

DOI: 10.11779/CJGE201704010

类岩石脆性材料非闭合裂纹的 I-II 压剪复合型断裂准则研究

李 部, 黄润秋, 吴礼舟*

(成都理工大学地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室, 四川 成都 610059)

摘要: 实际工程中, 结构体裂纹常处于拉剪和压剪复合受力状态, 研究适合于复合型裂纹的断裂准则和裂纹扩展机理具有重要的理论意义和实用价值。以 I-II 复合型裂纹为研究对象, 基于线弹性理论, 在考虑裂纹几何特征及受力形式的基础上, 系统介绍了裂纹应力强度因子 (SIF) 的理论解。提出了适用于 II 型断裂的径向剪应力准则和双剪应力准则。对于 I-II 复合型裂纹, 提出用等效 I、II 型 SIF 比值与 I、II 型断裂韧度比值的关系判定裂纹断裂类型, 并分别选择适合于 I、II 型断裂的断裂准则, 计算了裂纹断裂扩展理论角度。理论断裂角与预制非闭合裂纹类岩石脆性材料压剪断裂试验结果符合得较好。

关键词: 非闭合裂纹; I-II 复合型断裂; 应力强度因子; 准则

中图分类号: TU45; P642.3; O346.11 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2017)04-0662-07

作者简介: 李 部(1990-), 男, 博士研究生, 主要从事岩土力学与工程地质方面的研究。E-mail: lbcdu@foxmail.com.

Compression-shear fracture criteria for mixed mode I-II of open crack of rock-like brittle materials

LI Bu, HUANG Run-qiu, WU Li-zhou

(State Key Laboratory of Geohazard Prevention and Geoenvironment Protection, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China)

Abstract: In practical projects, structural fracture often undergoes complex stresses. The studies on the fracture mechanism of mixed mode cracks are of important theoretical significance and practical implication. Based on the mixed I-II crack mode and the linear elastic theory, the geometrical characteristics and stress form of cracks are considered, and the theoretical solution of the stress intensity factor (SIF) at the crack tip is introduced. The radial shear stress criterion and the twin shear stress criterion for mode II fracture are put forward. For the I-II mixed-mode open crack, a new method to determine the fracture type is proposed by comparing the SIF ratio of equivalent mode I and II with that of mode I and II fracture toughness. In addition, an appropriate fracture criterion for mode I or II fracture is used to calculate the theoretical initiation angle. The compression-shear fracture tests on the brittle rock-like samples with a single open pre-crack are carried out under compression. The results indicate that the theoretical initiation angles and the experimental results are in good agreement.

Key words: open crack mixed; I-II fracture mode; stress intensity factor; criterion

0 引言

实际工程结构中, 如岩石等脆性材料, 内部或边界上都存在有宏观裂隙缺陷, 这些缺陷的存在破坏了岩体的完整性, 影响了岩体的力学性质和应力场分布, 同时裂纹尖端往往会产生应力奇异, 从而影响岩体的破坏模式^[1]。因此研究裂纹的断裂扩展判据及其适用条件、裂纹尖端应力强度因子的计算、含裂纹材料的变形破坏特征等问题一直备受关注。目前裂纹的扩展准则比较常用的主要有两类: ①应力参数法: 如最大周向应力理论^[2], 最小 J_2 准则^[3-4]; ②能量参数法: 如应变能密度因子理论^[5], 最大能量释放率理论^[6], 复

合型裂纹的应变能准则^[7]等。周家文等采用在岩土材料中广泛应用的 Mohr-Coulumb 和 Drucker-Prager 准则建立了岩石压剪断裂判据, 并分析了纯 I、纯 II 型裂纹与 I、II 型断裂韧度的关系^[8]。这些准则都是在 I 型断裂(张拉断裂)的基础上建立的, 却鲜有考虑到压剪复合裂纹的 II 型断裂(剪切断裂)扩展问题^[9-10]。

基金项目: 国家科学自然基金重点项目(41130745); 国家基础研究计划(“973”计划)项目(2013CB733202); 四川省青年科技创新研究团队项目(2015STD0030)

收稿日期: 2016-01-05

*通讯作者(E-mail:wulizhou07@cdut.cn)

对于闭合裂纹断裂扩展问题, 目前研究已经相对成熟。通过大量的试验和数值分析发现, 闭合裂纹断裂扩展时, 只出现了张拉裂纹, 而且方向是接近最大周向拉应力方向, 虽在一些试验中出现了剪切裂纹, 但都发生于张拉裂纹出现之后^[11-17]。因此最大周向拉应力理论、应变能密度因子理论、最大能量释放率理论等被用来作为断裂判据和分析裂纹的启裂角^[15-17]。周小平基于扩展有限元法, 建立压缩荷载作用下闭合裂纹扩展过程数值模拟方法, 并考虑裂纹 I 型应力强度因子的影响, 得到的数值结果与试验结果吻合良好^[18]。

