

DOI: 10.11779/CJGE201703012

不排水条件下非饱和土水力-力学耦合特性数值模拟

刘文化^{1,2}, 杨 庆², 唐小微², 涣岡良介³

(1. 江南大学环境与土木工程学院, 江苏 无锡 214122; 2. 大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024;

3. 德岛大学工学部, 日本 德岛 770-8506)

摘要: 非饱和土即便在不排水、不排气条件下也将发生体变, 这为预测非饱和土不排水、不排气力学特性带来了困难。基于三相孔隙介质理论, 结合非饱和土的弹塑性本构模型推导了不排水、不排气条件下非饱和土三轴剪切三相耦合控制方程, 对非饱和土的不排水、不排气三轴剪切特性进行预测。数值模拟结果表明, 此方法能够描述非饱和土在不排水、不排气条件下的水力-力学特性, 如体缩特性、孔隙水压力和孔隙气压力增长以及饱和度增大等特性。数值计算结果与室内试验结果一致, 证实了所提数值分析方法的合理性。

关键词: 非饱和土; 不排水; 水力-力学耦合; 孔隙介质理论; 数值模拟

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2017)03-0486-09

作者简介: 刘文化(1987-), 男, 博士, 主要从事非饱和土的静、动力特性试验及本构关系研究。E-mail: wenhualiudlut@163.com.

Numerical simulation of hydro-mechanical behaviors of unsaturated soils under fully undrained conditions

LIU Wen-hua^{1,2}, YANG Qing², TANG Xiao-wei², UZUOKA Ryosuke³

(1. School of Environment and Civil Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. State Key Laboratory of Coastal and

Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 3. Department of Civil Engineering, The University of Tokushima, Tokushima 770-8506, Japan)

Abstract: Volume changes take place during the fully undrained compression tests on unsaturated soils. It is more difficult to simulate the undrained mechanical behaviors of unsaturated soils than those of saturated soils. In this study, the three-phase coupled governing equations for unsaturated soils under fully undrained conditions are derived using the porous medium theory and the elasto-plastic constitutive model for unsaturated soils. Numerical simulations of the fully undrained triaxial compression tests on unsaturated soils are performed based on the proposed three-phase coupled governing equations. The simulated results demonstrate that the proposed method predicts the hydraulic and mechanical behaviors (shear-induced volume compression, pore water pressure, pore air pressure and degree of saturation increase) of unsaturated soils accurately under the fully undrained conditions. The predictions of the fully undrained triaxial tests on unsaturated soils show good agreement with the test results obtained in literatures, verifying the applicability of the proposed method.

Key words: unsaturated soil; undrained condition; hydro-mechanical coupling; porous medium theory; numerical simulation

0 引言

非饱和土与公路、铁路路基、机场跑道、挡土墙等实际工程问题息息相关, 如何合理地描述这些土工结构在寿命周期内的强度和变形等问题是人们关注的重点。本构模型为研究土工结构的强度和变形问题提供了强有力的工具。近年来, 非饱和土的本构模型得到了快速的发展, 研究者们提出了一系列的非饱和土模型, 包括弹塑性模型^[1-8], 损伤力学模型^[9-11], 广义吸力模型^[12-13]等。这些模型能够很好地描述常吸力条件下非饱和土的力学特性甚至是水力-力学耦合特性。

然而, 能够描述非饱和土在不排水条件下的力学特性和水力特性的模型则鲜见报道。实际工程中土石坝心墙以及高放射性核废料深层地质处置工程等在快速施工过程中以及在地震等瞬时荷载作用下土体往往处于不排水、不排气状态, 不排水、不排气加载过程中产生的孔隙气压力对非饱和土的强度和变形会产生重要影响, 进而可能引起土石坝心墙、深层地质处置工程

基金项目: 国家自然科学基金项目(51179023, 41572252)

收稿日期: 2015-12-28

破坏等岩土工程问题。在模拟非饱和土的快速加载过程中忽略孔隙气体的影响显然难以反映实际情况。因此有必要对非饱和土不排水、不排气条件下的力学特性进行模拟。

对于饱和土而言, 不排水条件下的总体变为零, 即便没有给定有效应力路径, 饱和土在不排水条件下的力学特性可以通过控制总体变为零来进行预测。然而, 非饱和土即使在不排水、不排气条件下也将产生一定的体变, 这为预测其在不排水条件下的力学特性带来了困难。在预测非饱和土不排水、排气条件下的力学特性方面, Sun 等^[14]做了有益的尝试, 并取得了良好的效果。他们通过含水率不变这一控制条件推导了体变与饱和度之间的增量关系, 进而获得了基质吸力的增量表达式。Uzuoka 等^[15]则在局部平衡条件下通过三相孔隙介质理论推导了非饱和土三轴试验的三相耦合控制方程, 成功预测了非饱和砂质土的液化特性。遗憾的是, Uzuoka 等^[15]在推导控制方程时采用的本构模型是 Armstrong & Frederick 模型^[16], 没有考虑基质吸力(更不用说饱和度)对非饱和土屈服函数的影响, 只考虑了基质吸力对骨架应力的影响。对于高饱和度的土体而言忽略基质吸力对屈服函数的影响误差不大, 但是对于低饱和度土体而言这种简化难免存在较大的缺陷。这也使得 Uzuoka 等的控制方程仅适用于高饱和度下的三相耦合问题, 限制了方程的适用性。为此, 本文将基于三相孔隙介质理论, 引入局部平衡假设, 采用非饱和土水力–力学耦合模型描述非饱和土的应力–应变特性, 将基质吸力和饱和度对非饱和土屈服函数的影响以及体变对持水特性的影响考虑在内, 推导非饱和土在不排水、不排气条件下的横向总应力不变、横向净应力不变和平均净应力不变的三轴压缩控制方程, 对非饱和土不排水、不排气三轴剪切试验进行分析预测。这部分工作将能够扩展三相耦合控制方程的适用范围并提高预测精度。

1 不排水条件下非饱和土三轴剪切控制方程

1.1 基本假设

在推导非饱和土三轴剪切三相耦合控制方程的过程中采用如下假设:

- (1) 土颗粒不可压缩;
- (2) 等温条件, 即不考虑温度的影响;
- (3) 固相、液相和气相之间无质量交换(当孔隙压力变化不大时可以接受);
- (4) 忽略孔隙流体相对土骨架的相对加速度;
- (5) 孔隙率 n 在空间上的分布是均匀的;
- (6) 仅考虑局部平衡, 即忽略重力和渗流等的影响。

