

DOI: 10.11779/CJGE201704007

# 低渗透性土柱对流-弥散迁移试验解析模拟边界适用性研究

曾 兴<sup>1</sup>, 詹良通<sup>2</sup>, 陈云敏<sup>2</sup>

(1. 湖南科技大学岩土工程稳定控制与健康监测重点实验室, 湖南 湘潭 411201; 2. 浙江大学软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310058)

**摘 要:** 土柱对流-弥散迁移试验常用于测定污染物在土体中运移参数, 其解析模拟边界条件选择尚存争议。采用低渗透性高岭土模型, 开展了不同水头作用的土柱试验和离心模型试验, 获得了土柱内部孔隙水浓度剖面和出流浓度曲线, 对不同浓度结果的模拟边界条件进行研究, 发现: 对于试验获得的低渗透性土柱未击穿孔隙水浓度剖面, 入流边界通量连续比浓度连续拟合更好, 孔隙水浓度剖面模拟推荐采用入流通量连续、出流无限远零梯度的边界组合; 对试验获得的低渗透性土柱出流浓度曲线, 入流浓度连续和出流无限远零梯度的边界组合比其他 3 种组合拟合更好, 建议采用入流浓度连续、出流无限远零梯度的边界组合分析出流浓度曲线。

**关键词:** 污染物迁移; 边界条件; 对流-弥散作用; 低渗透性黏土

中图分类号: TU411

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2017)04-0636-09

**作者简介:** 曾 兴(1987-), 男, 湖南湘潭人, 博士, 主要从事环境岩土工程相关研究。E-mail: xzeng@zju.edu.cn。

## Applicability of boundary conditions for analytical modelling of advection-dispersion transport in low-permeability clay column tests

ZENG Xing<sup>1</sup>, ZHAN Liang-tong<sup>2</sup>, CHEN Yun-min<sup>2</sup>

(1. Hunan Provincial Key Laboratory of Geotechnical Engineering for Stability Control and Health Monitoring, Hunan University of

Science and Technology, Xiangtan 411201, China; 2. MOE Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Zhejiang

University, Hangzhou 310058, China)

**Abstract:** The column tests on advection-dispersion are commonly used to measure the contaminant transport parameters in soils. The applicability of boundary conditions for analytical modelling of the column tests is under debate. The low-permeability kaolin column tests subjected to different hydraulic heads are conducted at 1g and under centrifuge conditions. The pore-water concentration profiles and the effluent concentration curves in the columns are obtained, and the applicability of boundary conditions for different scenarios is discussed. For the modelling of pore-water concentration profile in the low-permeability soil column, the continuous mass flux at the inlet boundary is better than the continuous concentration, and the combination of the continuous mass flux at the inlet boundary and the semi-infinite at the outlet boundary is recommended for the modelling of pore-water concentration profile. For the modelling of effluent concentration curve, the combination of the continuous concentration at the inlet boundary and the semi-infinite at the outlet boundary is better than other three combinations of boundary conditions, which is recommended for the modelling of effluent concentration curve.

**Key words:** contaminant transport; boundary condition; advection-dispersion; low-permeability clay

## 0 引 言

研究土体中污染物迁移的常用试验手段包括对流-弥散土柱试验和离心模型试验。土柱试验用于获得土柱状态的弥散和吸附等迁移参数<sup>[1-2]</sup>, 离心模型试验用于获取原型应力状态下的迁移参数, 模拟预测原型污染物迁移行为等<sup>[3-6]</sup>。这些研究中均需要通过理论模型对试验结果进行模拟和分析。不同的理论模型拟合的结果存在差异<sup>[7]</sup>, 故选择合适的对流-弥散解析模型对

结果的分析十分关键。

根据不同入流和出流边界的组合可得多个一维对流-弥散解析模型<sup>[8-12]</sup>。不少学者从理论上对边界条件进行了讨论。Van Genuchten 等<sup>[7]</sup>通过理论分析比较了不同  $P_L$  和  $T$  对应的入流边界(浓度连续和通量连续)和出流边界(无限远零梯度和有限长零梯度)组合的

基金项目: 国家自然科学基金项目(51378466)

收稿日期: 2016-01-08

4 种一维解析解的差异 (无量纲量  $P_L = v_s L / D_h$ ,  $T = v_s t / L$ ,  $P_L$  为土柱 Peclet 数, 代表溶质迁移过程中对流作用与弥散作用的相对大小,  $T$  为无量纲时间因子, 代表通过土柱的孔隙水体积数), 推荐采用入流量连续、出流无限远零梯度的边界组合用于模拟土柱内部孔隙水浓度, 入流浓度连续、出流无限远零梯度的边界组合用于模拟土柱底部出流浓度。Parlange 等<sup>[13]</sup>认为只有当  $P_L > 4$  时出流边界可采用无限远零梯度。与之相反, Van Genuchten 等<sup>[14]</sup>认为当出流端介质不连续时, 宏观上不必满足浓度连续, 即可采用无限远零梯度边界。Kreft 等<sup>[15]</sup>认为有限长零梯度边界的隐含意义为边界上可对流、不可弥散, 很难找到对应的现实工况, 故相比于半无限边界, 不推荐采用有限长零梯度边界。故前人对于边界条件选择存在争议, 尤其当  $P_L$  较小时。

文献报道的迁移试验结果分析时研究者对边界条件的选用也未见统一。Celorie 等<sup>[16]</sup>用小型实验室离心机模拟了 NaCl 溶液在高岭土中的迁移, 采用入流浓度连续、出流无限远零梯度的边界组合对模型的底部出流浓度结果 (对应  $P_L$  为 32 和 91)。Shackelford 等<sup>[17]</sup>采用入流浓度连续、出流无限远零梯度的边界组合模拟对 NaCl 溶液的土柱试验出流浓度结果进行了模拟。Mckinley 等<sup>[18]</sup>采用入流浓度连续、出流无限远零梯度的边界组合拟合了 NaCl 溶液击穿高岭土离心模型的出流浓度 (对应  $P_L$  为 67 和 40.7)。Nakajima 等<sup>[19]</sup>用土工离心机模拟了 NaCl 溶液在硅砂、黏土模型中的迁移, 采用入流浓度连续、出流无限远零梯度的边界组合拟合了模型内部的孔隙水浓度 (对应  $P_L > 100$ )。迁移模拟研究的常用软件 Pollute 常被用于对实测的孔隙水浓度进行模拟<sup>[3, 20]</sup>, 其计算模型对应的入流边界为浓度连续条件。总结可知: 研究者对试验结果进行模拟分析时, 不管是孔隙水浓度还是出流浓度, 上边界多采用入流浓度连续边界, 下边界多采用为无限远零梯度, 且对应  $P_L$  多数较大。这可能是由于该边界组合的解形式最简单, 故应用较广。

