

DOI: 10.11779/CJGE201702020

移动荷载下正交各向异性地基无限大板的动力响应

张春丽^{1, 2}, 王博¹, 祝彦知²

(1. 郑州大学水利与环境工程学院, 河南 郑州 450002; 2. 中原工学院建筑工程学院, 河南 郑州 450000)

摘要: 以薄板理论和弹性动力学理论为前提, 以位移分量为基本未知量, 建立了直角坐标系下的移动谐振荷载作用下正交各向异性地基上覆无限大弹性板的力学模型和动力微分方程; 然后用坐标变换和 Fourier 积分变换, 且引入边界条件, 推导了移动荷载作用下无限大板的挠度和薄板与地基之间的接触应力的积分形式解。基于推导的理论方法, 编制了相应的计算程序, 并对薄板表面作用线性谐振荷载问题进行了算例分析, 验证了方法的正确性。最后, 对移动谐振荷载作用下公路路面板的动力响应进行了参数分析, 研究了土体参数、板参数、荷载速度、荷载频率对其影响规律。结果表明: 土体的各向异性、板厚、板的弹性模量、荷载移动的速度和振动频率对板动力响应影响很大。

关键词: 移动荷载; 正交各向异性地基; 弹性板; 动力响应; Fourier 变换

中图分类号: TU443 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2017)02-0352-07

作者简介: 张春丽(1979-), 女, 副教授, 博士研究生, 主要从事岩土和地下结构等方面的研究。E-mail: chunli168@163.com。

Dynamic response of infinite plate on orthotropic half-plane medium under moving loads

ZHANG Chun-li^{1, 2}, WANG Bo¹, ZHU Yan-zhi²

(1. College of Water Conservancy & Environmental Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450000, China; 2. School of Civil Engineering and Architecture, Zhongyuan University of Technology, Zhengzhou 450000, China)

Abstract: Based on the thin plate theory and the elastodynamics theory, the mechanical analysis model and the dynamic differential equations for the infinite elastic plate on orthotropic foundation under moving harmonic loads are established by taking the displacement component as the basic unknown quantity under the rectangular coordinate system. The initial and boundary conditions are introduced so that the integral forms of plate deflection and the contact stress between the plate and the foundation under moving loads are derived by means of the coordinate transformation and the Fourier integral transform. The calculation procedure is performed based on the derived theory method. The numerical results for the dynamic response of plates on orthotropic foundation are presented under harmonic vibrating strip moving loads, and the numerical solutions in time domain are achieved. The numerical examples show that the method is reasonable and feasible. Finally, the dynamic response parameters of highway pavement plate under moving harmonic loads are analyzed. The effects of soil parameters, board parameters, load speeds and load frequencies on the maximum and distribution of dynamic responses are investigated, and the characteristics of dynamic responses of the plate are studied. The results indicate that the orthotropic parameters of soil, thickness and elastic modulus of plate, load frequency and moving speed have a great influence on the dynamic responses of plate.

Key words: moving load; orthotropic foundation; elastic plate; dynamic response; Fourier transform

0 引言

移动荷载作用下, 正交各向异性地基上覆无限大板的动力响应计算在实际工程计算中有一定的实践意义和理论价值。比如在刚性路面的计算分析中, 常把作用在路面板上的荷载假定为静力荷载。实际上, 当车辆正常行驶时, 板所承受的荷载为匀速移动荷载。对于此种情况下板和地基动态响应的研究是必要的。

针对弹性地基上板的动力响应, 国内外进行了一定的研究。文献[1~3]分别用变分法、级数解法、振型叠加法讨论了 Winkler 地基上弹性地基矩形板的振动或

基金项目: 河南省高等学校青年骨干教师资助计划项目(2015GGJS-277); 河南省科技攻关项目(082102360056); 郑州市科技攻关计划项目(10PTGG382-2)

收稿日期: 2015-11-18

动力响应问题。文献[4~12]通过积分变换方法研究了移动荷载作用下 Winkler 地基上无限大板的动力响应问题。鉴于温克勒地基模型与实际地基模型存在较大差异, 而弹性半空间地基模型不仅可以反映荷载作用范围内土体的沉降变形, 也能反映荷载作用范围外土体的位移。文献[13]采用积分变换法获得了弹性半空间均质体在匀速移动荷载作用下的动力响应。文献[14~16]得到了动荷载作用下弹性半空间地基上无限长大板挠度等解。地基土体在沉积的过程中具有明显的各向异性, 另外加筋土也具有明显的各向异性^[17], 但是对于正交各向异性地基上无限大板的动力响应尚未见报道。本文在以上研究的基础上, 用积分变换的方法来求解弹性半空间正交各向异性地基上覆无限大薄板的动力响应问题, 给出了移动谐振荷载作用下无限大板任一点的挠度以及板与地基之间的接触应力的积分形式解, 并研究了土体参数、板参数、荷载速度、频率不同对板动力响应的影响。

1 力学模型及方程的建立

1.1 力学模型

假设薄板受横向荷载

$$q(x_1, t) = \begin{cases} q_0 e^{i\omega t} & (|x_1 - ct| \leq b) \\ 0 & (\text{其他}) \end{cases}$$

