

DOI: 10.11779/CJGE201705008

基于离散元法的真三轴应力状态下砂土破碎行为研究

周伦伦, 楚锡华*, 徐远杰

(武汉大学土木建筑工程学院, 湖北 武汉 430072)

摘要: 基于可破碎三维离散颗粒模型模拟了一系列常规三轴试验与真三轴试验, 研究了砂土在真三轴应力状态下的破碎行为。数值调查主要关注试样的应力应变特性、级配及相对破碎率的演化。随着围压增大, 颗粒破碎率增大, 试样应变软化特性和剪胀性逐渐减弱, 而超过临界高围压后, 由于固结中颗粒大量破碎, 试样剪胀性反而增强。真三轴试验中, 试样偏应力比峰值均随中主应力参数 b 值增大而减小。由于破碎随 b 值增加而明显增大, 试样剪胀性随 b 值增大而逐渐减弱。试样内摩擦角 φ 随围压增大而减小, 其演化关系基本满足对数关系; 内摩擦角随 b 值增大先增大后减小, Lade-Duncan 准则较为适合描述其变化规律。此外, 试样相对破碎率增大的速率随围压和轴向应变增大而逐渐降低, 暗示试样最优终极级配的存在, 且相对破碎率与试验输入能量之间存在唯一的双曲线关系。

关键词: 颗粒破碎; 真三轴应力; 中主应力; 级配曲线

中图分类号: TU411

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2017)05-0839-09

作者简介: 周伦伦(1991-), 男, 博士研究生, 主要从事岩土颗粒材料力学行为数值模拟研究。E-mail: zhoulunlun@whu.edu.cn。

Breakage behavior of sand under true triaxial stress based on discrete element method

ZHOU Lun-lun, CHU Xi-hua, XU Yuan-jie

(School of Civil Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: A series of triaxial compression tests and true triaxial tests based on discrete element method are conducted numerically to investigate the particle breakage behavior of granular materials under triaxial stress conditions. The numerical investigation mainly focuses on the stress-strain behavior, the evolution of the particle-size distribution and relative breakage of the crushable granular assembly. As the confining pressure increases, it is found that the dilatancy and strain softening of granular assembly decrease, which is related to the increase in the particle breakage. Beyond a higher confining pressure, the volumetric dilatation starts to increase, caused by the increase of the particle breakage during consolidation. In true triaxial tests, the peak stress ratio decreases with the increasing intermediate principal stress ratio b . And the increase of b results in the decrease of dilatancy, which stems from the distinct increasing compaction caused by breakage with the increasing b . The internal friction angle φ decreases with the increasing confining pressure, which conforms to a logarithmic relationship, and φ increases first and then decreases with the increasing b , which conforms to the Lade-Duncan failure model. In addition, the increment of the increasing relative breakage declines with the increasing confining pressure and axial strain, which implies the existence of the optimum distribution of granular assembly. The relationship between the particle breakage and the total input energy during tests is found to conform to a unique hyperbolic correlation.

Key words: particle breakage; triaxial stress; intermediate principal stress; particle-size distribution

0 引言

颗粒破碎的现象普遍存在于在岩土工程中, 如贯入试验和端承桩基础底部以及高土石坝中土体颗粒在高应力作用下均存在明显的破碎现象。颗粒破碎可改变颗粒级配、孔隙率等, 进而影响砂土的宏观力学行为。随着对颗粒破碎认识的加深, 相关基础性研究日益引起重视并获得了一些共识^[1-4]。如一般情况下, 矿

物成分较强和颗粒浑圆度较好的颗粒材料的破碎量较小。而尺寸较大的颗粒包含潜在缺陷的可能性较高, 颗粒较容易破碎^[2-3]。级配良好, 相对密度较高的砂土,

基金项目: 国家自然科学基金项目(10802060, 11172216, 11472196);
国家重点基础研究发展(“973”计划)计划项目(2010CB731502)

收稿日期: 2016-01-26

*通讯作者(E-mail: chuxh@whu.edu.cn)

其配位数也相对较高,颗粒间的接触力相对较小,破碎量较小^[2-5]。此外,颗粒破碎同样与有效应力水平和应力路径等试验条件密切相关^[2-5]。Lade 等^[2]和 Tarantino 等^[3]的试验结果表明颗粒破碎量随围压增加而增加,但增加趋势逐渐减小,当应力水平较高时破碎量将趋于一个定值。Ezaoui 等^[4]和 Francesca 等^[5]的研究表明相比剪切应力路径而言,在等向压缩时,颗粒不易破碎。尽管研究者^[2-5]已经通过单轴试验、等向压缩试验和常规三轴试验等试验途径广泛研究了多种应力路径下颗粒材料的破碎行为,但此类试验中所施加的荷载均为对称荷载,对颗粒材料在真三轴应力状态下破碎行为的研究仍然较少^[6]。在真三轴试验中,真三轴应力状态常由中主应力参数 b ($b=(\sigma_2-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)$) 表征, b 值反映了中主应力与大小主应力的关系,其对颗粒材料强度特性有明显影响^[6-7]。

由于物理试验存在试样制备繁琐及细观信息不易获取等困难,离散单元法 (discrete element method, DEM) 被广泛用于颗粒材料破碎行为研究^[6, 8-16]。目前使用 DEM 模拟颗粒破碎主要有两种方法:①使用子颗粒簇替换破碎颗粒^[6, 8-10];②由接触黏结形成可破碎团粒^[11-16]。基于前者,楚锡华等建议了颗粒材料的分级破碎模型^[8],并调查了破碎对颗粒材料宏观力学行为的影响^[9]。Zhou 等^[6]研究了中主应力参数 b 对可破碎颗粒材料各向异性性质和接触力链特征的影响,指出各向异性参数与应力比之间存在与 b 值无关的线性关系。与后者相比,前者在计算能力上有一定优势,但定义合理的破碎准则和子颗粒分布模式较为困难,且为保证计算能力一般限制颗粒发生多级破碎。基于后方法,McDowell 等^[11]建议了模拟破碎强度满足 Weibull 分布的不同尺寸石英砂颗粒的方法,再现了颗粒尺寸对破碎强度的影响。Cheng 等^[12]模拟了满足真实破碎强度分布的砂粒,重现了砂土的塑性行为。Bolton 等^[13]调查配位数、组构等细观参数研究了可破碎材料宏观力学行为的细观起源。Wang 等^[14-15]和周博等^[16]对颗粒破碎在砂土应变局局部化、剪切失效和能量耗散等力学行为中的影响进行了详细研究。