1.2 平衡方程与本构方程

引入表观密度, 实现各相密度在空间中均匀分布, 表观密度表达式如下:

$$\rho^s = n^s \rho^{sR} = (1-n) \rho^{sR}, \quad (1)$$

$$\rho^w = n^w \rho^{wR} = n s^w \rho^{wR}, \quad (2)$$

$$\rho^a = n^a \rho^{aR} = n(1-s^w) \rho^{aR}, \quad (3)$$

$$\rho = \rho^s + \rho^w + \rho^a = (1-n) \rho^{sR} + n(s^w \rho^{wR} + s^a \rho^{aR}). \quad (4)$$

式中 ρ^{sR} , ρ^{wR} , ρ^{aR} 分别为土颗粒、孔隙水和孔隙气的真实密度; n^s , n^w , n^a 分别为土颗粒、水和气的体积分数, 满足 $n^s + n^w + n^a = 1$; n 为孔隙比; s^w 为孔隙水的饱和度; s^a 为孔隙气体的饱和度。

根据假设(3), 忽略各相之间的质量交换, 各相的质量平衡方程为

$$\dot{\rho}^\alpha + \rho^\alpha \operatorname{div} \mathbf{v}^\alpha = 0. \quad (5)$$

式中 \cdot 表示 α 相的材料时间导数; \mathbf{v}^α 为 α 相的速度。 α 相的线性动量平衡方程为

$$\rho^\alpha \ddot{\mathbf{v}}^\alpha = \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}^\alpha + \rho^\alpha \mathbf{b} + \hat{\mathbf{p}}^\alpha. \quad (6)$$

式中 $\boldsymbol{\sigma}^\alpha$ 为 α 相的应力分量; \mathbf{b} 为重力加速度; $\hat{\mathbf{p}}^\alpha$ 为 α 相与其他相的相互作用力向量。根据假设(6), 仅考虑局部平衡, 因此忽略各相之间的相互作用力 $\hat{\mathbf{p}}^\alpha$ 、重力加速度 \mathbf{b} 以及 $\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}^\alpha$ 。各相的应力分量为

$$\boldsymbol{\sigma}^s = \boldsymbol{\sigma}' + (1-n)(s^w p^w + s^a p^a) \mathbf{I}, \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^w = n s^w p^w \mathbf{I}, \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^a = n s^a p^a \mathbf{I}, \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^s + \boldsymbol{\sigma}^w + \boldsymbol{\sigma}^a = \boldsymbol{\sigma}' + p^a \mathbf{I} - s^w (p^a - p^w) \mathbf{I}. \quad (10)$$

式中 $\boldsymbol{\sigma}^s$, $\boldsymbol{\sigma}^w$, $\boldsymbol{\sigma}^a$ 分别为固相、液相和气相的应力分量张量; p^w 为孔隙水压力; p^a 为孔隙气压力; \mathbf{I} 为 Kronecker delta; $\boldsymbol{\sigma}'$ 为骨架应力张量; $\boldsymbol{\sigma}$ 为总柯西应力张量。

假设等温条件下孔隙水的体积模量恒定、气体满足常温下的理想气体状态方程, 即孔隙水和孔隙气满足如下本构关系:

$$\dot{\rho}^{wR} = \frac{\rho^{wR}}{K^w} \dot{p}^w, \quad (11)$$

$$\dot{\rho}^{aR} = \frac{\rho^{aR}}{K^a} \dot{p}^a = \frac{1}{\Theta \bar{R}} \dot{p}^a. \quad (12)$$

式中 K^w , K^a 分别为孔隙水和孔隙气体的体积模量; Θ 为绝对温度; \bar{R} 为比气体常数; \dot{p}^w , \dot{p}^a 分别为孔隙水压力和孔隙气压力的变化率。

1.3 土水特征曲线

非饱和土的饱和度变化考虑基质吸力的影响项和体变的贡献项, 其表达式如下:

$$\dot{s}^w = \frac{\partial s^w}{\partial s} \dot{s} + \lambda_s \dot{e} = c(p^a - p^w) + \lambda_s(1+e_0) \dot{\epsilon}_v. \quad (13)$$

式中 $\partial s^w / \partial s$ 表示饱和度随基质吸力的变化, 即为土水特征曲线; λ_s 为饱和度与孔隙比关系曲线的斜率;

$\dot{\varepsilon}_v$ 为土骨架的体积应变速度。本文模型中土水特征曲线采用 Zhou 等^[17]的模型, 主吸湿曲线表达式为(与 Van Genuchten 模型^[18]一致):

$$s_e^w = \frac{s^w - s_r^w}{s_0^w - s_r^w} = \left[1 + \left(\frac{s}{a_w} \right)^{b_w} \right]^{-c_w}, \quad (14)$$

$$c = \frac{\partial s^w}{\partial s} = c_w \left[1 + \left(\frac{s}{a_w} \right)^{b_w} \right]^{-(c_w+1)} \left(\frac{b_w}{a_w} \right) \left(\frac{s}{a_w} \right)^{(b_w-1)}. \quad (15)$$

式中 s_e^w 为有效饱和度; s_0^w 为基质吸力为 0 时的最大饱和度; s_r^w 为残余饱和度; a_w , b_w , c_w 为模型参数。吸湿扫描线为

$$c = \frac{\partial s_s^w}{\partial s} = \left(\frac{s_w}{s} \right)^m \frac{\partial s^w}{\partial s}, \quad (16)$$

$$s_w = a_w ((s_e^w)^{-c_w} - 1)^{1/b_w}, \quad (17)$$

式中, m 为模型参数, 其他参数与式(15)一致。

1.4 土骨架的应力应变关系

土骨架的应力-应变关系采用 Zhou 等^[17, 19]提出的本构模型进行描述。该本构模型采用平均骨架应力和有效饱和度作为自变量并假设非饱和土的压缩曲线为有效饱和度的函数。模型的屈服函数为

$$\left. \begin{aligned} f &= q^2 - M^2 p'(p'_x - p') = 0, \\ p'_x &= (p'_c)^\beta, \\ \beta &= \frac{\lambda_0 - \kappa}{\lambda(s_e^w) - \kappa}, \\ \lambda(s_e^w) &= \lambda_0 - (\lambda_0 - \lambda_d)(1 - s_e^w)^a. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中 M 为临界状态应力比; p'_x 为屈服面与 p' 轴的截距; λ_0 , λ_d 分别为饱和和干燥状态下正常固结压缩曲线的斜率; a 为模型参数。采用塑性体应变作为硬化参数

$$\frac{dp'_c}{p'_c} = \frac{1+e}{\lambda_0 - \kappa} d\varepsilon_v^p. \quad (19)$$

