

DOI: 10.11779/CJGE201704022

低频振动对低渗油藏径向渗流影响的变参量 Biot 固结分析

郑黎明, 蒲春生*, 李悦静, 徐加祥, 刘 静

(中国石油大学(华东)石油工程学院, 山东 青岛 266580)

摘 要: 基于波动采油对低渗储层物性改善的动态过程, 利用变参量的岩土固结模型分析弹性波对饱和渗流流体径向模型流固位移、孔隙压力等的影响规律。通过 Laplace 变换与迭代消去, 得到拉氏变换下低渗开发油藏波动控制方程为变系数高阶微分方程; 利用变系数向量拆分与矩阵求法, 推导了波动采油作用下饱和单相流体径向(定流量或定压)开发储层的流固位移近似解。通过 Matlab 编程, 算例分析了饱和水相介质和不同振动频率下饱和油相介质的渗流、物性变化。结果表明, 低频波动采油技术可增加低渗开发储层孔压和渗流速度, 文中基础参数下, 存在最佳振动频率 5~30 Hz 使得增幅最大, 作用范围可达 60 m, 径向模型 Laplace 变换-Durbin 离散近似求解适用于波传播时间较小的情况。

关键词: 波动采油; 低渗开发油藏; 渗流影响; 径向模型

中图分类号: TU43; TE357

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2017)04-0752-07

作者简介: 郑黎明(1989-), 男, 博士研究生, 主要从事复杂油气藏物理-化学强化开采理论方面的研究。E-mail: zheng_liming_happy@126.com。

Biot's consolidation with variables for influence of low-frequency vibration stimulation on radial flow in low-permeability developed reservoir

ZHENG Li-ming, PU Chun-sheng, LI Yue-jing, XU Jia-xiang, LIU Jing

(College of Petroleum Engineering of China University of Petroleum, Qingdao 266580, China)

Abstract: The low-frequency vibration stimulation technology can improve the seepage of fluid in low-permeability reservoir, which is rather deeper than that of the regular geotechnical formation. Few researches on the mechanisms of low-frequency vibration on seepage in developing reservoir are available through Biot's consolidation analysis. Changes in the seepage rate, pore pressure and porosity in radial model under low-frequency vibration are thereby investigated. Through the Laplace transformation and iterative elimination, a four-order differential equation with non-linear coefficients is obtained. Then, vector splitting and matrix solution for the non-linear coefficients are done successively. Utilizing the boundary and initial conditions in actual developed reservoirs, the approximate displacements of fluid are derived. The displacements in two cases, constant boundary pressure or constant flow, are given. Based on the formula for rock properties in Yanchang oilfield, numerical analysis is carried out with Durbin inverse transform and Matlab programming. Two examples, as in the medium saturated with oil phase under different vibration frequencies and in the medium saturated with water phase, are given. The results show that the physical properties are improved obviously by the low-frequency vibration stimulation technology. There is an optimal frequency, 5~30 Hz under basic parameters, making the largest increase in porosity, permeability, pore pressure and seepage velocity. The action radius is up to sixty meters, which far exceeds that of high-frequency vibration treatment. The approximate calculation of Laplace-transform and Durbin-discrete in two-dimensional model is applicable to the wave propagation with short duration.

Key words: low-frequency vibration stimulation; developed low-permeability reservoir; seepage change; radial model

0 引 言

低频波动采油技术在国内经历了“引入—试验—热潮—低谷—复合创新”的发展趋势, 矿场应用与室内试验表明, 该技术可改善渗透性、提高储层渗流

基金项目: 国家自然科学基金项目(51274229); 山东省自然科学基金项目(ZR2016EEQ04); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(16CX02020A)

收稿日期: 2015-10-13

*通讯作者(E-mail: chshpu@163.com)

能力、一定程度提高原油采收率, 在低渗油藏有更好的适用性^[1-2]。然而, 相关波动对开发储层渗流作用的动力学理论研究较为欠缺, 对矿场施工未能提供有效的指导。矿场应用局限和基础研究的迫切性, 对波动渗流力学研究提出了要求。

目前, 基于试验机理解释和孔隙介质弹性波理论, 初步尝试建立关于波动渗流力学的理论模型, 即通过在孔隙尺度流固接触面将简化 Biot 波动控制方程的位移、压强联立, 或者将波诱导压力变化直接叠加至常规达西方程; 但孔隙尺度模型较难为宏观渗流提供指导, 波诱导压力变化假设亦缺少理论支撑^[3-4]。另外, 波动采油应用油藏背景与常规孔隙介质弹性波理论研究背景存在明显差异, 两者边界条件、流体初始状态、波传播与渗流方向等均不同, 导致波动作用下的渗流孔隙介质模型与常规孔隙介质弹性波理论模型不同^[5-6]。有效区分孔隙介质宏观渗流、波诱导渗流, 考虑弹性波作用下饱和和渗流流体孔隙介质微观机制, 进行适用于开发油藏的波动渗流力学研究非常必要。

