

DOI: 10.11779/CJGE201703016

基于 PFC2D 的砂土原生各向异性微观机理数值试验

张坤勇^{1, 2}, 李威^{1, 2}, 罗兴军³, CHARKLEY Nai Frederick^{1, 2}

(1. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210098; 2. 江苏省岩土工程技术工程研究中心(河海大学), 江苏 南京 210098;
3. 中国建筑西南勘察设计研究院有限公司, 四川 成都 610084)

摘要: 采用颗粒流 PFC 数值模拟方法, 生成符合标准砂室内单元试验结果的离散元数值试验试样。运用重力沉积法建立不规则砂土颗粒单元的平面双轴试验模型, 给定不同沉积步数对试样不同初始原生状态进行模拟, 然后分别从水平和竖直方向上施加载荷增量, 得到不同沉积条件下不同加载方向上砂土试样宏观应力应变曲线和力学参数。数值试验结果显示, 重力沉积步数对颗粒微观长轴定向排列、平均配位数有显著影响; 初步建立了砂土微观结构变化和宏观应力应变曲线及力学参数的联系; 分析了砂土试样表现出的宏观原生各向异性力学特性与内部颗粒结构的关系。

关键词: 离散元; 砂土; 原生各向异性; 微观结构

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2017)03-0518-07

作者简介: 张坤勇(1975-), 男, 副教授, 硕士生导师, 主要从事土的基本特性、土与结构相互作用及岩土工程数值分析等方面的教学和科研。E-mail: ky_zhang@hhu.edu.cn。

Numerical experiments of microscopic mechanism of inherent anisotropy for sand based on PFC2D

ZHANG Kun-yong^{1, 2}, LI Wei^{1, 2}, LUO Xing-jun³, CHARKLEY Nai Frederick^{1, 2}

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Jiangsu Research Center for Geotechnical Engineering Technology (Hohai University), Nanjing 210098, China; 3. China Southwest

Geotechnical Investigation and Design Institute Co., Ltd., Chengdu 610084, China)

Abstract: Through numerical simulation based on the particle flow method, DEM numerical test samples are generated in accordance with the results of laboratory tests on standard sand. Using gravity deposition modelling of irregular sand particles, samples of biaxial test assembled by long particle units are generated. Different steps of deposition are applied during the process of generating samples in order to simulate different inherent states of samples. The loads from the horizontal and vertical directions are respectively applied to samples. The numerical experimental results show that the gravitational deposits have significant impact on the major axis orientation arrangement of particles and the average coordination number. Also, there is a change in the macroscopic stress-strain curve and mechanical parameters acquired from the results of applying loads to the samples from the horizontal and vertical directions. The tested sand samples exhibit inherent mechanical anisotropy, which is closely associated with the internal structure properties and microscopic mechanical properties of sand.

Key words: DEM; sand; inherent anisotropy; microstructure

0 引言

砂土材料主要由离散颗粒组成, 颗粒的形状、几何尺寸和物理性质等微观结构及其微观受力特点决定了土体的宏观力学特性。

土体原生各向异性^[1]又叫初始各向异性, 主要是指土体在沉积过程中, 在重力、水等外界因素作用下, 由于其颗粒结构的离散性以及粒状、条状和片状的颗粒形状特征, 在沉积和固结过程中, 使得具有不规则形状的颗粒长轴会沿某一方向上排列增多, 而其它方向上减少, 总体呈现出定向排列的趋势。这种颗粒长

轴方向的定向排列, 对土体微观结构组成产生影响, 进而在宏观力学特性上表现出各向异性^[2]。

国内外目前已有很多关于土体各向性的研究, 这些研究多采用室内单元试验对天然土层原生各向异性进行分析和解释。Oda 等^[3]对砂土做了一系列平面应变试验, 通过对砂土试样施加与其沉积方向不同角度的荷载得到了不同的应力变形关系曲线和强度特

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金项目(2015B17714);
国家自然科学基金项目(51578214)

收稿日期: 2016-01-05

性; Pennington 等^[4]经过一系列试验, 发现无黏性土的小应变剪切模量的各向异性与黏性土沉积引起的结构各向异性密切相关; 宋飞^[5]对南京云母砂通过按水平和竖直方向沉积制取试样进行普通三轴试验, 试验结果表明制样方法对试样的初始各向异性有影响; 张坤勇等^[6-7]在复杂应力状态下砂土真三轴试验结果的基础上, 分析了土体两种各向异性的区别与联系, 并初步分析了连续介质理论对这两种各向异性的反映。