对于非闭合裂纹断裂扩展研究, 一些学者通过试验观察了裂纹的断裂形式, 并通过理论和数值方法分析了裂纹几何特征对尖端附近应力场的影响, 如 Bobet 等利用岩石相似材料做了压剪断裂试验, 观察到闭合裂纹和非闭合裂纹的断裂形式有差异, 非闭合裂纹首先出现了剪切断裂, 并利用二维位移不连续法分析对比了两种裂纹的应力场^[10, 19-20]; 车法星等利用类岩石材料, 研究了非闭合裂纹的压剪断裂, 发现 II 型应力强度因子是推动裂纹起裂的因素, 而 I 型应力强度因子则是抑制裂纹起裂的因素^[21]。李银平等研究发现裂纹几何特征对裂纹尖端应力强度因子影响明显, 研究了非闭合裂纹尖端曲率半径对 I 型应力强度因子的影响, 获得了单裂纹及多裂纹的断裂破坏形式^[15]。这些研究仍没有系统的分析非闭合裂纹断裂启裂问题, 也没有提及适用于剪切断裂的准则。

孙宗顾等发现纯 II 型加载并不能产生 II 型断裂, 因此采取了施加轴向压应力抑制周向拉应力的剪切盒方法实现 II 型断裂韧度的测试^[22-23]。Backers 等对上下两端带圆形凹槽的圆柱试样进行了压缩试验, 并通过改变围压的大小实现了 I 、 II 型断裂, 并测定了相应的断裂韧度^[24]。因此, 裂纹 I 、 II 型断裂的发生是有条件的, 判断裂纹发生何种断裂类型, 以及裂纹断裂选用何种适合的断裂准则仍待研究解决。本文结合线弹性理论和断裂理论, 在考虑裂纹几何特征及受力形式的基础上, 系统的总结了裂尖应力强度因子的理论计算公式; 提出了适用于脆性材料的基于 II 型断裂的径向剪应力准则和双剪应力准则, 同时提出了复合型裂纹断裂类型的判别标准以及裂纹断裂准则的适用范围, 最后结合预制裂纹类岩石脆性材料压剪断裂试验, 利用 I - II 压剪复合型非闭合裂纹的断裂扩展对提出的剪切断裂准则进行验证, 并比较断裂角理论值与试验结果。

1 I-II 复合型裂纹应力强度因子

I-II 复合型裂纹的极坐标分量如图 1 所示, 线弹性理论给出其尖端附近的应力场极坐标表达式为^[17]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \left[K_I \cos \frac{\theta}{2} (3 - \cos \theta) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} (3 \cos \theta - 1) \right], \\ \sigma_\theta &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I (1 + \cos \theta) - 3 K_{II} \sin \theta], \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)]. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 K_I , K_{II} 为裂纹面上 I 、 II 型 SIF; σ_r , σ_θ , $\tau_{r\theta}$ 为极坐标系下裂尖外单元的径向应力、周向应力和剪切应力; θ 为裂尖外单元偏离原裂纹的角度(逆时针为正, 顺时针为负); r 为单元距离裂纹尖端的距离。

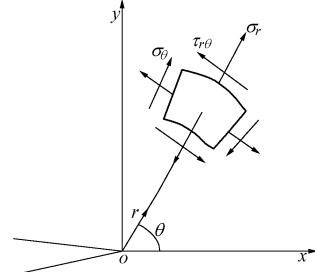


图 1 裂纹应力极坐标分量

Fig. 1 Components of stress cracks in polar coordinate

对于裂纹长度为 $2a$ 的无限大板, 受双轴应力 σ_x^∞ , σ_y^∞ (规定拉应力为正, 压应力为负) 作用, β 为裂纹与 σ_y^∞ 作用方向的夹角, 如图 2 所示。裂纹的远场应力状态为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_T &= \sigma_y^\infty \cos^2 \beta + \sigma_x^\infty \sin^2 \beta, \\ \sigma_N &= \sigma_y^\infty \sin^2 \beta + \sigma_x^\infty \cos^2 \beta, \\ \tau &= (\sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty) \sin \beta \cos \beta. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中, τ , σ_T , σ_N 分别为裂纹的远场剪应力、横向压应力和法向应力。

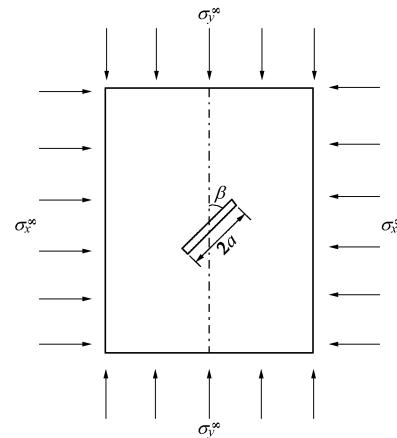


图 2 I-II 型复合裂纹受力图

Fig. 2 Force diagram of crack mode mixed I - II

1.1 非闭合裂纹的应力强度因子

对于无限大板中具有一定缝宽的非闭合裂纹, 裂纹尖端的曲率半径 ρ 和横向压应力 σ_T 均会对 I 型 SIF (K_I) 产生影响。Muskhelishvili^[25]认为横向压应力