以速度 c 沿 x_1 轴正向移动, 在板底必有地基反力 $p(x_1, t)$, 根据作用力与反作用力定律, 在地基表面同样作用有作用力 $p(x_1, t)$, 且方向相反, 如图 1 所示。

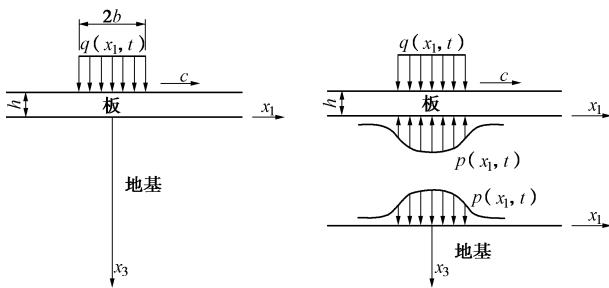


图 1 半空间上弹性板的力学模型

Fig. 1 Mechanical model for elastic plate on half space

1.2 基本方程

弹性地基板一般符合弹性薄板小挠度的 3 个基本假设^[18], 弹性地基上弹性地基板在动力荷载作用下的运动微分方程:

$$D \frac{\partial^4 w_1}{\partial x_1^4} + m \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} = q - p \quad , \quad (1)$$

式中, $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ 为弹性板的抗弯刚度, E , μ , h 为板的弹性模量、泊松比和厚度, m 为无限大平板单位面积内的质量, w_1 为地基上薄板的挠度。

路基的土体一般处于平面应变状态^[18], 对于正交各向异性弹性地基上作用动荷载的平面应变问题有

$$\left. \begin{aligned} c_{11} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + (c_{13} + c_{55}) \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_3} + c_{55} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} &= \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} , \\ c_{55} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + (c_{13} + c_{55}) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_3} + c_{33} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} &= \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} , \end{aligned} \right\} \quad (2a)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{x_1} &= c_{11} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + c_{13} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} , \\ \sigma_{x_3} &= c_{13} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + c_{33} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} , \\ \tau_{x_3 x_1} &= c_{55} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) , \end{aligned} \right\} \quad (2b)$$

式中, $c_{11} \sim c_{55}$ 为地基的弹性常数, u_1 , u_3 为分别沿 x_1 和 x_3 方向的土体位移, ρ 为土体密度, σ_{x_1} , σ_{x_3} , $\tau_{x_3 x_1}$ 为土体应力分量。

根据文献[6], 引入移动坐标系 $x = x_1 - ct$, $z = x_3$, 得

$$u_1(x_1 - ct, x_3, t) = U_1(x, z, t) = u_x(x, z) e^{i\omega t} \quad , \quad (3a)$$

$$u_3(x_1 - ct, x_3, t) = U_3(x, z, t) = u_z(x, z) e^{i\omega t} \quad , \quad (3b)$$

$$w_1(x_1 - ct, t) = W_1(x, t) = w(x) e^{i\omega t} \quad , \quad (3c)$$

$$q(x_1 - ct, t) = q(x) e^{i\omega t} \quad , \quad (3d)$$

$$p(x_1 - ct, t) = p(x) e^{i\omega t} \quad . \quad (3e)$$

则方程 (1)、(2) 分别变为

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m \left(c^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2i\omega c \frac{\partial w}{\partial x} - \omega^2 w \right) = q(x) - p(x) \quad , \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} c_{11} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + (c_{13} + c_{55}) \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z} + c_{55} \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} &= \rho \left(c^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} - 2i\omega c \frac{\partial u_x}{\partial x} - \omega^2 u_x \right) , \\ c_{55} \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + (c_{13} + c_{55}) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial z} + c_{33} \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} &= \rho \left(c^2 \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} - 2i\omega c \frac{\partial u_z}{\partial x} - \omega^2 u_z \right) , \end{aligned} \right\} \quad (5a)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= c_{11} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{13} \frac{\partial u_z}{\partial z} , \\ \sigma_z &= c_{13} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{33} \frac{\partial u_z}{\partial z} , \\ \tau_{zx} &= c_{55} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) , \end{aligned} \right\} \quad (5b)$$

式中, u_x , u_z 为分别沿 x 和 z 方向的土体位移, σ_x , σ_z , τ_{zx} 为土体应力分量。

弹性地基半空间表面边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \lim_{|x| \rightarrow \infty} u_x(x, z, t) &= 0 , \\ \lim_{|x| \rightarrow \infty} u_z(x, z, t) &= 0 , \\ \lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{\partial u_x(x, z, t)}{\partial x} &= 0 , \\ \lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{\partial u_z(x, z, t)}{\partial x} &= 0 . \end{aligned} \right\} \quad (6a)$$

当板置于地基上并与之共同工作时, 板底面与地基表面的垂直位移相同, 同时板与地基光滑接触^[19]。则有应力和变形协调边界条件:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_z(x, 0, t) = -p(x)e^{i\omega t}, \\ \tau_{zx}(x, 0, t) = 0, \\ u_z(x, 0, t) = w(x, t). \end{array} \right\} \quad (6b)$$