迁移试验中实际边界装置难免对迁移过程存在影响, 不同的试验装置对迁移过程的影响不同, 最合适的边界条件组合应根据对实际物理试验结果的分析确定<sup>[21-23]</sup>。Novakowski<sup>[22]</sup>对粗粒土开展了土柱试验, 试验中入流和出流端均进行了机械混合, 对试验结果分析发现, 针对该试验装置, 采用无限远零梯度边界模型对试验结果拟合最好。Schwartz 等<sup>[23]</sup>开展了土柱试验 (对应  $P_L$  在 2~10 之间), 发现该试验装置的入流装置对运移的影响可忽略, 出流装置对迁移存在影响。

不管是理论研究还是实际应用中, 前人对于实际试验中孔隙水浓度和出流浓度模拟的边界条件的选择

尚存在不一致, 尤其在  $P_L$  较小 (即流速较小) 时, 且相关的试验研究不多。本文拟开展低渗透性高岭土的 1g 土柱试验和离心试验, 获得孔隙水浓度剖面和出流浓度曲线两种浓度结果, 采用不同边界组合的解析模型分别对孔隙水浓度剖面和出流浓度曲线两种浓度结果进行拟合比较, 为本研究中污染物迁移试验推荐合适的边界组合。

## 1 污染物一维迁移试验解析模型

污染物在土体中的迁移中主要涉及对流、扩散、机械弥散和吸附过程。考虑平衡吸附的一维对流-弥散过程可用下式描述:

$$R_d \frac{\partial C_r(x, t)}{\partial t} = D_h \frac{\partial^2 C_r(x, t)}{\partial x^2} - v_s \frac{\partial C_r(x, t)}{\partial x} \quad (1)$$

式中  $C_r$  平均体积浓度, 即孔隙水浓度;  $\theta$  为体积含水率, 饱和土时等于孔隙率  $n$ ;  $R_d$  为阻滞因子;  $t$  为时间;  $x$  为宏观运移方向上的运移距离;  $v_s$  为渗透速度,  $v_s = v/n$ ,  $v$  为达西流速;  $D_h$  为考虑了分子扩散和机械弥散的水动力弥散系数,  $D_h = D_d + \alpha v_s$ ,  $D_d$  为有效分子扩散系数,  $\alpha$  为弥散度。

模型入流端源溶液保持浓度为  $C_0$ , 其入流边界条件通常有两种:

$$(a) \quad C_r(0, t) = C_0 \quad (2)$$

称为入流边界浓度连续 (Dirichlet 条件, 即第一类边界条件), 指定了任意时刻  $x=0$  处浓度等于  $C_0$ 。

$$(b) \quad \left[ v C_r(0^+, t) - D \frac{\partial C_r(0^+, t)}{\partial x} \right] = v C_0 \quad (3)$$

称为入流边界通量连续 (Cauchy 条件, 即第三类边界条件)。物理意义上假定了在  $x=0$  的边界处有一个无限薄的扩散层,  $x=0^+$  处浓度一开始浓度不等于  $C_0$ , 随着迁移的发生而逐渐增大至  $C_0$ 。

常用的底部出流边界条件也有两种:

$$(a) \quad \frac{\partial C_r(\infty, t)}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

指定无限远处浓度梯度为 0, 即将有限长模型视为无限远模型的一部分, 在底部边界上保持着通量连续。

$$(b) \quad (\partial C_r / \partial x)(L, t) = 0 \quad (5)$$

指定有限模型底部出流处浓度梯度为 0, 则  $x=L$  边界面上下浓度相等, 适用于土柱底部边界自由出流, 出流溶液被收集在一个可以忽略弥散作用的容器内,  $C_r = C_e$ , 浓度连续, 相当于边界可以对流, 不可弥散<sup>[14]</sup>。

令初始条件为

$$C_r(x, 0) = 0 \quad (6)$$

表示模型初始状态无污染。根据上面的边界条件组合, 求解控制方程 (1), 可得 4 个解析解 (M1、M2、M3



表 1 常用边界组合模型

Table 1 Analytical models of common boundary conditions

模型	边界条件	解析解表达式
M1	入流 $v_s C_i(0^+, t) - D \frac{\partial C_i(0^+, t)}{\partial x} = v_s C_0$	$\frac{C_r(x, t)}{C_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\frac{x}{L} - \frac{T}{R_d}}{2\sqrt{T/(R_d P_L)}} \right) + \sqrt{\frac{TP_L}{\pi R_d}} \exp \left[ -\frac{\left( \frac{x}{L} - \frac{T}{R_d} \right)^2}{4T/(R_d P_L)} \right] -$
	出流 $\frac{\partial C_r(\infty, t)}{\partial x} = 0$	
M2	入流 $C_r(0, t) = C_0$	$\frac{C_r(x, t)}{C_0} = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{\frac{x}{L} - \frac{T}{R_d}}{2\sqrt{T/(R_d P_L)}} \right) + \exp \left( P_L \frac{x}{L} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{\frac{x}{L} + \frac{T}{R_d}}{2\sqrt{T/(R_d P_L)}} \right) \right]$
	出流 $\frac{\partial C_r(\infty, t)}{\partial x} = 0$	
M3	入流 $v_s C_i(0^+, t) - D \frac{\partial C_i(0^+, t)}{\partial x} = v_s C_0$	$\frac{C_r(x, t)}{C_0} = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2P_L \beta_m \left[ \beta_m \cos \left( \frac{\beta_m x}{L} \right) + \frac{P_L}{2} \sin \left( \frac{\beta_m x}{L} \right) \right]}{\left[ \beta_m^2 + \frac{1}{4} P_L^2 + P_L \right] \left[ \beta_m^2 + \frac{1}{4} P_L^2 \right]} \times \exp \left( \frac{P_L x}{2L} - \frac{P_L T}{4R_d} - \frac{\beta_m^2 T}{P_L R_d} \right)$
	出流 $\frac{\partial C_r(L, t)}{\partial x} = 0$	
M4	入流 $C_r(0, t) = C_0$	$\frac{C_r(x, t)}{C_0} = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\alpha_m \sin \left( \frac{\alpha_m x}{L} \right) \exp \left( \frac{P_L x}{2L} - \frac{P_L T}{4R_d} - \frac{\alpha_m^2 T}{P_L R_d} \right)}{\alpha_m^2 + \frac{P_L^2}{4} + \frac{P_L}{2}}$
	出流 $\frac{\partial C_r(L, t)}{\partial x} = 0$	