σ_r 会在裂纹端部产生与其相垂直的拉伸应力, 应力的大小为 σ_r 。Erdogan 等认为受压裂纹的 I 型 SIF 可取负值^[2]; 而李世愚等认为裂纹两侧物质相互之间不可入性以及负的 K_I 的绝对值超过断裂韧度 K_{Ic} 并不会发生 I 型断裂, 因此 $K_I=0$ ^[17]。本文认为非闭合受压裂纹 $K_I < 0$, 其对应的周向应力场也相应反号, 此时 I 型 SIF 的周向应力场会对 II 型 SIF 的周向拉应力场起到抑制作用。因此, 裂纹的 SIF 应为

$$\left. \begin{aligned} K_I &= K_{IN} + K_{IT}, \\ K_{II} &= \tau \sqrt{\pi a}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中, K_{IT} , K_{IN} 分别为裂纹横向压应力和法向应力产生的 SIF, 两者表达式为^[15, 17, 25]

$$\left. \begin{aligned} K_{IT} &= 0 & (\sigma_r > 0), \\ K_{IT} &= \frac{1}{2} \sigma_r \sqrt{\rho/a} \sqrt{\pi a} & (\rho/a \rightarrow 0, \sigma_r < 0), \\ K_{IN} &= \sigma_N \sqrt{\pi a}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中, ρ 为裂纹尖端曲率半径。

1.2 闭合裂纹的应力强度因子

对于闭合裂纹, 裂纹两侧物质无法互相嵌入, 裂纹端部的 SIF 为

$$\left. \begin{aligned} K_I &= 0 & (\sigma_N < 0), \\ K_I &= K_{IN} & (\sigma_N > 0), \\ K_{II} &= (\tau - u\sigma_N) \sqrt{\pi a} & (\sigma_N < 0), \\ K_{II} &= \tau \sqrt{\pi a} & (\sigma_N > 0). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中, u 为裂纹面上的摩擦因数。

若为有限大板, 裂纹与模型宽度比值若能满足 $a/w \leq 0.2$, 式(4)、(5) 仍能较为精确的表示 SIF, 误差值在 10% 以内^[26-27]。

2 剪切断裂准则

1963 年 Erdogan 等^[2]提出了最大周向应力理论。该理论认为: I-II 型复合裂纹将沿着最大拉应力 $\sigma_{\theta \max}$ 所对应的 θ_0 方向扩展, 这也与 Griffith 强度理论的思想一致, 而且这种准则所得到的断裂启裂角和许多试验结果相吻合, 因此得到广泛应用, 并由此衍生出许多其它断裂准则, 如应变能密度因子理论、最大能量释放率理论、最小 J₂ 准则等, 这些理论引入了材料参数, 结果更为准确。但这些准则仅仅适用于 I 型断裂, 因此本文提出了适用于 II 型断裂的径向剪应力和双剪应力准则。

2.1 径向剪应力准则

Bobet 在裂纹压剪断裂试验中发现了剪切裂纹, 剪切裂纹靠近原裂纹面方向, 而且数值计算结果显示, 剪切断裂接近某个径向剪应力的极值方向^[10]。因此本文基于线弹性理论提出了径向剪应力准则, 即在一定

条件下, 裂纹也会沿着尖端径向剪应力绝对值最大的方向 θ_{II1} 发生 II 型断裂, θ_{II1} 满足

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \tau_{r\theta}}{\partial \theta^2} &< 0 \text{ 或 } \frac{\partial^2 \tau_{r\theta}}{\partial \theta^2} > 0, \\ |\tau_{r\theta}(\theta = \theta_{II1})|_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

满足式(6)条件的解 θ_{II1} 为

$$\theta_{II1} = 2 \arctan \frac{-2 + \sqrt{A(\cos(\alpha_0/3) - \sqrt{3}\sin(\alpha_0/3))}}{3k_0}, \quad (7)$$

式中, $A = 4 + 42(K_{II}/K_I)^2$, $k_0 = 2(K_{II}/K_I)$, $\alpha_0 = \arccos(T)$, $T = (-4A - 3k_0B)/(2\sqrt{A^3})$, $B = -4(K_{II}/K_I)$, $\alpha_0 \in (0, \pi)$, $-1 < T < 1$ 。

当裂纹尖端区域由于剪应力 $\tau_{r\theta}$ 过大而发生剪切断裂时, 断裂发生取决于材料 II 型断裂韧度, 故可将裂纹等效为纯 II 型裂纹, 其等效应力强度因子 K_{II1} 为

$$K_{II1} = \frac{1}{2} \cos \frac{\theta_{II1}}{2} [K_I \sin \theta_{II1} + K_{II}(3 \cos \theta_{II1} - 1)], \quad (8)$$

裂纹断裂准则为

$$K_{II1} = K_{IIc} . \quad (9)$$

2.2 双剪应力准则

裂纹尖端主应力为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{1,3} &= \frac{1}{2} (\sigma_r + \sigma_\theta) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 4\tau^2}, \\ \sigma_2 &= 0 & (\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