采用相关联的流动法则

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = \frac{M^2 p'^2 - q^2}{2p'q}. \quad (20)$$

1.5 三轴不排水、不排气条件下的控制方程

(1) 横向总应力不变的控制方程

由横向总应力为常数, 可得

$$\dot{\sigma}_x = \dot{\sigma}_y = 0. \quad (21)$$

由式(10)可得

$$\dot{\sigma}_x' = \dot{\sigma}_y' = \dot{p}^w(c(p^w - p^a) - s^w) + \dot{p}^a(c(p^a - p^w) - s^a) + \lambda_s(1+e_0)(p^a - p^w)\dot{\varepsilon}_v, \quad (22)$$

$$\dot{\sigma}_z' = \dot{\sigma}_z + \dot{p}^w(c(p^w - p^a) - s^w) + \dot{p}^a(c(p^a - p^w) - s^a) + \lambda_s(1+e_0)(p^a - p^w)\dot{\varepsilon}_v. \quad (23)$$

将式(1)~(3)、(11)~(13)代入式(5)中,

整理得孔隙水和孔隙气的连续性方程:

$$n \left(\frac{s^w}{K^w} - c \right) \dot{p}^w + ncp^a + [\lambda_s n(1+e_0) + s^w] \dot{\varepsilon}_v = 0, \quad (24)$$

$$n \left(\frac{s^a}{K^a} - c \right) \dot{p}^a + ncp^w + [-\lambda_s n(1+e_0) + s^a] \dot{\varepsilon}_v = 0. \quad (25)$$

三轴应力状态下土骨架的本构模型可表述为

$$\begin{cases} \dot{\sigma}'_x \\ \dot{\sigma}'_y \\ \dot{\sigma}'_z \end{cases} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{cases} + \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix} \dot{s}^w. \quad (26)$$

式中 D_{ij} 为土骨架的切线模量; W_i 为饱和度的变化对有效应力的贡献项的系数矩阵。 D_{ij} 和 W_i 可根据式(18)~(20)推导。

将式(26)代入式(22)、(23)中, 并结合式(24)、(25)可得常横向总应力条件下不排水、不排气三轴剪切三相耦合控制方程:

$$[K_1]\{x_1\} = \{y_1\}, \quad (27)$$

$$[K_1] = \begin{bmatrix} n \left(\frac{s^w}{K^w} - c \right) & nc & 2[\lambda_s n(1+e_0) + s^w] & 0 \\ nc & n \left(\frac{s^a}{K^a} - c \right) & 2[-\lambda_s n(1+e_0) + s^a] & 0 \\ c(p^w - p^a + W_1) - s^w & c(p^a - p^w - W_1) - s^a & 2\lambda_s(1+e_0)(p^a - p^w - W_1) - D_{11} - D_{12} & 0 \\ c(p^w - p^a + W_3) - s^w & c(p^a - p^w - W_3) - s^a & 2\lambda_s(1+e_0)(p^a - p^w - W_3) - D_{31} - D_{32} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\{x_1\} = \begin{cases} \dot{p}^w \\ \dot{p}^a \\ \dot{\varepsilon}_x \\ \dot{\sigma}_z \end{cases},$$

$$\{y_1\} = \begin{cases} -[\lambda_s n(1+e_0) + s^w] \dot{\varepsilon}_z \\ [\lambda_s n(1+e_0) - s^a] \dot{\varepsilon}_z \\ [\lambda_s(1+e_0)(W_1 - p^a + p^w) + D_{13}] \dot{\varepsilon}_z \\ [\lambda_s(1+e_0)(W_3 - p^a + p^w) + D_{33}] \dot{\varepsilon}_z \end{cases}$$

(2) 横向净应力不变的控制方程

由横向净应力为常数, 可得

$$\dot{\sigma}_x = \dot{\sigma}_y = \dot{p}_a, \quad (28)$$

由式(10)可得

$$\dot{\sigma}_x' = \dot{\sigma}_y' = \dot{p}^w(c(p^w - p^a) - s^w) + \dot{p}^a(c(p^a - p^w) + s^w) + \lambda_s(1+e_0)(p^a - p^w)\dot{\varepsilon}_v, \quad (29)$$

$$\dot{\sigma}_z' = \dot{\sigma}_z + \dot{p}^w(c(p^w - p^a) - s^w) + \dot{p}^a(c(p^a - p^w) - s^a) + \lambda_s(1+e_0)(p^a - p^w)\dot{\varepsilon}_v. \quad (30)$$

横向净应力不变条件下孔隙水和孔隙气的连续性方程与横向总应力不变条件下的连续性方程一致, 即式(24)、(25)。将式(26)代入式(29)、(30)中, 并结合式(24)、(25)可得常横向净应力条件下不排水、不排气三轴剪切三相耦合控制方程:

$$[K_2]\{x_2\} = \{y_2\}, \quad (31)$$

$$\begin{aligned} [K_2] &= \begin{bmatrix} n\left(\frac{s^w}{K^w} - c\right) & nc & 2[\lambda_s n(1+e_0) + s^w] & 0 \\ nc & n\left(\frac{s^a}{K^a} - c\right) & 2[-\lambda_s n(1+e_0) + s^a] & 0 \\ c(p^w - p^a + W_1) - s^w & c(p^a - p^w - W_1) + s^w & 2\lambda_s(1+e_0)(p^a - p^w - W_1) - D_{11} - D_{12} & 0 \\ c(p^w - p^a + W_3) - s^w & c(p^a - p^w - W_3) - s^a & 2\lambda_s(1+e_0)(p^a - p^w - W_3) - D_{31} - D_{32} & 1 \end{bmatrix}, \\ \{x_2\} &= \begin{Bmatrix} \dot{p}^w \\ \dot{p}^a \\ \dot{\varepsilon}_x \\ \dot{\sigma}_z \end{Bmatrix}, \\ \{y_2\} &= \begin{Bmatrix} -[\lambda_s n(1+e_0) + s^w] \dot{\varepsilon}_z \\ [\lambda_s n(1+e_0) - s^a] \dot{\varepsilon}_z \\ [\lambda_s(1+e_0)(W_1 - p^a + p^w) + D_{13}] \dot{\varepsilon}_z \\ [\lambda_s(1+e_0)(W_3 - p^a + p^w) + D_{33}] \dot{\varepsilon}_z \end{Bmatrix}. \end{aligned}$$

(3) 平均净应力不变的控制方程

由 $p_{net} = p - p^a = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3 - p^a = \cos tan t$ 可得

$$\dot{\sigma}_x = \dot{\sigma}_y = (3\dot{p}^a - \dot{\sigma}_z)/2. \quad (32)$$