和 M4)，即为文献中常用的边界组合模型<sup>[8-12]</sup>，具体表达式见表 1。表 1 中给出的解的表达式为将  $P_L = v_s L / D_h$ ， $T = v_s t / L$  带入各解无量纲化后的形式。可以看出，惰性离子和线性吸附性离子的解析解的无量纲表达式相同，仅  $R_d$  取值不同：惰性离子  $R_d = 1$ ，吸附性离子  $R_d > 1$ 。亦可令  $T_R = T / R_d = v_s t / LR_d$ ，则表达式中可隐去  $R_d$ 。为了在分析中消除吸附的影响，下面模拟边界适用性研究中以惰性离子为示踪污染物。由于考虑吸附与否，文中边界条件表达式是通用的，由边界条件表达式可知其仅受对流和弥散影响，与吸附无关。故根据惰性离子的研究结果对于吸附离子同样适用。

2 试验方案

试验方案如表 2 所示，共 4 个模型。各模型的试验水头差  $\Delta h_w$  和试验时间  $t$  均不同。根据通常试验中实测的浓度结果类型，试验组分为剖面浓度组和出流浓度组。

表 2 试验设计

Table 2 Experimental schemes			
分类	编号	$\Delta h_w/\text{cm}$	$t/\text{d}$
剖面浓度组	A1	100	1
	A2	204	2.39
出流浓度组	B1	53	56.27
	B2	204	23.44

试验模型示意图如图 1 所示。模型筒上方连接马氏瓶，为土柱模型提供常水头和常浓度源，入流端源溶液与土面直接接触，土柱模型底部为透水石，出流端土面与透水石接触，透水石下部为一水平出流孔。

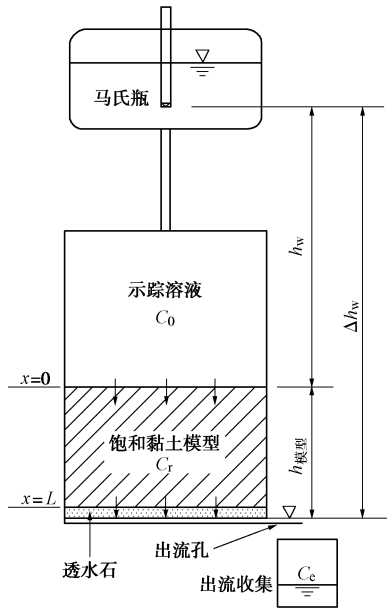


图 1 一维对流-弥散试验示意图

Fig. 1 Schematic diagram of one-dimensional contaminant transport tests

试验时,在一定高度的溶液水头作用下,溶液从土柱模型顶部流入,然后从底部流出,再通过透水石,最后从出流孔流出,进入底部收集容器。

剖面浓度组(A1,A2)试验时间较短,浓度锋未达到土柱底部,试验结束后沿模型深度切片,实测模型孔隙水浓度分布;出流浓度组(B1,B2)试验时间较长,试验中浓度锋到达模型底部,实测各时段出流浓度。其中 A1 为 25g 离心模型试验,其余为 1g 常重力下的土柱试验。示踪污染物采用惰性离子 Cl<sup>-</sup>,浓度为 1000 mg/L,可忽略其吸附性<sup>[4,18]</sup>。

2.1 试验材料及装置

模型制备材料为白色细颗粒粉末的高岭土,根据原产地命名为江苏高岭土<sup>[24]</sup>,比重 2.61,液限  $w_L=67.1$ ,塑性指数  $I_p=34.6$ 。图 2 是高岭土的颗分曲线,从图中我们可知该高岭土的黏粒含量很高,黏粒含量为 67.8%,平均粒径约为 0.003 mm。根据 17 mm 塑性图判断,属于高液限黏土。

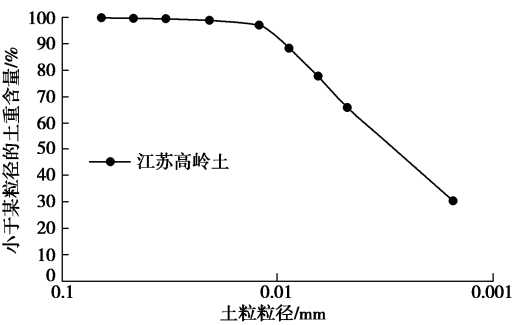


图 2 高岭土颗分曲线  
Fig. 2 Grading curve of Kaolin

试验中用于制备模型的模型筒如图 3 所示。筒身为有机玻璃材质,内径 10 cm,壁厚 1 cm,高度 25 cm。顶盖和底盖通过金属螺纹杆与筒身组合固定,中间设置橡皮垫圈用于密封。底盖中心开一“十”字形浅槽,槽端开孔通大气,作为出流孔。顶盖中心开孔,用于连接施加上部水头装置。迁移试验时,顶盖和底盖之间上下采用拉杆压紧固定、密封。模型制备阶段时不加顶盖。

模型制备时采用自制反力架进行加压固结。反力架由气缸、支座组成。给气缸施加气压,气压推动活塞杆向模型加压。进气端装有气压表,用于控制气缸内的压力大小。活塞杆上装有百分表,量程为 5 cm,最小读数 0.01 mm,用于监测土样沉降。

试验中使用的大型土工离心机为浙江大学 ZJU-400g 多用途离心机<sup>[25]</sup>,最大负载 400 g·t,最大加速度为 150g。开机至指定加速度和从指定加速度至停机,均耗时 8 min。