虽然已经意识到颗粒结构性以及颗粒在重力作用下的定向排列是导致土体原生各向异性的直接原因, 但以往大多数关于原生各向性的室内试验和理论研究大都是在假设土体为连续介质基础上发展起来, 限于理论基础和试验条件, 无法从深层机理上对土体原生各向异性的结构性原因开展微观分析。20世纪70年代, 离散元法的提出以及以颗粒流PFC(particle flow code)数值模拟技术为代表的离散元数值分析方法的发展, 为在传统连续介质研究基础上开展进一步微观分析提供了条件^[8-10]。

颗粒流数值模拟方法克服了传统连续介质力学模型宏观连续性假设的局限性, 通过对颗粒结构细观参数的研究来分析材料的宏观力学行为, 进而研究微观结构与宏观力学行为之间的关系。池永^[11]利用PFC数值模拟技术模拟了砂土剪切带的形成与发展, 得出了不同围压下砂土的位移分布规律; 周健等^[12]通过离散元模拟得出了砂土微观特性对液化过程的影响; 李立青等^[13]详细推导了椭圆颗粒间以及椭圆颗粒与墙之间的力-位移关系; 蒋明镜等^[14]通过平面应变双轴试验的离散元模拟, 研究了深海能源土剪切带形成机理以及剪切带内外的宏微观变量特征; 童朝霞等^[15]采用离散元方法从颗粒长轴定向和孔隙比方面分析各向异性颗粒材料的细观变形过程。这些研究从不同角度分析了土体微观结构的改变对宏观力学行为的影响, 极大丰富了土体基本特性研究的外延。

从微观上揭示土体原生各向性的产生、发展机理, 本文通过PFC2D设置不同的沉积步数来建立多组不规则砂土颗粒单元试样, 通过模拟标准砂的双轴压缩数值试验, 对多组试样分别从水平和竖直方向上加载, 得到不同方向上的宏观力学曲线和参数, 并从颗粒定向排列、配位数等微观力学参数上对产生这种宏观力学行为差异的机理进行初步探讨, 期望能寻求一种微观数值试验方法, 为探索更广泛应力路径条件下散粒体岩土介质的应力应变规律提供工具。

1 标准砂微观参数标定

1.1 本文数值试样参数标定

(1) 福建标准砂室内试验结果

本文以文献[16]中的福建标准砂室内普通三轴试验为基础进行参数标定。福建标准砂是一种级配比较均匀的中砂, 最大孔隙比和最小孔隙比分别为0.848, 0.519, 平均粒径为0.34 mm, 不均匀系数和曲率系数分别为: $C_u=1.542$, $C_c=1.104$ 。最大干密度和最小干密度分别为 1.74 g/cm^3 和 1.43 g/cm^3 , 室内常规三轴试验获得的宏观参数值见表1。

表1 福建标准砂室内试验宏观参数表

Table 1 Macroscopic parameters of Fujian sand in laboratory tests

E_{50}/MPa	ν_{50}	$\varphi/(\text{°})$
44.3	0.3	41.2

表中: E_{50} 为割线变形模量, 是应力应变曲线上, 对应于峰值强度一半处的应力-应变曲线的割线斜率, 如式(1); ν_{50} 为割线泊松比, 是侧向应变-加载方向应变曲线上, 对应于峰值强度一半处割线比值, 如式(2); φ 为由应力-应变曲线峰值强度计算得到的内摩擦角, 其定义如式(3)。

$$E_{50} = \left(\frac{\Delta \sigma_1}{\Delta \sigma_3} \right)_{50}, \quad (1)$$

$$\nu_{50} = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{\Delta \varepsilon_3}{\Delta \varepsilon_1} \right)_{50} \right], \quad (2)$$

$$\varphi = \arcsin \left(\frac{\sigma_{1f} - \sigma_{3f}}{\sigma_{1f} + \sigma_{3f}} \right), \quad (3)$$

式中, σ_{1f} , σ_{3f} 为峰值强度时的大小主应力。

(2) 数值试验环境

微观参数的标定需通过对比数值试验结果与室内试验结果来确定, 此处的室内试验结果采用上面给出的福建标准砂室内三轴试验结果, 为与福建标准砂室内普通三轴试验的轴对称试样对应, 本文数值试验试样采用二维试样, 利用PFC2D模拟双轴试验, 数值试样模型如图1所示。