将式(1)代入式(10)得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{1,3} &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \left[2 \left(K_I \cos \frac{\theta}{2} - K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \right) \pm \right. \\ &\quad \left. \sqrt{K_I^2 \sin^2 \theta + 2K_I K_{II} \sin 2\theta + K_{II}^2 (4 - 3 \sin^2 \theta)} \right], \\ \sigma_2 &= 0 & (\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

俞茂宏指出, 为考虑材料的固有特性和说明裂纹滑开扩展方向, 考察由裂纹尖端单元体 3 个主剪应力中较大的两者组成的双剪应力^[28]。由弹性理论可知, 最大或最小剪应力的解共代表 18 个平面, 其中 6 个主平面 ($\tau = 0$), 另外 12 个平面为主剪应力平面, 有^[29]

$$\left. \begin{aligned} \tau_{12} &= \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2), \\ \tau_{23} &= \frac{1}{2} (\sigma_2 - \sigma_3), \\ \tau_{13} &= \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

双剪应力表达式为

$$\left. \begin{aligned} f &= \tau_{13} + \alpha \tau_{12} = \frac{\sigma_1}{2} (1 + \alpha) - \frac{1}{2} (\alpha \sigma_2 + \sigma_3), & (\tau_{12} > \tau_{23}), \\ f &= \tau_{13} + \alpha \tau_{12} = \frac{1}{2} (1 + \alpha \sigma_2) - \frac{\sigma_3}{2} (\alpha + 1), & (\tau_{12} < \tau_{23}), \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中, α 为材料拉压强度的比值, $\alpha = \sigma_t / \sigma_c$ 。将式(11)代入式(13)并引入双剪应力强度因子 $T_s(K_I, K_{II}, \theta)$, 得到线弹性条件下的双剪应力:

$$f = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} T_s(K_I, K_{II}, \theta)。 \quad (14)$$

在一定条件下, 裂纹将沿着等径向剪应力线上双剪应力值最小的方向发生扩展。等径向剪应力线上剪切应力为一定值 C :

$$\tau_{r\theta} = C = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)]。 \quad (15)$$

等径向剪应力线上双剪应力值为

$$f = \frac{CT_s(K_I, K_{II}, \theta)}{\cos \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)]} = CF(K_I, K_{II}, \theta), \quad (16)$$

式中,

$$F(K_I, K_{II}, \theta) = \frac{T_s(K_I, K_{II}, \theta)}{\cos \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)]}。 \quad (17)$$

启裂角 θ_{II2} 若满足

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \theta} &= 0, \\ \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} &> 0, \\ f &> 0, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

裂纹发生 II 型断裂, 断裂扩展取决于材料 II 型断裂韧度, 其等效的 II 型应力强度因子为

$$K_{II2} = \frac{1}{2} \cos \frac{\theta_{II2}}{2} [K_I \sin \theta_{II2} + K_{II} (3 \cos \theta_{II2} - 1)]。 \quad (19)$$

材料断裂判据为

$$K_{II2} = K_{IIe}。 \quad (20)$$

3 裂纹断裂类型判别及断裂准则选用

孙宗顾等发现, 裂纹纯剪加载时, 岩石发生偏离原裂纹的 I 型断裂, 得到的 I 型断裂韧度 K_{Ie} 大于 II 型断裂韧度 K_{IIe} 。但岩石材料的抗拉强度一般是低于抗剪强度的, 因此这一结果显然与岩石材料性质相矛盾。剪切加载试验发现, 用剪切盒同时对岩样施加垂直裂纹面的压力, 可以抑制裂纹发生 I 型断裂, 实现裂纹 II 型断裂扩展^[22]。

既然剪切盒试验中岩样发生的是 II 型断裂, 那显然不能再用基于 I 型断裂的最大周向应力理论等去判定裂纹断裂扩展。因此, 对裂纹的断裂类型进行判别, 并选用适当的断裂准则显得十分必要。

I 型裂纹尖端剪切应力 $\tau_{r\theta}$ 和周向应力 σ_θ 的无因次应力强度因子 $f_{r\theta}$, f_θ 变化曲线如图 3 所示, 裂纹

的无因次 I, II 型应力强度因子分别为

$$\left. \begin{aligned} f_\theta &= \sigma_\theta \sqrt{2r} / \sqrt{a(\sigma_y^\infty + \sigma_x^\infty)^2}, \\ f_{r\theta} &= \tau_{r\theta} \sqrt{2r} / \sqrt{a(\sigma_y^\infty + \sigma_x^\infty)^2}。 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