对式(10)全微分并整理得

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}'_x = \dot{\sigma}'_y &= -\frac{1}{2}\dot{\sigma}_z + \dot{p}^w(c(p^w - p^a) - s^w) + \\ \dot{p}^a\left(c(p^a - p^w) + s^w + \frac{1}{2}\right) &+ \lambda_s(1+e_0)(p^a - p^w)\dot{\varepsilon}_v, \quad (33) \\ \dot{\sigma}'_z &= \dot{\sigma}_z + \dot{p}^w(c(p^w - p^a) - s^w) + \\ \dot{p}^a(c(p^a - p^w) - s^a) &+ \lambda_s(1+e_0)(p^a - p^w)\dot{\varepsilon}_v. \quad (34) \end{aligned}$$

平均净应力不变条件下孔隙水和孔隙气的连续性方程与横向总应力不变条件下的连续性方程一致。将式(26)代入式(33)、(34), 结合式(24)、(25)可得平均净应力不变条件下不排水、不排气三轴剪切三相耦合控制方程

$$\begin{aligned} [K_3]\{x_3\} &= \{y_3\}, \quad (35) \\ [K_3] &= \begin{bmatrix} n\left(\frac{s^w}{K^w} - c\right) & nc & 2[\lambda_s n(1+e_0) + s^w] & 0 \\ nc & n\left(\frac{s^a}{K^a} - c\right) & 2[-\lambda_s n(1+e_0) + s^a] & 0 \\ c(p^w - p^a + W_1) - s^w & c(p^a - p^w - W_1) + s^w + \frac{1}{2} & 2\lambda_s(1+e_0)(p^a - p^w - W_1) - D_{11} - D_{12} & -\frac{1}{2} \\ c(p^w - p^a + W_3) - s^w & c(p^a - p^w - W_3) - s^a & 2\lambda_s(1+e_0)(p^a - p^w - W_3) - D_{31} - D_{32} & 1 \end{bmatrix}, \\ \{x_3\} &= \begin{Bmatrix} \dot{p}^w \\ \dot{p}^a \\ \dot{\varepsilon}_x \\ \dot{\sigma}_z \end{Bmatrix}, \\ \{y_3\} &= \begin{Bmatrix} -[\lambda_s n(1+e_0) + s^w] \dot{\varepsilon}_z \\ [\lambda_s n(1+e_0) - s^a] \dot{\varepsilon}_z \\ [\lambda_s(1+e_0)(W_1 - p^a + p^w) + D_{13}] \dot{\varepsilon}_z \\ [\lambda_s(1+e_0)(W_3 - p^a + p^w) + D_{33}] \dot{\varepsilon}_z \end{Bmatrix}. \end{aligned}$$

2 不排水、不排气条件下非饱和土力学特性分析

上述三相耦合控制方程中以轴向应变为已知量, 孔隙水压力、孔隙气压力、横向应变和轴向应力为未知量。对每一个给定的轴向应变增量, 通过求解控制方程即可获得相应的孔隙水压力增量、孔隙气压力增量、横向应变增量和轴向应力增量, 进而求得当前计算步下的孔隙水压力、孔隙气压力、横向应变和轴向应力。本节将采用上述控制方程分析横向总应力不变、横向净应力不变和平均净应力不变条件下不排水、不排气三轴剪切力学特性。用于预测不排水、不排气三轴剪切应力-应变关系和土水特性的本构模型参数如表1所示。忽略体变对土水特征曲线的影响。土体的初始孔隙比为1.0, 选用50, 100, 200 kPa3个初始净围压和50, 100, 200 kPa3个基质吸力。根据土水特征曲线, 基质吸力50, 100和200 kPa条件下的初始饱和度分别为70.7%, 44.7%和24.3%。孔隙水和孔隙气的物理参数如表2所示。

表1 不排水三轴压缩试验模型参数

Table 1 Parameters for undrained triaxial compression tests

力学参数				水力参数						
λ_0	κ	λ_d	M	v	a	a_w	b_w	c_w	m	λ_s
0.05	0.01	0.02	1.0	0.33	1.0	50.0	2.0	0.5	0.0	0.0

表2 孔隙水和孔隙气的物理参数

Table 2 Physical parameters of pore water and pore air

孔隙水的体积模量 K^w / (kN·m ⁻²)	孔隙水的密度 ρ^{wR} / (g·cm ⁻³)	气体常数 $1/(\Theta R)$ / (s ² ·m ⁻²)	孔隙气的密度 ρ^{aR} / (g·cm ⁻³)
2.0×10^6	1.0	1.21×10^{-5}	1.293×10^{-3}

图1所示为横向总应力(围压)100 kPa恒定条件下不同基质吸力非饱和土不排水、不排气三轴剪切模型预测结果。可以看出, 与饱和土不同, 正常固结非饱和土即使在不排水、不排气剪切过程中也会发生体缩。在不排水、不排气剪切过程中, 孔隙水压力和孔隙气压力均有一定程度的增长, 饱和度逐渐增大。这些预测结果与不排水、不排气条件下的试验结果^[20-21]规律是一致的。这说明本文在局部平衡假设下推导的非饱和土三相耦合控制方程能够定性地描述非饱和土不排水、不排气三轴剪切力学特性。另外, 对比图1中不同初始基质吸力条件下的预测结果发现, 初始基质吸力越大, 非饱和土的抗剪强度越高, 孔隙水压力则越小, 这也是符合试验规律^[20-21]的。从图1(a)可看出, 不排水、不排气条件下的三轴剪切过程中初始基质吸力越大, 体变越小。这种现象是符合逻辑的。因为在剪切过程中虽然饱和度会有一定的增加, 但是这种增长是有限的, 即在剪切过程中非饱和土并没有完全湿化达到饱和状态, 非饱和土

湿化变形的潜能(初始基质吸力越大, 非饱和土湿化变形的潜能越大)并没有完全发挥。非饱和土湿化变形潜能的发挥程度取决于其湿化程度, 即饱和度变化。从图 1(d)中的饱和度变化情况来看, 初始基质吸力越大, 饱和度变化越小。这说明基质吸力越大, 湿化越不明显, 土体体变也会越小。