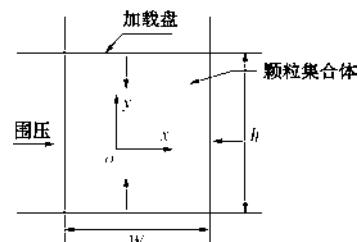


图1 数值试样模型

Fig. 1 Model for numerical sample

(3) 数值试样的生成与加载

PFC2D颗粒基本单元为标准的圆盘, 与实际土颗粒的不规则形状相差较大。为模拟实际砂土颗粒接近

于球状的不规则结构, 本文通过将若干个圆盘颗粒聚集在一起组合成复杂形状单元, 构成复杂单元的圆盘颗粒之间不允许有相对变形和位移, 只考虑块体与块体之间的接触, 而不考虑构成块体内部圆盘颗粒之间接触及力的传递。本文所采用的土颗粒不规则单元, 由 3 个圆盘颗粒组合成, 与标准砂的对比如图 2 所示。3 个圆盘颗粒圆心位于同一直线上, 图中 θ 角为不规则单元的长轴定向角, 指单元长轴与水平方向夹角。

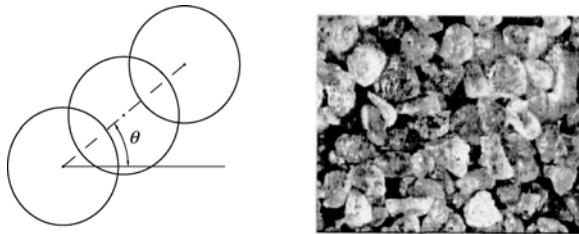


图 2 不规则单元与福建标准砂对比

Fig. 2 Comparison between irregular element and Fujian sand

数值试样的生成采用半径膨胀法, 具体步骤:

(1) 生成四面墙体组成的二维空间, 宽与高分别为 50, 105 mm, 如图 3 (a), 再运用半径膨胀法生成参数如表 2 所示, 如图 3 (b) 所示均匀分布圆盘颗粒。为减小颗粒尺寸影响, 双轴试样尺寸与颗粒单元粒径比值满足 $L/R>30$, 因此, 颗粒单元最小和最大粒径分别选为 0.6, 1.2 mm; 0.15 的孔隙率为面积孔隙率, 在数值上要小于砂土实际的三维体积孔隙率, 两种孔隙率间存在一个对应关系, 当试样面积孔隙率小于 0.2 时, 其宏观力学特性接近于密砂。

(2) 采用 fish 语言编写程序储存二维圆盘颗粒的圆心位置和半径, 然后删除圆盘颗粒, 在相同位置按照“面积、质量等效”的原则生成不规则单元, 不规则单元的长轴定向在 0° 到 180° 内随机分布, 如图 3 (c)。

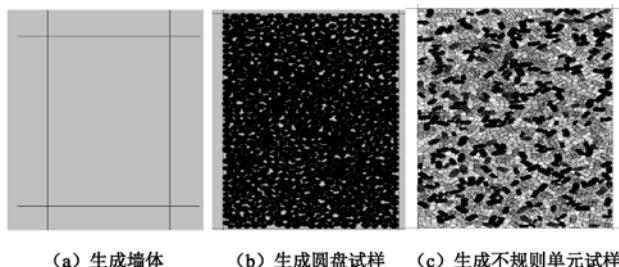
试样生成完毕后, 施加围压与荷载, 进行双轴试验。通过调整表 2 中初始试样参数, 使得试样表现出来的宏观力学特性与室内单元试验结果相符, 以此为标准确定离散元数值试样和室内单元试验试样在微观结构组成的一致性。

表 2 数值试样初始参数表

Table 2 Basic microscopic parameters of samples

k_n /Pa	k_n/k_s	f	R_{\max} /mm	R_{\min} /mm	n
2e8	2	0.5	1.2	0.6	0.15

表中 k_n 表示颗粒的法向刚度, k_n/k_s 表示法切向刚度比, f 表示摩擦系数, R_{\max} 表示颗粒最大半径, R_{\min} 表示颗粒最小半径, n 表示孔隙率(面积孔隙率)。



(a) 生成墙体 (b) 生成圆盘试样 (c) 生成不规则单元试样

图 3 数值试样的生成过程

Fig. 3 Process of generating numerical samples

1.2 参数标定结果

多次调整初始微观参数后, 可以得出微观参数对宏观特性的一般影响规律, 以此规律为基础, 继续不断调试微观参数, 直至模型表现出来的宏观参数与室内普通三轴试验得到的宏观参数值足够接近, 最后标定得到的福建标准砂微观参数见表 3。

表 3 福建标准砂细观参数表

Table 3 Microscopic parameters of Fujian sand

k_n /Pa	k_n/k_s	f	R_{\max} /mm	R_{\min} /mm	n
1.3×10^8	3	0.5	1.2	0.6	0.15

数值试验得到的宏观力学参数、偏应力和轴向应变关系曲线与室内试验结果的对比分别如表 4 和图 4 所示。

表 4 数值模拟值与室内试验值对比表

Table 4 Parameters of numerical simulation and laboratory test

福建标准砂	初始弹模/MPa	泊松比	内摩擦角/(°)
室内试验	44.3	0.30	41.2
文献[16]标定	48.4	0.34	41.0
本文标定	43.3	0.27	40.8