II 型裂纹尖端剪切应力 $\tau_{r\theta}$ 和周向应力 σ_θ 的无因次应力强度因子 $f_{r\theta}$, f_θ 变化曲线如图 4 所示。从图 3, 4 中可以看出, I 型拉裂纹 ($K_I > 0$), $\sigma_{\theta\max} > |\tau_{r\theta}|_{\max} > 0$, 断裂为 I 型; I 型非闭合压裂纹 ($K_I < 0$), $|\tau_{r\theta}|_{\max} > 0 \geq \sigma_{\theta\max}$, 断裂为 II 型; II 型裂纹, $\sigma_{\theta\max} > |\tau_{r\theta}|_{\max} > 0$, 断裂为 I 型。

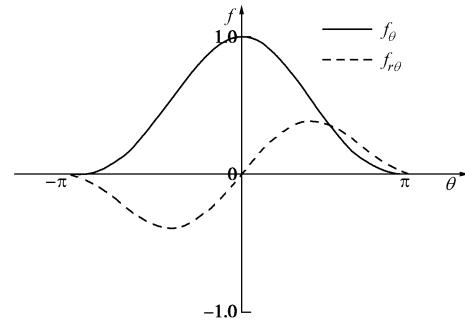


图 3 I 型裂纹无因次应力强度因子分布曲线

Fig. 3 Distribution curves of dimensionless SIF of mode - I

对于 I-II 复合型裂纹, 裂纹尖端应力场为 I、II 型 SIF 的应力场叠加。因此, I-II 拉剪复合型裂纹的 I、II 型 SIF 使周向拉应力在 $\beta = -180^\circ \sim 0^\circ$ 区域增强, $\sigma_{\theta\max} > |\tau_{r\theta}|_{\max} > 0$, 断裂为 I 型; I-II 压剪复合型闭合裂纹 ($K_I = 0$) 尖端应力场仅由 II 型应力强度因子决定, $\sigma_{\theta\max} > |\tau_{r\theta}|_{\max} > 0$, 断裂为 I 型; I-II 压剪复合型非闭合裂纹 ($K_I < 0$) 的 I 型 SIF 会抑制 II 型 SIF 的周向拉应力场, 此类裂纹可用等效 I、II 型 SIF (K_{Ie} , K_{IIe}) 的大小关系确定发生何种断裂形式, 即

$$\left. \begin{aligned} K_{Ie} < 0 &: \text{II 型断裂,} \\ K_{Ie} / |K_{IIe}| > 1 &: \text{I 型断裂,} \\ 0 < K_{Ie} / |K_{IIe}| < 1, K_{Ie} / |K_{IIe}| > K_{Ie} / K_{IIe} &: \text{I 型断裂,} \\ 0 < K_{Ie} / |K_{IIe}| < 1, K_{Ie} / |K_{IIe}| < K_{Ie} / K_{IIe} &: \text{II 型断裂,} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

式中, K_{Ie} 由最大周向应力理论确定的断裂角 θ_{I0} 决定, 分别由下式计算^[17]:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{I0} &= 2 \arctan \frac{1 - \sqrt{1 + 8(K_{II}/K_I)^2}}{4(K_{II}/K_I)}, \\ K_{Ie} &= \frac{1}{2} \cos \frac{\theta_{I0}}{2} [K_I (1 + \cos \theta_{I0}) - 3K_{II} \sin \theta_{I0}]。 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

对于发生 I 型断裂的裂纹, 应选择最大周向应力理论、应变能密度因子理论等作为断裂准则; 对于发

生 II 型断裂的裂纹，若材料为线弹性或者脆性，应选择文中提出的径向剪应力准则、双剪应力准则作为断裂准则。

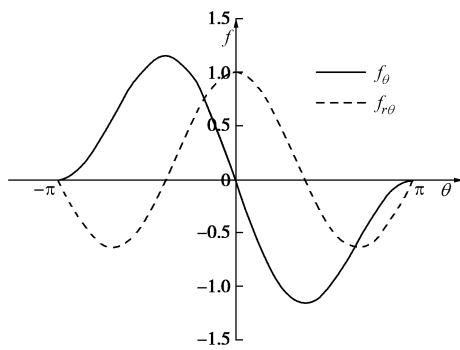


图 4 II型裂纹无因次 SIF 分布曲线

Fig. 4 Distribution curves of dimensionless SIF of mode - II

4 压剪裂纹断裂分析

4.1 模型理论断裂角

按照如图 2 所示构建模型，模型为长方体 ($B \times D \times H = 50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$)，中心贯通裂缝长度为 $2a = 10 \text{ mm}$ ，厚度 $b = 3 \text{ mm}$ ，尖端曲率半径 $\rho = 1.5 \text{ mm}$ ，承受单轴压缩荷载作用 ($\sigma_x^\infty = 0$, $\sigma_y^\infty < 0$)，并假设裂纹断裂过程中并未闭合，图 5 是运用径向剪应力准则、双剪应力准则、最大周向应力理论 (σ_{\max} 理论)、应变能密度因子理论 (S 理论) 所确定的断裂启裂角与裂纹角的关系。从图 5 可以看出， σ_{\max} 理论与 S 理论得到的断裂角比较接近，S 理论得到的断裂角与材料泊松比有关，断裂角随着泊松比的增大而增大；径向剪应力准则与双剪应力准则得到的断裂角比较接近，径向剪应力准则仅仅与裂纹应力场有关，而双剪应力准则求得的断裂角与材料抗拉压强度的比值 α 有关。图 6 为不同裂纹角度时尖端最大无因次 I、II 型 SIF 变化曲线，从图 6 可以得到，尖端最大无因次 I、II 型 SIF 均随着裂纹角度的增大而先增大后减小，当