但目前的 DEM 研究对于颗粒破碎的演化规律并没有清晰的描述,且对颗粒破碎率的定义多基于断裂的黏结键数量^[14-16],而物理试验中多基于颗粒级配演化定义破碎率,两者之间无法定量比较。本文使用 DEM 数值模拟对由椭球形可破碎团粒组成的试样进行了一系列常规三轴和真三轴数值试验,研究可破碎砂土在真三轴应力状态下的破碎行为。与 Zhou 等^[6]的研究不同,本文的工作重心在于通过颗粒级配的演化过程和基于级配演化所定义的破碎率来分析剪切过

程中颗粒破碎的演化规律,并考察颗粒破碎的演化与试验输入能量之间的关系。

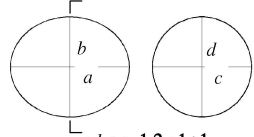
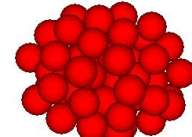
1 基于 DEM 的颗粒破碎模拟

1.1 数值试样制备与试验方案

颗粒集合体使用颗粒流分析程序 PFC^{3D} 创建,其由 415 个椭球体团粒组成,团粒长轴直径由 0.85 mm 到 2.0 mm 均匀分布,三轴直径比为 1.2:1:1,其级配与 Nakata 等^[1]的试验中 Aio 砂的级配一致。集合体初始尺寸为高 12 mm,长 8 mm,宽 8 mm,立方体压缩室由 6 块无摩擦的刚性板组成。颗粒集合体的生成过程简述如下:首先在压缩室内使用“半径膨胀法”按照相应级配生成一定数量的球形颗粒,样本的孔隙率为 0.20,在此过程中颗粒的切向刚度与摩擦系数均取为零值,以保证样本的密实性与均匀性。随后记录所有颗粒粒径与中心位置并将其删除,在原颗粒的位置上生成长轴取向任意且长轴直径与原颗粒相同的椭球体可破碎团粒,并循环 50000 步以消除不平衡力。

生成椭球体团粒时,首先在与团粒尺寸相同的椭球容器中生成 73 个粒径相同的子颗粒,子颗粒的粒径与椭球体团粒长轴直径的比值为 1:6,随后使用平行黏结模型将相互接触的子颗粒黏结起来。平行黏结模型使用的胶结键具有一定宽度,胶结键本身可以承担一定的剪切力、拉力以及弯矩作用。最后随机移除团粒内 20%的子颗粒来模拟真实颗粒的内部不均匀性。此方法简单实用,已被许多研究者成功应用于模拟真实颗粒的破碎强度^[11-16]。表 1 为团粒形状参数及典型团粒示意图。团粒替换完成后的 DEM 数值试样如图 1 所示。基于该试样进行了一组常规三轴排水试验和一组真三轴排水试验,具体数值试验方案为:①常规三轴压缩试验,围压 σ_3 分别取 0.5, 1.5, 3.0, 5.0, 10.0, 20.0 和 30.0 MPa;②真三轴试验,保持围压分别为 $\sigma_3 = 0.5$ MPa 和 $\sigma_3 = 10.0$ MPa 不变,分别取 $b = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3) = 0.0, 0.25, 0.5, 0.75$ 和 1.0 进行试验。

表 1 团粒形状尺寸参数

Table 1 Shape and size parameters of crushable agglomerates		
颗粒数	团粒三轴直径比	典型团粒
57	 $a:b:c=1.2:1:1$	

在数值试验前,先以 σ_3 进行等向固结后再开始使用位移加载,位移加载方式为控制顶板以恒定速率 0.05 mm/s 向下运动,底板约束,同时采用伺服机制调整侧向刚性板的位置以保持 3 个方向的主应力满足试

验要求 (在常规三轴试验中两水平方向围压不变; 真三轴试验中保持小主应力方向围压不变, 同时保持 b 值不变)。主应力方向参见图 1。

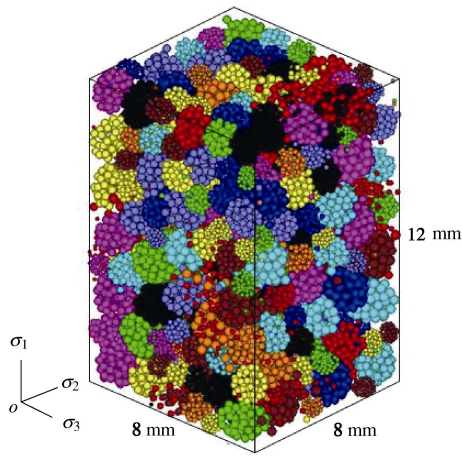


图 1 DEM 数值试样图

Fig. 1 DEM specimen with 415 crushable agglomerates

1.2 数值试验细观参数标定

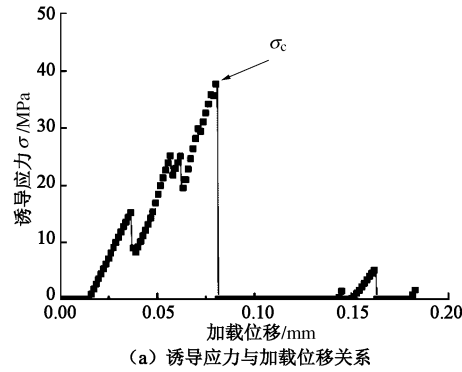
本文 DEM 细观参数参考了文献[14, 15]中模拟可破碎砂土所用的参数, 并基于 Nakata 等^[1]对 Aio 砂的单颗粒平板压碎试验及常规三轴压缩试验结果进行标定, 得到了相应的 DEM 细观参数, 子颗粒直径为 0.14~0.33 mm, 子颗粒密度为 2650 kg/m³, 子颗粒法向与切向接触刚度为 2.0×10⁸ N/m, 子颗粒摩擦系数为 0.65, 平行黏结法向与切向强度为 2.0×10⁹ N/m², 平行黏结法向与切向刚度为 5.0×10¹⁴ N/m², 平行黏结半径与子颗粒半径比为 0.5, 墙体法向与切向接触刚度为 2.0×10⁸ N/m, 墙体摩擦系数为 0.0。Nakata 等^[1]与 McDowell 等^[17]表明单颗粒的破碎强度满足 Weibull 统计分布, 即粒径为 d 的颗粒的存活 (不破碎) 概率为

$$P_s(d) = \exp\left[-(\sigma/\sigma_0)^m\right] \quad , \quad (1)$$

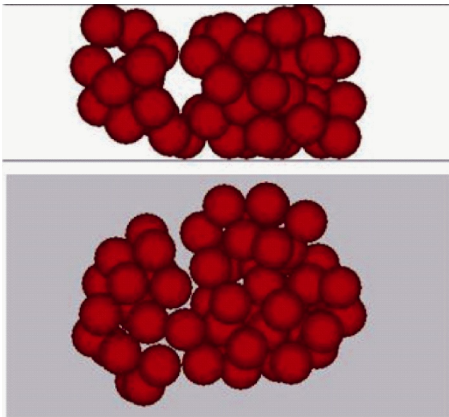
式中, 诱导应力 $\sigma = F/d^2$ (F 为平板压碎试验中所施加的压力), σ_0 为颗粒存活概率为 37% 时所对应的诱导应力, m 为 Weibull 模量。