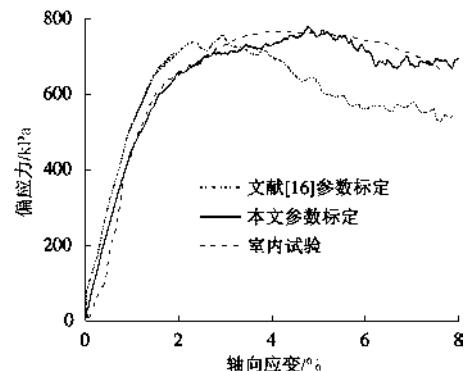


图 4 数值模拟与普通三轴试验对比

Fig. 4 Curves of numerical simulation and laboratory test

由表 4 和图 4 可以看出, 本文采用不规则单元的参数标定与文献[16]圆盘颗粒单元参数标定结果, 物理参数都与室内试验结果基本一致; 但从图 4 给出的偏应力和轴向应变关系曲线, 采用本文不规则单元建立的数值模型结果和室内试验结果更接近。物理力学

参数和应力应变曲线也都比采用圆盘颗粒单元参数标定结果更符合室内单元试验规律, 这也说明不规则颗粒单元更加接近砂土的真实结构, 用不规则颗粒单元对福建标准砂进行数值模拟更符合实际, 可在此试样基础上开展更广泛应力路径的数值试验。

2 标准砂双轴试验

2.1 试验准备

(1) 试验环境及参数

双轴试验采用与图 2 所示相同的试验环境, 试样最终尺寸为 $60 \text{ mm} \times 60 \text{ mm}$, 双轴试样的颗粒单元采用不规则单元, 试样颗粒微观参数取值采用经参数标定后所得的结果, 如表 3 所示。

(2) 试样生成

双轴数值试样按重力沉积法生成, 具体生成步骤如下: ①生成高 100 mm、宽 60 mm 的二维空间, 然后在空间内生成微观参数如表 3, 颗粒级配服从均匀分布的圆盘颗粒。②利用 PFC2D 内嵌的 fish 语言编程生成不规则单元; 不规则单元的初始长轴定向随机分布, 生成试样; 对不规则单元施加重力, 使其在重力作用下发生沉积。③删除原来的顶部墙体, 重新在高 60 mm 处生成顶部墙体, 删除新墙体以上的颗粒单元, 生成试样。④卸除重力荷载, 施加等向围压 100 kPa, 使试样达到初始平衡状态, 等待后续加载。

2.2 试验加载与控制

本试验所采用的基本单元是不规则单元, 在重力沉积作用下, 颗粒长轴定向会沿特定方向发生聚集。为模拟土体沉积过程对土颗粒微观结构和宏观力学性质的影响, 采用上述试样生成方法, 按重力沉积步数不同生成了 3 组共 6 个平面双轴试样, 试样编号、对应的沉积步数以及后续加载方向如表 5 所示。

表 5 试样编号和沉积步数表

Table 5 List of samples and test parameters

试样编号	重力沉积步数	加载方向
A1	90000	水平向加载
A2		竖直向加载
B1	120000	水平向加载
B2		竖直向加载
C1	150000	水平向加载
C2		竖直向加载

表 5 中, 编号首字母相同的每组试样, 采用相同重力沉积步数, 再在水平和竖直方向上施加一微小相同初始应力以保持试样稳定, 以此为初始状态, 最后分别从水平方向和竖直方向施加应力增量, 以比较初始状态相同的试样, 在水平方向和竖直方向宏观力学特性的差异。表 5 中的沉积步数指时间步长, 是为了使数值计算稳定而选取的小于某个临界时间步长的

