

DOI: 10.11779/CJGE201702019

层状横观各向同性地基中埋置刚性基础的平面外动力刚度系数

巴振宁^{1, 2}, 梁建文^{*1, 2}, 胡黎明¹

(1. 天津大学土木工程系, 天津 300072; 2. 滨海土木工程结构与新材料教育部重点实验室, 天津 300072)

摘要: 采用间接边界元方法 (IBEM) 求解了层状横观各向同性 (TI) 地基中埋置刚性基础的平面外动力刚度系数。首先将层状 TI 地基与埋置刚性基础的交界面采用线边界单元离散, 然后求解层状 TI 半空间中斜线均布荷载动力格林影响函数, 最后由刚性基础与层状 TI 地基确立的混合边界条件求得动力刚度系数。通过与各向同性地基中基础动力刚度系数的比较验证了方法的正确性, 进而以均质 TI 地基、单一 TI 土层地基和多 TI 土层地基中埋置刚性基础模型为例进行了数值计算分析, 讨论了土体的 TI 性质对动力刚度系数的影响。研究表明层状 TI 地基与均质 TI 地基中埋置基础的动力刚度系数有着本质的差异; 单一 TI 土层地基中基础动力刚度系数的峰值频率由 TI 土层的竖向剪切模量决定, 而峰值则由水平剪切模量决定; 多 TI 土层地基中基础的动力刚度系数与其等效单一 TI 土层地基中基础的动力刚度系数亦有着显著的差异, 且这种差异又与土层的排列次序有关。

关键词: 层状 TI 地基; 动力刚度系数; 埋置基础; 格林函数; 间接边界元方法

中图分类号: TU43 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 4548(2017)02 - 0343 - 09

作者简介: 巴振宁 (1980 -), 男, 副教授, 博士, 主要从事地震工程研究。E-mail: bazhenning_001@163.com。

Anti-plane dynamic stiffness coefficient of a rigid foundation embedded in a multi-layered TI ground

BA Zhen-ning^{1, 2}, LIANG Jian-wen^{1, 2}, HU Li-ming¹

(1. Department of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. Key Laboratory of Coastal Structures in Civil Engineering and Safety of Ministry of Education, Tianjin 300072, China)

Abstract: The anti-plane dynamic stiffness coefficient of a rigid foundation embedded in a multi-layered transversely isotropic (TI) ground is obtained by using the indirect boundary element method (IBEM). Firstly, the interface of the rigid foundation is discretized into line boundary elements. Then, the dynamic Green's functions for uniformly distributed loads acting on an inclined line are solved. Finally, the dynamic stiffness coefficient of the rigid foundation is determined through the mixed boundary conditions between the foundation and the layered TI foundation. The accuracy of the method is verified by comparing results with the dynamic stiffness coefficients of rigid foundation embedded in an isotropic foundation. The rigid foundations embedded in a uniform TI foundation, in a single TI layer foundation and also in a multi-layered TI foundation are numerically calculated, and the effects of TI parameters on the dynamic stiffness coefficient are studied. The numerical results show that the dynamic stiffness coefficient in the layered TI foundation is significantly different from that in the uniform TI foundation. For the single layered TI foundation, the peak frequency of the dynamic stiffness coefficient is determined by the shear modulus in the vertical direction, while the peak value is determined by the shear modulus in the horizontal direction. The dynamic stiffness coefficient of the multi-layered foundation is obviously different from that of the single layered TI foundation, and these differences are in turn related to the ordering of the TI layers.

Key words: layered TI ground; dynamic stiffness coefficient; embedded foundation; Green's function; indirect boundary element method

0 引言

基础动力刚度系数的求解是机械振动以及结构—地基动力相互作用等问题中的核心, 是高层建筑、桥

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51578373, 51578372)

收稿日期: 2015 - 11 - 11

*通讯作者 (E-mail: Liang@tju.edu.cn)

梁和核电结构等动力设计中的重要内容。因而，半无限地基中基础的动力刚度系数问题一直是基础工程、地震工程和岩土工程中被关注的研究课题。

基础与地基动力相互作用研究始于 20 世纪 30 年代，至今已有近 80 多年的历史。Reissner^[1]于 1936 年发表了关于弹性半无限地基上圆盘基础受竖直向简谐荷载振动的文章，开创了基础与无限地基动力相互作用进入工程应用的先河。此后诸多学者研究了地基表面基础的动力刚度系数问题，包括均质半无限地基上表面基础动力刚度系数^[2-7]和层状半无限地基表面基础的动力刚度系数^[8-12]。另外，诸多学者也研究了埋置基础的动力刚度系数，包括弹性（黏弹性）地基中埋置基础动力刚度系数^[13-17]和饱和地基中埋置基础动力刚度系数^[18-20]。

值得指出的是，以上研究均限于各向同性地基，然而室内试验和实地测量均表明实际工程地基土存在不同程度的各向异性，且研究表明地基土的各向异性主要体现在水平和竖向弹性性质间的差异，将地基土视为横观各向同性 (TI) 介质较为复合实际情况^[21-22]。相对于各向同性情况，TI 地基中基础动力刚度系数的研究要少的多，Gazetas^[23]首次求得了层状半无限 TI 地基表面刚性条形基础的平面内动力刚度系数，并讨论了介质的 TI 参数对刚度系数的影响，但其在求解中将土体考虑为不可压缩的材料，与实际有一定的差距；Kirkner^[24]首次研究了均质半无限 TI 地基与圆盘基础的动力相互作用问题；吴大志等^[25]通过解析方法研究了均质 TI 饱和半无限地基上刚性圆板在简谐扭转荷载作用下的振动问题；Barros^[26]采用间接边界积分方程法研究了均质 TI 半无限地基中埋置圆柱基础的动力刚度系数；最近，Lin 等^[27]给出了层状 TI 半无限地基表面刚性条形基础的平面内动力刚度系数。可以看出，TI 地基中基础动力刚度系数的研究还很少，尤其是层状 TI 地基中埋置基础的动力刚度系数还鲜有研究。

本文综合考虑天然地基的成层特性和地基土的 TI 性质，采用间接边界元方法 (IBEM) 求解了层状 TI 地基中埋置刚性基础的平面外动力刚度系数。文中采用的 IBEM 以斜线均布荷载动力格林函数为基本解，具有无奇异性对复杂边界适应性良好的优点。文中通过与各向同性地基中埋置基础动力刚度系数的比较验证了方法的正确性，并以均质 TI 地基、单一 TI 土层地基和多 TI 土层地基中埋置刚性基础为例进行了数值计算分析，详细讨论了地基土的 TI 性质对动力刚度系数的影响，给出了一些有益的结论。