因此, 本文以饱和单相流体径向开发储层模型为例, 在 Biot 波动控制方程中引入考虑低渗储层非达西渗流的启动压力梯度项^[7], 考虑实际储层波动采油边界、初始条件^[8], 对改进的波动控制方程进行 Laplace 变换和逆变换求解, 得到弹性波作用下饱和和渗流流体孔隙介质流固位移解以及孔隙压力、孔隙度的变化。在此基础上, 考虑流固压缩性, 判别压力梯度与启动压力梯度大小, 编制相应程序和算例分析, 说明低频波动采油技术的有效性。

1 径向渗流孔隙介质模型波动控制方程与求解

1.1 波动控制方程

假设条件: ①考虑低渗开发储层径向模型, 井筒半径为 R_w , 油藏半径为 R_e , 油藏厚度为 H (图 1); ②孔隙介质为均匀、弹性、各向同性岩石, 饱和单相流体; ③初始时刻内部流体受地层压力梯度的影响处于渗流状态, 且满足低渗线性非达西渗流, 存在拟启动压力梯度 λ_0 ; ④低频波动采油技术将波通过能量辐射器加载至套管、岩石, 引起岩石在平面径向发生周期性的位移^[8], 忽略油藏垂向的位移变化; ⑤波动采油作用下流体黏度、渗透率、启动压力梯度为变参量, 并受到孔隙度、渗透率、压力梯度等的影响^[9-10]; ⑥波动诱导孔隙压力变化导致有效应力和岩石弹性模量的变化, 基质弹性模量为关于孔隙度的拟合函数^[11]。

考虑低频波动采油作用下径向孔隙介质满足上述假设, 在 Biot 波动控制方程中引入启动压力梯度和变

化的岩石物性^[12-13], 其波动方程为

$$\begin{aligned} \mu \nabla^2 u + \nabla \left[(\mu + \lambda + \alpha^2 M) e - \alpha M \xi \right] &= \rho \ddot{u} + \rho_f \ddot{w} - \\ \nabla P_f + \rho_f b^F &= \nabla (\alpha M e - M \xi) = \rho_f (\ddot{u} + \ddot{w} / \phi) + \\ \eta(\omega) \dot{w} / k (\nabla P_f) - \lambda_0(k) & \quad (1) \end{aligned}$$

定压或定流量开采条件下, 径向模型初始边界条件如下。定压开采情形: $P_f(R_w, t) = P_w$, $P_f(R_e, t) = P_e$, $u(R_w, t) = u_0 \exp(i\omega t)$; 定流量情形: $P_f(r, 0) = P_0$, $r \frac{\partial P_f}{\partial r}(R_w, t) = \frac{Q_0 \eta}{2\pi k H}$, $\frac{\partial P_f}{\partial r}(R_e, t) = 0$, $u(R_w, t) = u_0 \exp(i\omega t)$ 。式中, u , w 分别为固体位移、流体相对位移; e 为岩石的体积应变; ξ 为流体的相对膨胀比 (胀缩率); P_f 为流体压力; ρ_f , ρ_s , ρ 分别为流体、岩石骨架、多孔介质的密度, $\rho = \phi \rho_f + (1 - \phi) \rho_s$; η 为流体黏度; ϕ 为多孔介质孔隙度; k 为多孔介质渗透率; λ_0 为启动压力梯度; μ , λ 分别为剪切模量和拉梅系数; α , M 为多孔介质波动方程弹性模量系数; P_e , P_w 分别为径向模型的油藏压力和井筒压力; u_0 为初始时刻振幅; ω 为低频波动采油振动频率; Q_0 为油藏流量; P_0 为油藏初始压力。

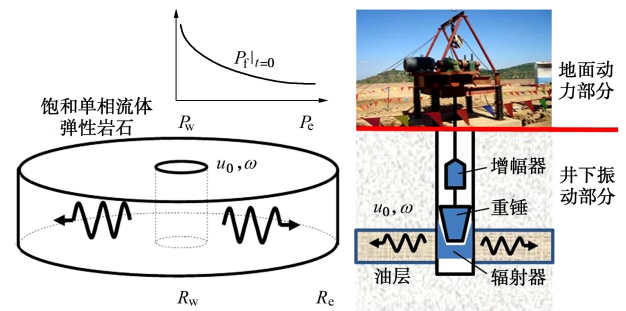


图 1 低频波动采油技术井下作用

Fig. 1 Downhole action of low-frequency vibration stimulation

1.2 拉式变换与流固位移求解

常规岩土动力响应分析中波传播方向垂直于储层展布方向, 土体径向半径和垂向厚度假设为 $0 \sim \infty$, 控制方程关于时间 t 和距离 r , z 均可进行 Laplace 变换或 Laplace-Hankel 变换。然而, 波动采油应用的开发油藏为有限大, 井筒半径不为 0, 仅可对时间 t 进行拉式变换, 令 $w_r(t=0) = 0$, $v_{\text{const}} = \dot{w}_r(t=0)$, 定压情形下 $v_{\text{const}} = v_0 / r = k(P_e - P_w) / [\eta r \ln(R_e / R_w)]$, 定流量情形下 $v_{\text{const}} = v_0 / r = Q_0 / (2\pi r H)$ 。控制方程拉式变换后迭代消去 $\frac{\partial^2 \tilde{u}_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{u}_r}{\partial r}$ 项, 可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 \tilde{w}_r}{\partial r^4} + a_1(r) \frac{\partial^3 \tilde{w}_r}{\partial r^3} + a_2(r) \frac{\partial^2 \tilde{w}_r}{\partial r^2} + a_3(r) \frac{\partial \tilde{w}_r}{\partial r} + \\ a_4(r) \tilde{w}_r + a_5(r) = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