时间, 与每个颗粒单元的频率有关。

整个数值试验应力路径如图 5 所示。

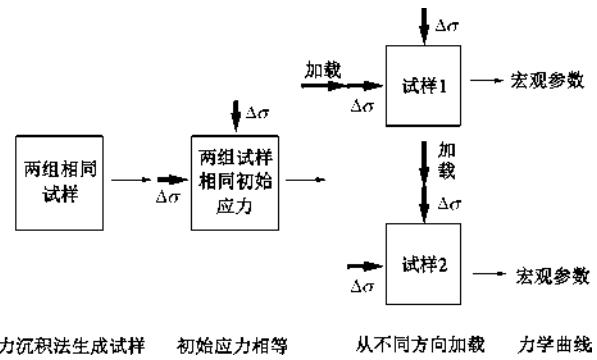


图 5 数值试验应力路径

Fig. 5 Stress paths of numerical experiment

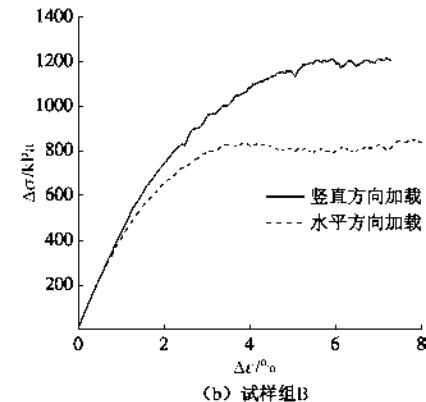
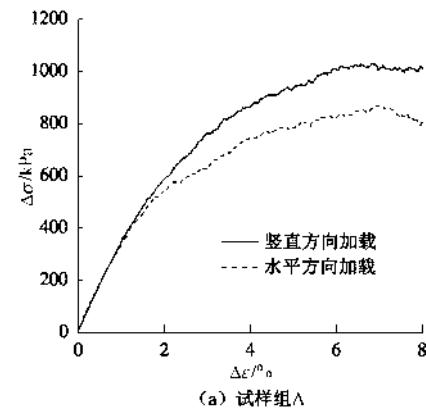
2.3 试验结果

3 组共 6 个试样分别从水平和竖直加载后得到的应力应变曲线如图 6, 相关力学参数见表 6, 初始弹模指加载方向应变达 1% 时应力和应变比值。

表 6 试样宏观力学参数值表

Table 6 Macro-mechanical parameters of samples

试样编号	初始弹模/MPa	应力峰值/kPa
A1	33.8	873
A2	34.8	1030
B1	40.7	856
B2	43.8	1250
C1	47.5	1001
C2	51.7	1443



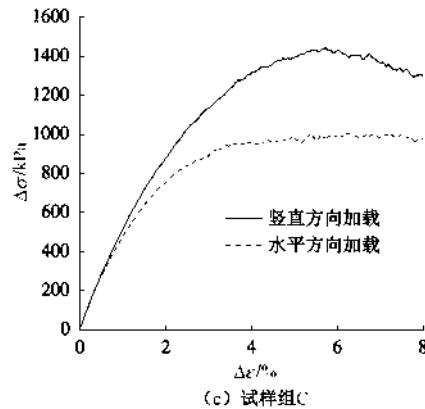


图 6 加载方向应力 - 应变曲线

Fig. 6 Stress-strain curves in different directions

从图 6 的偏应力和轴向应变关系曲线中, 不难发现, 3 组试样的应力应变曲线都呈现一个共同的规律: 竖直方向(沉积方向)加载时的应力峰值和初始弹模, 大于从水平方向加载时得到的应力峰值和弹模。因为每一组试验中的两个试样都是通过相同方法生成, 经历相同重力沉积步数, 具有相同孔隙率, 单元尺寸和试样尺寸, 初始状态一致。这两个试样唯一不同之处, 是后续荷载增量一个是从水平方向加载, 一个从竖直方向加载。不同方向上的宏观力学响应表现出明显各向异性。从图 6 不同沉积步数应力应变曲线也可以看出, 沉积步数越大, 应力峰值也越大, 表现出典型的土体压硬性。

3 原生各向异性微观机理分析

从前述数值试验的宏观力学参数和应力应变关系曲线, 可以观察到土体单元由于重力沉积, 在不同方向表现出明显的原生各向异性。本文从砂土的微观结构参数角度, 分析加载过程中试样内部颗粒长轴定向的变化和内部颗粒接触配位数的变化, 对原生各向异性发生和发展的影响规律。

3.1 颗粒长轴定向的影响

为分析试样在重力沉积过程中微观结构的具体规律, 利用 PFC2D 中的 FISH 语言编写程序, 追踪了颗粒单元的长轴定向在重力沉积前后的变化。重力沉积前, 生成的不规则形状单元长轴定向随机分布, 在各个区间大致相等。图 7 (a) ~7 (c) 为重力沉积前后, 3 组试样的颗粒长轴定向分布图, 图中, 横坐标为颗粒长轴与水平方向的夹角, 纵坐标为在某一角度范围内颗粒所占总颗粒的比例。

图 7 (a) ~7 (c) 给出了不同沉积过程后颗粒长轴定向排列分布的规律: 随重力沉积发展, 不规则单元长轴定向发生明显变化, 颗粒长轴定向在夹角区间 $(-90, -60)$ 和 $(60, 90)$ 的数目明显减少, 在 $(-60,$