Nakata 等^[1]的单颗粒平板压碎试验结果表明由于颗粒粒径 (0.85~2.0 mm) 和矿物成分 (石英与长石) 的影响, Aio 砂颗粒破碎强度为 18.33~51.75 MPa, Weibull 模量 m 为 1.8~4.2。本文随机选取 30 个可破碎团粒进行平板压碎试验。图 2 为一组典型的平板压碎试验结果, 取诱导应力 - 位移曲线上的峰值应力为颗粒的破碎应力 σ_c , 图 2 (b) 为破碎后的团粒。图 3 为团粒破碎强度 Weibull 分布图, 团粒存活概率 P_s 由平均秩法^[18]求得, 可见团粒破碎强度符合 Weibull 分

布, 其 Weibull 模量 $m = 2.06$, 破碎强度 $\sigma_0 = 45.18$ MPa, 其值均在合理范围内。图 4 为 $\sigma_3 = 3.0$ MPa 时常规三轴压缩数值试验应力应变关系与 Aio 砂试验结果^[1]的对比图。Aio 砂三轴试验^[1]中试样高为 110 mm, 直径为 50 mm, 在围压 $\sigma_3 = 2.94$ MPa 下以应变速率 0.1%/min 进行剪切。可见数值试验应力应变曲线与试验结果吻合良好, 验证了本文所取细观参数的合理性。



(a) 诱导应力与加载位移关系



(b) 破碎颗粒

图 2 典型单颗粒平板压碎试验结果

Fig. 2 Typical results of platen compression tests on single agglomerate

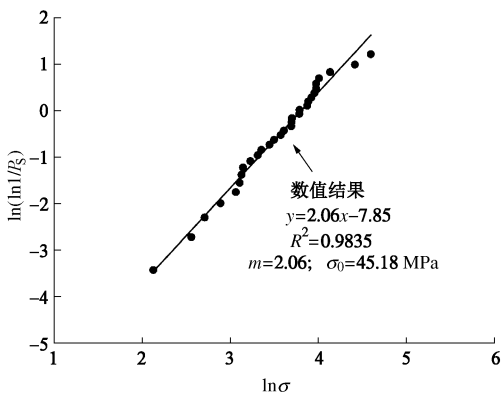


图 3 平板压碎试验中团粒破碎强度 Weibull 分布图

Fig. 3 Weibull probability plot of crushable agglomerates from platen compression tests

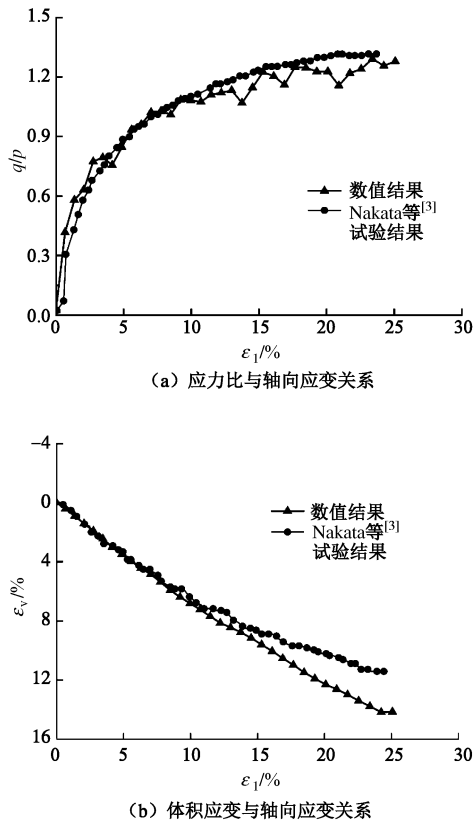


图4 数值试验应力应变关系与室内试验对比图 ($\sigma_3=3.0$ MPa)

Fig. 4 Typical results of platen compression tests on single agglomerate

2 数值试验结果与分析

2.1 应力应变行为

图5为数值试样在围压0.5~30.0 MPa下常规三轴压缩试验的偏应力比 q/p ($p=(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)/3$, $q=\sqrt{[(\sigma_1-\sigma_3)^2+(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2]/2}$)和体积应变 ε_v 与轴向应变 ε_1 的曲线。如图5所示,当围压较小时 ($\sigma_3=0.5$ MPa), 试样的体积变化先剪缩再剪胀, 伴随其体积膨胀, 其应力应变曲线在达到峰值后发生了一定的应变软化。此时, 试样在剪切过程中颗粒破碎程度较小, 呈现出较为明显的剪胀。图5(a)、(c)中偏应力比 q/p 峰值逐渐减小, 峰值点处的轴向应变逐渐增大, 应力应变曲线逐渐由应变软化特性向应变硬化特性过渡。随着围压逐渐增大到5.0 MPa, 由于剪切过程中颗粒破碎程度逐渐增大, 颗粒不断破碎形成小颗粒并填充至试样的原有孔隙中, 导致试样的体积收缩增大, 体变曲线逐渐由先剪缩后剪胀过渡到持续剪缩。当围压从5.0 MPa增加到30.0 MPa时, 试样体积收缩量反而随围压增大逐渐减小, 与低围压时的变化规律相反。这种体变规律与Yamamuro等^[19]对Cambria砂的高围压(0.05~52.0 MPa)三轴试验结果相同。由于在高围压下试样在等向固结过程中就会大