式(2)为变系数的四阶非线性非齐次偏微分方程, 系数 $a_i(r)$ 均是关于 r 的函数, 利用常规常数变易法和

特征方程难以给出其通解 \tilde{w}^s 和特解 \tilde{w}^d 。根据张学元^[14]变系数线性齐次微分方程解法, 将式 (2) 表示为向量形式, 仅需求解常系数线性齐次微分方程组

$B_0 \frac{\partial^4 \tilde{w}_r}{\partial r^4} + B_1 \frac{\partial^3 \tilde{w}_r}{\partial r^3} + B_2 \frac{\partial^2 \tilde{w}_r}{\partial r^2} + B_3 \frac{\partial \tilde{w}_r}{\partial r} + B_4 \tilde{w}_r = 0_{9 \times 1}$ 的通解。其中, $\sum_{i=0}^8 b_{i0} f_i(r) = 1$, $\sum_{i=0}^8 b_{ij} f_i(r) = b_j(r)$, ($j=1 \sim 4$); $F \triangleq (f_0(r), f_1(r), \dots, f_8(r))$; $f_i(r) = r^{-i}$, ($i=0 \sim 2$), $f_i(r) = r^{-i} \left(m_2 + \mu \alpha M \frac{1}{r^2} \right)^{-2}$, ($i=3 \sim 8$); $B_{ij} = (b_{0j}, b_{1j}, \dots, b_{8j})$ 。则常系数齐次方程的特征方程为

$$b_{10} l_\lambda^4 + b_{11} l_\lambda^3 + b_{12} l_\lambda^2 + b_{13} l_\lambda + b_{14} = 0 \quad (3)$$

根据方程解的形式可知, 该四次微分方程具有 4 个复根, 根据根的共轭特点, 其 4 个根分别为 $\pm l_1, \pm l_2$ ($\text{Re}(l_i) \geq 0, i=1, 2$), 则可得到

$$l_i^2 = \frac{-m_3 \pm \sqrt{m_3^2 - 4 \frac{\rho \rho_f s^4 - \rho_f^2 s^4 + \frac{\rho \eta}{k} s^3}{(2\mu + \lambda)M}}}{2} \quad (4)$$

则 Laplace 变换域内式 (3) 流体位移的通解为 $\tilde{w}_r^s = C_1 \exp(l_1 r) + C_2 \exp(-l_1 r) + C_3 \exp(l_2 r) + C_4 \exp(-l_2 r)$ 。 (5)

根据 n 阶非齐次线性微分方程 $\sum_{i=1}^n P_i(x)y^{(i)} = f(x)$ 的特解的矩阵求法^[15], 可得式 (3) 的一个特解为

$$\tilde{w}_r^d = \frac{\sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 \exp[(-1)^j l_i r] \int \frac{(-1)^{i+j} a_5(r) \exp[(-1)^{j+1} l_i r]}{l_i} dr}{2(l_1^2 - l_2^2)} \quad (6)$$

考虑式 (8) 中存在 $r^{-n} \exp(ar)$ 项而无法有效积分, 忽略 $b_5(r)$ 中 r^{-1} 的高阶项时得到 \tilde{w}^d 的近似解:

$$\tilde{w}_r^d \approx \frac{\rho \lambda_0 s}{(2\mu + \lambda) M l_1^2 l_2^2} \quad (7)$$

根据 $r \rightarrow \infty$ 时, 波诱导骨架位移应趋于 0, 因此待定量 $C_1 = C_3 = 0$ 。对定压或定流量开采时的边界、初始条件进行 Laplace 变换, 并代入式 (5)、(7), 即可求得待定系数 C_2 和 C_4 。

$$\left. \begin{aligned} \text{定压 } C_2 &= \frac{A_{12} L_2 - A_{22} L_1}{A_{21} A_{12} - A_{22} A_{11}}, C_4 = \frac{A_{21} L_1 - A_{11} L_2}{A_{21} A_{12} - A_{22} A_{11}}, \\ \text{定流量 } C_2 &= \frac{A_{12} L_3 - A_{32} L_1}{A_{31} A_{12} - A_{32} A_{11}}, C_4 = \frac{A_{31} L_1 - A_{11} L_3}{A_{31} A_{12} - A_{32} A_{11}} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中, 系数 A_{ij} , L_i ($i=1, 2, 3; j=1, 2$) 见附录。由此得到 \tilde{u}_r 与 \tilde{w}_r 的表达式, 通过 Laplace 逆变换, 结合位移、流量初始条件, 即可得到开发油藏波动采油作用下流固位移解与径向渗流压力、速度等。由于特

