

DOI: 10.11779/CJGE201702003

考虑内部摩擦变形耗能的预应力锚索边坡极限分析

夏元友, 陈春舒

(武汉理工大学土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430070)

摘 要: 根据变形协调原则, 认为对数螺旋线滑面滑坡体在下滑过程中并非完全不变形而是根据滑面形状自适应变形从而产生能量耗散。为量化该过程中的能量耗散, 根据协调速度场的关系提出了 2 种多块体划分法来计算该变形摩擦耗能功率, 并结合极限分析上限法和强度折减法推导了预应力锚索加固边坡的安全系数计算式。通过算例分析表明, 虽然 2 种多块体划分方法获得的边坡安全系数随着划分块体接触面数量的增加变化规律不同, 但最终都趋于稳定收敛, 且收敛值十分接近, 并从具体划分原理角度解释了 2 种不同变化趋势的原因。典型边坡算例的不同分析方法安全系数结果比较表明, 滑坡体内部变形摩擦耗能有助于提高边坡的抗滑作用, 安全系数较不考虑时有所增大。分析总结了预应力锚索边坡随锚索预应力、锚索倾角、锚索位置高度变化条件下有无考虑滑坡体内部变形摩擦耗能的边坡安全系数变化规律。该方法弥补了以往上限法中忽略该项摩擦耗能的不足, 可为预应力锚索加固边坡的稳定性分析提供参考。

关键词: 预应力锚索边坡; 稳定性; 上限分析; 耗能; 多块体划分法

中图分类号: TU433

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 4548(2017)02 - 0210 - 08

作者简介: 夏元友(1965 -), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土工程教学和科研工作。E-mail: xiayy1965@126.com。

Limit analysis of reinforced slopes with prestressed anchor cables considering energy dissipation due to deformation of inner friction

XIA Yuan-you, CHEN Chun-shu

(School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: According to deformable coordination condition, the sliding soil mass will deform to adapt to the curve of logarithmic spiral which will lead to energy dissipation. To quantify this energy dissipation, two multi-blocks partitioning methods which are based on the coordinating velocity field are proposed. Combined with the upper bound limit analysis and the strength reduction method, the safety factor of the case of reinforced slopes with prestressed anchor cables is obtained. The calculated results indicate that the influence rules of interface number on the safety factor in the two multi-blocks partitioning methods are different, but both curves converge to a similar value, and the reasons for this are explained from the point of partition principles. The safety factors of typical slopes are calculated and compared with others' results. It is indicated that the safety factor considering the energy dissipation due to deformation of inner friction is more than the other one, and this energy dissipation contributes to improving the anti-sliding ability of slopes. Moreover, the influences of anchor prestress, anchor inclination and anchor height on the safety factor are respectively analyzed, and in each calculation, two results with and without considering the energy dissipation due to deformation of inner friction are compared. This method makes up for the deficiency of neglecting the energy dissipation due to deformation of inner friction, which can provide references for stability analysis of reinforced slopes with prestressed anchor cables.

Key words: reinforced slope with prestressed anchor cable; stability; upper bound limit analysis; energy dissipation; multi-blocks partitioning method

0 引 言

近几十年来, 边坡加固技术迅猛发展, 其中预应力锚索加固技术因自身施工简便、稳定可靠等特点越来越多地得到相关行业的认可, 且预应力锚索充分利用了加固岩土体的自身强度, 能够以较小的结构体积显著增加边坡的安全系数, 被广泛应用于各类采矿工

程、水利水电工程中^[1-3]。其中对于岩质边坡, 其危险滑动面往往是沿着某一软弱夹层或者裂隙, 此时滑动面已知, 常通过极限平衡法来求其加固后的安全系数; 而对于土质边坡, 因其滑动面未知, 目前的研究成果

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (51374163)