量破碎, 使试样的剪前孔隙率明显减小, 从而限制了试样在剪切过程中体积收缩量, 且这种影响会随围压增大变得越发显著^[19]。

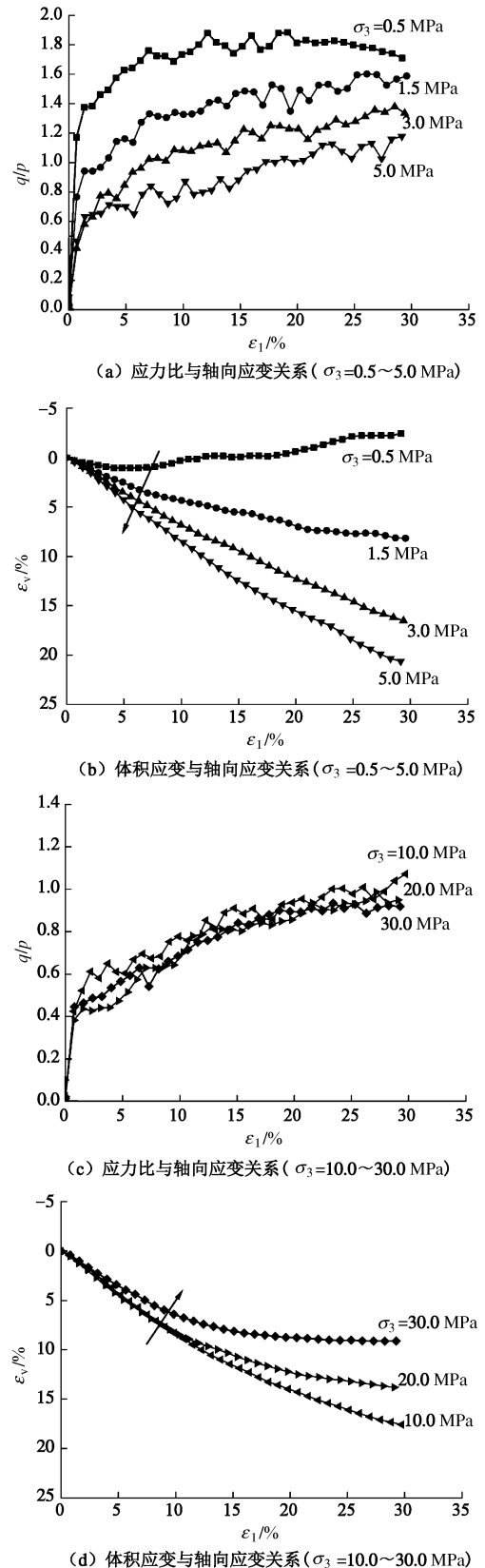


图5 常规三轴压缩试验应力应变关系

Fig. 5 Stress-strain relations from conventional triaxial compression tests

试样在围压 $\sigma_3 = 0.5, 10.0$ MPa 下真三轴试验应力应变关系如图 6 所示, 试验过程中保持 σ_3 不变, b 值分别取 0.0, 0.25, 0.5, 0.75 和 1.0。不同围压下偏应力比 q/p 峰值均随 b 值增大而逐渐减小。图 6(b) 和 6(d) 中, 试样体变曲线仅在 $\sigma_3 = 0.5$ MPa, $b=0$ 时呈现明显的剪胀特性, 其他情况下均呈现剪缩特性, 且随着 b 值增大, 剪缩变形明显增大。由于试样在试验过程中颗粒破碎明显, 且破碎量随 b 值增加而明显增大, 较高的颗粒破碎量抑制了试样的剪胀, 导致体变曲线呈现明显的剪缩特性, 这与颗粒破碎较为明显的颗粒材料室内试验^[20-21]体变曲线演化规律一致。

图 7 为不同 b 值下中主应变和小主应变随大主应变的演化关系。在不同围压下主应变间的关系曲线规律相似, 随着 b 值增大, 中主应变以 $b=0.25$ 为临界

点逐渐由膨胀转为压缩, 而小主应变方向均为膨胀, 且随 b 值增大, 其膨胀性逐渐增强。

试样内摩擦角 φ ($\varphi = \arcsin[(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)]$) 与围压 σ_3 的关系曲线如图 8(a) 所示。随围压增大, 试样内摩擦角逐渐减小, 其演化满足对数关系: $\varphi = \varphi_0 - \Delta\varphi \lg(\sigma_3/p_a)$, 式中 φ_0 为 $\sigma_3 = p_a$ 时的内摩擦角 (p_a 为参考围压, 通常取 1 个大气压), $\Delta\varphi$ 为反映内摩擦角随围压增大而降低的参数, 本文中 $\varphi_0 = 51.41^\circ$, $\Delta\varphi = 5.08^\circ$ 。图 8(b)、(c) 分别为两种围压下真三轴试验试样内摩擦角 φ 与应力比参数 b 关系曲线, 并给出了由 Lade-Duncan 破坏准则和 Matsuoka-Nakai 破坏准则获得的预测曲线。可见, 不同围压下, 数值试样的内摩擦角均随 b 值的增加先增加后减小, 峰值点均出现在 $b=0.75$ 处。与两种破坏准则的预测

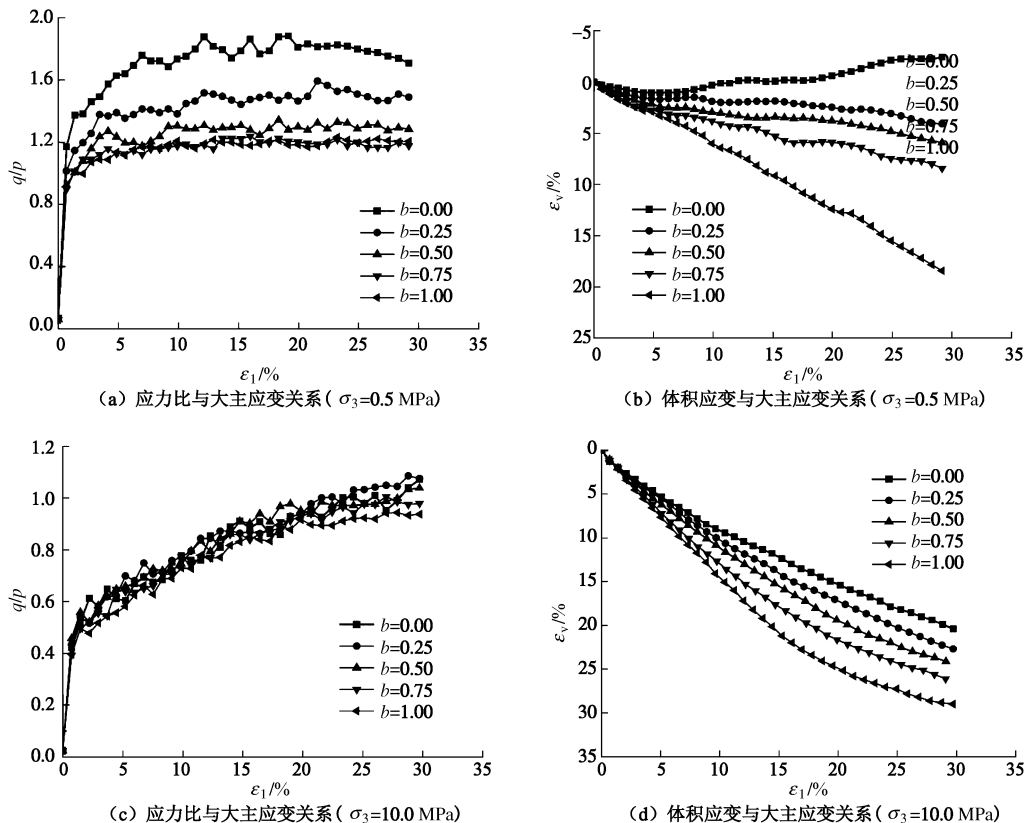
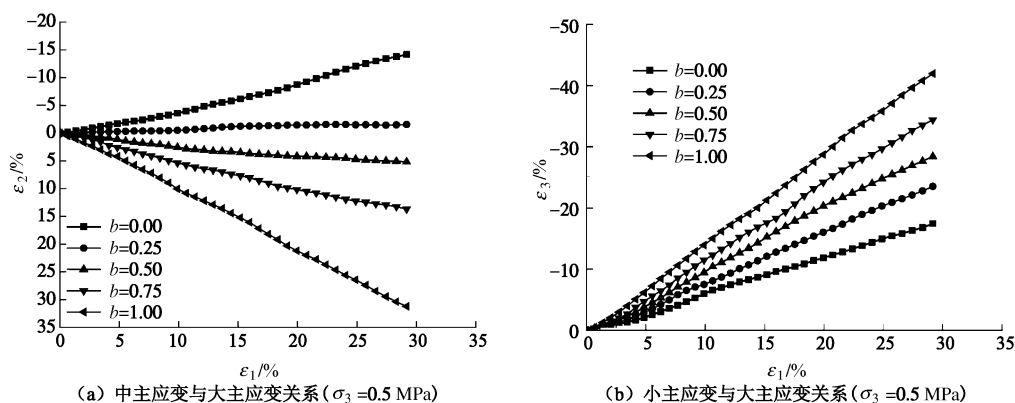