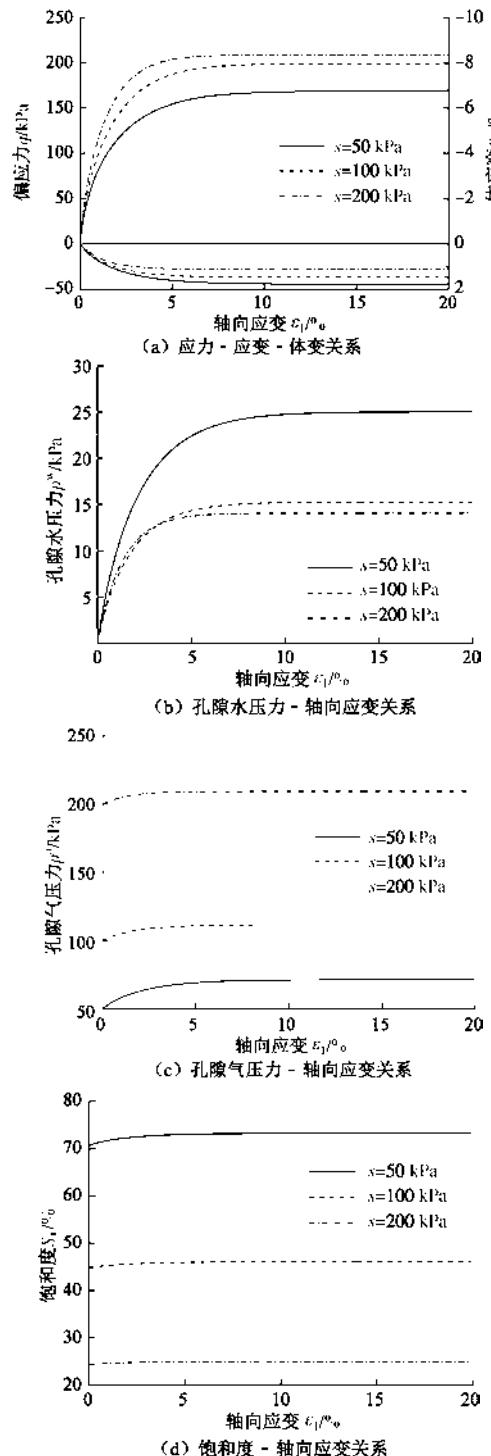


图 1 横向总应力不变条件下非饱和土不排水、不排气三轴剪切模拟结果 ($\sigma_{3(\text{ini})} = 100$ kPa)

Fig. 1 Predicted results of fully undrained triaxial tests on unsaturated soils under constant lateral total stress ($\sigma_{3(\text{ini})} = 100$ kPa)

图 2 所示则为初始基质吸力 50 kPa 条件下非饱和土在不同初始净围压作用下的模型预测结果。对比图中的预测结果发现, 相同初始基质吸力条件下, 初始净围压越大, 抗剪强度越高; 剪切过程中的最大孔隙水压力和孔隙气压力以及饱和度也随初始净围压的增加而增大。

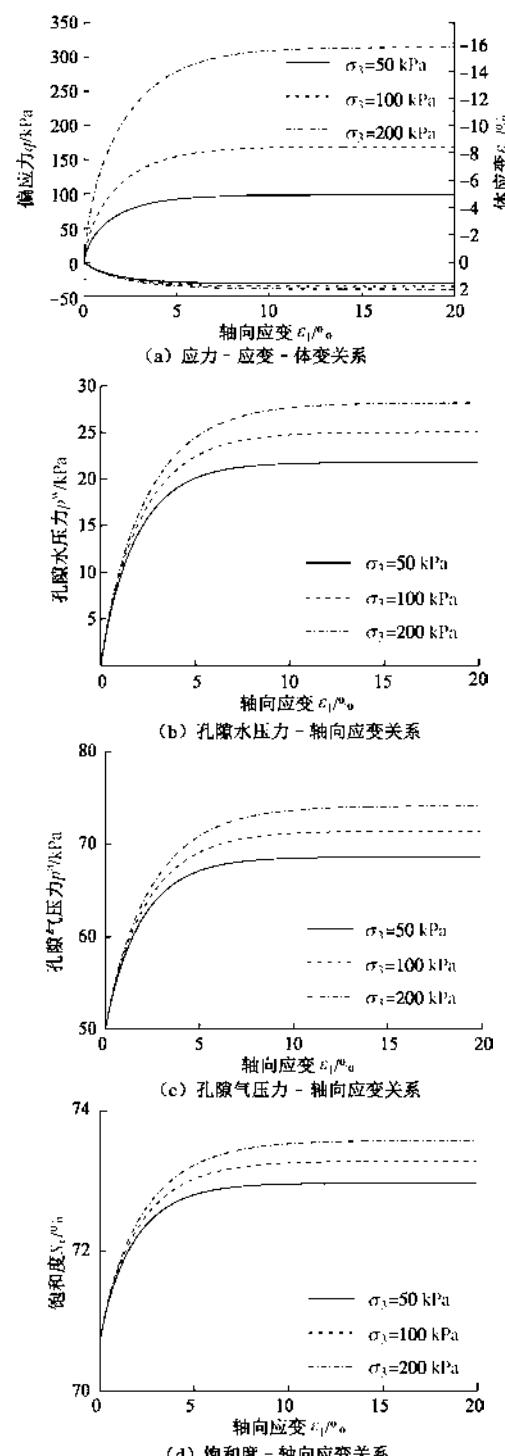


图 2 横向总应力不变条件下非饱和土不排水、不排气三轴剪切模拟结果 ($s = 50$ kPa)

Fig. 2 Predicted results of fully undrained triaxial tests on unsaturated soils under constant lateral total stress ($s = 50$ kPa)

另外, 本节也对横向净应力不变和平均净应力不

变条件下非饱和土不排水、不排气的三轴剪切试验进行了模拟。图3所示为初始基质吸力50 kPa、初始净围压100 kPa条件下不同应力路径不排水、不排气三轴剪切模型预测结果对比。对比发现, 不排水、不排气剪切过程中横向净应力不变的三轴剪切抗剪强度最大, 横向总应力不变的抗剪强度次之, 平均净应力不变的抗剪强度最小。孔隙水压力、孔隙气压力以及饱和度也表现出类似的趋势。这主要是因为在不排水、不排气的剪切过程中试样体缩, 孔隙水压力和孔隙气压力逐渐增大。当横向总应力不变时, 由于孔隙气压力逐渐增大, 横向净应力(横向总应力与孔隙气压力的差值)逐渐减小, 因此横向总应力不变应力路径下的抗剪强度小于横向净应力不变条件下的抗剪强度。对于平均净应力不变的应力路径, 由于在剪切过程中轴向偏差应力逐渐增大, 为了保持平均净应力不变, 横向净应力则需逐渐减小。因此, 平均净应力不变条件下的抗剪强度最小。