图 3 模型筒  
Fig. 3 Model box

2.2 土柱模型制备

采用重塑泥浆加压固结制备模型。为保证土样的饱和度、均匀性和制样的可重复性,笔者选定初始含水率为 180%。根据初始含水率,取定量高岭土粉末和相应量的去离子水,加入真空搅拌机内混合搅拌。搅拌过程中同时抽真空,真空度为 0.1 MPa。真空搅拌 2 h 后,高岭土泥浆呈流动态,取相应质量的泥浆装入模型筒内。装样时,将筒放在电子称上,按照质量控制加入的泥浆量。取一漏斗,将泥浆加入漏斗中,再从漏斗中缓缓加入筒内。泥浆在筒的中心先形成一个圆锥形堆,然后在自重作用下缓慢向四周扩散。这样能保证泥浆在筒内从下至上平稳上升,不易出现气泡。模型初始状态是强度极低的高含水率的流态泥浆,饱和度达 99.9%,无法直接加压。先静置 1 d,令其自重排水固结,待有一定强度后使用 2 块重 1.275 kg 的砝码对土样预压 1 d,再使用自制反力架从低到高逐级加压固结。压力等级为 5, 25, 50, 100, 200, 400 kPa。根据控制各模型的最大固结压力均为 400 kPa,从而保证各土柱模型的渗透系数基本一致,约为  $1.0\times10^{-7}$  cm/s。

固结完成后,对模型进行变水头渗透试验,测试模型渗透系数。各土样模型参数如下表 3 所示。

表 3 土样模型参数

Table 3 Parameters of soil columns				
工况	$h_{模型}/\text{cm}$	$w/\%$	$e$	$k/(\times10^{-9}\text{m/s})$
A1	9.19	58.81	1.535	0.818
A2	5.63	61.88	1.615	0.903
B1	4.02	60.96	1.591	0.981
B2	4.07	61.99	1.618	0.964

2.3 试验流程

离心试验模型 A1 的试验流程如下:先关闭模型筒底部排水阀,在土柱模型上部装满溶液,安装试样筒的顶盖,注意确保试样筒内充满溶液,无气泡。然后用 PU 软管将马氏瓶与顶盖连接,保持模型常水头。

调整马氏瓶的高度, 设置水头差  $\Delta h_w$  为 100 cm。将模型筒出流孔与收集装置相连。打开出流孔的阀门, 设定离心加速度为 25g, 启动离心机开始试验。运行 24 h 后, 停机, 关闭阀门结束试验。称量收集装置内收集的渗透水量 (图 4)。

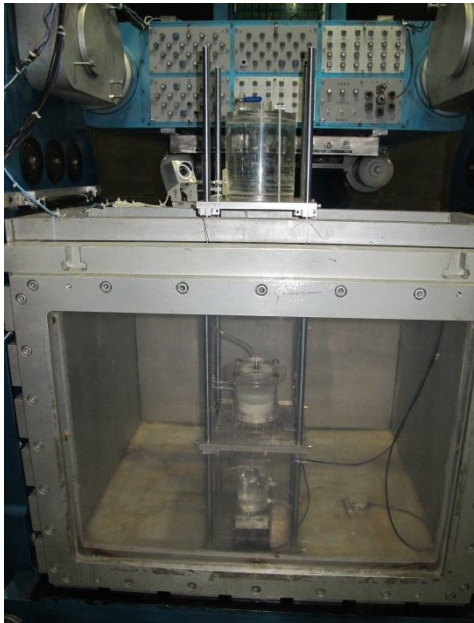


图 4 离心模型试验装置

Fig. 4 Setup for centrifugal model tests

1g 土柱试验模型 A2 试验流程与离心试验模型 A1 基本相同, 不同之处为 A2 置于常重力条件下的恒温恒湿控制室 (温度 20℃, 湿度 90%), 设置的模型水头差  $\Delta h_w$  为 204 cm, 试验时间为 2.39 d。

试验结束后将剖面浓度组 (A1、A2) 土柱沿深度方向切片, 取约 10 g 土样烘干测含水率, 然后从剩下的切片土样中称取约 5 g 土样加 50 mL 去离子水混合, 振荡 24 h, 离心后取 1 mL 上清液, 用去离子水稀释至 100 mL, 采用离子色谱仪分析稀释液中的  $\text{Cl}^-$  浓度, 根据测试的含水率和  $\text{Cl}^-$  浓度可计算得到相应的切片内孔隙水中  $\text{Cl}^-$  浓度, 获得模型中  $\text{Cl}^-$  浓度剖面。

出流浓度组 (B1、B2) 的试验流程如下: 模型置于常重力条件下的恒温恒湿控制室中, 采用同上方法组装试验装置, 设置的水头差分别为 55, 204 cm, 试验中分时段 (B1 为每 4 d 测 1 次, B2 为 1 d 测 1 次) 称量底部收集的出流液质量, 用离子色谱仪测试氯离子浓度, 至获得较完整的出流浓度曲线结束试验。

3 试验结果及解析模型比选

3.1 未击穿时浓度剖面模拟

剖面浓度组的试验参数如表 4 所示。根据表 4 的参数只需拟合水动力弥散系数  $D_h$  和阻滞因子  $R_d$ 。由

于试验中采用的示踪离子为  $\text{Cl}^-$  无吸附性, 取阻滞因子  $R_d=1$ , 仅拟合单一参数  $D_h$ 。图 5 给出了对单参数  $D_h$  的拟合曲线, 可以看出解析模型 M1 和 M2 对 A2 的拟合曲线差别明显, M2 对试验结果的拟合度很差, M1 对试验结果的拟合较好; M1 和 M2 对 A1 实测结果的拟合均较好, 其中 M1 对试验结果的拟合度略高。M2 拟合的最佳参数:  $D_h^{A1}=10.27\times10^{-10}\text{ m}^2/\text{s}$ ,  $D_h^{A2}=7.87\times10^{-10}\text{ m}^2/\text{s}$ , 这也符合根据水动力弥散系数与流速的关系: 流速越大, 弥散系数越大。根据拟合的  $D_h$  计算试验模型的  $P_L$  和  $T$ , 结果如表 4 所示。