图 6 真三轴试验应力应变关系

Fig. 6 Stress-strain relations from true triaxial tests



(a) 中主应变与大主应变关系 ($\sigma_3 = 0.5$ MPa)

(b) 小主应变与大主应变关系 ($\sigma_3 = 0.5$ MPa)

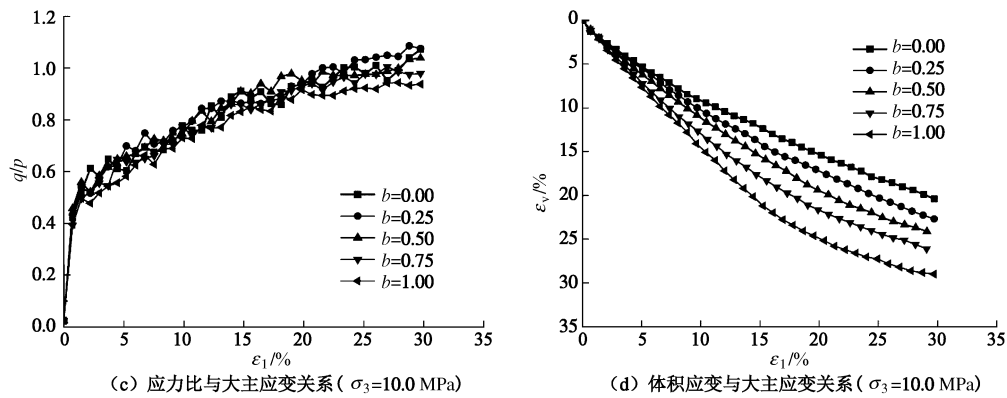
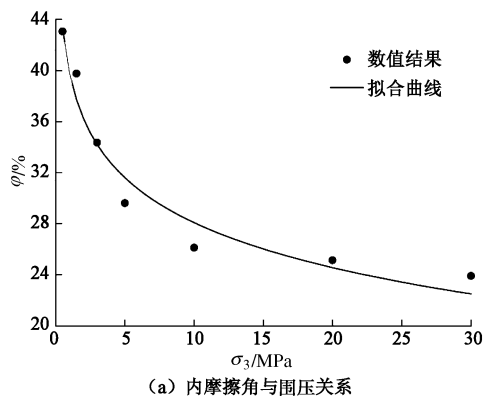
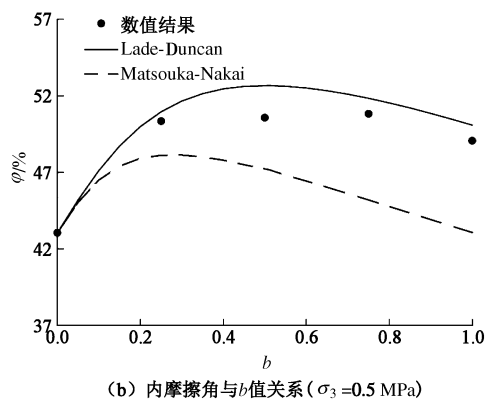


图 7 真三轴试验主应变间的关系曲线

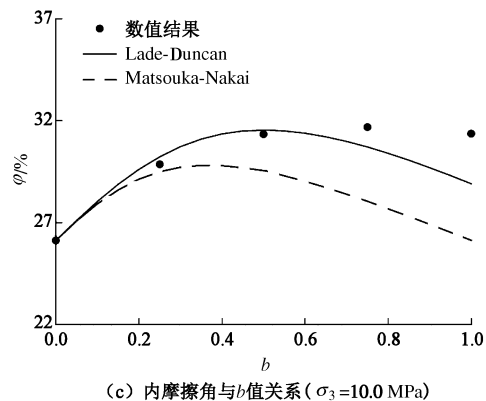
Fig. 7 Relations between principal strains from true triaxial tests



(a) 内摩擦角与围压关系



(b) 内摩擦角与b值关系 (σ₃=0.5 MPa)



(c) 内摩擦角与b值关系 (σ₃=10.0 MPa)

图 8 内摩擦角与围压及 b 值关系曲线

Fig. 8 Relations among friction angle and confining pressure and parameter b

曲线相比, 由 Lade-Duncan 破坏准则获得的内摩擦角峰值出现在 $b=0.5$ 处, 而 Matsouka-Nakai 破坏准则预测的峰值在 $b=0.3$ 处。总体上看, 不同围压下 Lade-Duncan 破坏准则所得到内摩擦角与数值试验的演化规律均较为吻合, 更适合描述在真三轴应力状态下的试样强度特性随 b 值的变化规律。