裂纹角度较小时， $K_{Ie}/|K_{II}| > 1$ ，裂纹角度超过一定值后， $K_{Ie}/|K_{II}| < 1$ 。

4.2 试验分析

利用类岩石脆性材料，制作如 4.1 节所述的长方体模型，裂纹角度设置有 15° , 30° , 45° , 60° , 75° 5 种，并在 MTS 815 试验机进行了单轴压缩试验，得到了裂纹的断裂扩展形式，如图 7 所示，试验过程中，裂纹未发生闭合。利用巴西圆盘试验测得类岩石试样的断裂韧度比值为 $K_{Ic}/K_{IIc} = 0.81$ ，利用单轴压缩试验和劈裂试验测得材料弹性模量 $E = 1.354 \text{ GPa}$ ，泊松比 $\nu = 0.21$ ，抗拉压强度的比值 $\alpha = 0.18$ 。

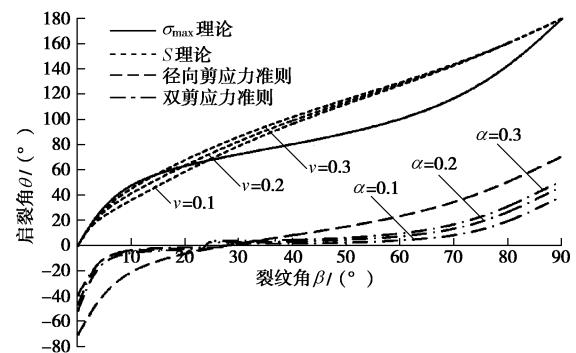


图 5 裂纹角与启裂角 ($\beta - \theta$) 之间的关系

Fig. 5 Relationship between crack angle and initiation angle ($\beta - \theta$)

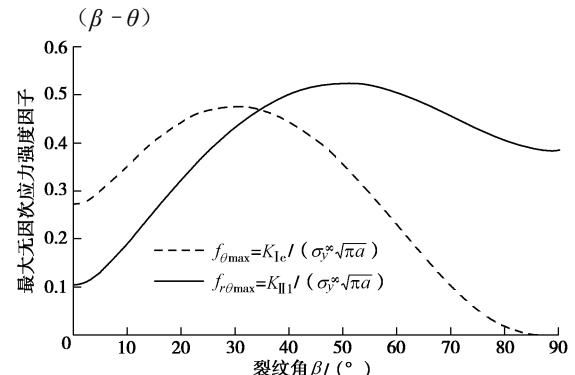


图 6 不同裂纹角度时尖端最大无因次 I、II 型 SIF

Fig. 6 Maximum dimensionless SIF mode I and II at crack tip under different crack angles

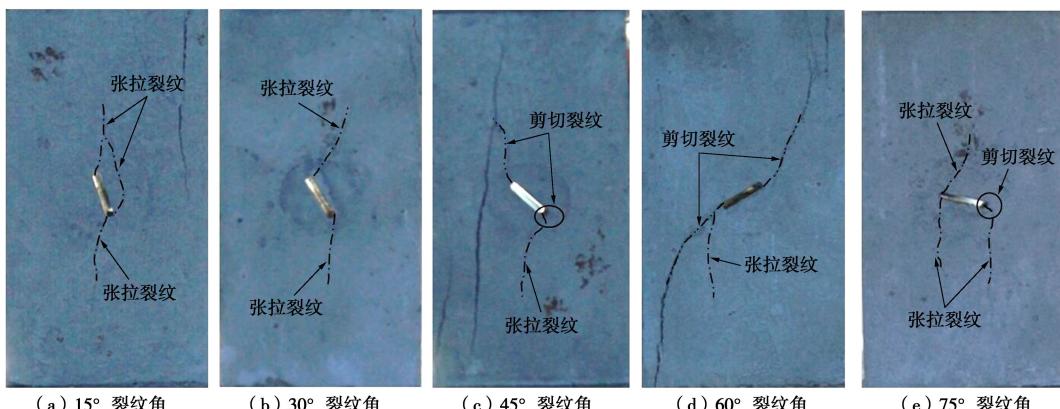


图 7 类岩石断裂起裂试验结果

Fig. 7 Test results of rock-like fracture initiation

利用式(22)判定断裂类型, 判定结果如图8所示。根据断裂类型选择相应的断裂准则, 并计算理论断裂角, 如图9所示。对比图8中各种断裂准则的理论断裂角与试验结果, 不难发现, 当裂纹角度处于I型断裂区时, 试验得到的裂纹启裂角更接近于用 σ_{\max} 理论和S理论得到的理论值; 当裂纹角度处于II型断裂区时, 试验得到的裂纹启裂角更接近于用径向剪应力准则和双剪应力准则得到的理论值。