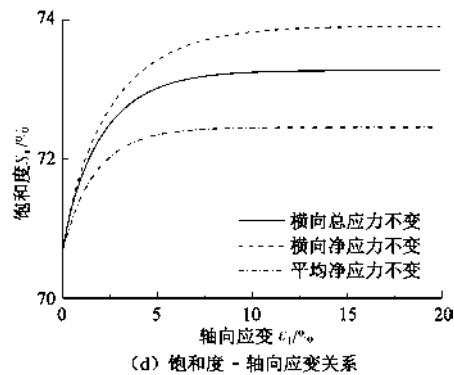
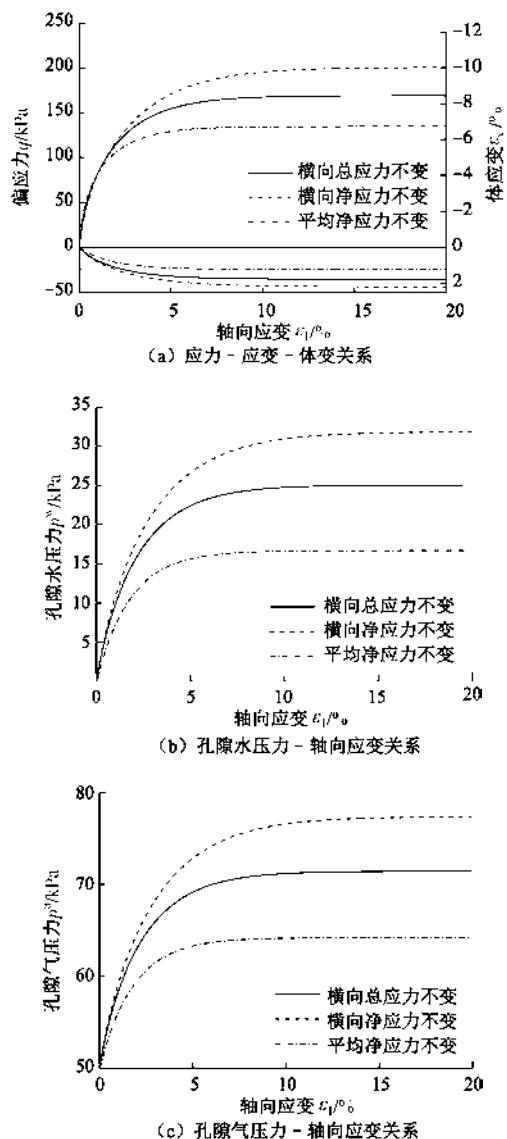


图3 不同应力路径条件下非饱和土不排水、不排气三轴剪切模拟结果 ($s = 50 \text{ kPa}$, $\sigma_{3(\text{ini})} = 100 \text{ kPa}$)

Fig. 3 Predicted results of fully undrained triaxial tests on unsaturated soils under different stress paths ($s = 50 \text{ kPa}$, $\sigma_{3(\text{ini})} = 100 \text{ kPa}$)

3 不排水、不排气三轴剪切试验验证

不排水、不排气条件下非饱和土三轴剪切试验并不多见。在这些试验中详细报道了不排水、不排气过程中的孔隙压力、基质吸力、饱和度等数据的试验则更为鲜见。Oka等^[21]详细测定了非饱和粉土在横向总应力不变条件下不排水、不排气三轴剪切过程中孔隙压力、基质吸力、饱和度等的变化规律。本节拟采用Oka等^[21]的试验数据对横向总应力不变条件下的三相耦合控制方程进行验证。由于缺乏相应的试验数据, 横向净应力不变和平均净应力不变条件下的三相耦合控制方程暂不进行试验验证, 待今后有相应的试验资料时再进行完善。

Oka等^[21]对不同基质吸力下的非饱和土粉土做了常基质吸力条件下的排水试验以及不排水、不排气条件下的三轴剪切试验。由于文献中仅给出了临界状态应力比 $M=1.23$, 因此在进行模型预测时需对模型参数进行校核。本节拟采用Oka等的排水试验进行模型参数校核, 获得相应参数后再采用不排水、不排气试验结果对本文的数值分析方法进行验证。用于参数校核及模型验证的试验初始状态如表3所示。

表3 Oka等^[21]三轴试验初始状态

Table 3 Initial conditions for triaxial tests performed by Oka et al.^[21]

排水 条件	净围压 /kPa	初始孔隙水 压力/kPa	初始孔隙气 压力/kPa	初始基质 吸力/kPa	初始饱和 度/%
排水	200	250	250	0	69.19
	200	220	250	30	43.62
	200	200	250	50	33.13
	100	200	250	50	34.78
	400	200	250	50	36.87
不排水	200	220	250	30	43.89
	200	200	250	50	33.61

通过在合理范围内调整模型参数,使得常吸力条件下排水剪切三轴试验的模型预测结果能够尽可能好地反应试验结果。最终确定用于计算的模型参数如表 4 所示。孔隙水和孔隙气的物理参数如表 2 所示。图 4 所示为排水剪切条件下模型预测结果与试验结果的对比。从图 4 可以看出模型预测结果能够较好地反应排水剪切条件下的应力 - 应变关系和体变特性。因此,可以认为该组模型参数能够用于预测 Oka 等的试验结果。为此,本节将采用该组参数对不排水、不排气条件下的三轴试验进行模拟,以验证本文三相耦合控制方程的有效性。

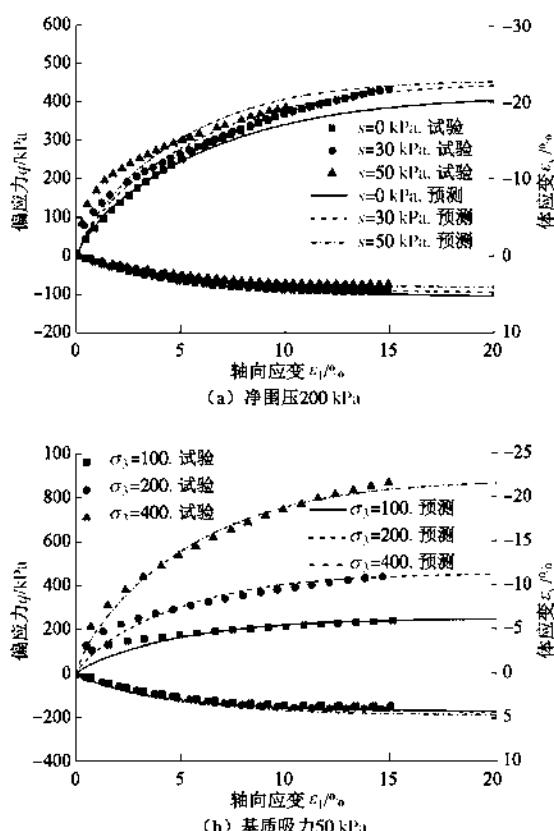


图 4 常吸力条件下的排水剪切试验与预测结果(用于校核模型参数)

