落, 溃口流量迅速变大, 同时下泄物中尾矿砂含量迅速上升, 此时溃口流量主要是尾矿砂流量。溃口发展过程及各时刻水砂混合物溃口流量如图 5, 6 所示。

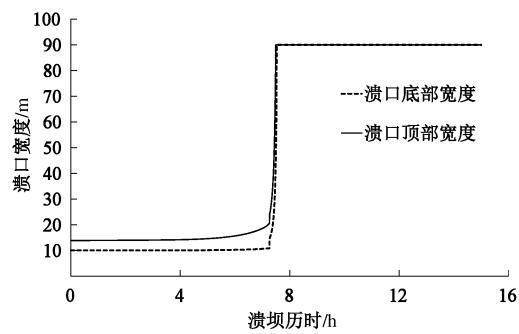


图5 溃口发展过程

Fig. 5 Process of breach development

为了更好地看清溃坝过程中库水和尾矿砂体积含量的变化, 分别作水和尾矿砂流量过程图 7, 8。

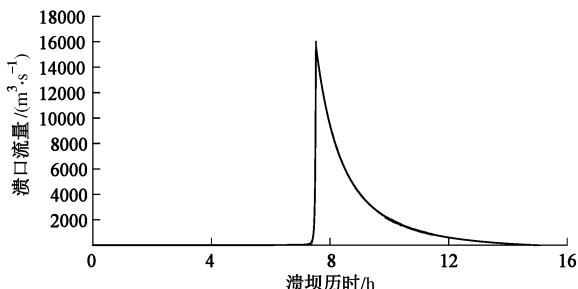


图 6 水砂混合物溃口流量过程

Fig. 6 Breach flow process of water-sand mixture

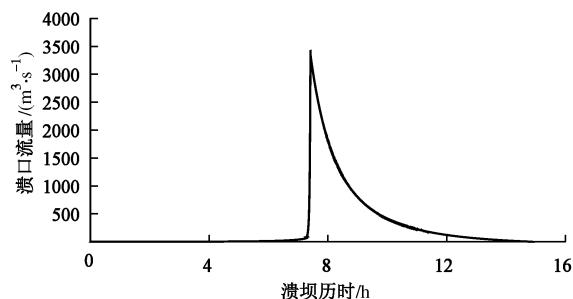


图 7 水的溃口流量过程

Fig. 7 Breach flow process of water

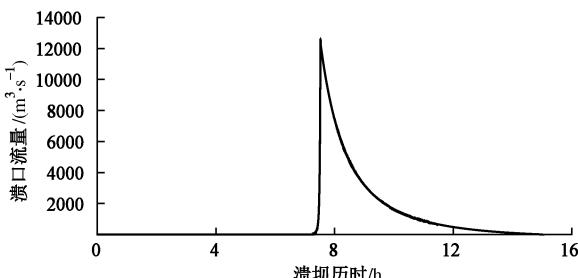


图 8 尾矿砂溃口流量过程

Fig. 8 Breach flow process of sand

由图 7, 8 可得出溃坝发生后下泄水砂混合物中尾矿砂体积浓度变化情况, 如图 9 所示。尾矿砂体积浓度由于从低值到高值的变化过程十分迅速, 而且两者差距较大, 为了看清变化趋势将尾矿砂体积浓度分图 10, 11 两张图显示。