2 求解方程

采用 Fourier 变换, 定义如下

$$\bar{f}(\xi, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, z) e^{-i\xi x} dx. \quad (7)$$

对板的动力方程式 (4) 做 Fourier 变换可得

$$\bar{w} = \frac{\bar{q} - \bar{p}}{D\xi^4 + m(-c^2\xi^2 + 2\omega c\xi - \omega^2)}. \quad (8)$$

为了求解板的挠度 $w(x, t)$, 必须建立未知反力 $p(x, t)$ 和 $w(x, t)$ 之间关系的辅助方程。

对弹性半空间体的动力方程式 (5a) 同样做 Fourier 变换, 并改写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \begin{bmatrix} \bar{u}_x \\ \bar{u}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_{12} \\ B_{12} & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} \bar{u}_x \\ \bar{u}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & 0 \\ 0 & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_x \\ \bar{u}_z \end{bmatrix} = 0, \quad (9)$$

式中, $A_{11} = -c_{55}$, $B_{12} = -(c_{13} + c_{55})i\xi$, $A_{22} = -c_{33}$, $D_{11} = c_{11}\xi^2 + \rho(-c^2\xi^2 + 2\omega c\xi - \omega^2)$, $D_{22} = c_{55}\xi^2 + \rho(-c^2\xi^2 + 2\omega c\xi - \omega^2)$ 。

设方程 (9) 的解为 $\begin{bmatrix} \bar{u}_x \\ \bar{u}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} e^{\lambda z}$, 并代入方程

(9) 得特征方程:

$$a_1\lambda^4 + a_2\lambda^2 + a_3 = 0, \quad (10)$$

式中, $a_1 = A_{11}A_{22}$, $a_2 = A_{11}D_{22} + A_{22}D_{11} - B_{12}^2$, $a_3 = D_{11}D_{22}$ 。

特征方程 (10) 为复系数一元四次方程, 其 4 个根分别为 $\pm\lambda_1$, $\pm\lambda_2$, λ_j 为实部不小于零的复数, 即 $\text{Re}[\lambda_j] \geq 0, (j=1, 2)$, λ_j 可表示为

$$\lambda^2 = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_1a_3}}{2a_1}. \quad (11)$$

λ_1^2 , λ_2^2 是两个不相等的复数, 则矩阵方程 (9) 的解为

$$\left. \begin{array}{l} \bar{u}_x = \sum_{j=1}^2 \alpha_j (E_j e^{\lambda_j z} - F_j e^{-\lambda_j z}), \\ \bar{u}_z = \sum_{j=1}^2 (E_j e^{\lambda_j z} + F_j e^{-\lambda_j z}), \end{array} \right\} \quad (12)$$

式中, $\alpha_j = -\frac{A_{22}\lambda_j^2 + D_{22}}{B_{12}\lambda_j}$ 。

对于 $z \geq 0$ 的正交各向异性半空间的动力分析问题, 波动呈衰减型, 即 $\lim_{|z| \rightarrow \infty} u_x(x, z, t) = 0$, $\lim_{|z| \rightarrow \infty} u_z(x, z, t) = 0$ 。因此, 动荷载作用下正交各向异性介质的应力分量和位移分量积分形式一般解中的 $E_j = 0$, 则式 (12) 变为

$$\left. \begin{array}{l} \bar{u}_x = -\sum_{j=1}^2 \alpha_j F_j e^{-\lambda_j z}, \\ \bar{u}_z = \sum_{j=1}^2 F_j e^{-\lambda_j z}. \end{array} \right\} \quad (13)$$

对方程 (5b) 的应力分量做 Fourier 变换, 并将式 (13) 代入得

$$\left. \begin{array}{l} \bar{\sigma}_x = -c_{11}i\xi \sum_{j=1}^2 \alpha_j F_j e^{-\lambda_j z} - c_{13} \sum_{j=1}^2 \lambda_j F_j e^{-\lambda_j z}, \\ \bar{\sigma}_z = -c_{13}i\xi \sum_{j=1}^2 \alpha_j F_j e^{-\lambda_j z} - c_{33} \sum_{j=1}^2 \lambda_j F_j e^{-\lambda_j z}, \\ \bar{\tau}_{zx} = c_{55} \left(\sum_{j=1}^2 \alpha_j \lambda_j F_j e^{-\lambda_j z} + i\xi \sum_{j=1}^2 F_j e^{-\lambda_j z} \right). \end{array} \right\} \quad (14)$$

对边界条件 (6b) 做 Fourier 变换, 代入式 (14) 可以求出系数 F_j :

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = \frac{-\bar{p}(\alpha_2\lambda_2 + i\xi)}{\Delta}, \\ F_2 = \frac{\bar{p}(\alpha_1\lambda_1 + i\xi)}{\Delta}, \end{array} \right\} \quad (15)$$

式中, $\Delta = -(c_{13}i\xi\alpha_1 + c_{33}\lambda_1)(\alpha_2\lambda_2 + i\xi) + (c_{13}i\xi\alpha_2 + c_{33}\lambda_2)(\alpha_1\lambda_1 + i\xi)$ 。