1 模型和计算方法

如图 1 所示，一任意形状刚性基础埋置于层状 TI

地基中，层状 TI 地基由 N 层水平 TI 土层和其下的 TI 基岩半空间组成。TI 土层由水平方向剪切模量 G_{hi}^L 、竖直方向的模量 G_{vi}^L 和滞阻尼比 ζ_i^L ($i=1 \sim N$) 确定，TI 基岩半空间由水平方向剪切模量 G_h^R 、竖直方向的模量 G_v^R 和滞阻尼比 ζ^R 确定，上标 L 和 R 分别代表土层和基岩半空间。刚性基础截面形状任意，但沿 y 轴方向无限延伸且截面形状保持不变，假定刚性基础与层状 TI 地基为刚接（不产生滑移），基础与地基的交界面为 S 。基础仅受平面外荷载 F_y 作用，求解的为埋置刚性基础的平面外动力刚度系数。

本文采用文献[27]提出的 IBEM 求解刚度系数。如图 1 所示，刚度系数求解的主要步骤包括：①将基础与层状 TI 地基的交界面 S 离散为线单元（单元数量由基础振动的频率确定）；②在边界单元上施加虚拟均匀布荷载，求解层状 TI 地基在斜线荷载作用下的位移和牵引力动力格林函数；③由混合边界条件求得埋置刚性基础的动力刚度系数。采用 IBEM 的核心是层状 TI 半空间中平面外均匀布斜线荷载动力格林影响函数，下面将首先对其进行介绍，然后给出平面外动力刚度系数的求解过程。

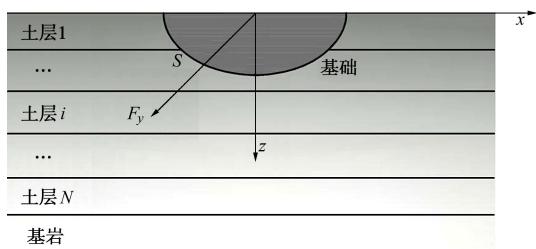


图 1 层状 TI 半空间中埋置刚性基础模型

Fig. 1 Model of rigid foundation embedded in a layered TI ground

1.1 层状 TI 半空间中平面外均匀布斜线荷载动力格林函数

层状 TI 地基（半空间）中平面外斜线均匀布荷载动力格林函数是指，在层状 TI 半空间内部作用与水平面成夹角的平面外均匀布斜线荷载时，在层状 TI 半空间内部产生的位移和应力等动力响应。该格林函数由文献 [28] 首次给出，并被作为基本解形成 IBEM 方法，求解了层状 TI 半空间中凹陷地形对 SH 波的散射问题。由于，采用了均匀布荷载动力格林函数，克服了传统集中力源格林函数奇异性的不足，因而该 IBEM 方法具有无奇异性优点，荷载可以直接施加在真实边界上，因而该 IBEM 具有较高的精度且对复杂边界有着很好的适应性。

该斜线均匀布荷载动力格林函数的求解思路为：首先将空间域内的斜线均匀布荷载展开到波数域内；然后在荷载的上下边界处引入两虚拟界面，并将两虚拟界面固定，求得固定层（荷载作用层）内的动力响应和

固定端面反力(固定层内动力响应和固定端面反力又均包括特解和齐次解),进而反向施加固定端面反力于整个层状TI半空间,求得固定端面反力产生的动力响应(固定端面反力解);最后由逆变换叠加波数域中解答,求得空间域内解答,也即斜线均布荷载动力格林函数。这样,当点 $\mathbf{x}=(x,z)$ 位于固定层内时,动力响应包括固定层内解(特解和齐次解)和固定端面反力解,位移和牵引力(假定法线方向已知)的动力格林函数为

$$g_u(\mathbf{x}, \xi_l) = \int_{-\infty}^{\infty} [g_u^p(\mathbf{x}, \xi_l, k) + g_u^h(\mathbf{x}, \xi_l, k) + g_u^r(\mathbf{x}, \xi_l, k)] e^{-ikx} dk, \quad (1)$$

$$g_t(\mathbf{x}, \xi_l) = \int_{-\infty}^{\infty} [g_t^p(\mathbf{x}, \xi_l, k) + g_t^h(\mathbf{x}, \xi_l, k) + g_t^r(\mathbf{x}, \xi_l, k)] e^{-ikx} dk. \quad (2)$$

当 \mathbf{x} 位于固定层以外的其他层内时,动力响应仅包括固定端面反力解,位移和牵引力的动力格林函数为

$$g_u(\mathbf{x}, \xi_l) = \int_{-\infty}^{\infty} g_u^r(\mathbf{x}, \xi_l, k) e^{-ikx} dk, \quad (3)$$

$$g_t(\mathbf{x}, \xi_l) = \int_{-\infty}^{\infty} g_t^r(\mathbf{x}, \xi_l, k) e^{-ikx} dk, \quad (4)$$

式中, $g_u(\mathbf{x}, \xi_l)$ 和 $g_t(\mathbf{x}, \xi_l)$ 即分别为层状TI半空间中斜线均布荷载的位移和牵引力动力格林函数,表示在第 l 个单元(中点为 ξ_l)作用密度为 $q(\xi_l)$ 的斜线均布荷载时,在 \mathbf{x} 处产生的位移和牵引力,上标“p”表示固定层内特解,上标“h”表示固定层内齐次解,上标“r”表示固定端面反力解, k 为沿水平方向的波数。关于特解、齐次解和固定端面反力解的具体表达式可参考文献[28]。

求得动力格林函数后,TI层状地基内任意点 $\mathbf{x}=(x,z)$ 处总的位移和牵引力可表示为

$$v(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^K g_u(\mathbf{x}, \xi_l) q(\xi_l), \quad (5)$$

$$t_y(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^K g_t(\mathbf{x}, \xi_l) q(\xi_l), \quad (6)$$

式中, K 为总的线单元数,单元总数(单元尺寸)由TI层状地基内弹性波波长确定,以达到离散收敛的要求。式(5)、(6)可理解为由于基础运动产生的层状TI半空间内部的动力响应(散射波场),可通过在基础所有边界单元上施加均布荷载产生的动力响应之和来模拟。

1.2 埋置基础平面外动力刚度系数

由于地基与刚性基础完全刚接,地基边界 S 上各点的位移相同,且等于刚性基础的出平面位移 Δ (出平面荷载激励下基础只会产生出平面位移),地基边界 S 上各点的位移可表示为

$$v(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^K g_u(\mathbf{x}, \xi_l) q(\xi_l) = \Delta. \quad (7)$$

式(7)还可以写为

$$\sum_{l=1}^K g_u(\mathbf{x}, \xi_l) \frac{q(\xi_l)}{\Delta} = 1 = \sum_{l=1}^N g_u(\mathbf{x}, \xi_l) \Lambda_l, \quad (8)$$