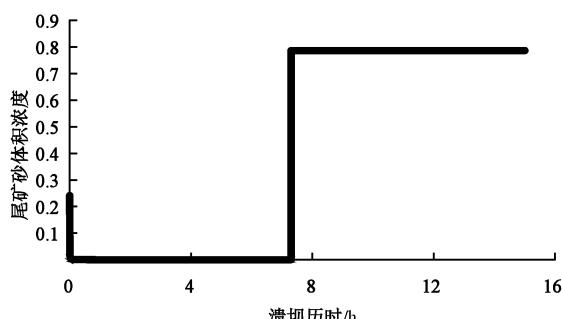


图 9 下泄物中尾矿砂体积浓度变化

Fig. 9 Change in volume concentration of tailing sand

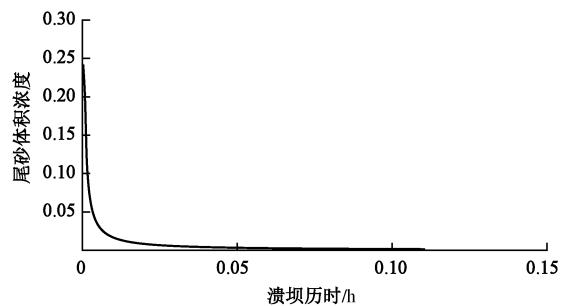


图 10 前期尾矿砂体积浓度变化

Fig. 10 Change in volume concentration of tailing sand at early stage

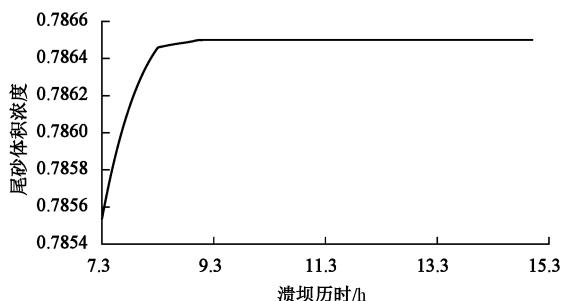


图 11 尾矿砂体积浓度变化

Fig. 11 Change in volume concentration of tailing sand at later stage

由图 10 可以看出溃坝刚开始时下泄物中尾矿砂浓度慢慢变大, 当溃口流量逐渐变大以后, 尾矿砂浓度逐渐下降, 直到一个相对稳定的值, 这时由于水流流量较大, 尾矿砂浓度比较低, 整个过程只有 0.06 h, 0.06 h 以后尾矿砂浓度一直维持 0.01% 以下的水平, 直到溃坝过程进行了 7.3 h 以后, 尾矿砂体积浓度发生迅速由 0.01% 上升到 78% 以上, 由图 11 可知, 溃坝历时 7.3 h 以后, 尾矿砂浓度逐渐变大, 直到 7.8 h 以后, 尾矿砂浓度相对稳定, 此时下泄混合物仍然处于流动状态, 但由于固相含量较高, 下泄混合物流动特性与泥石流近似, 黏滞性较高, 受黏滞性影响, 尾矿砂流下泄速度逐渐减慢, 15 h 后整个溃坝过程结束。刘磊等^[31]针对水露沟尾矿库进行了漫顶溃坝物理模型试验, 研究了尾矿库溃坝演化过程。结果表明, 尾矿库漫顶溃坝过程中, 下泄物中尾矿砂体积浓度变化很大, 溃口下泄物前期以水为主, 尾矿砂含量较低且以悬移质运动为主; 后期主要以尾矿砂为主, 水的含量很低, 尾矿砂以推移质运动为主。物理试验结果与本文计算的浓度变化规律相符合。

3 结语

本文基于非平衡水砂混合物的连续方程和动量方

程建立的尾矿库漫顶溃坝数学模型, 可考虑尾矿库溃坝过程中溃口及底床变化对溃坝下泄物中尾矿砂体积浓度的影响; 某尾矿库漫顶溃坝过程的计算结果表明, 尾矿库溃坝过程中下泄物体积浓度变化很大, 直接影响溃口发展及溃口下泄物流量过程, 溃口下泄物前期以水为主, 尾矿砂含量较低且以悬移质运动为主; 后期主要以尾矿砂为主, 水的含量很低, 尾矿砂以推移质运动为主, 当下泄物底床剪应力增量小于尾矿砂起动的临界剪应力时, 溃坝过程停止; 建立可考虑溃口尾矿砂浓度变化的尾矿库溃坝数学模型, 对于合理模拟尾矿库溃坝溃口发展和溃口下泄物流量及其浓度变化过程, 正确预测尾矿库溃坝致灾后果显得很有必要。