把式 (15) 代入式 (13) 得到地基的竖向位移为

$$\bar{u}_z = \frac{\bar{p}}{\Delta} [-(\alpha_2\lambda_2 + i\xi)e^{-\lambda_2 z} + (\alpha_1\lambda_1 + i\xi)e^{-\lambda_1 z}]. \quad (16)$$

把式 (8)、(16) 带入位移边界条件 (6b), 推出地基反力即接触应力的大小为

$$\bar{p} = \bar{q} \left/ \left\{ 1 + \frac{D\xi^4 + m(-c^2\xi^2 + 2\omega c\xi - \omega^2)}{\Delta} \right. \right. \left. \left. [-(\alpha_2\lambda_2 + i\xi) + (\alpha_1\lambda_1 + i\xi)] \right\} \right. \quad (17)$$

板挠度为

$$\bar{w} = \bar{q} \left/ \left\{ D\xi^4 + m(-c^2\xi^2 + 2\omega c\xi - \omega^2) + \frac{\Delta}{[-(\alpha_2\lambda_2 + i\xi) + (\alpha_1\lambda_1 + i\xi)]} \right\} \right. \quad (18)$$

对作用在薄板上的荷载做 Fourier 变换得 $\bar{q} = \frac{2q_0 e^{i\omega t}}{\xi} \sin(\xi b)$, 带入式 (17)、(18), 并进行 Fourier 逆变换即可求得弹性板中任一点的挠度和薄板与地基之间的接触应力的积分形式解。

$$w = \frac{q_0 e^{i\omega t}}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\xi} \left\{ \sin(\xi b) \left/ \left\{ D\xi^4 + m(-c^2 \xi^2 + 2\omega c \xi - \omega^2) + \frac{\Delta}{[-(\alpha_2 \lambda_2 + i\xi) + (\alpha_1 \lambda_1 + i\xi)]} \right\} \right. \right\} e^{i\xi x} d\xi, \quad (19)$$

$$p = \frac{q_0 e^{i\omega t}}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\xi} \left\{ \sin(\xi b) \left/ \left\{ 1 + \frac{D\xi^4 + m(-c^2 \xi^2 + 2\omega c \xi - \omega^2)}{\Delta} \right\} \right. \right\} e^{i\xi x} d\xi. \quad (20)$$

3 算例分析

取薄板参数为零, 采用文献[20]的荷载和土体参数, 把本文模型退化为文献[20]相同的情况。根据本文原理和快速傅立叶变换理论^[21]采用 MATLAB 软件进行数值计算分析, 得到结果如图 2 所示, 图中 $|u_z|/b$ 为无量纲竖向位移幅值, 横坐标 x/b 为距荷载中心点无量纲距离。本文退化后得到的土体表面竖向位移与文献[20]吻合较好, 验证了此方法的正确性。

以移动谐振荷载作用下某公路路面板动力响应分析为例, 算例模型如图 1 所示, 运用本文的原理进行数值计算分析。板弹性模量 3.0×10^{10} Pa, 泊松比 0.15, 板厚 0.25 m, 密度 2400 kg/m^3 , 作用在板上的荷载半长度 $b=0.075$ m, 峰值 $q_0=100 \text{ kN/m}^2$, 荷载频率 $f=16$ Hz, 移动速度 $c=20$ m/s。土体参数: $E_x=4$ MPa, $\mu_{xy}=0.15$, $G_{zx}=1.5$ MPa, $\rho=1815 \text{ kg/m}^3$ 。引入描述土体正交各向异性参数之间的比例系数 k_m ($m=1, 2, 3, 4$), 令 $E_y=k_1 E_x$, $E_z=k_2 E_x$, $\mu_{xz}=k_3 \mu_{xy}$, $\mu_{yz}=k_4 \mu_{xy}$, 调节参数 k_m , 得到不同介质异性。当 $k_m=1$ 时, 土体为各向同性。其中, E_i 为 i 方向弹性模量, μ_{ij} 为 i 方向作用拉(压)应力引起 j 方向缩(伸)的泊松比, G_{ij} 为 i, j 坐标轴间的剪切模量。弹性系数 $c_{11} \sim c_{55}$ 和 E_i , μ_{ij} , G_{ij} 之间的关系见文献[22]。

μ_{ij} 本身变化不大, 它对计算结果的影响很小^[19], 故本文仅考虑 E_i 的变化对板位移的影响。图 3 为给出 $k_2=0.7$, $k_3=2$, $k_4=8/3$, 仅改变 k_1 时的板位移图, 其中 $k_m=1$ 的图形为各向同性土体上无限大板的变形。从图 3 可以看出土体的各向异性对板表面位移的影响很大, 各向同性土体上板的位移偏小并且趋于平缓, 随着 k_1 的增加, 板位移增大, 但是增加幅度很小, 可以忽略不计, 特别当 $k_1=2.5$ 和 12.5 的板变形曲线几乎重合, 表明土体 y 向的弹性模量 E_y 对板位移的影响甚微。图 4 给出 $k_1=1.25$, $k_3=2$, $k_4=8/3$, 仅改变 k_2 时的板位移图, 随着 k_2 的增加板最大位移减小。如果板的变形过大, 可以适当增加土体 z 向的弹性模量 E_z , 改变 E_y 则效果不明显。