式中, Λ_l ($l=1 \sim K$)表示基础产生单位位移时,需在第 l 个单元上施加的均布荷载密度。假定在地基边界 S 上的刚性接触边界条件在每个单元中点上独立满足,则由式(8),可得关于 Λ_1 , Λ_2 , \dots , Λ_K 的 K 个方程组成的方程组,求解该线性方程组,可求得 Λ_l ($l=1 \sim K$)。将 Λ_l 代入式(6)得

$$t_y(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^K g_t(\mathbf{x}, \xi_l) \Lambda_l \Delta, \quad (9)$$

对式(9)进行积分,可求得作用在基础上的合力为

$$F_y = \int_S t(\mathbf{x}) ds = \int_S \sum_{l=1}^K g_t(\mathbf{x}, \xi_l) \Lambda_l \Delta ds = K_{yy} \Delta. \quad (10)$$

式(10)表示的即为作用在基础上的力和位移的关系式,而 K_{yy} 为基础的动力刚度系数

$$K_{yy} = \int_S \sum_{l=1}^K g_t(\mathbf{x}, \xi_l) \Lambda_l ds. \quad (11)$$

式(11)可采用两点高斯积分完成积分求解:

$$K_{yy} = \sum_{m=1}^K \left[\sum_{l=1}^K g_t(\mathbf{x}_{m1}, \xi_l) \Lambda_l + \sum_{l=1}^K g_t(\mathbf{x}_{m2}, \xi_l) \Lambda_l \right] \frac{\Delta_m}{2}, \quad (12)$$

式中, \mathbf{x}_{m1} 和 \mathbf{x}_{m2} ($m=1 \sim K$)为第 m 个单元的两个高斯积分点, Δ_m 为第 m 个单元的单元长度。由式(12)可以看出,基础的刚度系数是地基和基础自身的性质,只与地基参数、基础的形状和激励频率有关,而与外部激励的存在形式无关。参考文献[15]处理方式,本文将 K_{yy} 可进一步写为

$$K_{yy} = k_{yy} + i(\omega a / \sqrt{(G_h + G_v)/2\rho}) c_{yy}, \quad (13)$$

其中, $k_{yy} = \text{Re}(K_{yy})$ 描述基础刚度性质,称为弹簧系数,而 $c_{yy} = \text{Im}(K_{yy})/\omega a / (\sqrt{(G_h + G_v)/2\rho})$ 描述基础阻尼性质,称为阻尼系数, a 为参考长度尺寸(在以下的计算中为基础的半宽)。 G_h 和 G_v 分别表示地基土的水平和竖向剪切模量, ρ 为地基土的密度。进一步可将刚度系数的实部(弹簧系数)和虚部(阻尼系数)无量纲化为

$$\left. \begin{aligned} k_{yy}^* &= 2k_{yy} / (G_h + G_v), \\ c_{yy}^* &= 2c_{yy} / (G_h + G_v). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

由于TI介质中,水平向与竖向的模量不同,本文采用 $(G_h + G_v)/2$ 等效各向同性介质情况的模量,并采用其对刚度系数的实部和虚部进行无量纲化。

2 方法验证

通过与文献[16]给出层状各向同性地基中埋置半圆基础动力刚度系数的比较来验证本文方法的正确性。本文方法在取水平向与竖向的剪切模量相等时

($G_h = G_v$), 即可退化为各向同性情况结果。图 2 给出了本文结果与文献[16]结果的比较。计算中, 基岩与土层的剪切波速比为 $c^R / c^L = 2.0$ (上标 R 和 L 分别表示基岩和土层), 土层厚度包括 $H/a=2.0$ 和 4.0 两种情况 (a 为基础的半宽), 土层和基岩半空间的阻尼比分别为 $\xi^L = 0.05$ 和 $\xi^R = 0.02$ 。从图 2 中可以看出, 本文结果与文献[16]结果完全吻合。

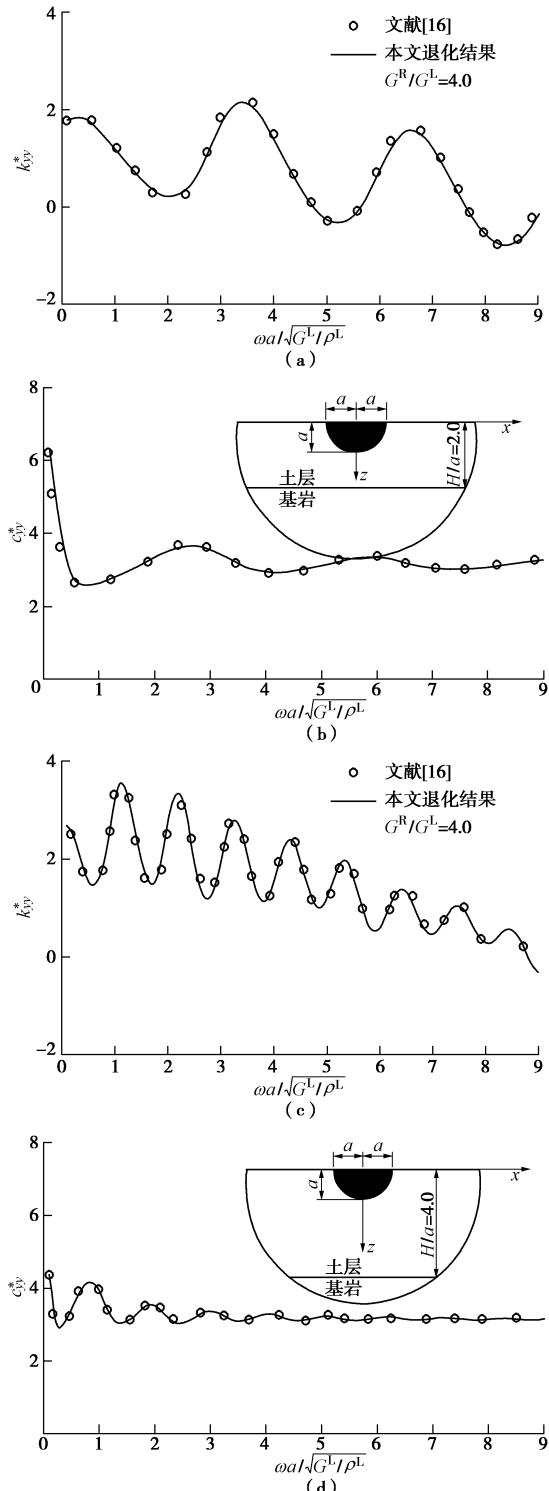


图 2 本文结果与文献[16]结果的比较

Fig. 2 Comparison of results by proposed method and Reference [16]