征根 l 、系数 C 均包含拉式变量 s , 很难求得逆变换函数, 本文利用 Durbin 逆变换进行离散求解。

2 求解方法

本文选择 Durbin 方法进行逆变换离散求解时, 取 $\beta = 0.25$, $T = 20$, $\text{NSUM} = 100$ ^[16]。计算不同时刻和位置的流固相的位移、流速、应变、压力时, 应迭代考虑模型假设中储层物性参数受低频弹性波的影响。以下低频振动下原油黏度变化采用刘静拟合模型^[10], 岩石弹性模量采用马中高等^[11]关于鄂尔多斯盆地砂岩弹性模量的拟合模型, 启动压力梯度采用郑忠文等^[17]关于渗透率的拟合模型。

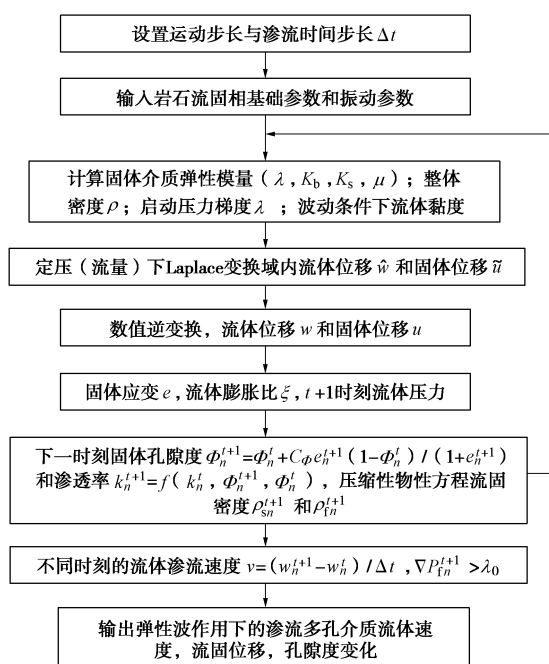


图 2 模型求解过程

Fig. 2 Process for solution of radial model

根据 Laplace 解析-Durbin 离散, 结合上述物性拟合公式, 利用 Matlab 编程得到径向孔隙介质饱和水相和不同振动频率下饱和油相的渗流变化结果, 迭代过程中通过改变初始条件、引入流固压缩性、判别压力梯度与启动压力梯度大小, 重新计算下一时刻的特征根和流固位移解。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\rho_f}{\rho_f} &= \frac{dP_f}{K_f} (1-\phi) d\rho_s = \rho_s \left[(\alpha-1) de + \frac{1}{Q_c} dP_f \right], \\ \nabla P_f &> \lambda_0, v = \dot{w}, \nabla P_f \leq \lambda_0, v = 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中 K_f 为流体体积模量; Q_c 为 Biot 流固耦合系数。

3 算例分析

径向孔隙介质算例分析参考延长油田低渗油藏矿场井距和压力, 分析波动采油技术有效作用范围, 给出近井带 Laplace 变换域流固位移近似解, 基础参数:

$\rho_s=2650 \text{ kg/m}^3$, $\rho_f=997$ (水) kg/m^3 , 850 (油) kg/m^3 , $\eta=1.0$ (水) $\text{mPa}\cdot\text{s}$, 100 (油) $\text{mPa}\cdot\text{s}$, $k=5.7\times 10^{-3} \mu\text{m}^2$, $R_e=100 \text{ m}$, $u_0=100 \mu\text{m}$, $P_e=8.0 \text{ MPa}$, $P_w=11.0$ (水井) MPa , 4.0 (油井) MPa , $K_f=2.25$ (水), 0.57 (油) GPa , $\phi_0=0.156$, $R_w=0.1 \text{ m}$, $\omega=10 \text{ Hz}$ 。

3.1 模型验证与分析

贝君平^[8]利用鄂尔多斯盆地延长油田天然岩心测量了人工谐振波对油相渗透率的影响(图3),发现在固有频率(15~20 Hz)附近油相渗透率增加幅度最大,试验效果较好。

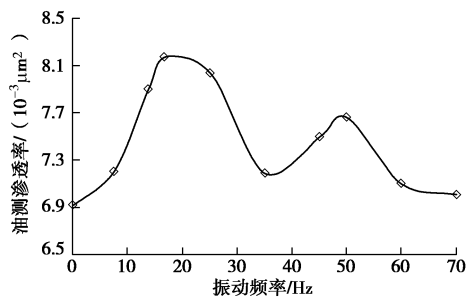


图3 低频波动采油振动频率优化室内试验^[8]

Fig. 3 Indoor experiments on vibration frequency optimization in low-frequency vibration stimulation

采用表1参数、饱和流体为油相时,数值计算得到不同振动频率单一弹性波引起的径向孔隙介质渗流变化。数值分析发现,随振动频率增加,单一弹性波引起的径向孔隙介质渗流速度亦发生波动变化,较低振动频率下流速和孔隙度增幅具有最大值(文中最优振动频率5~30 Hz),波动起到补充储层能量、增加储层渗透性的作用。相近的最优振动频率、渗流速度的波动变化均说明了本模型的正确性。