参考文献:

- [1] AQ 2006—2005 尾矿库安全技术规程[S]. 2006. (AQ 2006—2005 Safety technical regulations for the tailing pond[S]. 2006. (in Chinese))
- [2] AZAM S, LI Q. Tailing dam failure: a review of the last one hundred years[J].
- [3] 李作章, 徐日升, 穆鲁生. 尾矿库安全技术[M]. 北京: 航空工业出版社, 1996. (LI Zuo-zhang, XU Ri-sheng, MU Lu-sheng. Safety technical regulations for the tailing pond[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 1996. (in Chinese))
- [4] SLADE N, KUYUCAK N. Tailings thickening to reduce impacts on water resources[J]. International Mining, 2009: 2 – 3.
- [5] 吴宗之, 梅国栋. 尾矿库事故统计分析及溃坝成因研究[J]. 中国安全科学学报, 2014(24): 70 – 76. (WU Zong-zhi, MEI Guo-dong. Statistical analysis of tailings pond accidents and cause analysis of dam failure[J]. China Safety Science Journal, 2014(24): 70 – 76. (in Chinese))
- [6] 王又武, 袁 平, 陈珂佳. 尾矿库溃坝有关问题探讨[J]. 工程建设, 2009, 41(5): 35 – 41. (WANG You-wu, YUAN Ping, CHEN Ke-jia, et al. Discussion on related problems of tailing dam break[J]. Engineering Construction, 2009, 41(5): 35 – 41. (in Chinese))
- [7] 王文星. 尾矿坝稳定性分析及安全对策的研究[D]. 长沙: 中南大学, 2007. (WANG Wen-xing. Study on stability analysis and safety countermeasures of tailings dam[D]. Changsha: Central South University, 2007. (in Chinese))
- [8] 梅国栋, 王云海. 我国尾矿库事故统计分析与对策研究[J]. 中国安全生产科学技术, 2010(3): 211 – 213. (MEI Guo-dong, WANG Yun-hai. Statistical analysis and countermeasure study on tailings pond accidents in China[J]. Journal of Safety Science and Technology, 2010(3): 211 – 213. (in Chinese))
- [9] 袁 兵, 王飞跃, 金永健, 等. 尾矿坝溃坝模型研究及应用[J]. 中国安全科学学报, 2008(4): 169 – 172. (YUAN Bing, WANG Fei-yue, JIN Yong-jian, et al. Study on the model for tailing dam breaking and its application[J]. China Safety Science Journal, 2008(4): 169 – 172. (in Chinese))
- [10] 陈青生, 孙建华. 矿山尾矿库溃坝砂流的计算模拟[J]. 河海大学学报, 1995(5): 99 – 105. (CHEN Qing-sheng, SUN Jian-hua. Calculation of tailings flow due to dam break[J]. Journal of Hohai University, 1995(5): 99 – 105. (in Chinese))
- [11] 敬小非, 尹光志, 魏作安. 模型试验与数值模拟对尾矿坝稳定性综合预测[J]. 重庆大学学报, 2009, 32(3): 308 – 313. (JING Xia-fei, YIN Guang-zhi, WEI Zuo-an. Model test and numerical simulation of tailing dam safety forecasting[J]. Journal of Chongqing University, 2009, 32(3): 308 – 313. (in Chinese))
- [12] RICO M, BENITO G, D'LEZ-HERRERO A. Floods from railings dam failures[J]. Journal of Hazardous Materials, 2008, 154(1): 79 – 87.
- [13] PASTOR M, QUECEDO M, MERODO J A F, et al. Modelling tailings dams and mine waste dumps failures[J]. Géotechnique, 2002, 52(8): 579 – 591.
- [14] BLIGHT G E. Destructive mudflows as a consequence of tailings dyke failures[J]. Proceedings of the Institution of Civil Engineers Geotechnical Engineering, 1997, 125(1): 9 – 18.
- [15] 谢任之. 溃坝水力学[M]. 济南: 山东科学技术出版社, 1993. (XIE Ren-zhi. Dam break hydraulics[M]. Jinan: Shandong Science and Technology Press, 1993. (in Chinese))
- [16] VAN RIJN L C. Sediment transport: part I bed load transport[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1984, 110(10): 1431 – 1456.
- [17] VAN RIJN L C. Sediment transport: part II suspended load transport[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1984, 110(11): 1613 – 1641.
- [18] WU W. Computational river dynamics[M]. London: Taylor & Francis, 2007.
- [19] ZHANG R J, XIE J H. Sedimentation research in china, systematic selections[M]. Beijing: Water and Power Press, 1993.