表 4 孔隙水浓度剖面模拟试验模型参数

Table 4 Parameters of column tests to obtain resident concentration profiles

编号	$h$ 模型 /cm	$\Delta h_w$ /cm	$e$	$v_s$ /(10 <sup>-8</sup> m·s <sup>-1</sup> )	$t/\text{d}$	$P_L=v_s\cdot L/D_h$	$T=v_s\cdot t/L$
A1	9.19	100	1.535	36.74	1	32.88	0.345
A2	5.63	204	1.615	5.306	2.39	3.79	0.194

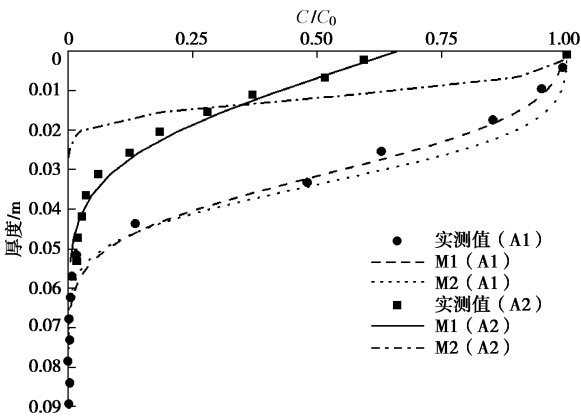


图 5 模型 A1 和 A2 土中孔隙水浓度分布

Fig. 5 Resident concentration profiles for Models A1 and A2

表 5 为参数拟合的具体结果, 包括两参数拟合 ( $D_h$  和  $R_d$ ) 和单参数 ( $D_h$ ) 拟合结果。对于试验模型 A1, 理论模型 M1 和 M2 均拟合较好, 相关系数  $R^2$  较高, 相对而言, M1 的拟合效果更好。虽然拟合的曲线较为接近, 但是两个模型的  $D_h$  拟合值相差较为明显。对于模型 A2, M1 的拟合结果较好, M2 两参数拟合得到的  $R_d$  和  $D_h$  过大, 不符合实际, 说明 A2 中氯离子的迁移行为与模型 M2 不符合。M1 对 A1 和 A2 拟合得到  $R_d$  基本等于 1, 这与江苏高岭土对  $\text{Cl}^-$  无吸附性相符。

试验模型 A1 的  $P_L$  ( $P_L=32.9$ ) 较大, 对应 M1 与 M2 的拟合结果比较接近, A2 的  $P_L$  ( $P_L=3.8$ ) 较小, 对应 M1 与 M2 的拟合结果差别很大。文献[19]报道的  $P_L>100$ , 故其采用 M2 模拟孔隙水浓度效果也较好。



表 5 浓度剖面拟合结果

Table 5 Fitting results of concentration profiles

编号	A1					A2				
	两参数拟合			单参数拟合		两参数拟合			单参数拟合	
	$R_d$	$D_h/(10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	$R^2$	$D_h/(10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	$R^2$	$R_d$	$D_h/(10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	$R^2$	$D_h/(10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	$R^2$
M1	1.031	10.18	0.997	10.27	0.997	1.084	7.332	0.997	7.874	0.993
M2	1.152	12.28	0.997	7.615	0.992	$4.18 \times 10^{14}$	$1.617 \times 10^{15}$	—	无法拟合	—

下面结合不同  $P_L$  对应的 M2 与 M1 的土柱剖面孔隙水浓度差, 分析了 M2 与 M1 的剖面浓度差与  $P_L$  和  $T$  的关系。如图 6 所示, 可以看出:  $P_L$  相同时, 随着  $T$  增大浓度差峰值减小;  $P_L$  越大, M2 与 M1 的浓度差越小;  $P_L$  较大 ( $P_L$  为 32.9 和 100) 时, M2 与 M1 的浓度差曲线在土柱内部表现为完整对称曲线, 存在一个峰值浓度差, 峰值出现在  $x/L=T$  位置。将浓度差  $(C_{M2}-C_{M1})/C_0$  沿深度进行积分, 可以发现两个解析解在土柱内部累积浓度差 (对应图 6 中曲线与竖轴围成的面积) 存在最大值, 为  $1/P_L$ , 对应图中表现为完整的对称曲线。 $P_L=32.9$  时, M2 与 M1 在土柱内部累积浓度差为  $3.1\%C_0$  (对应图中阴影 a 的面积)。 $P_L=100$  时, 土柱内部累积浓度差为  $1\%C_0$  (对应图中阴影 b 的面积)。故  $P_L$  较大时, 在土柱即目标系统内部, M2 和 M1 预测的污染物总量误差可以忽略。

根据上面的分析可知, 入流边界通量连续比浓度连续对低渗透性土柱孔隙水浓度拟合更好, 低渗透性土柱试验中孔隙水浓度分析建议采用模型 M1。当  $P_L$  较大时, M1 和 M2 的拟合曲线较为接近, 但是两个模型的  $D_h$  拟合值仍可能存在一定差别, 故从准确获取参数的角度考虑, 不建议采用 M2。

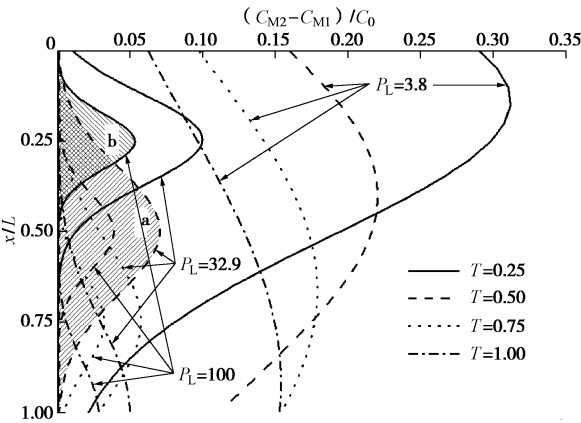


图 6 M2 和 M1 的剖面浓度差

Fig. 6 Resident concentration difference between M2 and M1

由于两个试验均未击穿模型, 因此底部边界对模型内部孔隙水的浓度锋面无影响。计算得到的有限边界 (5) 对应浓度剖面与无限边界 (4) 对应的浓度剖面重合, 即 M1 和 M3、M2 和 M4 分别重合。