通过模拟计算还发现,井筒处最佳振动频率在计

算时间较小($t<7 \text{ s}$)时为10 Hz,计算时间较大($t>7 \text{ s}$)时为5 Hz;油藏中部单一弹性波作用下渗流流量和渗流速度随频率增加先增加后减小,30 Hz时取得最大值,随传播时间增加,渗流流量和速度的波动程度逐渐减弱,并趋于稳定。随传播时间增加,孔隙压力仅在较低频率处有较大波动;最大孔隙压力增幅随振动频率增加而减小,在较低频率取得最大值。孔隙度在5 Hz时随传播时间增加而减小,其他频率时随时间增加而增加;孔隙度增幅呈现反复增加与降低的趋势,50 Hz时取得最大值,其次是10 Hz处。由于波的急剧衰减,油藏中部最大渗流速度增幅比近井带低2~3个数量级,但孔隙度增加和能量补充整体优于近井带。

3.2 单一弹性波作用下饱和水相介质渗流变化

当注入流体为水时,单一弹性波作用下径向孔隙介质的渗流变化如图4所示。与波动采油作用下的一维孔隙介质渗流变化相似,径向模型渗流明显受到弹性波的影响。弹性波作用下近井带渗流速度增加,孔隙压力明显增大,由8~11 MPa最大增至20 MPa,孔隙度由0.156最大增至0.17。随传播时间增加,流固应变均出现波动变化,随传播距离增加与波的衰减,流固应变急剧减小。上述基础参数下波动采油作用效果较强的范围可达60 m,超出该范围后仍有影响,但作用效果相对减小。计算过程中发现,初始时刻近井带孔隙压力增大,但压差较小,甚至出现反向流速超过正向流速的情况;随传播时间增加,近井带孔隙压力急剧减小,压差急剧增大,正向流速重新大于反向流速。算例分析表明,宏观渗流压差和波诱导压差作用下,饱和单相流体孔隙介质流速变化较为剧烈,较大的近井带压力梯度对流固交错方向影响较大。

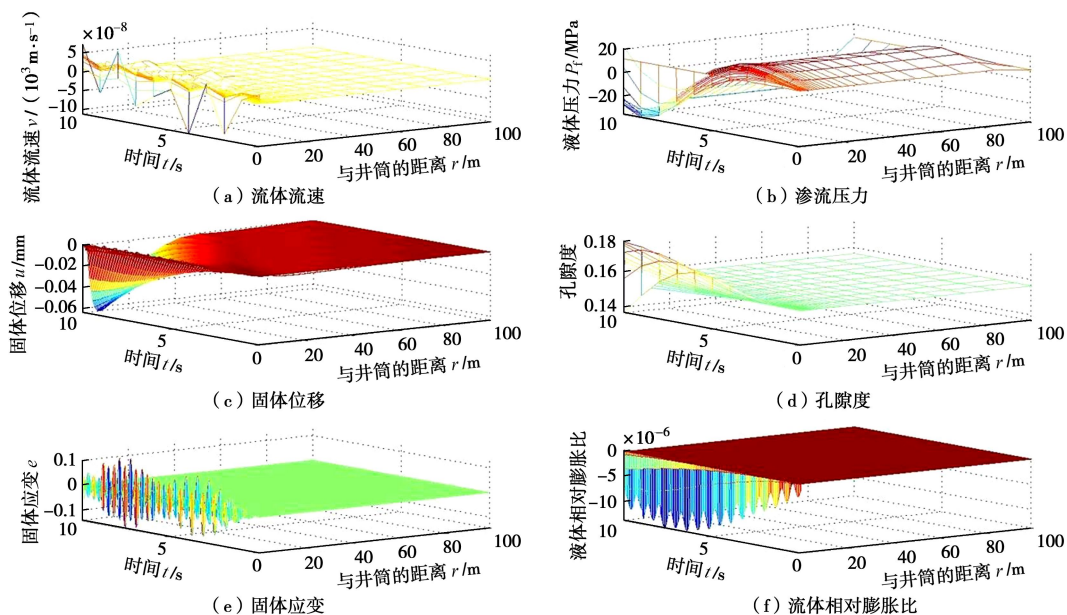


图4 波动作用下饱和初始渗流水相的孔隙介质渗流变化(振动频率为10 Hz)

Fig. 4 Variation of radial petrophysical parameters in medium saturated with water under vibration frequency of 10 Hz

3.3 饱和油相介质渗流受初始孔隙度和渗透率的影响

保持其他参数不变, 令初始孔隙度 $\phi_0 = 0.1, 0.13, 0.156, 0.18, 0.2$, 初始渗透率 $k = 5.7 \times 10^{-3}, 10 \times 10^{-3}, 30 \times 10^{-3}, 50 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$, 分析饱和油相介质渗流速度、孔隙压力受初始孔隙度和渗透率的影响。

如图 5, 6 所示, 不同初始孔隙度、渗透率下单一弹性波对渗流的影响相似, 渗流速度、孔隙压力的波动程度随孔隙介质初始孔隙度的增加而减弱, 最大渗流速度数值与增幅逐渐减小。