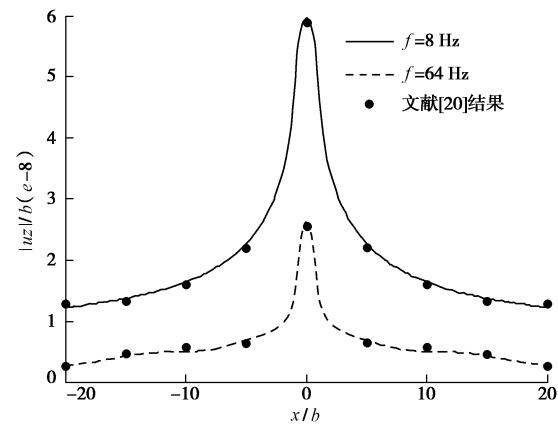


图 2 计算结果比较

Fig. 2 Comparisons of calculated results

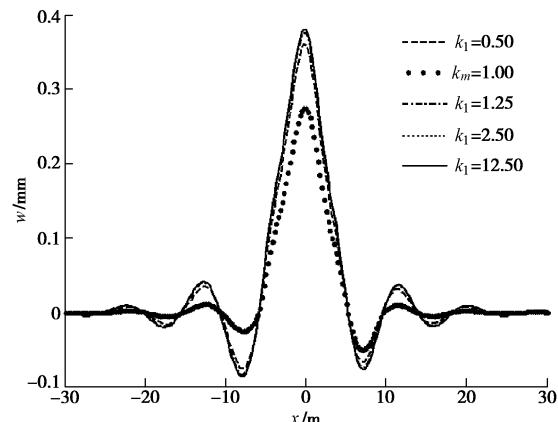


图 3 土体不同 E_y 时板的变形图

Fig. 3 Deformation curves of plate due to different E_y

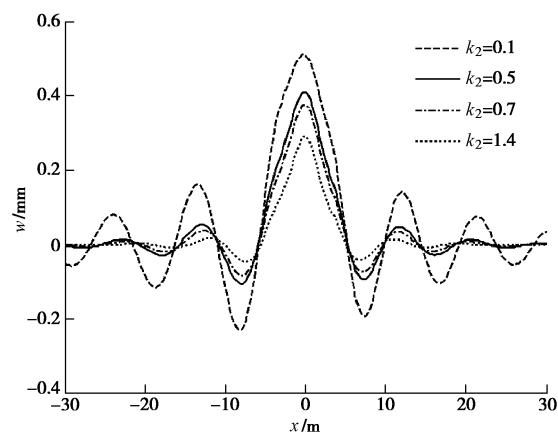


图 4 土体不同 E_z 时板的变形图

Fig. 4 Deformation curves of plate due to different E_z

图 5~12 的分析均以土体正交各向异性参数之间的比例系数为 $k_1=1.25$, $k_2=0.7$, $k_3=2$, $k_4=8/3$ 的基础进行的。图 5, 6 分别为 $t=0$ 时刻不同板厚时板的变形和板地基接触应力计算结果。从图中可以看出, 板厚对板的变形和接触应力影响很大, 随着板厚的增大, 板的最大位移和接触应力变小, 且波动幅度和波动频

率减小。结果表明在实际工程中,选取适当的板厚对减小板的变形和接触应力有很重要的作用。

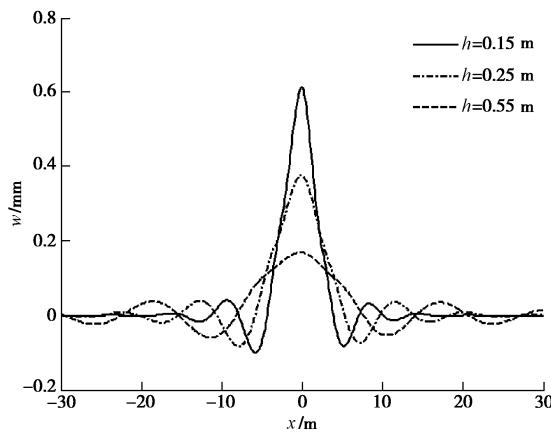


图 5 不同板厚时板的变形

Fig. 5 Deformation curves of plate due to different plate thicknesses

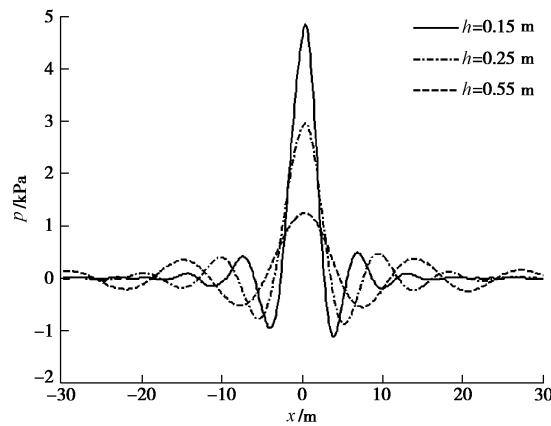


图 6 不同板厚时板和地基的接触应力图形

Fig. 6 Curves of contact stress between plate and foundation due to different plate thicknesses