3.2 出流浓度模拟

出流浓度组的试验参数如表 6 所示。

表 6 出流浓度曲线模拟试验模型参数

Table 6 Parameters of column tests to obtain effluent concentration

curve							
编号	$h$ 模型 /cm	$\Delta h_w$ /cm	$e$	$v_s$ /( $10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ )	$t/d$	$P_L=v_s \cdot L/D_h$	$T=v_s \cdot t/L$
B1	4.02	53.0	1.591	2.105	56.27	1.20	2.47
B2	4.07	203.7	1.618	7.801	23.44	4.50	3.72

试验过程中, 分时段收集了出流溶液, 通过收集的体积可确定试验过程中的渗透系数。图 7 为试验过程实测模型渗透系数和出流浓度变化。如图所示, 在试验初期渗透系数较小, 然后很快增大, 后续试验过程渗透系数基本稳定, 因此说明试验过程流速稳定。

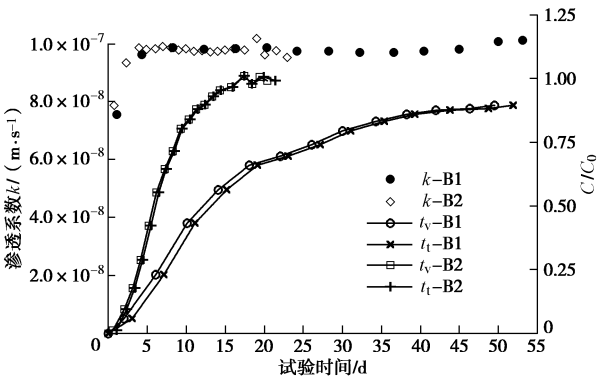


图 7 模型 B1 和 B2 的实测渗透系数和出流曲线

Fig. 7 Measured permeability coefficients and effluent concentration curves for Models B1 and B2

试验初期渗流尚未稳定, 渗流小于稳定值 (见图 7), 相同时间收集到的出流污染物浓度变小, 会使污染锋面略推迟。分析时采用根据出流体积转化的时间  $t_v$  (后文统一称为体积时间) 替代实测时间  $t_t$ , 其具体取值方法为: 将收集的出流溶液体积转换为通过的孔隙水体积数, 然后转化为实际时间, 再取时间中点, 用公式表示为: 设收集的出流体积为  $V$ , 一个孔隙水体积为  $V_0$ , 则  $T=v_s t_v / L=V / V_0$ ,  $t_v=V L / V_0 v_s$ 。由于体积时间平均化了试验过程中渗透系数的波动影响, 更本质地反映污染物的迁移, 故分析中采用体积时间对应的实测出流曲线。另外, 模型底部透水石、底盖导流槽及出流管道内在初始即存有一部分水, 故试验最初收集到的出流溶液为这部分干净水, 实际出流滞

表 7 不同解析解对试验曲线的拟合

Table 7 Fitting results of effluent concentration curves

编号	B1					B2				
	两参数拟合			单参数拟合		两参数拟合			单参数拟合	
	$R_d$	$D_h/(10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	$R^2$	$D_h/(10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	$R^2$	$R_d$	$D_h/(10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	$R^2$	$D_h/(10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	$R^2$
M1	0.469	7.683	0.998	2.480	0.624	0.991	5.96	0.998	5.830	0.998
M2	0.970	6.102	0.998	6.848	0.998	1.160	5.50	0.997	7.055	0.958
M3	1.000	30.000	0.971	30.000	0.971	1.200	7.00	0.998	4.000	0.957
M4	4.000	17.000	0.971	3.000	0.896	1.500	7.00	0.998	3.000	0.908

后。为了减小这部分的影响，分析时从试验时间中减去初始这部分体积水出流所需时间  $\Delta t$ 。根据测试，底部透水石、导流槽及出流管道内水体积为 30 mL。

图 7 给出了两种时间值——实测时间  $t_t$  和体积时间  $t_v$ ——对应的实测出流浓度曲线。两种时间均已扣除底部初始储存水的影响，即时间坐标减去了  $\Delta t$ 。比较发现，两条曲线略有差别，体积时间出流曲线整体上比实测时间出流曲线略提前。由于流速较小，模型 B1 两条曲线的差别较 B2 略明显。

表 7 为 4 个解析解（M1、M2、M3 和 M4）对试验曲线的拟合结果。同上，表中给出了两参数和单参数的拟合情况。对于试验模型 B1，比较各模型两参数的拟合结果可知，M1 和 M4 的  $R_d$  明显不符合实际，M3 的  $D_h=30.0 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$ ，偏大，M2 的  $R_d=0.97$ ，略小于 1；比较单参数的拟合结果可知，相关系数  $R_{M2}^2 > R_{M3}^2 > R_{M4}^2 > R_{M1}^2$ ，其中 M3 的  $D_h$  拟合值偏大。故 M2 对模型 B1 的拟合效果明显优于其他模型。对于模型 B2，比较各模型两参数的拟合结果可知，各模型的拟合度均较高，M4 的  $R_d$  拟合值偏大，M1 和 M2 的  $R_d$  更接近 1；比较单参数的拟合结果可知， $R_{M1}^2 > R_{M2}^2 > R_{M3}^2 > R_{M4}^2$ 。

图 8 为对单一参数  $D_h$  的拟合曲线，同表 7 对应，可以看出各模型对 B1 的拟合曲线差别明显，M2 对试验结点拟合最好，其他模型均拟合较差；对于 B2 实测点，M1 拟合曲线匹配最好，M2 拟合曲线也较好，然后依次是 M3、M4。故综合而言，模型 M2 对出流浓度曲线拟合更好，建议采用 M2 分析出流浓度曲线。