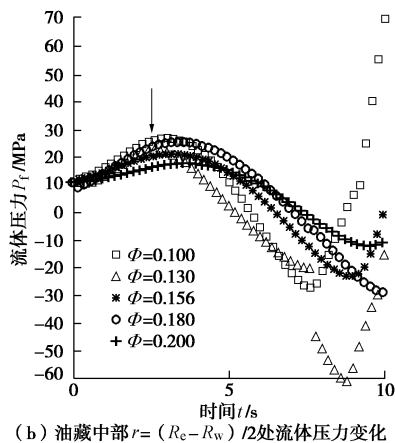
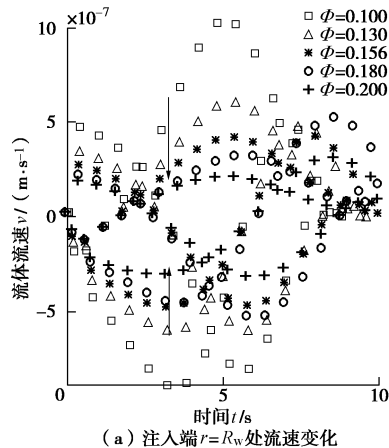


图 5 低频振动作用下饱和油相介质渗流受孔隙度的影响

Fig. 5 Variation of seepage versus porosity in medium

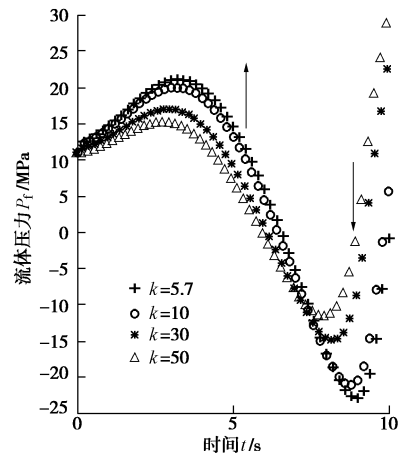
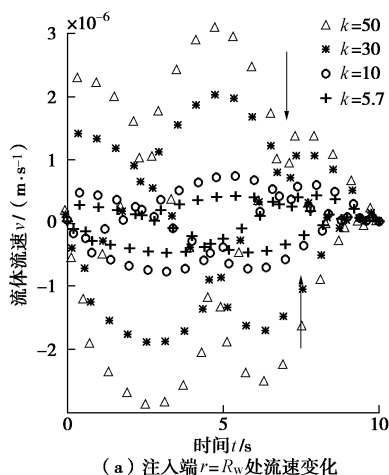


图 6 低频振动作用下饱和油相介质渗流受渗透率的影响

Fig. 6 Variation of seepage versus permeability in medium

渗流速度、孔隙压力的波动程度随着孔隙介质初始渗透率的增加而增强, 最大渗流速度数值与增幅逐渐增加。

低渗介质渗流变化受孔隙度、渗透率的影响均较强, 反映了低频振动采油技术在低孔、低渗储层具有更好的适用性。

3.4 其他问题

虽然径向模型可反映低频波动采油对开发油藏渗流速度、孔隙度的明显增益作用, 揭示适当振动参数对波动采油工艺的重要性, 但该模型仍存在以下问题。

径向情形计算结果与一维情形表现出一定差异^[18]。波动采油作用下的一维模型显示孔隙压力增幅较小, 初始时刻压力反向减小, 随传播时间增加, 逐渐显现出波动增大油藏内部孔隙压力的作用。而上述径向模型结果中, 渗流压力增幅较大, 初始时刻孔隙压力正向明显增大, 渗流压差较小, 随传播时间增加, 孔隙压力逐渐变小并反向增大, 渗流压差变大、反向流速增加; 说明 Laplace 解析-Durbin 离散求解对径向情形流体往复波动的影响较大。

平面径向孔隙介质 Laplace 解析-Durbin 离散求解过程中数据出现严重发散。随传播时间增加, 固体位移本应逐渐减小, 然而计算得到的固体位移和应变数量级增大了 5~6 倍; 当计算时间更大时, 固体位移出现反向急剧增大, 数量级增大达 10~100 倍。说明计算时间较小时 Laplace 解析-Durbin 离散求解对本文径向模型分析具有一定适用性, 当计算时间较大时, 不建议采用; 这与低频波动采油的较高传播速度以及波前沿很快达到油藏边界相符。然而, 需要注意的是, 实际油藏开发时间要远远大于波传播时间, 因此有必要改进求解方法进行重新分析。

上述两方面问题, 一方面反映了 Laplace 变换域内流体位移 \tilde{w}_r^d 近似解可能存在较大误差, 另一方面显

示了改善算法对准确反映波动采油作用下开发油藏渗流变化的迫切要求。

4 结 论

(1) 通过对开采油藏波动控制方程进行 Laplace 变换, 求解得到了波动采油作用下饱和单相渗流流体的孔隙介质流固位移近似解。迭代消去后的拉式变换方程为变系数的四阶非线性非齐次偏微分方程, 利用系数向量拆分与高阶偏微分方程矩阵求法, 可得到流体位移的通解与近似特解。