Fig. 4 Test and predicted results of constant suction triaxial tests under drained conditions (for calibrating parameters)

本文在推导控制方程时考虑了基质吸力和饱和度对屈服函数的影响以及体变对持水特性的影响(下文称为完整模型)。为了说明在分析非饱和土不排水、不排气三轴剪切特性时考虑基质吸力和饱和度对屈服函数影响以及体变对持水特性影响的必要性,本节增加了不考虑基质吸力和饱和度对屈服函数影响以及体变对持水特性影响的预测结果(下文称为简化模型),便于对比分析。对于简化模型,令本文完整模型中干燥状态下的压缩指数 λ_d 等于饱和状态下的压缩指数 λ_0 ,

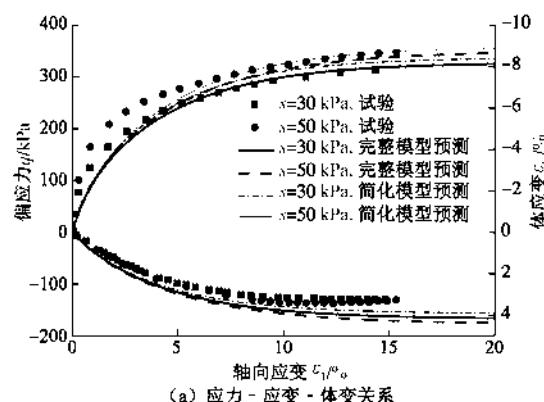
此时应力应变关系模型即退化为修正剑桥模型,即不考虑基质吸力和饱和度对屈服函数的影响,基质吸力和饱和度仅对骨架应力有所贡献(与 Uzuoka 等^[15]假设一致);同时,令参数 λ_s 等于 0,即忽略体变对饱和度的影响;其余参数与完整模型所用参数一致,即与表 4 所示参数一致。

表 4 三轴压缩试验模型参数

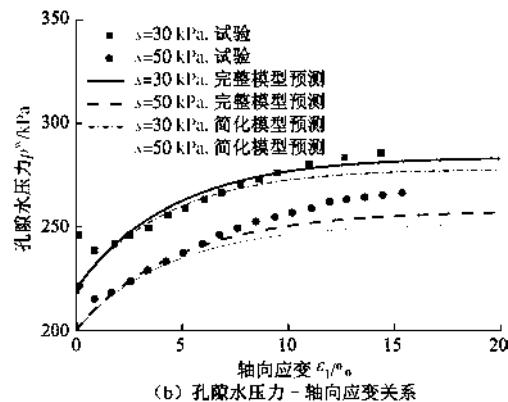
Table 4 Parameters for triaxial compression tests

力学参数						水力参数				
λ_0	κ	λ_d	M	v	a	a_w	b_w	c_w	m	λ_s
0.1	0.02	0.02	1.23	0.35	3.0	144.0	0.97	2.92	0.0	0.1

图 5 所示为不排水、不排气条件下三轴剪切试验结果与模型预测结果对比。从图 5 可以看出,即使在不排水、不排气条件下非饱和粉土在三轴剪切过程中也出现了体缩、孔隙水压力和孔隙气压力增长、饱和度增大的特性。本文的三相耦合计算方法能够很好地反应这一特点。对比模型预测结果与试验结果发现,本文完整模型的预测结果与试验结果较为吻合,这说明本文的考虑基质吸力和饱和度对屈服函数影响以及体变对持水特性影响的三相耦合计算方法能够定量地描述非饱和土的不排水、不排气三轴剪切试验特性。这也证实了在描述非饱和土的不排水、不排气三轴剪切试验现象时采用局部平衡假设是合理的。



(a) 应力 - 应变 - 体变关系



(b) 孔隙水压力 - 轴向应变关系

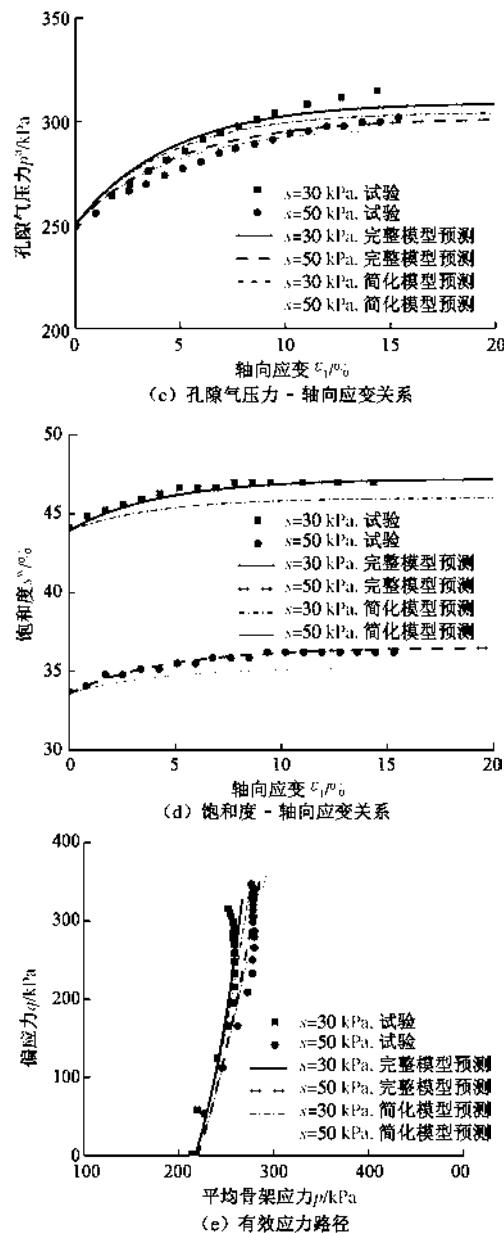


图 5 不排水、不排气三轴剪切试验与模型预测结果

Fig. 5 Test and predicted results of fully undrained triaxial tests

对比图 5 中的试验结果和两种模型预测结果发现, 当忽略基质吸力和饱和度对屈服函数的影响以及体变对持水特性的影响时(简化模型), 三相耦合计算方法的预测精度有所降低(对孔隙水压力、孔隙气压力和饱和度预测精度的影响尤为明显)。这说明在分析不排水、不排气条件下的三轴剪切力学特性时考虑基质吸力和饱和度对屈服函数的影响以及体变对持水特性的影响尤为重要, 忽略二者的影响将引起较大的误差。本文的完整模型考虑了基质吸力和饱和度对屈服函数的影响以及体变对持水特性的影响, 这无疑是在 Uzuoka 等^[15]基础上的一大改进。