2.2 试样级配与相对破碎率

颗粒破碎对试样最直接的影响体现在加载前后试样级配曲线的变化, 因此许多研究者^[2, 5, 22]以试样级配的变化作为度量颗粒破碎的指标。其中以 Hardin^[22]所定义的相对破碎率应用最为广泛, 其定义为

$$B_r = B_i / B_p \quad (2)$$

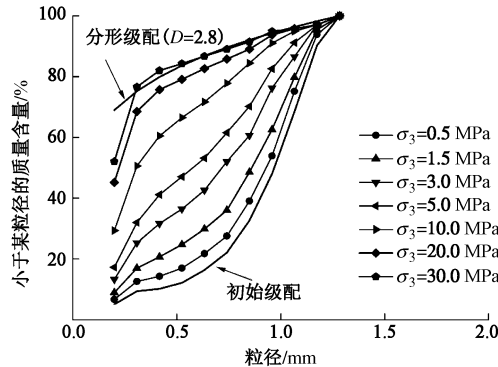
式中, 总破碎量 B_i 为试验后试样级配曲线与初始级配曲线之间的面积, 破碎势 B_p 为粒径 $d=0.074$ mm 的竖线与初始级配曲线之间的面积。需要说明 B_p 的定义基于 Hardin^[22]的假设: 在足够高的应力作用下, 所有颗粒均会破碎至粒径 $d < 0.074$ mm, 而此假设并不符合破碎的真实机理。试验结果^[2]表明破碎导致颗粒粒径的分布范围更为广泛, 增加了细小颗粒的比例, 但破碎后试样内颗粒最大粒径一般不会发生明显变化, 颗粒级配最终会趋于一个满足分形理论的最优级配。因此, 将 B_p 的定义修正为满足分形理论的最优级配曲线与初始级配曲线之间的面积^[23], 最优级配曲线由下式定义:

$$p_d = (d/d_M)^{3-D} \quad (3)$$

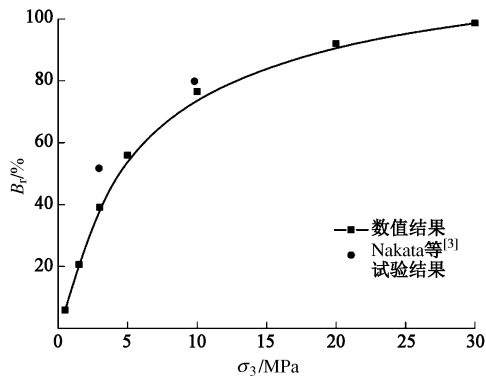
式中, p_d 为粒径小于 d 的颗粒所占比例, d_M 为样本内最大颗粒粒径, D 为分形维数。

图 9 (a) 为不同围压下常规三轴压缩试验后试样的级配曲线。作为比较, 图中给出了分形维数 $D=2.8$ 的分形级配曲线和初始级配曲线。团粒的等效粒径为体积与团粒内子颗粒体积和相等的球体的直径。由于在试样生成阶段部分团粒已经出现破碎现象, 初始级配包含有一定比例的小颗粒。可见, 随着围压增大, 数值试验后试样级配曲线逐渐趋近于分形维数 $D=2.8$ 的分形级配。在本文的试验围压和应变范围

内,可取分形维数 $D=2.8$ 的分形级配为最优级配来计算相对破碎率 B_r , 根据图 9(a) 中的级配曲线计算出不同围压下的破碎率, 破碎率与围压的关系如图 9(b) 所示。样本的破碎率随围压的增大而增大, 但增大的速率逐渐降低, 这暗示着若继续增大围压, 破碎率最终会趋于稳定, 试样存在终极级配, 这与文献[4, 5, 23] 的结论相一致。根据 Nakata 等^[1] 中 $\sigma_3 = 2.94, 9.81$ MPa 的常规三轴试验后的级配曲线计算出其破碎率, 如图 9(b) 所示。 $\sigma_3 = 2.94$ 时数值结果与试验结果相差 11.6%, $\sigma_3 = 9.81$ MPa 时数值结果小 3.3%。数值试验破碎率略小于试验数据, 且高围压时差值较小。由于数值试验中使用椭球形团粒模拟真实砂粒, 无法模拟真实砂粒的棱角, 低围压下砂粒棱角对颗粒破碎有明显影响, 而高围压下真实砂粒的棱角磨损严重, 颗粒浑圆度与数值颗粒更为接近, 导致数值试验破碎率在高围压时与物理试验更为吻合。



(a) 试验后级配曲线



(b) 破碎率随围压演化关系

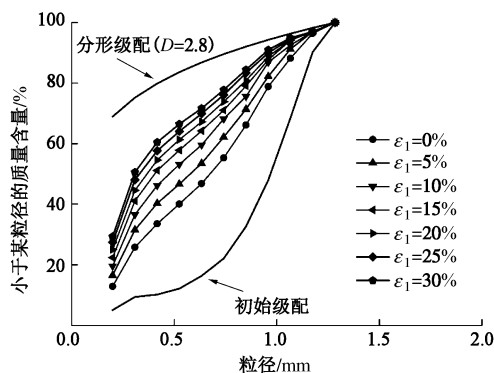
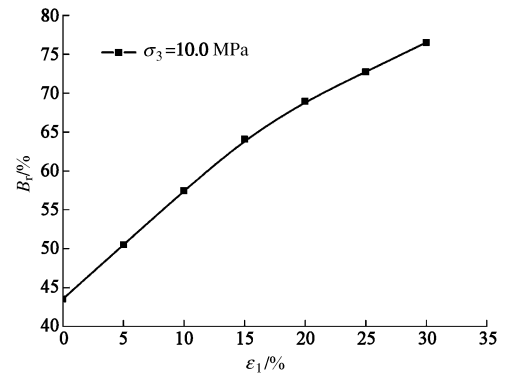
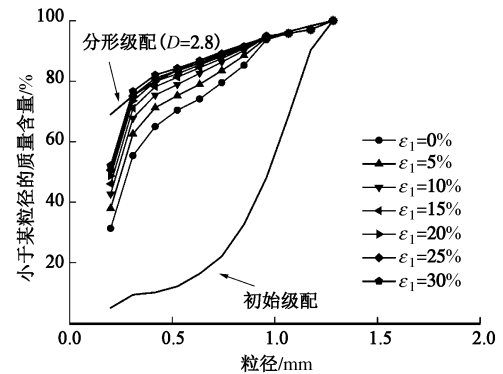
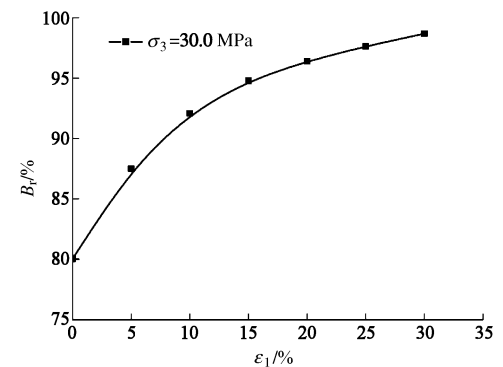
(c) 级配随轴向应变演化关系 ($\sigma_3 = 10.0$ MPa)(d) 破碎率随轴向应变演化关系 ($\sigma_3 = 10.0$ MPa)(e) 级配随轴向应变演化关系 ($\sigma_3 = 30.0$ MPa)(f) 破碎率随轴向应变演化关系 ($\sigma_3 = 30.0$ MPa)