(2) 利用 Matlab 编程与径向饱和水相模型、不同振动频率下饱和油相模型算例分析, 验证了波动采油技术增加实际油藏渗流能力的有效性, 存在最佳振动频率, 使得孔压、孔隙度、流速增幅最大。文中基础参数下作用范围达 60 m, 最佳振动频率为 5~30 Hz, 超出该范围后仍有效果, 但渗流速度变化相对减小。宏观渗流压差和波诱导压差作用下, 饱和单相流体孔隙介质流速变化较为剧烈, 较大的近井带压力梯度对流固交错方向影响较大。

参考文献:

- [1] HUH C. Improved oil recovery by seismic vibration: a preliminary assessment of possible mechanisms[C]// International Oil Conference and Exhibition in Mexico. Cancun: Society of Petroleum Engineers, 2006: 1 - 16.
- [2] LIU J, PU C S, LIN C Y, et al. Adsorption of surfactant on sandstone under vibro-engery[J]. Asian Journal of chemistry, 2014, **26**(17): 5383 - 5386.
- [3] KOSTROV S A, WOODEN W O. Possible mechanisms and case studies for enhancement of oil recovery and production using in-situ seismic stimulation[C]// SPE Symposium on Improved Oil Recovery. Tulsa: Society of Petroleum Engineers, 2008.
- [4] VUONG A T, YOSHIHARA L, WALL W A. A general approach for modeling interacting flow through porous media under finite deformations[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2015, **283**: 1240 - 1259.
- [5] 余俊, 尚守平, 黄娟, 等. Biot 动力固结方程简化模型在桩水平动力响应中适用性研究[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(8): 1558 - 1563. (YU Jun, SHANG Shou-ping, HUANG Juan, et al. Applicability of simplified model of Biot's dynamic consolidation equation to response of horizontal vibration of piles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(8): 1558 - 1563. (in Chinese))
- [6] 丁伯阳, 童晓刚, 陈军, 等. 排水状态下饱和土中基桩动力特性分析[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(1): 85 - 95. (DING Bo-yang, TONG Xiao-gang, CHEN Jun, et al. Dynamic properties of a single pile in saturated soil under drainage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(1): 85 - 95. (in Chinese))
- [7] XIONG W, LEI Q, GAO S S, et al. Pseudo threshold pressure gradient to flow for low permeability reservoirs[J]. Petroleum Exploration and Development, 2009, **36**(2): 232 - 236.
- [8] 贝君平. 低渗透油藏大功率人工简谐波强化采油技术与应用[D]. 青岛: 中国石油大学(华东), 2009. (BEI Jun-ping. Research and application of enhanced oil recovery technology of artificial high-power monochromatic wave in low permeability reservoir[D]. Qingdao: China University of petroleum (East China), 2009. (in Chinese))
- [9] 周志军. 低渗透储层流固耦合渗流理论及应用研究[D]. 大庆: 大庆石油学院, 2003. (ZHOU Zhi-jun. The theory and application research of fluid-solid coupling seepage flow in low permeability reservoir[D]. Daqing: Northeast Petroleum University, 2003. (in Chinese))
- [10] 刘静, 蒲春生, 郑黎明, 等. 低频振动对原油黏度影响的实验研究[J]. 科学技术与工程, 2012, **27**: 7061 - 7063, 7067. (LIU Jing, PU Chun-sheng, ZHENG Li-ming, et al. Experiment research on effects of low frequency vibration wave for crude oil viscosity[J]. Science Technology and Engineering, 2012, **27**: 7061 - 7063, 7067. (in Chinese))
- [11] 马中高, 周枫, 赵群. 鄂尔多斯盆地地下石盒子组致密砂岩的弹性特征[J]. 石油学报, 2011, **32**(6): 1001 - 1006. (MA Zhong-gao, ZHOU Feng, ZHAO Qun. Elastic properties of tight sands in the lower Shihezi formation of Ordos basin[J]. Acta Petrolei Sinica, 2011, **32**(6): 1001 - 1006. (in Chinese))
- [12] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. low-frequency range[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1956, **28**(2): 168 - 178.
- [13] ZIENKIEWICZ O C, CHANG C T, BETTESS P. Drained, undrained, consolidating and dynamic behaviour assumptions in soils[J]. Géotechnique, 1980, **30**(4): 385 - 395.
- [14] 张学元. 高阶变系数线性齐次微分方程内 $x^{\nu}e^{\lambda x}$ 型解的探求[J]. 上海第二工业大学学报, 2004, **21**(2): 1 - 5. (ZHANG Xue-yuan. A research on the $x^{\nu}e^{\lambda x}$ type solution of linear homogeneous differential equation of higher order with variable coefficients[J]. Journal of Shanghai Second Polytechnic University, 2004, **21**(2): 1 - 5. (in Chinese))

- [15] 戴中林. 一类非齐次微分方程特解的矩阵求法[J]. 高等数学研究, 2013, **16**(3): 25 - 26. (DAI Zhong-lin. Matrix method for special solutions of a class of nonhomogeneous differential equations[J]. Studies in College Mathematics, 2013, **16**(3): 25 - 26. (in Chinese))
- [16] 秦爱芳, 孙德安, 谈永卫. 非饱和土一维固结的半解析解[J]. 应用数学和力学, 2010, **31**(2): 199 - 209. (QIN Ai-fang, SUN De-an, TAN Yong-wei. Semi-analytical solution to one-dimensional consolidation in unsaturated soil[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2010, **31**(2): 199 - 209. (in