4 结 论

基于三相孔隙介质理论, 在忽略温度、相变、渗

流等的影响下, 结合非饱和土弹塑性本构模型, 推导了常横向总应力、常横向净应力和常平均净应力条件下非饱和土不排水、不排气三轴剪切的三相耦合控制方程。该控制方程以孔隙水压力 p^w , 孔隙气压力 p^a , 横向应变 ϵ_x 和轴向应力 σ_z 为未知量, 以轴向应变增量 $\dot{\epsilon}_z$ 为已知量。通过求解该控制方程组, 能够获得每一轴向应变增量步下的孔压增量、横向应变增量以及轴向应力增量, 进而得到当前计算步下的 p^w , p^a , ϵ_x , σ_z 。通过试验结果与预测结果的对比, 说明所提数值分析方法能够很好地描述非饱和土的不排水、不排气剪切特性, 也证实了采用局部平衡假设推导三轴应力状态下的三相耦合控制方程来描述非饱和土的不排水、不排气三轴剪切特性的做法是合理的。

参考文献:

- [1] ALONSO E E, GENS A, JOSA A. A constitutive model for partially saturated soils[J]. Géotechnique, 1990, **40**(3): 405 – 430.
- [2] 陈正汉, 黄海, 卢再华. 非饱和土的非线性固结模型和弹塑性固结模型及其应用[J]. 应用数学和力学, 2001, **22**(1): 93 – 103. (CHEN Zheng-han, HUANG Hai, LU Zai-hua. Non-linear and elasto-plastic consolidation models of unsaturated soil and applications[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2001, **22**(1): 93 – 103. (in Chinese))
- [3] GALLIPOLI D, GENS A, SHARMA R, et al. An elasto-plastic model for unsaturated soil incorporating the effects of suction and degree of saturation on mechanical behaviour[J]. Géotechnique, 2003, **53**(1): 123 – 136.
- [4] WHEELER S, SHARMA R, BUISSON M. Coupling of hydraulic hysteresis and stress-strain behaviour in unsaturated soils[J]. Géotechnique, 2003, **53**(1): 41 – 54.
- [5] SUN D, SHENG D, CUI H, et al. A density - dependent elastoplastic hydro - mechanical model for unsaturated compacted soils[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2007, **31**(11): 1257 – 1279.
- [6] SHENG D, ZHOU A-N. Coupling hydraulic with mechanical models for unsaturated soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2011, **48**(5): 826 – 840.
- [7] 姚仰平, 牛雷, 崔文杰, 等. 超固结非饱和土的本构关系[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(6): 833 – 839. (YAO Yang-ping, NIU Lei, CUI Wen-jie, et al. UH model for unsaturated soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(6): 833 – 839. (in Chinese))
- [8] HU R, LIU H H, CHEN Y, et al. A constitutive model for

- unsaturated soils with consideration of inter-particle bonding[J]. Computers and Geotechnics, 2014, **59**: 127 - 144.
- [9] 卢再华, 陈正汉. 非饱和原状膨胀土的弹塑性损伤本构模型研究[J]. 岩土工程学报, 2003, **25**(4): 422 - 426. (LU Zai-hua, CHEN Zheng-han. An elastoplastic damage constitutive model of unsaturated undisturbed expansive soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, **25**(4): 422 - 426. (in Chinese))
- [10] 金 旭, 赵成刚, 刘 艳, 等. 非饱和原状土的弹塑性损伤本构模型[J]. 北京交通大学学报, 2010, **34**(1): 78 - 82. (JIN Xu, ZHAO Cheng-gang, LIU Yan, et al. An elasto-plastic damage constitutive model of unsaturated natural soils[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2010, **34**(1): 78 - 82. (in Chinese))
- [11] 汤连生, 桑海涛, 宋 晶, 等. 非饱和花岗岩残积土粒间联结作用与脆弹塑性胶结损伤模型研究[J]. 岩土力学, 2013, **34**(10): 2877 - 2888. (TANG Lain-sheng, SANG Hai-tao, SONG Jing, et al. Research on soil particle joint function and brittle-elastoplastic cement damage model of unsaturated granite residual soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(10): 2877 - 2888. (in Chinese))
- [12] 沈珠江. 广义吸力和非饱和土的统一变形理论[J]. 岩土工程学报, 1996, **18**(2): 1 - 9. (SHEN Zhu-jiang. Generalized suction and unified deformation theory for unsaturated soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, **18**(2): 1 - 9. (in Chinese))
- [13] 刘 旭, 王兰民, 陈龙珠, 等. 基于微结构失稳假说及广义吸力理论的黄土体变模型[J]. 岩土力学, 2007, **28**(12): 2517 - 2523. (LIU Xu, WANG Lan-min, CHEN Long-zhu, et al. A volumetric model of loess based on microstructure instability and generalized suction theories[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(12): 2517 - 2523. (in Chinese))
- [14] SUN D A, SHENG D, XIANG L, et al. Elastoplastic prediction of hydro-mechanical behaviour of unsaturated soils under undrained conditions[J]. Computers and Geotechnics, 2008, **35**(6): 845 - 852.
- [15] UZUOKA R, UNNO T, SENTO N, et al. Effect of pore air pressure on cyclic behavior of unsaturated sandy soil[C]// The 6th International Conference on Unsaturated Soils. Sydney, 2014: 783 - 789.
- [16] ARMSTRONG P, FREDERICK C. A mathematical representation of the multiaxial bauschinger effect[R]. Berkeley: Berkeley Nuclear Laboratories, 1966.
- [17] ZHOU A N, SHENG D, SLOAN S W, et al. Interpretation of unsaturated soil behaviour in the stress-saturation space, I: Volume change and water retention behaviour[J]. Computers and Geotechnics, 2012, **43**: 178 - 187.
- [18] VAN GENUCHTEN M T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. Soil Science Society of America Journal, 1980, **44**(5): 892 - 898.
- [19] ZHOU A N, SHENG D, SLOAN S W, et al. Interpretation of unsaturated soil behaviour in the stress - saturation space, II: Constitutive relationships and validations[J]. Computers and Geotechnics, 2012, **43**: 111 - 123.
- [20] WHEELER S J. The undrained shear strength of soils containing large gas bubbles[J]. Géotechnique, 1988, **38**(3): 399 - 413.
- [21] OKA F, KODAKA T, SUZUKI H, et al. Experimental study on the behavior of unsaturated compacted silt under triaxial compression[J]. Soils and Foundations, 2010, **50**(1): 27 - 44.