需要说明的是, 由式(12)知, 本文方法的精度取决于边界离散和逆变换。通过数值实验, 发现单元尺寸为 1/24 剪切波长时, 可保证单元离散的收敛性; 逆变换采用两点高斯数值积分完成, 依据振动频率的不同, 采用 200~400 的积分上限和 0.01~0.001 的密度保证积分的精度。

3 算例与分析

3.1 均质 TI 地基中埋置刚性基础动力刚度系数

以均质 TI 地基中半椭圆刚性基础为例, 图 3 给出了 TI 介质竖向与水平向剪切模量比值不同时, 基础的动力刚度系数。计算中取 TI 介质竖向与水平向剪切模量之比分别为 $G_v/G_h=0.5, 1.0$ 和 2.0 , 地基土的密度为 ρ , 地基土的阻尼比为 $\zeta=0.05$ 。为方便比较, 令竖向和水平向剪切模量之和 (G_v+G_h) 保持不变, 这样 $G_v/G_h=1.0$ 情况, 可认为是另外两种 TI 地基的各向同性等效。半椭圆基础深度与半宽的比值分别取为 $b/a=0.5, 1.0$ 和 2.0 , 其中 $b/a=1.0$ 表示半圆基础。图中刚度系数, 按式(13)分解为实部和虚部, 并按式(14)进行无量纲化后分别为 k_y^* 和 c_y^* , 同时为保持 3 种情况地基的振动频率一致, 无量纲频率定义为 $\omega a/\sqrt{(G_v+G_h)/2\rho}$ 。

从图 3 中可以看出, 地基土的 TI 参数(竖向和水平向剪切模量比值)对基础的动力刚度系数有着一定程度的影响, 且这种差异又依赖于基础的形状。当基础较浅 ($b/a=0.5$) 时, 竖向剪切模量较大的地基对应的刚度系数实部较小, 而另外两种地基情况刚度系数实部较为接近, 刚度系数虚部随着竖向剪切模量的增大逐渐增大; 当半圆基础 ($b/a=1.0$) 时, 两方向剪切模量不同的两种地基刚度系数实部完全重合且小于各向同性地基情况, 同时 3 种情况地基对应的刚度系数虚部几乎没有差异; 相反, 当基础较深 ($b/a=2.0$) 时, 竖向剪切模量较小的地基对应的刚度系数实部较小, 而另外两种地基情况刚度系数实部较为接近, 刚度系数虚部则随着竖向剪切模量的增大逐渐减小。另外, 从图 3 中还可以看出, 随着基础深度的增大, 基础刚度系数的实部逐渐减小, 甚至出现负值, 而虚部则逐渐增大, 表现出更大的辐射阻尼。

3.2 单一 TI 土层地基中埋置刚性基础动力刚度系数

图 4 以各向同性基岩上单一 TI 土层地基中埋置浅半椭圆 ($b/a=0.5$) 刚性基础为例, 给出了土层中 TI 介质竖向与水平向剪切模量比值不同时, 基础的动力刚度系数。计算中取 TI 土层竖向与水平向剪切模量之比分别为 $G_v^L/G_h^L=0.5, 1.0, 2.0$, 基岩考虑为各向同性, 其剪切模量与 TI 土层剪切模量比值分别为 $2G^R/(G_v^L+G_h^L)=4.0$ 和 16.0 (L 和 R 分别表示土层和基岩), 密度比为 $\rho^R/\rho^L=1.0$, 土层和基岩阻尼比分别为

$\zeta^L=0.05$ 和 $\zeta^R=0.02$, TI 土层厚度为 $H/a=2.0$ 。同样, $G_v^L/G_h^L=1.0$ 情况, 可认为是另外两种 TI 地基的各向同性等效。图 4 中刚度系数, 仍按式(13)分解并按式(14)进行无量纲化处理, 同时为保持 3 种情况地基振动频率一致, 无量纲频率定义为 $\omega a / \sqrt{(G_v^L + G_h^L)/2\rho^L}$ 。

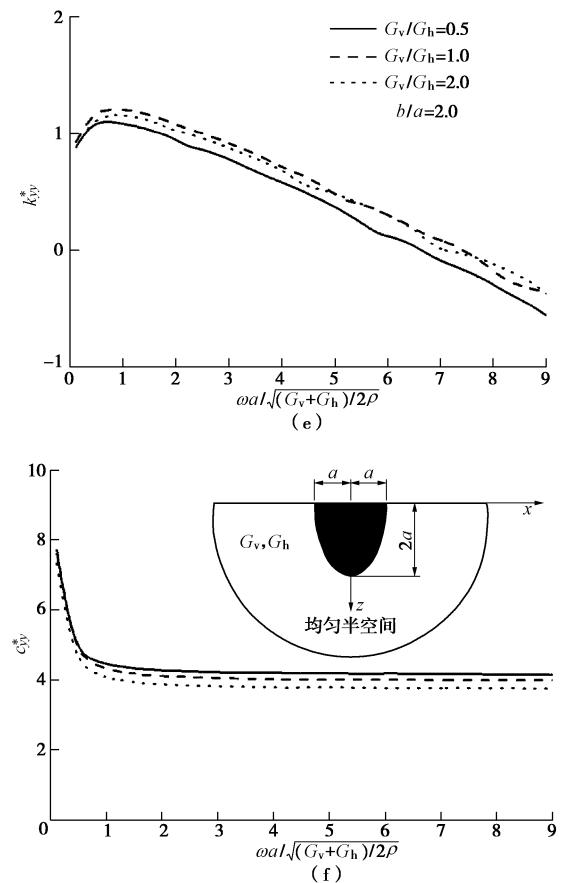
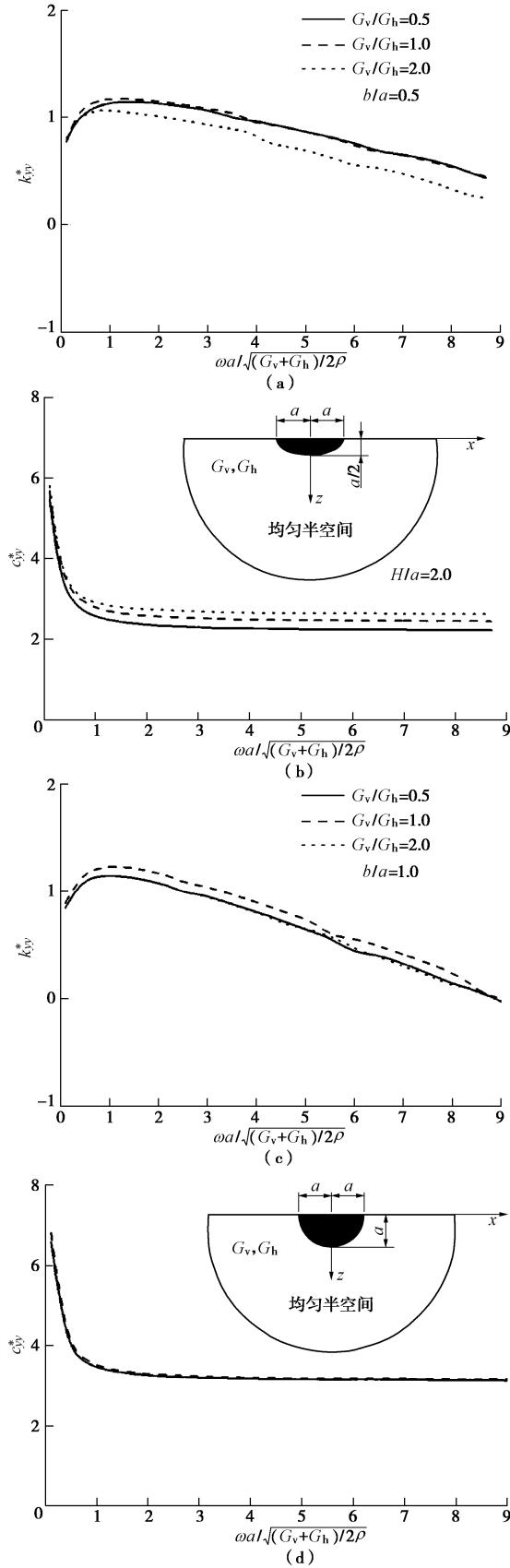