Chinese))

- [17] 郑忠文, 秦文龙, 肖曾利, 等. 低渗油藏渗流规律及水驱油特征实验研究[J]. 西安石油大学学报(自然科学版), 2007, **22**(增刊 1): 77 - 79. (ZHENG Zhong-wen, QIN Wen-long, XIAO Zeng-li, et al. Experiment research on the seepage flow and water drive characteristics in low permeability reservoir[J]. Journal of Xi'an Shiyou University (Natural Science Edition), 2007, **22**(S1): 77 - 79. (in Chinese))

附录:

$$m_1 = \rho_f s^2 \alpha M - (\rho_f s^2 / \phi + \eta s / k)(2\mu + \lambda + \alpha^2 M);$$

$$m_2 = (2\mu + \lambda + \alpha^2 M) \rho_f s^2 - \alpha M \rho s^2;$$

$$m_3 = \frac{(2\alpha \rho_f - \rho) s^2 M - \left(\rho_f s^2 / \phi + \frac{\eta}{k} s \right) (2\mu + \lambda + \alpha^2 M)}{(2\mu + \lambda) M};$$

$$m_4 = \frac{m_1 - MR_k^{-2} (2\mu + \lambda)}{M(2\mu + \lambda) l_1^2 l_2^2} \rho \lambda_0 s + \left(\frac{2\mu + \lambda + \alpha^2 M}{\phi} - \alpha M \right) \rho_f v_0 R_k^{-1} + (2\mu + \lambda + \alpha^2 M) \frac{\lambda_0}{s};$$

$$R_k|_{k=0} = R_w, \quad R_k|_{k=1} = R_e;$$

$$A_{1j} = \left[(2\mu + \lambda) M (l_j^2 - R_w^{-1} l_j) + m_1 - (2\mu + \lambda) M R_w^{-2} \right]$$

$$\exp(-l_j R_w), \quad j = 1, 2;$$

$$A_{2j} = \sum_{k=0}^1 \left\{ \frac{\alpha M \left[(2\mu + \lambda) M (-l_j^3 + R_k^{-1} l_j^2 + 2R_k^{-2} l_j + 2R_k^{-3}) - m_1 l_j \right]}{m_2 + \mu \alpha M R_k^{-2}} + \frac{2\mu \alpha^2 M^2 R_k^{-3} \left[(2\mu + \lambda) M (l_j^2 - R_k^{-1} l_j - R_k^{-2}) + m_1 \right]}{(m_2 + \mu \alpha M R_k^{-2})^2} - l_j M \right\}.$$

$$(-1)^k \exp(-l_j R_k) \quad ;$$

$$A_{3j} = \sum_{k=0}^1 \left\{ \frac{\rho_f s^2 \left[(2\mu + \lambda) M (l_j^2 - R_k^{-1} l_j - R_k^{-2}) + m_1 \right]}{m_2 + \mu \alpha M R_k^{-2}} + \frac{\rho_f}{\phi} s^2 + \frac{\eta}{k} s \right\} \cdot (-1)^k R_k \exp(-l_j R_k) \quad ;$$

$$L_1 = \frac{u_0}{s - i\omega} \left(m_2 + \mu \alpha M \frac{1}{R_w^2} \right) - \left[m_1 - \frac{(2\mu + \lambda) M}{R_w^2} \right] \frac{\rho \lambda_0 s}{M(2\mu + \lambda) l_1^2 l_2^2} - (2\mu + \lambda + \alpha^2 M) \frac{\lambda_0}{s} - \left(\frac{2\mu + \lambda + \alpha^2 M}{\phi} - \alpha M \right) \frac{\rho_f v_0}{R_w};$$

$$L_2 = - \sum_{k=0}^1 (-1)^k \left\{ \frac{\alpha M R_k^{-3} \left[\frac{2\rho \lambda_0 s}{l_1^2 l_2^2} - \left(\frac{2\mu + \lambda + \alpha^2 M}{\phi} - \alpha M \right) \rho_f v_0 R_k \right]}{m_2 + \mu \alpha M R_k^{-2}} + \frac{2\mu \alpha^2 M^2 R_k^{-3}}{(m_2 + \mu \alpha M R_k^{-2})^2} m_4 \right\} + \frac{P_e - P_w}{s};$$

$$L_3 = - \sum_{k=0}^1 (-1)^k R_k \left\{ \frac{\rho_f s^2}{m_2 + \mu \alpha M R_k^{-2}} m_4 - \frac{\rho_f v_0}{\phi} R_k^{-1} - \frac{\lambda_0}{s} + \left(\frac{\rho_f}{\phi} s^2 + \frac{\eta}{k} s \right) \frac{\rho \lambda_0 s}{M(2\mu + \lambda) l_1^2 l_2^2} \right\} + \frac{1}{s} \frac{Q_0 \mu}{2\pi k H}.$$