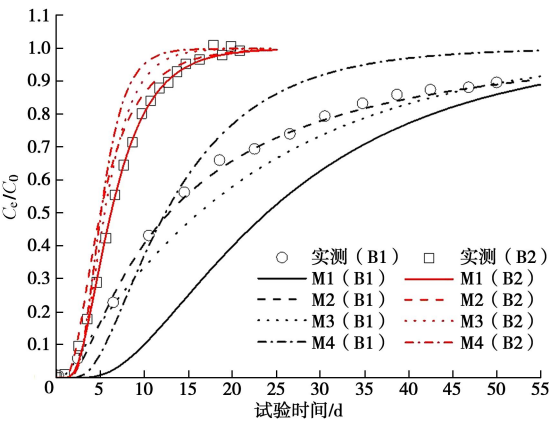


图 8 模型实测出流浓度的拟合曲线

Fig. 8 Fitting curves of effluent concentrations

通常  $D_h$  随流速增大而增大。作者之前的研究获得了 400 kPa 固结压力下高岭土模型  $D_h$  与  $v_s$  的关系<sup>[26]</sup>:  $D_h=6.862 \times 10^{-10}+0.000938 v_s$ 。图 9 比较了之前获得的  $D_h$  与  $v_s$  的关系与 A1, A2 (M1 拟合), B1, B2 (M2 拟合) 的  $D_h$  拟合值。如图所示，模型拟合的点基本分布在之前获得的直线附近，说明拟合值合理，根据土中浓度剖面 and 出流曲线得到的迁移参数是一致的。

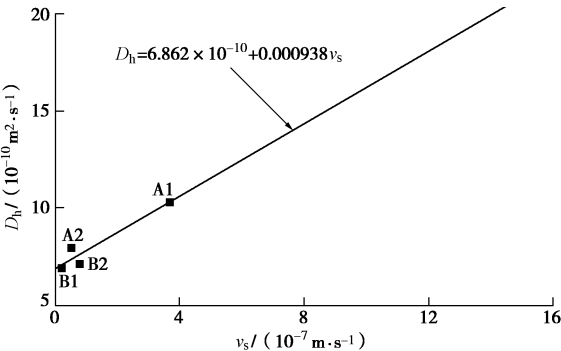


图 9  $D_h$  与孔隙流速  $v_s$  的关系

Fig. 9 Relationship between hydrodynamic dispersion coefficient and pore velocity

图 10 给出了不同  $P_L$  对应的模型 M2 与 M1、M3、M4 的出流浓度差。如图所示，曲线  $C_{M2}-C_{M3}$  从正变负，中间存在零点，即相同参数的  $C_{M2}$  与  $C_{M3}$  有交点； $C_{M2}-C_{M1}$  与  $C_{M2}-C_{M4}$  一正一负关于水平轴  $T$  对称。故出流浓度： $C_{M4} > C_{M2} (C_{M3}) > C_{M1}$ ，M3 和 M2 较为接近，曲线相交。

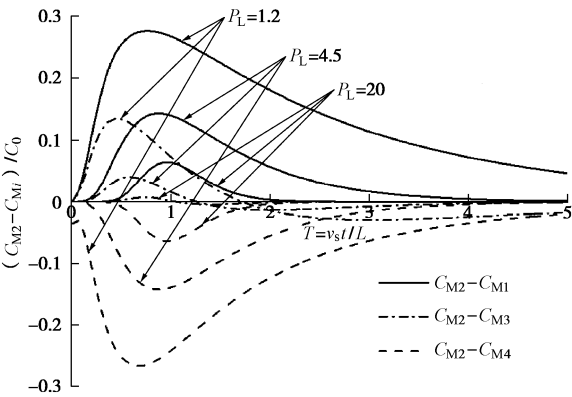


图 10 M2 与其他解析模型的出流浓度差

Fig. 10 Effluent concentration difference between M2 and other analytical models



故入流边界上, 浓度连续比通量连续更有利于污染物迁移; 出流边界上, 有限长零梯度比无限远零梯度更有利于污染物迁移。 $P_L$  越大, 各模型间浓度差越小。 $P_L=1.2$  时, M1 与 M2、M3 的浓度差峰值为 $\pm 27.7\% C_0$ 。 $P_L=20$  时, M1 与 M2、M3 的浓度差峰值为 $\pm 6.44\% C_0$ 。M1 与 M2、M3 的累积浓度差(完整的浓度差曲线与水平  $T$  围成的面积) 仍为  $1/P_L C_0$ ,  $P_L=4.5$  时为 $\pm 2.2\% C_0$ ,  $P_L=20$  时为 $\pm 5\% C_0$ 。故  $P_L$  越大, 边界条件对污染物迁移的影响越小。而由  $P_L$  的定义可知,  $P_L$  越大, 迁移中对流作用相对弥散作用越大, 故说明边界效应只影响污染物迁移行为中的弥散作用。

## 4 结 论

本文采用低渗透性高岭土模型, 开展了不同水头作用的土柱试验和离心模型试验, 获得了模型土柱孔隙水浓度剖面和出流浓度曲线。

对孔隙水浓度剖面拟合发现: 一维解析模型 M1 比 M2 对低渗透性土柱孔隙水浓度的拟合更好, 因此孔隙水浓度的模拟推荐采用 M1。 $P_L$  越大, M2 与 M1 计算的孔隙水浓度差别越小,  $P_L$  较大时, M2 与 M1 的浓度差曲线在土柱内部表现为完整的对称曲线, 浓度差峰值出现在  $x/L=T$  处, 累积浓度差值最大为  $C_0$  的  $1/P_L$ 。

采用 4 种解析模型 (M1、M2、M3 和 M4) 对出流浓度曲线进行拟合发现: 相比其他模型, M2 对出流浓度曲线拟合更好, 建议采用 M2 分析出流浓度曲线。入流边界浓度连续比通量连续更有利于污染物迁移, 出流边界有限长零梯度比无限远零梯度更有利于污染物迁移; 边界效应是影响污染物迁移行为中的弥散作用。M2 与 M1、M4 的累积浓度差为  $C_0$  的  $1/P_L$ 。