$-30)$ 和 $(30, 60)$ 区间内也有减少, 在 $(0, 30)$ 和 $(-30, 0)$ 区域内的数目明显增多, 即颗粒长轴定向接近水平方向的排列增多, 接近竖直方向排列有所减少。说明在重力沉积作用下, 试样微观结构发生了变化, 使得试样内部颗粒的排列在水平方向和竖直方向产生了差异, 由于不规则形状颗粒单元的长轴定向分布更接近水平方向, 使得颗粒单元在重力沉积方向上的接触数更多, 接触更加紧密, 最终导致了试样在竖直沉积方向上的应力峰值和初始弹模大于水平方向, 这和天然土层原生各向异性的规律一致。

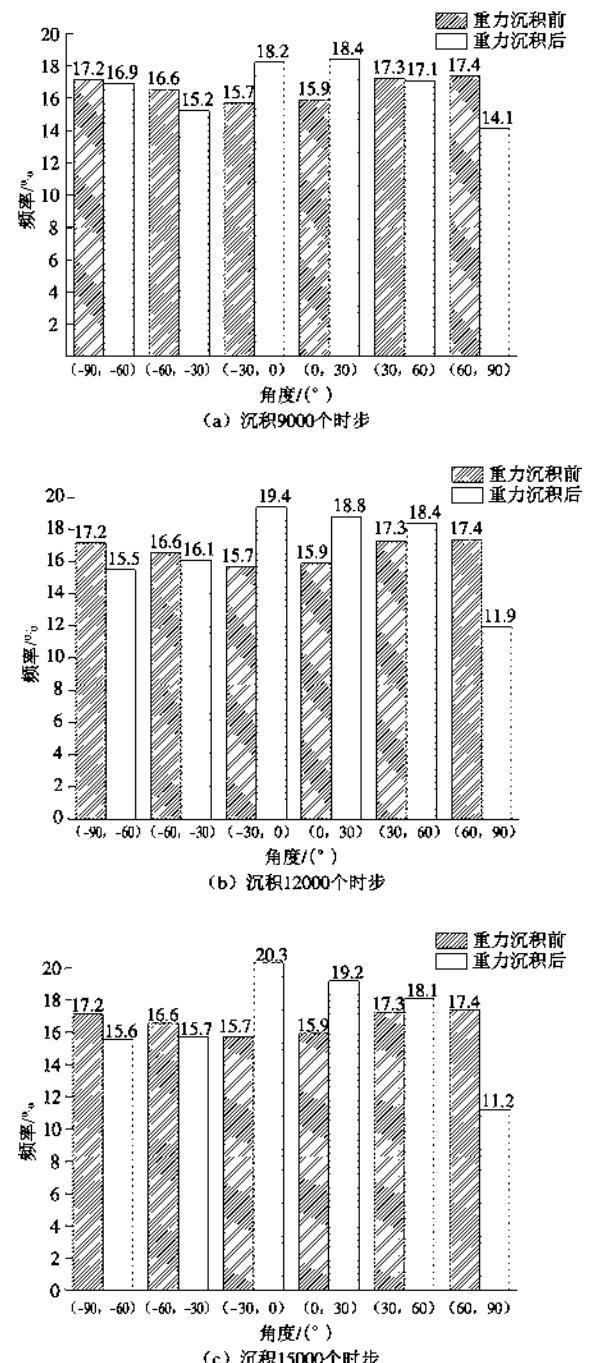


图 7 颗粒长轴定向分布

Fig. 7 Distribution of major axis orientation of particles

3.2 平均配位数的影响

图 8 (a) ~8 (c) 为加载过程中应变小于 1% 时, 试样内部颗粒间接接触平均配位数随加载方向应变增量的变化曲线。

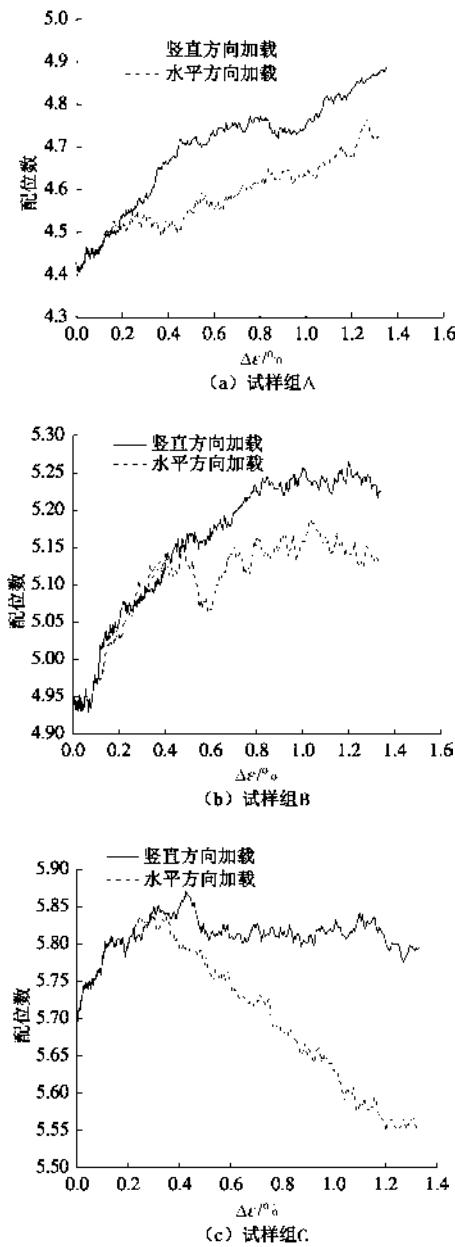


图 8 平均配位数变化曲线

Fig. 8 Curves of coordination numbers

颗粒平均配位数, 是指在一个测量圆内, 某个颗粒与周围相接触颗粒的数目平均值, 是用以描述颗粒试样整体稳定性的参数, 配位数越大, 颗粒间接触越紧密, 压缩越困难, 试样处于越稳定状态。

从图 8 给出的配位数变化曲线分析, 当分别从水平和竖直方向上加载时, 颗粒的平均配位数随加载方向应变增量的变化规律是不一样的: 从竖直方向 (重力沉积方向) 加载时, 相同应变处对应的颗粒平均配位数高于从水平方向上加载得到的平均配位数。颗粒

平均配位数越大, 说明试样越稳定, 所以当从竖直方向加载时, 试样的稳定性更高, 即试样压缩能力越弱, 因此会出现图 6 (a) ~6 (c) 中的竖直方向初始弹模和应力峰值大于水平方向的初始弹模和应力峰值。