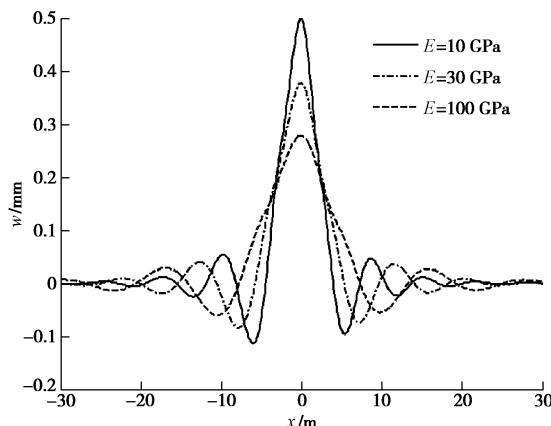


图 7 不同板弹性模量时板的变形

Fig. 7 Deformation curves of plate due to different elastic modulus of plate

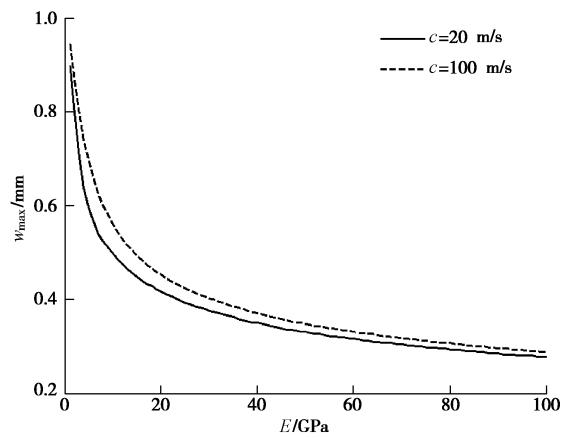


图 8 板弹性模量对板最大位移的影响

Fig. 8 Influences of elastic modulus of plate on its maximum displacement

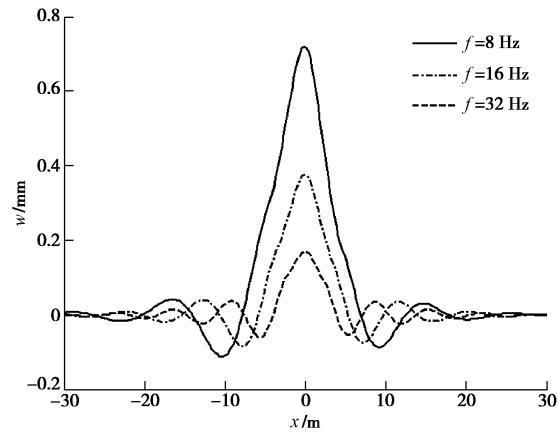


图 9 不同荷载频率时板的变形

Fig. 9 Plate deformation curves due to different load frequencies

图 7 给出不同板弹性模量的位移图,随着板弹性模量的增大,板位移的波动幅度减小,波动频率减小。图 8 反映了不同荷载速度时板弹性模量对板最大位移的影响,板的最大位移随板弹性模量的增大而变小,表明如果板的变形过大,可以适当的增大板弹性模量。

图 9 给出了 $c=20 \text{ m/s}$ 和不同频率荷载时的板变形图,可以看出随着频率的增大,板位移的波动幅度减小,波动频率增大,此时变形滞后性不明显。图 10 给出了两种速度下荷载频率在 $4 \sim 40 \text{ Hz}$ 范围内变化时的板最大位移图,可以看出板最大位移随频率的增大而减小,随速度的增大而增大,但速度对板最大位移的影响很小。

图 11 给出了不同荷载移动速度时板的变形图。从图 11 可以看出速度对板的变形曲线有一定影响, $c=0$ 时板位移关于荷载作用的中心点对称;随着速度的增大,板变形波动幅度增大,波动频率减小,变形滞后性越明显。图 12 给出了两种频率下荷载移动速度对板的最大位移的影响,从图中可以看出结构的临界

速度随频率的增大而增大, 当荷载移动速度小于结构临界速度时, 板最大位移随速度的增加而变大, 但当荷载移动速度大于结构临界速度时, 板最大位移随速度的增加而变小。