图 9 常规三轴压缩试验级配曲线及破碎率演化

Fig. 9 Particle-size distributions and relative breakage from conventional triaxial compression tests

图 9(c) ~ (f) 为围压分别为 $\sigma_3 = 10.0, 30.0$ MPa 时级配曲线和破碎率随轴向应变演化关系。当围压较小时 ($\sigma_3 = 10.0$ MPa), 试样级配离终极级配较远, 破碎率随轴向应变增加而线性增加, 而围压较大时 ($\sigma_3 = 30.0$ MPa), 试样级配接近于最优终极级配, 破碎率随应变增大的速率逐渐减小。图 10 为不同 b 值下真三轴试验后样本的级配曲线及破碎率随大主应变演化曲线。可见, $\sigma_3 = 0.5$ MPa 时, 随 b 值增加, 试样最大破碎率由 8.9% 增加到 47.5%, 但不同 b 值下试样的破碎率均随应变线性增加; $\sigma_3 = 10.0$ MPa 时不同 b 值下试样最大破碎率由 76.5% 增加到 91.4%, 但破碎率随应变增加的速率逐渐减小。

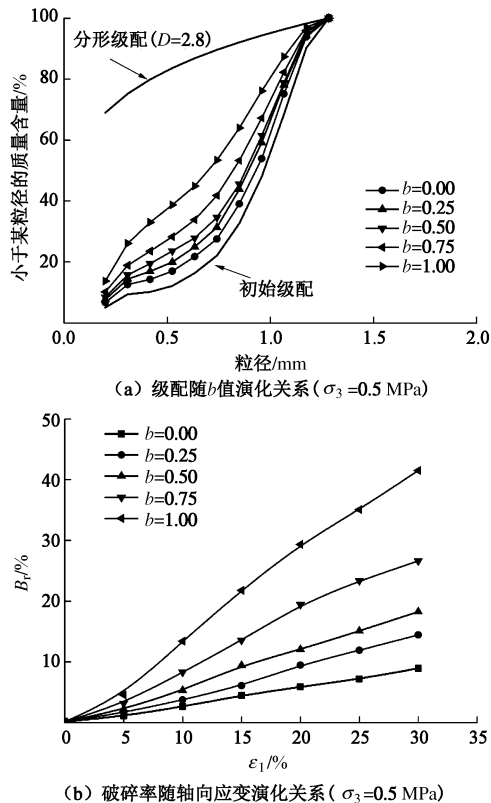


图 10 真三轴试验级配曲线及破碎率演化

Fig. 10 Particle-size distributions and relative breakage from true triaxial tests

2.3 破碎率与能量

Lade 等^[2]指出颗粒材料的破碎率与试验过程中对试样输入的能量直接相关,下面将就数值试验过程中试样颗粒破碎率与对其输入能量间的关系进行论述。真三轴应力状态下试样的主应力分别为 σ_1 , σ_2 , σ_3 , 主应变增量分别为 $\delta\epsilon_1$, $\delta\epsilon_2$, $\delta\epsilon_3$, 对试样单位体积输入的能量为

$$W_T = \int \sigma_1 \cdot \delta\epsilon_1 + \int \sigma_2 \cdot \delta\epsilon_2 + \int \sigma_3 \cdot \delta\epsilon_3 \\ = \int q \cdot \delta\epsilon_q + \int p \cdot \delta\epsilon_v \quad (4)$$

式中, $\delta\epsilon_v = (\delta\epsilon_1 + \delta\epsilon_2 + \delta\epsilon_3)/3$ 和 $\delta\epsilon_q = \delta\epsilon_1 - \delta\epsilon_v$ 分别为试样体积应变增量和剪切应变增量。在常规三轴应力状态下有 $\sigma_2 = \sigma_3$ 和 $\delta\epsilon_2 = \delta\epsilon_3$ 。

图 11 为常规三轴压缩试验与真三轴试验中对试样输入能量与相应的破碎率之间的关系。计算输入能量时以固结阶段开始时为起点,包括了试样在等向固结阶段所吸收的能量。试样破碎率随着输入能量的增加而增加,但其增加速率逐渐放缓。当输入能量较大时,试样的级配接近于最优级配,需要输入更多的能量才能产生相同的破碎率,破碎率逐渐趋于定值。Lade 等^[2]提出颗粒破碎率与输入能量满足双曲线关系: $B_r = W_T / (\alpha + \beta W_T)$, 式中, α 和 β 均为试验拟合参数。由于当输入能量极大时,破碎率应趋近于 1, 因此 β 的理论值应为 1。使用双曲线关系对数值试验结果进行

拟合,其中 $\beta = 1$, $\alpha = 3.12$ 。可见,试样的破碎率与输入能量之间呈现唯一的双曲线关系,这种关系与数值试验应力水平,应力路径等试验条件无关。笔者认为这可能是由于数值试验中所使用的数值试样的力学性质几乎为各向同性,在试验过程中破碎耗能、摩擦耗能及阻尼耗能等能量耗散与输入总能量的比例关系对试验应力路径和试验方法等不敏感,所以不同的试验条件下试样破碎率与输入能量才会存在唯一的关系。这种宏观现象的成因还有待从能量耗散,接触力链和组构各向异性等细观角度进一步研究分析。

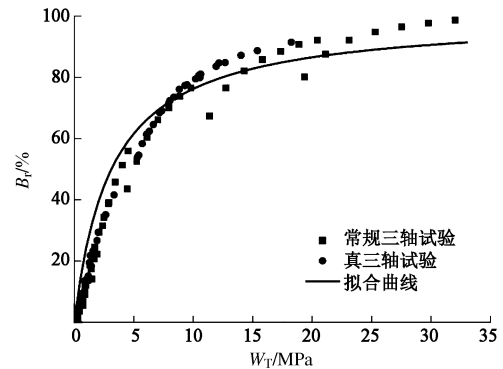


图 11 破碎率与输入能量的双曲线拟合关系

Fig. 11 Hyperbolic relationship between relative breakage and total input energy

3 结 论

本文使用 DEM 数值模拟对由破碎强度满足 Weibull 分布的可破碎团粒组成的砂土试样进行了一系列数值试验,包括不同围压下的常规三轴试验以及不同 b 值下的真三轴试验,并对数值试验中试样的应力应变行为、级配曲线以及颗粒破碎率演化规律进行了分析,得到了以下 5 点结论。