- [20] RICHARDSON J F, ZAKI W N. Sedimentation and fluidization. Part I[J]. Transactions of the Institution of Chemical Engineers, 1954, **32**(1): 35 – 53.
- [21] WU W, WANG S S Y. Mathematical models for liquid-solid two-phase flow[J]. International Journal of Sediment Research, 2000, **15**(3): 288 – 298.
- [22] HAGER W H, GUIDICE G D, WU W, et al. Movable bed roughness in alluvial rivers[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2001, **127**(7): 627 – 629.
- [23] LIN B. Current study of unsteady transport of sediment in China[C]// Japan–China Bilateral Seminar on River Hydraulics and Engineering Experiences. Tokyo, 1984.
- [24] ARMANINI A, DISILVIO G. A one-dimensional model for the transport of a sediment mixture in nonequilibrium conditions[J]. Journal of Hydraulic Research, 1989, **27**(3): 455 – 462.
- [25] ZHOU J, LIN B. One-dimensional mathematical model for suspended sediment by lateral integration[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1998, **124**(7): 712 – 717.
- [26] CAO Z, PENDER G, WALLIS S, et al. Computational dam-break hydraulics over erodible sediment bed[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004, **130**(7): 689 – 703.
- [27] WU W, VIEIRA D A, WANG S S Y. 1D numerical model for nonuniform sediment transport under unsteady flows in channel networks[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004, **130**(9): 914 – 923.
- [28] 陈生水. 土石坝溃决机理与溃坝过程模拟[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2012. (CHEN Sheng-shui. Simulation of earth-rock dam break mechanism and process[M]. Beijing: China Water Power Press, 2012. (in Chinese))
- [29] SINGH V P. Dam breach modeling technology[M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [30] FREAD D L. DAMBRK: the NWS dam break flood forecasting model[R]. Silver Spring: National Weather Service, 1982.
- [31] 刘 磊, 张红武, 钟德钰, 等. 尾矿库漫顶溃坝模型研究 [J]. 水利学报, 2014, **45**(6): 675 – 681. (LIU Lei, ZHANG Hong-wu, ZHONG De-yu, et al. Research on tailings dam break due to overtopping[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, **45**(6): 675 – 681. (in Chinese))
- [32] 郭非凡. 堤坝溃口演化过程数值模拟研究[D]. 北京: 中国地质大学, 2015. (GUO Fei-fan. Numerical simulation of the evolution of the dyke-dam breach[D]. Beijing: China University of Geosciences, 2015. (in Chinese))
- [33] 卢廷浩, 朱俊高. 土力学[M]. 2 版. 南京: 河海大学出版社, 2005. (LU Ting-hao, ZHU Jun-gao. Soil mechanics[M]. 2nd ed. Nanjing: Hohai University Press, 2005. (in Chinese))
- [34] 赵蒙生, 代永新, 刁 虎, 等. 某尾矿坝稳定性渗流分析及工程对策措施[C]// 首届全国尾矿工程与综合利用技术研讨会. 德兴, 2015. (ZHAO Meng-sheng, DAI Yong-xin, DIAO Hu, et al. Stability seepage analysis and engineering countermeasure of a tailings dam[C]// Proceedings of the first National Symposium on Tailings Engineering and Comprehensive Utilization Technology. Dexing, 2015. (in Chinese))