综合试验数据可以看出, 利用式(22)判定断裂类型, 并选择相应的断裂准则预测断裂角是成功的。

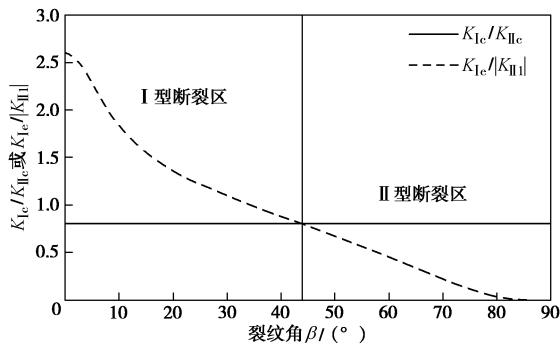


图8 类岩石长方体试样裂纹断裂类型判定图

Fig. 8 Determination of crack fracture type for cuboid rock-like samples

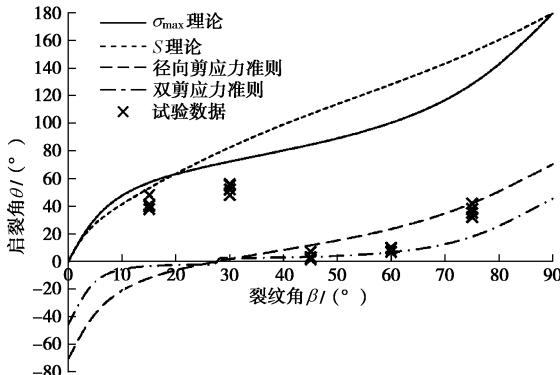


图9 断裂角理论值与试验结果的比较

Fig. 9 Comparison between theoretical and experimental fracture angles

5 结 论

(1) 对于压剪闭合裂纹, $K_I=0$; 而对于压剪非闭合裂纹, $K_I<0$, 此时I型SIF会对II型SIF的周向拉应力场产生抑制作用。

(2) 对于发生II型断裂的裂纹, 基于线弹性理论提出了径向剪应力准则和双剪应力准则。该准则得到了脆性材料的试验验证。径向剪应力准则仅仅与裂纹应力场有关, 而双剪应力准则与材料的拉压强度比值 α 有关。

(3) 对于含I-II压剪复合型非闭合裂纹的脆性材料, 首先利用I、II型等效SIF比值和对应断裂韧

度比值的大小关系来判定裂纹断裂类型, 再选择适合的断裂准则: 对于I型断裂的裂纹, 选择最大周向应力理论、应变能密度因子理论等作为断裂准则; 对于II型断裂的裂纹, 选择本文提出的径向剪应力准则、双剪应力准则作为断裂准则, 获得的理论断裂角与脆性材料压剪断裂试验结果吻合较好。

参 考 文 献:

- [1] 李银平. 岩石类材料损伤断裂机理研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2003. (LI Yin-ping. Damage and fracture mechanism of rock materials[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2003. (in Chinese))
- [2] ERDOGAN F, SIH G C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear[J]. Journal of Fluids Engineering, 1963, 85(4): 519 - 527.
- [3] 赵艳华, 徐世烺. I-II复合型裂纹脆性断裂的最小J₂准则[J]. 工程力学, 2002, 19(4): 94 - 98. (ZHAO Yan-hua, XU Shi-lang. The minimum J₂ criterion for I-II mixed mode brittle fracture[J]. Engineering Mechanics, 2002, 19(4): 94 - 98. (in Chinese))
- [4] SIH G C. Energy-density concept in fracture mechanics[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1973, 5(4): 1037 - 1040.
- [5] NUISMER R J. An energy release rate criterion for mixed mode fracture[J]. International Journal of Fracture Mechanics, 1975, 11(2): 245 - 250.
- [6] 赵诒枢. 复合型裂纹扩展的应变能准则[J]. 固体力学学报, 1987(1): 65 - 70. (ZHAO Yi-shu. A strain energy criterion for mixed mode crack propagation[J]. Acta Mechanica Solidia Sinica, 1987(1): 65 - 70. (in Chinese))
- [7] 林拜松. 滑开型断裂的复合型脆断判据[J]. 应用数学和力学, 1985, 6(11): 977 - 983. (LIN Bai-song. The mixed mode brittle fracture criteria in sliding mode fracture[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1985, 6(11): 977 - 983. (in Chinese))
- [8] 周家文, 徐卫亚, 石 崇. 基于破坏准则的岩石压剪断裂判据研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(6): 1194 - 1201. (ZHOU Jia-wen, XU Wei-ya, SHI Chong. Investigation on compression-shear fracture criterion of rock based on failure criteria[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(6): 1194 - 1201. (in Chinese))
- [9] SUN Zong-qi. Is crack branching under shear loading caused by shear fracture: a critical review on maximum circumferential stress theory[J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2001, 11(2): 287 - 292.
- [10] BOBET A. The initiation of secondary cracks in compression[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2000, 66(2):