图 3 均质 TI 地基中埋置基础动力刚度系数

Fig. 3 Dynamic stiffness coefficients of a rigid foundation embedded in a uniform TI ground

单一 TI 土层地基中的动力刚度系数(图 4)与均质 TI 地基中的动力刚度系数(图 3)有着本质的不同, 刚度系数的实部与虚部在频域范围内不再是单调函数, 而是产生了周期振荡现象, 这与文献[16]关于层状各向同性地基中埋置刚性基础动力刚度系数的研究结论一致。可以看出不同剪切模量比的地基对应的刚度系数均绕其各自对应的均质 TI 地基刚度系数振荡。同时更为重要的是, 单一 TI 土层地基情况对应的动力刚度系数受土体 TI 参数的影响明显强于均质 TI 地基情况, 表现为不同 TI 参数地基对应的动力刚度系数有着明显的差异。作者认为其中原因, 是由于 TI 参数的改变, 导致了基岩上单一 TI 土层地基自身动力特性的改变, 进而影响了刚性基础与单一 TI 土层地基的动力相互作用机制。图 4 中结果还表明, 随着振动频率的增大, TI 介质参数对动力刚度系数的影响更加明显。

随着 TI 介质竖向剪切模量的增大(竖向与水平剪切模量比值的增大), 基础刚度系数(实部和虚部)振荡的第一频率逐渐增大、振荡周期逐渐减小(峰值频率间隔逐渐增大), 同时振荡的峰值逐渐增大。如 $2G^R/(G_v^L + G_h^L) = 4.0$ 时, 对应 $G_v^L/G_h^L = 0.5, 1.0$ 和 2.0 情况, 基础动力刚度系数实部的第一频率及其幅值分

别为(1.90, 2.13)、(2.35, 2.43)和(2.70, 2.56), 基础动力刚度系数虚部的第一频率及其幅值分别为(1.50, 3.01)、(1.90, 3.24)和(2.20, 3.46)。以上分析表明, 单一 TI 土层地基中基础的刚度系数在振荡周期上主要受 TI 介质竖向模量的影响(竖向模量较大时, 波沿竖向传播速度较大, 振荡第一频率较大, 同时峰值频率间隔较大), 而振荡的峰值则主要受 TI 介质水平模量的影响(由于振动发生在水平方向, 水平向模量较小时, 基岩与 TI 土层水平向的阻抗比较大, 振荡峰值较大)。

随着基岩与 TI 土层剪切模量的增大, 动力刚度系数(实部与虚部)振荡的周期保持不变, 只是在振动幅值上显著增大, 如 $2G^R/(G_v^L + G_h^L) = 16.0$ 时, 对应 $G_v^L/G_h^L = 0.5, 1.0, 2.0$ 情况, 动力刚度系数实部的第一频率及其幅值分别为(1.90, 2.96)、(2.35, 3.89)

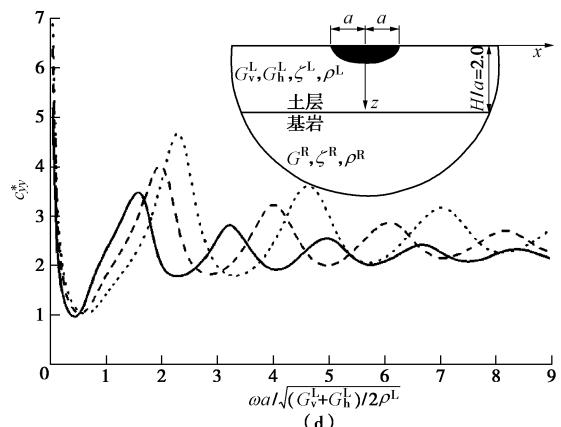
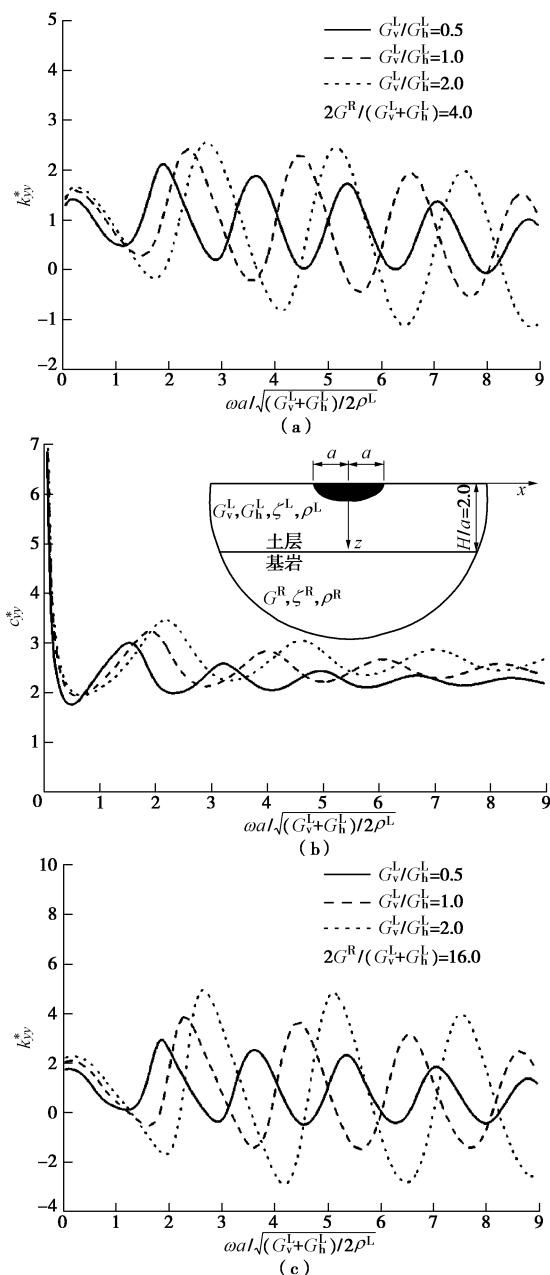