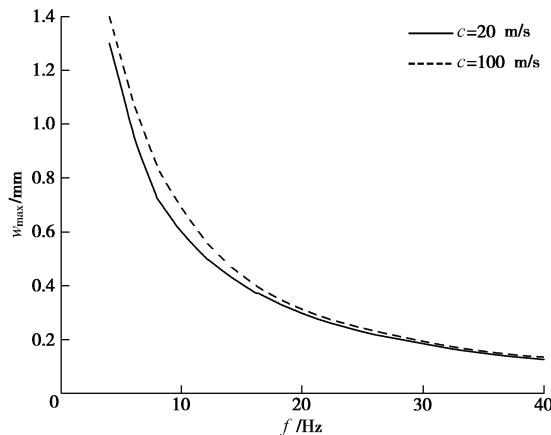


图 10 荷载频率对板最大位移的影响

Fig. 10 Influences of load frequency on maximum displacement of plate

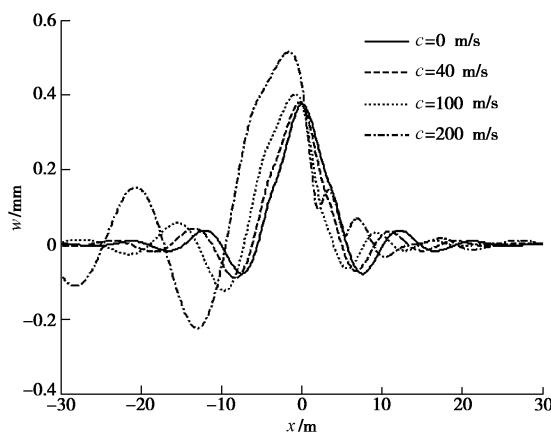


图 11 不同荷载移动速度时板的变形

Fig. 11 Deformation curves of plate due to different moving speeds of load

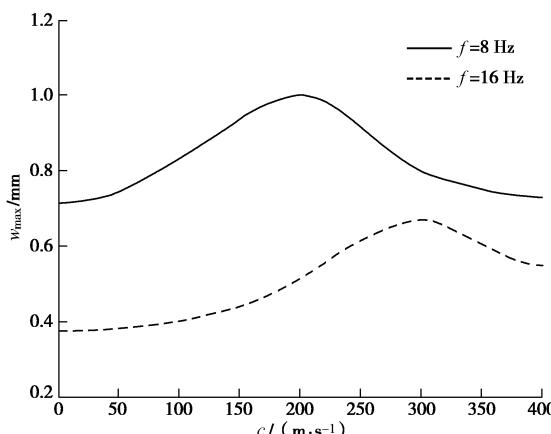


图 12 荷载移动速度对板的最大位移的影响

Fig. 12 Influences of moving speed of load on maximum displacement of plate

4 结语

本文研究了直角坐标系下移动谐振荷载作用下正交各向异性地基上覆无限大弹性板的动力响应问题, 得到了无限大板的挠度和板与地基之间的接触应力的积分形式解。并进行了数值分析, 结果表明: ①土体的各向异性对板位移影响很大, 土体 y 向的弹性模量 E_y 对板位移的影响甚微, 而随着土体 z 向的弹性模量 E_z 的增大, 板的最大位移减小。②在移动谐振荷载作用下, 板出现明显的波动现象。随着荷载频率的增大, 板的最大位移减小, 板位移的波动幅度减小, 波动频率增大。③板厚对板的变形和接触应力影响很大, 随着板厚的增大, 板的最大位移和接触应力变小, 且波动幅度和波动频率减小。④随着板弹性模量的增大, 板的最大位移变小, 且板位移波动幅度和频率减小。⑤结构的临界速度随频率的增大而增大, 当荷载移动速度小于结构临界速度时, 随着荷载移动速度的增大, 板最大位移变大且波动幅度增大, 波动频率减小, 变形滞后性越明显。本文推导的理论和分析方法为路面的动力分析研究提供了一定的理论基础。

参考文献:

- [1] 成祥生. 弹性地基板由运动荷载引起的动力反应[J]. 应用数学和力学, 1987, 8(4): 347 - 356. (CHENG Xiang-sheng. Dynamic response of plates on elastic foundations due to moving loads[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1987, 8(4): 347 - 356. (in Chinese))
- [2] 祝彦知, 程楠, 薛保亮. 四种粘弹性地基上弹性地基板的自由振动解[J]. 强度与环境, 2001, 3: 31 - 41. (ZHU Yan-zhi, CHENG Nan, XUE Bao-liang. Free vibration analysis of elastic plate on viscoelastic foundation[J]. Structure & Environment Engineering, 2001, 3: 31 - 41. (in Chinese))
- [3] 郑小平, 王尚文. 运动载荷作用下弹性地基简支矩形板的动力响应分析[J]. 航空学报, 1989, 10(10): B557 - B560. (ZHENG Xiao-ping, WANG Shang-wen. Dynamic Analysis of simply supported rectangular plates on an elastic foundation under moving loads[J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 1989, 10(10): B557 - B560. (in Chinese))
- [4] 黄晓明, 邓学钧. 文克勒地基上板在动荷下的挠度计算方法[J]. 东南大学学报, 1989, 19(6): 55 - 60. (HUANG Xiao-ming, DENG Xue-jun. Calculation method of plate on Winkler foundation under transient load[J]. Journal of Southeast University, 1989, 19(6): 55 - 60. (in Chinese))