- 187 – 219.
- [11] BOBET A, EINSTEIN H H. Fracture coalescence in rock-type materials under uniaxial and biaxial compression[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1998, **35**(7): 863 – 888.
- [12] SHEN B, STEPHANSSON O, EINSTEIN H H, et al. Coalescence of fractures under shear stress experiments[J]. Journal of Geophysical Research, 1995, **100**(4): 5975 – 5990.
- [13] WONG R H C, CHAU K T, TANG C A, et al. Analysis of crack coalescence in rock-like materials containing three flaws—part I: experimental approach[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2001, **38**(7): 909 – 924.
- [14] LEE S, RAVICHANDRAN G. Crack initiation in brittle solids under multiaxial compression[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2003, **70**(13): 1645 – 1658.
- [15] 李银平, 杨春和. 裂纹几何特征对压剪复合断裂的影响分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(3): 462 – 466. (LI Yin-ping, YANG Chun-he. Influence of geometric characteristics of pre-existing cracks on mixed mode fractures under compression-shear loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **25**(3): 462 – 466. (in Chinese))
- [16] 李银平. 含预制裂纹大理岩的压剪试验分析[J]. 岩土工程学报, 2004, **26**(1): 120 – 124. (LI Yin-ping. Experimental research on pre-existing cracks in marble under compression[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, **26**(1): 120 – 124. (in Chinese))
- [17] 李世愚, 和泰名, 尹祥础, 等. 岩石断裂力学导论[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2010. (LI Shi-yu, HE Tai-ming, YIN Xiang-chu, et al. Introduction to rock fracture mechanics[M]. Hefei: China University of Science and Technology Press, 2010. (in Chinese))
- [18] 周小平, 杨海清, 董 捷. 压应力状态下多裂纹扩展过程数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(2): 192 – 197. (ZHOU Xiao-ping, YANG Hai-qing, DONG Jie. Numerical simulation of multiple-crack growth under compressive loads[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(2): 192 – 197. (in Chinese))
- [19] VASARHELYI B, BOBET A. Modeling of crack initiation, propagation and coalescence in niaxial compression[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2000, **33**: 119 – 139.
- [20] PARK C H, BOBET A. Crack coalescence in specimens with open and closed flaws: a comparison[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2009, **46**(5): 819 – 829.
- [21] 车法星, 黎立云, 刘大安. 类岩石材料多裂纹体断裂破坏试验及有限元分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, **19**(3): 295 – 298. (CHE Fa-xing, LI Li-yun, LIU Da-an. Fracture experiments and finite element analysis for multi-cracks body of rock-like material[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, **19**(3): 295 – 298. (in Chinese))
- [22] 孙宗顾, 饶秋华, 王桂尧. 剪切断裂韧度 (K_{IIc}) 确定的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, **21**(2): 199 – 203. (SUN Zong-qi, RAO Qiu-hua, WANG Gui-yao. Study on determination of shear fracture toughness (K_{IIc}))[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, **21**(2): 199 – 203. (in Chinese))
- [23] 孙宗顾. 如何判断在各种加载下的断裂模式: I型还是 II型[J]. 三峡大学学报(自然科学版), 2004, **26**(1): 27 – 30. (SUN Zong-qi. How to judge fracture mode under arbitrary loading: mode I or mode II fracture[J]. Journal of China Three Gorges University (Natural Sciences), 2004, **26**(1): 27 – 30. (in Chinese))
- [24] BACKERS T, STEPHANSSON O. ISRM suggested method for the determination of mode II fracture toughness[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2012, **45**: 1011 – 1022.
- [25] MUSKHELISHVILI N I. Some basic problems of the mathematical theory of elasticity[M]. Leyden: Noordhoff, 1953.
- [26] 中国航空研究院. 应力强度因子手册[M]. 北京: 科学出版社, 1993. (China Aviation Research Institute. Handbook of stress intensity factors[M]. Beijing: Science Press, 1993. (in Chinese))
- [27] 杨慧, 曹平, 江学良, 等. 双轴压缩下闭合裂纹应力强度因子的解析与数值方法[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2008, **39**(4): 850 – 855. (YANG Hui, CAO Ping, JIANG Xue-liang, et al. Analytical and numerical research of stress intensity factor with a closed-crack in finite-rock-plates under biaxial compression[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2008, **39**(4): 850 – 855. (in Chinese))
- [28] 俞茂宏. 双剪理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998. (YU Mao-hong. Double shear theory and its application[M]. Beijing: Science Press, 1998. (in Chinese))
- [29] 杨慧, 曹平, 江学良, 等. 闭合裂纹断裂的有效剪应力准则[J]. 岩土力学, 2008, **29**(增刊 1): 470 – 474. (YANG Hui, CAO Ping, JIANG Xue-liang, et al. Effective shear stress criterion for closed-crack fracture[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, **29**(S1): 470 – 474. (in Chinese))