图 4 各向同性基岩上单一 TI 土层中埋置基础动力刚度系数
(半空间与土层剪切模量比不同)

Fig. 4 Dynamic stiffness coefficients of a rigid foundation
embedded in a single layered TI ground (different
stiffness ratios of bedrock and layer)

和(2.70, 4.96), 动力刚度系数虚部的第一频率及其幅值分别为(1.50, 3.47)、(1.90, 4.03)和(2.20, 4.69)。这是因为基岩剪切模量的改变, 并未改变单一 TI 土层地基的自振特性, 而仅改变了基岩与土层的阻抗比。图 4 中结果还表明, 随着基岩与 TI 土层剪切模量比的增大, TI 介质参数对动力刚度系数的影响也愈加明显。同时, 随着基岩剪切模量的增大, 基础静态动力刚度系数($\omega \rightarrow 0$ 的刚度系数)逐渐增大, 这是因为随着基岩剪切模量的增大, 单一 TI 土层地基在整体上变得更加坚硬。

图 5 仍以各向同性基岩上单一 TI 土层地基中埋置浅半椭圆($b/a=0.5$)刚性基础为例, 给出了 TI 土层厚度不同时, 基础的动力刚度系数。计算中取 TI 土层的厚度分别为 $H/a=3.0$ 和 4.0 , 基岩与 TI 土层的剪切模量比值为 $2G^R/(G_v^L + G_h^L)=4.0$, 密度比为 $\rho^R/\rho^L=1.0$ 。土层和基岩的阻尼比、刚度系数的无量纲方式以及无量纲频率的定义方式均同图 4。从图 5($H/a=3.0$ 和 4.0)和图 4($H/a=2.0$)中结果可以看出, 土层厚度的变化使得动力刚度系数的振荡周期和振荡幅值均发生了显著的改变(随着土层厚度的增大, 刚度系数振荡周期逐渐变大, 振荡幅值则逐渐减小), 这是由于土层厚度的改变直接改变了单一土层地基的自身动力特性, 这也与文献[16]关于层状各向同性地基中埋置刚性基础动力刚度系数的研究结论一致。另外, 从图 5 中还可以看出, 随着土层厚度的增大, 土体的 TI 参数对动力刚度系数的影响逐渐减弱, 且逐渐趋向于均质 TI 地基中刚度系数结果。如对应 $H/a=4.0$ 的动力系数在频率较高时, 振荡明显减弱, 与图 3 中均质地基($b/a=0.5$)的结果较为接近, 尤其是刚度系数的虚部。可以预见, 当土层厚度达到一定的厚度时, 单一 TI 土层地基的动力刚度系数将趋近于均质 TI 地基

的动力刚度系数。

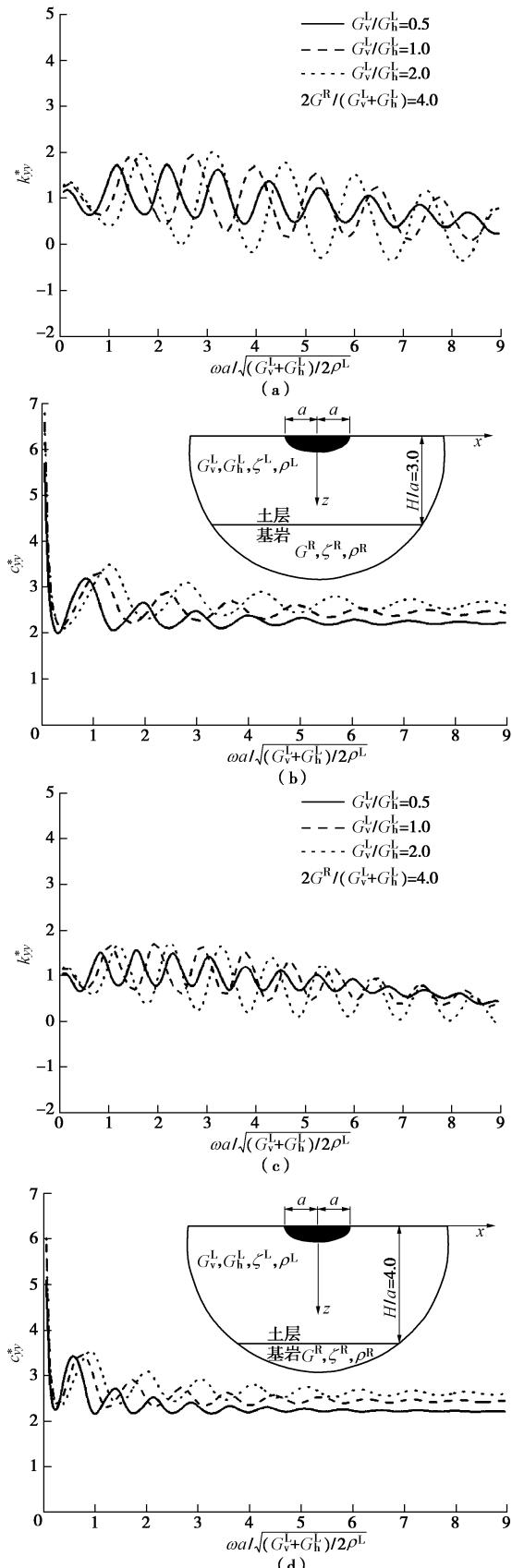


图5 各向同性基岩上单一TI土层中埋置基础动力刚度系数(土层厚度不同)

Fig. 5 Dynamic stiffness coefficients of a rigid foundation embedded in a single layered TI ground (different layer depths)