分析图 8 (a) ~8 (c) 可知, 随着重力沉积步数的增加, 初始接触配位数增大, 说明重力沉积步数越大, 颗粒接触越紧密, 因此后期压缩得到的初始弹模和应力峰值也会越大, 同样反映了土体的压硬性。

4 结论与建议

本文在 PFC2D 平台上以不规则单元为基本形状, 建立了合理的福建标准砂数值试样, 采用室内单元试验结果对试样微观参数进行了标定; 在标准砂试验数值试样的基础上, 建立了不同重力沉积步条件下平面双轴试样模型, 对生成的试样分别从水平和竖直方向加载, 得到不同重力沉积条件下试样不同方向的应力应变关系曲线和宏观力学参数; 采用颗粒定向排列方向和配位数作为指标, 从微观角度对试样表现出的宏观原生各向异性进行分析和解释, 得出以下结论:

(1) 本文不规则单元数值试验结果和标准砂室内试样的三轴试验结果更接近, 所建单元较采用 PFC 自带的圆盘单元更符合土颗粒的形状特征, 可以在此数值试样基础上开展更广泛应力路径的数值试验。

(2) 土体在重力沉积后, 从不同方向加载, 试样在不同方向上的应力应变曲线和宏观力学参数有明显差异: 重力沉积方向上的弹性模量和应力峰值大于水平方向上的相关数值, 这种在沉积方向和水平方向宏观力学参数的差异是天然土层初始各向异性的体现。

(3) 在重力沉积作用下, 不规则单元颗粒倾向于沿水平方向聚集排列, 而且随着重力沉积步数的增加, 沿水平方向排列的趋势越明显, 土颗粒的定向排列是产生土体原生各向异性的内在结构性原因。

(4) 重力沉积后, 分别从水平和竖直方向上加载, 竖直方向上的颗粒平均配位数大于水平方向上加载时的颗粒配位数, 竖直方向上颗粒接触数越多, 颗粒接触越紧密, 试样越稳定, 验证了试样在竖直方向上的弹性模量和应力峰值大于水平方向上的结构性原因。

(5) 本文所开展的针对砂土原始各向异性 PFC 模拟工作, 希望通过针对已完成的室内宏观单元试验的数值模拟, 建立一种微细观数值试验工具; 通过和单元试验结果的比较, 初步验证了这种离散元数值工具的可靠性, 后续可以开展更广泛应力路径条件下的数值试验, 得到复杂应力条件下散粒体材料的应力应变规律, 从而为解释散粒体材料宏观力学行为产生的微观机理, 建立实用散粒体岩土介质宏观本构模型提

供参考。

参考文献:

- [1] ARTHUR J R F, et al. Inherent anisotropy in a sand[J]. *Géotechnique*, 1972, **22**(1): 115 – 128.
- [2] 张坤勇. 考虑应力各向异性土体本构模型及应用研究[D]. 南京: 河海大学, 2004. (ZHANG Kun-yong. Study and application on soil's constitutive model with the consideration of stress-induced anisotropy[D]. Nanjing: Hohai University, 2004. (in Chinese))
- [3] ODA M, KOISHIKAWA I, HIGUCHI T. Experimental study of anisotropic shear strength of sand by plane strain test[J]. *Soils and Foundations*, 1978, **18**(1): 25 – 38.
- [4] PENNINGTON D S, NASH D, LINGS M L. Anisotropy of G_0 shear stiffness in Gault Clay[J]. *Géotechnique*, 1997, **47**(3): 391 – 398.
- [5] 宋 飞. 考虑侧向变形的各向异性填土土压力计算方法及试验研究[D]. 北京: 清华大学, 2009. (SONG Fei. Evaluation and experimental study of earth pressure for anisotropic sand under any lateral deformation[D]. Beijing: Tsinghua University, 2009. (in Chinese))
- [6] 张坤勇, 殷宗泽, 徐志伟. 土体各向异性的再认识[J]. 岩土工程技术, 2004, **18**(1): 1 – 4. (ZHANG Kun-yong, YIN Zong-ze, XU Zhi-wei. Re-recognition of the soil's anisotropy[J]. *Geotechnical Engineering Technique*, 2004, **18**(1): 1 – 4. (in Chinese))
- [7] 张坤勇, 殷宗泽, 梅国雄. 土体两种各向异性的区别与联系[J]. 岩石力学与工程, 2005, **24**(9): 1599 – 1604. (ZHANG Kun-yong, YIN Zong-ze, MEI Guo-xiong. Difference and connection of two kinds of anisotropy of soils[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, **24**(9): 1599 – 1604. (in Chinese))
- [8] CUNDALL P A. A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems[C]// Proceeding of Symposium of the International Society for Rock Mechanics. Nancy, 1971.
- [9] 王永嘉, 邢纪波. 离散元法及其在岩土力学中的应用[M]. 辽宁: 东北大学出版社, 1991. (WANG Yong-jia, XING Ji-bo. Discrete element method and its applications in geomechanics[M]. Liaoning: Northeastern University Press, 1991. (in Chinese))
- [10] PROCOPIO A T, ZAVALIANGOS A. Simulation of multi-axial compaction of granular media from loose to high relative densities[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2005, **53**(7): 1523 – 1551.
- [11] 池 永. 土的工程力学性质的细观研究-应力应变关系剪切带的颗粒流模拟[D]. 上海: 同济大学, 2002. (CHI Yong. A study of the mechanical properties of the soil -- a simulation of the particle flow in the shear zone of the stress-strain relationship[D]. Shanghai: Tongji University, 2002. (in Chinese))
- [12] 周 健, 杨永香, 刘 洋. 饱和砂土液化过程中细观结构的模型试验研究[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2009, **37**(4): 466 – 470. (ZHOU Jian, YANG Yong-xiang, LIU Yang. Model testing of meso-fabric of saturated sand liquefaction[J]. *Journal of Tongji University(Natural Science)*, 2009, **37**(4): 466 – 470. (in Chinese))
- [13] 李立青, 蒋明镜, 吴晓峰. 椭圆形颗粒堆积体模拟颗粒材料力学性能的离散元数值方法[J]. 岩土力学, 2011, **32**(增刊 1): 713 – 718. (LI Li-qing, JIANG Ming-jing, WU Xiao-feng. A developed discrete element model NS2D for simulating mechanical properties of elliptical particles assemblages[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, **32**(S1): 713 – 718. (in Chinese))
- [14] 蒋明镜, 彭 镛, 申志福, 等. 深海能源土剪切带形成机理离散元分析[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(10): 1 – 7. (JIANG Ming-jing, PENG Di, SHEN Zhi-fu, et al. DEM analysis on formation of shear band of methane hydrate bearing soils[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, **35**(10): 1 – 7. (in Chinese))
- [15] 童朝霞, 周 敏, 张连卫, 等. 各向异性颗粒材料双轴压缩试验的离散元数值模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, **33**(增刊 2): 4227 – 4232. (TONG Chao-xia, ZHOU Min, ZHANG Lian-wei, et al. Numerical modelling of biaxial compression tests for granular materials with inherent anisotropy using DEM[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2014, **33**(S2): 4227 – 4232. (in Chinese))
- [16] 史旦达. 单调与循环加载条件下砂土力学性质细观模拟[D]. 上海: 同济大学, 2007. (SHI Dan-da. Micromechanical simulations of sand behavior under monotonic and cyclic loading[D]. Shanghai: Tongji University, 2007. (in Chinese))