(1) 随着围压增加,试样破碎率逐渐增大,应力应变关系逐渐由应变软化向应变硬化过渡,且试样剪胀性降低,而超过临界的高围压后,由于固结过程中试样的大量破碎,试样体积膨胀反而增大。

(2) 真三轴试验中,随 b 值增加,偏应力比峰值逐渐减小。由于破碎率随 b 值增加而明显增大,试样剪胀性随 b 值增大而逐渐减弱。

(3) 内摩擦角随围压增大而逐渐减小,其演化关系基本满足对数关系。内摩擦角 φ 随 b 值增大先增加后减小,但不同围压下峰值点处的 b 值有所差别, Lade-Duncan 破坏准则较为适合描述其变化规律。

(4) 数值试样存在最优终极级配,相对破碎率随围压和应变增加而增加,但随着级配趋近于终极级配,增加速率逐渐降低。

(5) 相对破碎率与试验输入能量之间存在近似唯一性的双曲线关系。这可能是由于对于各向同性试样,

剪切过程中破碎耗能、摩擦耗能及阻尼耗能等与输入总能量的比例关系对试验应力路径和试验方法等条件不敏感, 下一步将继续从能量耗散, 接触力链和组构的各向异性等细观角度对这种宏观现象的成因进行研究分析。

参考文献:

- [1] NAKATA Y, HYDE A F L, HYODO M, et al. A probabilistic approach to sand particle crushing in the triaxial test[J]. *Géotechnique*, 1999, **49**(5): 567 - 583.
- [2] LADE P V, YAMAMURO J A, BOPP P A. Significance of particle crushing in granular materials[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1996, **122**(4): 309 - 316.
- [3] TARANTONIO A, HYDE A F L. An experimental investigation of work dissipation in crushable materials[J]. *Géotechnique*, 2005, **55**(8): 575 - 584.
- [4] EZAOUI A, LECOMPTE T, DI BENEDETTO H, et al. Effects of various loading stress paths on the stress-strain properties and on crushability of an industrial soft granular material[J]. *Granular Matter*, 2011, **13**: 283 - 301.
- [5] FRANCESCA C, GIULIA M B V, SARAH M S. Breakage of an artificial crushable material under loading[J]. *Granular Matter*, 2013, **15**: 661 - 673.
- [6] ZHOU W, YANG L, MA G, et al. Macro-micro responses of crushable granular materials in simulated true triaxial tests[J]. *Granular Matter*, 2015, **17**(4): 497 - 509.
- [7] 周 伟, 刘 东, 马 刚, 等. 基于随机散粒体模型的堆石体真三轴数值试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2012, **34**(4): 748 - 755. (ZHOU Wei, LIU Dong, MA Gang, et al. Numerical simulation of true triaxial tests on mechanical behaviors of rockfill based on stochastic granule model[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2012, **34**(4): 748 - 755. (in Chinese))
- [8] 楚锡华, 李锡夔. 离散颗粒多尺度分级模型与破碎模拟[J]. *大连理工大学学报*, 2006, **46**(3): 319 - 326. (CHU Xi-hua, LI Xi-kui. Hierarchical multi-scale discrete particle model and crushing simulation[J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2006, **46**(3): 319 - 326. (in Chinese))
- [9] ZHOU L L, CHU X H. Evolution of anisotropy in granular materials: effect of particle rolling and particle crushing[J]. *Strength of Materials*, 2014, **46**(2): 214 - 220.
- [10] BONO J D, MCDOWELL G R. DEM of triaxial tests on crushable sand[J]. *Granular Matter*, 2014, **16**(4): 551 - 562.
- [11] MCDOWELL G R, HARIRECHE O. Discrete element modeling of soil particle fracture[J]. *Géotechnique*, 2002, **52**(2): 131 - 135.
- [12] CHENG Y P, BOLTON M D, NAKATA Y. Crushing and plastic deformation of soils simulated using DEM[J]. *Géotechnique*, 2004, **54**(2): 131 - 141.
- [13] BOLTON M D, NAKATA Y, CHENG Y P. Micro- and macro-mechanical behaviour of DEM crushable materials[J]. *Géotechnique*, 2008, **58**(6): 471 - 480.
- [14] WANG J F, YAN H B. DEM analysis of energy dissipation in crushable soils[J]. *Soils and Foundations*, 2012, **52**(4): 644 - 657.
- [15] WANG J F, YAN H B. On the role of particle breakage in the shear failure behavior of granular soils by DEM[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2013, **37**: 832 - 854.
- [16] 周 博, 黄润秋, 汪华斌, 等. 基于离散元法的砂土破碎演化规律研究[J]. *岩土力学*, 2014, **35**(9): 2709 - 2716. (ZHOU Bo, HUANG Run-qiu, WANG Hua-bin, et al. Study of evolution of sand crushability based on discrete elements method[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, **35**(9): 2709 - 2716. (in Chinese))
- [17] MCDOWELL G R, BOLTON M D. On the micromechanics of crushable aggregates[J]. *Géotechnique*, 1998, **48**(5): 667 - 579.
- [18] DAVIDGE R W. Mechanical behaviour of ceramics[M]. Cambridge: University of Cambridge Press, 1979.
- [19] YAMAMURO J A, LADE P V. Drained sand behavior in axisymmetric tests at high pressures[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1996, **2**: 109 - 119.
- [20] 孔德志, 张丙印, 孙 逊. 人工模拟堆石料颗粒破碎应变的三轴试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2009, **31**(3): 464 - 469. (KONG De-zhi, ZHANG Bing-yin, SUN Xun. Triaxial tests on particle breakage strain of artificial rockfill materials[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, **31**(3): 464 - 469. (in Chinese))
- [21] 张家铭, 张 凌, 蒋国盛, 等. 剪切作用下钙质砂颗粒破碎试验研究[J]. *岩土力学*, 2008, **29**(10): 2789 - 2793. (ZHANG Jia-ming, ZHANG Lin, JIANG Guo-sheng, et al. Research on particle crushing of calcareous sands under triaxial shear[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2008, **29**(10): 2789 - 2793. (in Chinese))
- [22] HARDIN B O. Crushing of soil particles[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1985, **111**(10): 1177 - 1192.
- [23] EINAV I. Beakage mechanics-part I: theory[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2007, **55**: 1274 - 1297.