- [5] 孙 璐, 邓学钧. 运动负荷下粘弹性 Kelvin 地基上无限大板的稳态响应[J]. 岩土工程学报, 1997, **19**(2): 14 - 22. (SUN Lu, DENG Xue-jun. Steady response of infinite plate on viscoelastic Kelvin foundation to moving load[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, **19**(2): 14 - 22. (in Chinese))
- [6] 孙 璐, 邓学钧. 运动分布荷载作用下弹性地基上无限大板瞬态响应[J]. 应用力学学报, 1997, **14**(2): 72 - 78. (SUN Lu, DENG Xue-jun. Transient response for infinite plate on Winkler foundation by a moving distributed load[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 1997, **14**(2): 72 - 78. (in Chinese))
- [7] 孙 璐, 邓学钧. 弹性基础无限大板对移动荷载的响应[J]. 力学学报, 1996, **28**(6): 756 - 760. (SUN Lu, DENG Xue-jun. General theory for steady dynamic problem of infinite plate on an elastic foundation[J]. Acta Mechanica Sinica, 1996, **28**(6): 756 - 760. (in Chinese))
- [8] KIM S M, ROESSET J M. Moving loads on a plate on elastic foundation[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1998, **124**(9): 1010 - 1017.
- [9] KIM S M, MCCULLOUGH B F. Dynamic response of plate on viscous Winkler foundation to moving loads of varying amplitude [J]. Engineering Structures, 2003, **25**(9): 1179 - 1188.
- [10] 蒋建群, 周华飞, 张土乔. 移动荷载下 Kelvin 地基上无限大板的稳态响应[J]. 浙江大学学报(工学版), 2005, **39**(1): 27 - 32. (JIANG Jian-qun, ZHOU Hua-fei, ZHANG Tu-qiao. Steady-state response of infinite plate on Kelvin foundation subjected to moving loads[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2005, **39**(1): 27 - 32. (in Chinese))
- [11] 颜可珍, 夏唐代. 运动荷载下 Kelvin 地基板的动力响应分析[J]. 振动与冲击, 2008, **27**(11): 163 - 167. (YAN Ke-zhen, XIA Tang-dai. Dynamic response of plate on Kelvin foundation subjected to moving load[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, **27**(11): 163 - 167. (in Chinese))
- [12] 侯 芸, 孙四平, 郭忠印. 移动荷载下刚性路面响应的参数影响分析[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2003, **31**(1): 31 - 35. (HOU Yun, SUN Si-ping, GUO Zhong-yin. Dynamic response sensitivity analysis of plate on elastic foundation subjected to moving point loads[J]. Journal of Tongji University, 2003, **31**(1): 31 - 35. (in Chinese))
- [13] EASON G. The Stresses produced in a semi-infinite solid by a moving surface force[J]. International Journal of Engineering Science, 1965, **2**(6): 581 - 609.
- [14] 房营光. 移动载荷作用下横观各向同性地基上无限板的动力响应[J]. 广东工学院学报, 1992, **9**(2): 33 - 39. (FANG Ying-guang. Dynamic response of an infinite plate resting on a transversely isotropic half space to moving load[J]. Journal of Guangzhou Institute of Technology, 1992, **9**(2): 33 - 39. (in Chinese))
- [15] 黄晓明, 邓学钧. 弹性半空间地基板在动荷作用下的力学分析[J]. 岩土工程学报, 1991, **13**(4): 66 - 70. (HUANG Xiao-ming, DENG Xue-jun. The mechanical analysis of plate based on elastic half-space under dynamic load[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1991, **13**(4): 66 - 70. (in Chinese))
- [16] 郭晶晶. 不同弹性地基板的力学响应分析[J]. 交通科技, 2015, **2**: 87 - 89. (GUO Jing-jing. Mechanical response analysis of different elastic foundation plate[J]. Transportation Science & Technology. 2015, **2**: 87 - 89. (in Chinese))
- [17] 张孟喜. 考虑各向异性的加筋土挡墙三维分析[J]. 铁道学报, 1993, **15**(3): 84 - 89. (ZHANG Meng-xi. 3-D analysis of reinforced earth retaining walls with anisotropy[J]. Journal of the China Railway Society, 1993, **15**(3): 84 - 89. (in Chinese))
- [18] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 4 版. 北京: 高等教育出版社, 2006. (XU Zhi-Lun. Elasticity[M]. 4th ed. Beijing: Higher Education Press, 2006. (in Chinese))
- [19] 朱照宏, 王秉纲, 郭大智. 路面力学计算[M]. 北京: 人民交通出版社, 1985. (ZHU Zhao-hong, WANG Bing-gang, GUO Da-zhi. Pavement mechanical analysis[M]. Beijing: China Communications Press, 1985. (in Chinese))
- [20] LEFEUVE-MESGOUÉZ G, LE HOUÉDEC D, PEPLOW A T. Ground vibration in the vicinity of a high-speed moving harmonic strip load[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, **231**(5): 1289 - 1309.
- [21] BRIGHAM E O. The fast fourier transform[M]. NJ: Prentice-Hall, 1974.
- [22] 张晓霞, 周柏卓. 正交各向异性材料弹性本构关系分析[J]. 航空发动机, 1997, **23**(1): 20 - 25. (ZHANG Xiao-xia, ZHOU Bo-zhuo. Orthogonal anisotropic elastic constitutive relation analysis[J]. Aeroengine, 1997, **23**(1): 20 - 25. (in Chinese))