本文根据氯离子的研究结果对于吸附性离子同样适用。

## 参考文献:

- [1] SHACKELFORD C D. Critical concepts for column testing[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1994, **120**(10): 1804 - 1828.
- [2] WANG T H, LI M H, TENGA S P. Bridging the gap between batch and column experiments: a case study of  $C_s$  adsorption on granite[J]. Journal of Hazardous Materials, 2009, **161**(1): 409 - 415.
- [3] IRENE M C L, ZHANG J H, HU L M. Centrifuge modeling of cadmium migration in saturated and unsaturated soils[J]. Soil and Sediment Contamination, AHA, 2005, **14**(5): 417 - 431.
- [4] HENSLEY P J, SCHOFIELD A N. Accelerated physical modelling of hazardous-waste transport[J]. Géotechnique, 1991, **41**(3): 447 - 465.
- [5] ARULANANDAN K, THOMPSON P Y, KUTTER B L, et al. Centrifuge modeling of transport processes for pollutants in soils[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1988, **114**(2): 185 - 205.
- [6] KUMAR R P, SINGH D N. Geotechnical centrifuge modeling of chloride diffusion through soils[J]. International Journal of Geomechanics, 2012, **12**(3): 327 - 332.
- [7] VAN GENUCHTEN M T, PARKER J C. Boundary conditions for displacement experiments through short laboratory soil columns[J]. Soil Science Society of America Journal, 1984, **48**(4): 703 - 708.
- [8] LAPIDUS L, AMUNDSON N R. Mathematics of adsorption in beds.vi.the effect of longitudinal diffusion in ion exchange and chromatographic columns[J]. Journal of Physical Chemistry, 1956, **56**(8): 984 - 988.
- [9] OGATA A, BANKS R B. A solution of the differential equation of longitudinal dispersion in porous media[R]. Washington D C: US Geologic Survey, 1961.
- [10] LINDSTROM F T, HAQUE R, FREED V H, et al. Theory on the movement of some herbicides in soils; Linear diffusion and convection of chemicals in soils[J]. Environ Sci Technol, 1967, **1**: 561 - 565.
- [11] CIEARY R W, ADRIAN D D. Analytical solution of the convection-dispersive equation for cation adsorption in soils[J]. Soil Sci Soc Am Proc, 1973, **37**: 197 - 199.
- [12] BRENNER H. The diffusion model of longitudinal mixing in beds of finite length[J]. Chem Eng Sci, 1962, **17**: 229 - 243.
- [13] PARLANGE J Y, BARRY D A, STARR J L. Comments on "Boundary conditions for displacement experiments through short laboratory soil columns"[J]. Soil Sci Soc Am J, 1985, **49**: 1325.
- [14] VAN GENUCHTEN M T, PARKER J C. Reply to "Comments on boundary conditions for displacement experiments through short laboratory soil columns"[J]. Soil Sci Soc Am J, 1985, **49**: 1325 - 1326.
- [15] KREFT A, ZUBER A. Comments on "Flux-averaged and volume-averaged concentrations in continuum approaches to solute transport"[J]. Water Resour Res, 1986, **22**: 1157 - 1158.
- [16] CELORIE J A, VINSON T S, WOODS S L, et al. Modeling solute transport by centrifugation[J]. Journal of

- Environmental Engineering, 1989, **115**(3): 513 - 526.
- [17] SHACKELFORD C D, REDMOND P L. Solute breakthrough curves for processed kaolin at low flow rates[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1995, **120**(1): 17 - 32.
- [18] MCKINLEY J D, PRICE A, LYNCH R J, et al. Centrifuge modelling of the transport of a pulse of two contaminants[J]. Géotechnique, 1998, **48**(3): 421 - 425.
- [19] NAKAJIMA H, HIROOKA A, TAKEMURA J, et al. Centrifuge modeling of one-dimensional subsurface contamination[J]. Journal of the American Water Resources Association, 1998, **34**(6): 1415 - 1425.
- [20] ROWE K. 1-D pollutant Migration in soils of finite depth[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1985, **111**(4): 479 - 499.
- [21] NOVAKOWSKI K S. An evaluation of boundary conditions for one-dimensional solute transport: 1 Mathematical development[J]. Water Resources Research, 1992a, **28**(9): 2399 - 2410.
- [22] NOVAKOWSKI K S. An evaluation of boundary conditions for one-dimensional solute transport: 2 Column experiments[J]. Water Resources Research, 1992b, **28**(9): 2411 - 2423.
- [23] SCHWARTZ R C, MCINNES K J, JUO A S R, et al. Boundary effects on solute transport in finite soil columns[J]. Water Resources Research, 1999, **35**(3): 671 - 681.
- [24] 钟孝乐. 重金属在高岭土中对流-弥散参数的测试研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2013: 27 - 35. (ZHONG Xiao-le. Study on the testing of convection-diffusion parameters of heavy metals in kaolin clay[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2013: 27 - 35. (in Chinese))
- [25] 陈云敏, 韩超, 凌道盛, 等. ZJU400 离心机研制及其振动台性能评价[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(12): 1887 - 1894. (CHEN Yun-min, HAN Chao, LING Dao-sheng et al. Development of geotechnical centrifuge ZJU400 and performance assessment of its shaking table system[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(12): 1887 - 1894. (in Chinese))
- [26] 曾兴, 詹良通, 钟孝乐, 等. 低渗透性黏土中氯离子弥散作用离心机模拟的相似性研究[J]. 浙江大学学报(工学版), 2016, **50**(2): 241 - 249. (ZENG Xing, ZHAN Liang-tong, ZHONG Xiao-le, et al. Similarity of centrifuge modeling of chloride dispersion in low-permeability clay[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2016, **50**(2): 241 - 249. (in Chinese))

## 2017 年岩土工程西湖论坛：岩土工程测试技术 (杭州·一号通知)

随着我国基本建设工程的进一步推进, 岩土工程测试面临着更严峻的挑战, 对相关测试技术也有着更高的要求。为顺应国家、社会需求, 探讨解决岩土工程测试技术面临的重大问题, 拟定于 2017 年 10 月在浙江杭州召开“2017 年岩土工程西湖论坛: 岩土工程测试技术”学术会议, 就岩土工程测试技术中的相关热点问题和研究进展进行讨论, 邀请各有关单位、学者和工程技术人员踊跃参加。

**会议主题:** 岩土工程测试理论、技术新进展。

**主办单位:** 中国工程院土木、水利与建筑工程学部; 中国土木工程学会土力学及岩土工程分会; 浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心。

**组委会联系方式:** 陆水琴、王笑笑: 电话 0571-88208775, 邮箱 lusq87@163.com; wangxiuxiu713@163.com, 浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心网址: <http://www.zjdxyt.com>。

(会议组委会 供稿)