3.3 多 TI 土层地基中埋置刚性基础动力刚度系数

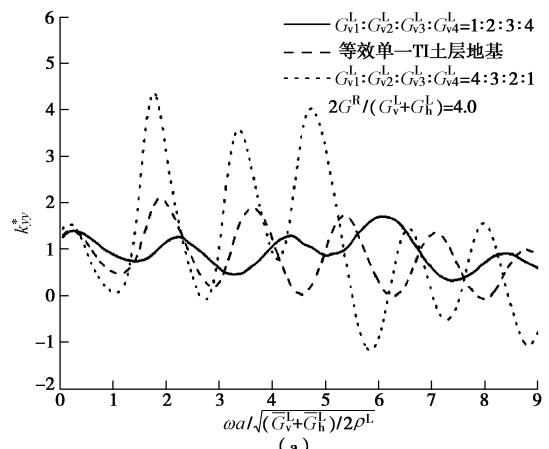
图6以各向同性基岩上四TI土层地基中埋置浅半椭圆($b/a=0.5$)刚性基础为例, 给出了基础的动力刚度系数。多TI土层地基取为两种情况, 分别为正常序列和逆序列地基。对于正常序列地基, 各TI土层的竖向(水平向)剪切模量比值为 $G_{v1}^L(G_{h1}^L):G_{v2}^L(G_{h2}^L):G_{v3}^L(G_{h3}^L):G_{v4}^L(G_{h4}^L)=1:2:3:4$; 对于逆序列地基, 则各TI土层的竖向(水平向)的剪切模量比值为 $G_{v1}^L(G_{h1}^L):G_{v2}^L(G_{h2}^L):G_{v3}^L(G_{h3}^L):G_{v4}^L(G_{h4}^L)=4:3:2:1$ 。各土层介质密度均相同, 正常序列和逆序列地基各土层竖向与水平向剪切模量比值均为 $G_{vi}^L/G_{hi}^L=0.5$ ($i=1\sim 4$), 各土层厚度均为 $H_i/a=0.5$ ($i=1\sim 4$), 四层土总厚度 $H/a=2.0$ 。为与单一TI土层地基刚度系数进行比较, 图6中同时给出了四层土地基等效为单一土层地基后的刚度系数。等效单一TI土层竖向和水平向剪切模量按相应方向等效剪切波速求解的原则确定, 考虑到所有土层的密度相等, 正常序列和逆序列土层等效单一TI土层的竖向和水平向剪切模量为

$$\bar{G}_v^L = \left[4 / \left(\sum_{i=1}^4 (1/\sqrt{G_{vi}^L}) \right) \right]^2 = 2.06G_{v1}^L, \quad (15a)$$

$$\bar{G}_h^L = \left[4 / \left(\sum_{i=1}^4 (1/\sqrt{G_{hi}^L}) \right) \right]^2 = 2.06G_{h1}^L. \quad (15b)$$

对于四TI土层地基和等效单一土层地基情况, 基岩均为各向同性且剪切模量为 $2G^R/(\bar{G}_v^L + \bar{G}_h^L) = 4.0$, 基岩密度与各土层相同。各土层阻尼比均取为 $\zeta_i^L(\zeta^L) = 0.05$ ($i=1\sim 4$), 基岩均取为 $\zeta^R = 0.02$ 。图6中刚度系数, 仍按式(13)分解并按式(14)进行无量纲化处理, 但其中模量取为等效单一TI土层的竖向和水平向剪切模量, 同时为保持所有情况地基振动频率一致, 无量纲频率定义为 $\omega a / \sqrt{(\bar{G}_v^L + \bar{G}_h^L) / 2\rho^L}$ 。

从图6中可以看出, 多TI土层地基中基础的动力刚度系数与其等效单一TI土层地基中基础的动力刚度系数存在显著的差异(无论是在峰值频率上, 还是



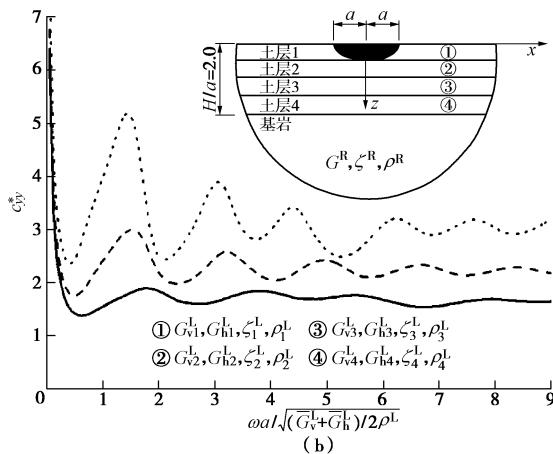


图 6 多 TI 土层地基中埋置刚性基础动力刚度系数

Fig. 6 Dynamic stiffness coefficients of a rigid foundation
embedded in a multi-layered TI ground

将多层土地基等效为单一土层地基进行求解，可能存在较大的误差。同时从图 6 中还可以看出，土层的排序对基础的动力刚度系数也有着重要影响，说明在确定基础的动力刚度系数时，应充分重视实际土层的排序。从总体上看，正常序列地基、等效单一土层地基和逆序地基对应的刚度系数（实部和虚部）在峰值频率上依次减小，但在峰值上依次增大。

4 结 论

采用以层状 TI 半空间中斜线均布荷载动力格林函数为基本解的 IBEM 方法，求解了层状 TI 地基中埋置刚性基础的平面外动力刚度系数。通过与各向同性结果的比较，验证了方法的正确性，并以均质 TI 地基、单一 TI 土层地基和多 TI 土层地基中埋置半椭圆刚性基础为例进行了数值计算分析，着重研究了地基土的 TI 性质对动力刚度系数的影响，得到了以下主要结论。

(1) 均质 TI 地基中基础动力刚度系数的研究表明，地基土的 TI 性质对刚度系数有着一定程度的影响，且这种影响又依赖于基础具体的截面形状。

(2) 单一 TI 土层地基中基础动力刚度系数的研究表明，地基土的 TI 性质对刚度系数有着非常显著的影响，且刚度系数的峰值频率主要由 TI 土层的竖向模量确定，而刚度系数的峰值主要由 TI 土层的水平剪切模量确定。另外，随着基岩与土层剪切模量比值的增大，地基土的 TI 性质对刚度系数的影响程度增大，随着土层厚度的增大，地基土的 TI 性质对刚度系数的影响程度减弱。

(3) 多 TI 土层地基中基础动力刚度系数的研究表明，多 TI 土层地基中基础的动力刚度系数与其等效单一 TI 土层地基中基础的动力刚度系数仍有较为明显的差异，且这种差异与土层的排列次序有关。

值得指出的是，本文仅以半椭圆刚性基础为例进行了数值计算分析，但本文方法可以适用于任意截面形状基础动力刚度系数的求解，同时可进一步拓展到层状 TI 地基中刚性基础平面内动力刚度系数的求解，对此将另文讨论。

参 考 文 献:

- [1] REISSNER E. Stationare axialsymmetrische durch eine Schüttelnde Masse erregte Schwingungeneines homogenen elastischen Halbraumes[J]. Ing.-Archiv, 1936, 7(6): 381 - 396.
- [2] CHANG C C. Dynamic response of an elastic half-space to tangential surface loadings[J]. Journal of Applied Mechanics, 1960, 27: 559 - 567.
- [3] LUO J E, WESTMANN R A. Dynamic response of circular footings[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 1971, 97: 1381 - 1395.
- [4] CHEN S L, CHEN L Z, ZHANG J M. Dynamic response of a flexible plate on saturated soil layer[J]. Soil Dynamics & Earthquake Engineering, 2006, 26: 647 - 647.
- [5] CAI Y Q, XU C J, ZHENG Z F, et al. Vertical vibration analysis of saturated soil[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2006, 27: 75 - 81.
- [6] WONG H L, LUO J E. Dynamic response of rigid foundations of arbitrary shape[J]. Earthquake & Engineering Structural Dynamics, 1976, 4: 579 - 587.
- [7] 金波, 徐植信. 多孔饱和半空间上刚体垂直振动的轴对称混合边值问题[J]. 力学学报, 1997, 29(6): 711 - 719. (JIN Bo, XU Zhi-xin. The problem on axial symmetry mixed boundary value of vertical vibration of rigid body on porous saturated half space[J]. Acta Mechanica Sinica, 1997, 29(6): 711 - 719. (in Chinese))
- [8] GLADWELL G M L. The forced torsional vibration of an elastics stratum[J]. International Journal of Engineering Science, 1969, 7: 1011 - 1024.
- [9] GUEUNSKI N. Vertical vibrations of circular flexible foundations on layered media[J]. Soil Dynamics & Earthquake Engineering, 1993, 12: 183 - 192
- [10] 罗松南, 郭平. 黏弹性层状半空间的动力响应及其在动力基础中的应用[J]. 湖南大学学报, 1993, 20(1): 57 - 64. (LUO Song-nan, GUO Ping. Dynamic response of layered viscoelastic half-space and its application to dynamic foundation problems[J]. Journal of Hunan University, 1993, 20(1): 57 - 64. (in Chinese))
- [11] 陈胜立, 张建民, 陈龙珠. 下卧刚性基岩的饱和地基上基础的动分析[J]. 固体力学学报, 2002, 23(3): 325 - 329.

- (CHEN Sheng-li, ZHANG Jian-min, CHEN Long-zhu. Dynamic response of a rigid circular footing on single-layered saturated soil[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2002, **23**(3): 325 – 329. (in Chinese))
- [12] RAJAPAKSE R K N D, SENJUNTICHAI T. Dynamic response of a multi-layered poroelastic medium[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1995, **24**: 703 – 722.
- [13] WOLF J P. Dynamic-stiffness matrix of soil by the boundary-element method: Embedded foundations[J]. *Earthquake & Engineering Structural Dynamics*, 1984, **12**: 401 – 416.
- [14] LUCO J E, WONG H L. Response of hemispherical foundation embedded in half-space[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 1986, **112**: 1363 – 1374.
- [15] DE Barros F C P, LUCO J E. Dynamic response of a two-dimensional semi-circular foundation embedded in a layered viscoelastic half-space[J]. *Soil Dynamics & Earthquake Engineering*, 1995, **14**: 45 – 57.
- [16] LIANG J W, FU J, TODOROVSKA M I, et al. Effects of the site dynamic characteristics on soil–structure interaction (I): Incident SH-Waves[J]. *Soil Dynamics & Earthquake Engineering*, 2013, **44**(1): 27 – 37.
- [17] LIANG J W, FU J, TODOROVSKA M I, et al. Effects of site dynamic characteristics on soil–structure interaction (II): Incident P and SV waves[J]. *Soil Dynamics & Earthquake Engineering*, 2013, **51**(8): 58 – 76.
- [18] SENJUNTICHAI T, RAJAPAKSE R K N D. Vertical vibration of an embedded rigid foundation in a poroelastic soil[J]. *Soil Dyn Earthq Eng*, 2006, **26**: 626 – 636.
- [19] 蔡袁强, 胡秀青. 饱和地基中埋置刚性圆柱基础的等效竖向动力刚度[J]. *岩石力学与工程学报*, 2008, **27**(2): 361 – 367. (CAI Yuan-qiang, HU Xiu-qing. Equivalent vertical dynamic stiffness for embedded rigid cylindrical foundation in saturated soil[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2008, **27**(2): 361 – 367. (in Chinese))
- [20] 胡秀青, 蔡袁强, 下卧基岩饱和地基中埋置刚性基础的竖向振动问题研究, 岩土力学, 2009, **30**(12): 3739 – 3746. (HU Xiu-qing, CAI Yuan-qiang. Vertical vibration of rigid embedded foundations in saturated soil overlying bedrock[J]. *Rock & Soil Mechanics*, 2009, **30**(12): 3739 – 3746. (in Chinese))
- [21] 龚晓南. 软黏土地基各向异性初步探讨[J]. *浙江大学学报*, 1986(4): 20 – 24. (GONG Xiao-nan. A preliminary research on anisotropy of the soft clay ground[J]. *Journal of Zhejiang University*, 1986(4): 20 – 24. (in Chinese))
- [22] 丁浩江. TI 弹性力学[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1997. (DING Hao-jiang. *Mechanics of transversely isotropic elasticity*[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1997. (in Chinese))
- [23] GAZETAS G. Strip foundations on a cross-anisotropic soil layer subjected to dynamic loading[J]. *Géotechnique*, 1981, **31**: 161 – 179.
- [24] KIRKNER D J. Vibration of a rigid disk on a transversely isotropic elastic half space[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1982, **6**: 293 – 306.
- [25] 吴大志, 蔡袁强, 徐长节, 等, 横观各向同性饱和地基上刚性圆板的扭转振动, 应用数学和力学, 2006, **27**(1): 1349 – 1356. (WU Da-zhi, CAI Yuan-qiang, XU Chang-jie, et al. Torsional vibrations of rigid disk plate on transversely isotropic saturated soil overlaying bedrock[J]. *Journal of Zhejiang University(Engineering Science)*, 2006, **27**(1): 1349 – 1356. (in Chinese))
- [26] BARROS P L A. Impedances of rigid cylindrical foundations embedded in transversely isotropic soils[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2006, **30**: 683 – 702.
- [27] LIN G, HAN ZJ, ZHONG H, et al. A precise integration approach for dynamic impedance of rigid strip foundation on arbitrary anisotropic layered half-space[J]. *Soil Dynamics & Earthquake Engineering*, 2013, **49**: 96 – 108.
- [28] 巴振宁, 张艳菊, 梁建文, 层状横观各向同性半空间中凹陷地形对平面 SH 波的散射[J]. 地震工程与工程振动, 2015, **2**(1): 9 – 21. (BA Zhen-ning, ZHANG Yan-ju, LIANG Jian-wen. Scattering of SH wave by a canyon in transversely isotropic layered half-space[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamic*, 2015, **2**(1): 9 – 21. (in Chinese))