收稿日期: 2015 - 11 - 27

给出了多种确定最危险滑动面的方法, 其中包括圆弧滑动面^[4-5]、对数螺旋线滑动面^[6]和非规则滑动面^[7-9]搜索方法等。

对于预应力锚索边坡, 一般通过将锚索的预应力转化为作用于滑坡体上的一个作用力来处理, 例如罗强^[10]采用极限平衡法考虑了锚固岩石边坡各种不利条件组合下的安全系数表达式; 邓东平等^[11]将锚索的加固效应简化为作用于滑体底部的作用力, 基于滑动面搜索新方法和条分法搜索了预应力锚索边坡的二维和三维滑动面并给出了其安全系数。另外, 极限分析上限法也被广泛应用于预应力锚索边坡的稳定性评价^[12-14], 该方法通过将锚索的抗滑作用转化为抗滑过程中的做功功率来分析锚索加固后的最危险滑动面。该极限分析的过程均假设对数螺旋线滑坡体为一个刚体, 认为滑坡过程中的能量耗散只产生于对数螺旋形滑面上。该假设虽然简化了能量耗散的计算过程, 但忽略了滑坡体在下滑过程中自身内部摩擦变形所产生的能量耗散, 对边坡安全系数计算有一定影响。为探究对数螺旋线滑坡体内部摩擦耗能的影响, 本文围绕预应力锚索边坡并基于极限分析上限法提出了2种对数螺旋线滑坡体下滑过程中内部摩擦变形耗能的计算方法, 并将考虑该耗能计算的边坡安全系数与不考虑时的结果进行了对比, 并分析了锚索参数对加固后边坡安全系数的影响规律。

1 滑坡体内部摩擦变形耗能

由于极限分析上限法的应用需要满足相关联流动法则^[15], 一般只有直线滑动面和对数螺旋形滑动面能够满足该要求。而对于直线滑动面的情况, 滑坡体速度均一致, 其内部并不会产生相对摩擦; 而对于对数螺旋线滑动面则不同, 由于对数螺旋线的极径不断增大, 曲率不断减小, 其围绕极点中心的旋转并非标准圆周运动, 则在下滑过程中随着滑坡体位置的不断下移, 滑坡体不得不适当变形来适应逐渐减小的曲率, 故下滑中的自适应变形过程也产生了一定的能量耗散。由此看来, 简单认为对数螺旋线滑坡体为刚体是不够准确的。

1.1 摩擦变形耗能的量化方法

为了量化该自适应过程中的能量耗散功率, 本文提出了多块体划分法, 即将整个对数螺旋线滑坡体分解为多个块体, 当划分数量足够多时, 各块体内部的摩擦变形耗能由于极小可忽略, 则视划分后的各个块体为刚体, 摩擦耗能只产生在各个刚性块体的接触面上, 具体见图1; 另外, 由于当划分数量足够多时, 各块体的极角均较小, 其弧线与对应的割线十分接近,

此时图1所示块体中, 任一极径与割线相交的速度点 F_i 以及与弧线相交的速度点 F'_i 也十分接近, 故结合角速度所得到的块体速度 V_i 和 V'_i 也十分相近, 故可认为上述多块体划分法等效于将对数螺旋形滑动面转化为多段折线滑动面并在拐点处生成块体接触面。

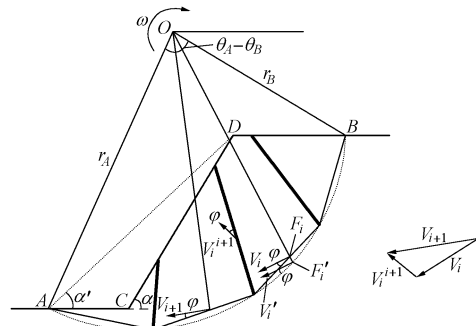


图1 多块体划分法示意图

Fig. 1 Principle of multi-blocks partitioning method

1.2 两种多块体划分法的实现

对于图1中各接触面上的相对速度 V_i^{i+1} , 其应满足协调速度场的要求, 与其两侧相邻的块体速度构成一个闭合的矢量三角形, 则 V_i , V_{i+1} 和 V_i^{i+1} 3个矢量中任意确定了两个即可得到第三个速度矢量, 本文据此提出了以下两种多块体划分法, 其中为方便矢量角度的计算, 统一定义矢量的方位角为: 从x轴正方向以逆时针方向旋转至矢量的旋转角度, 见图2。根据几何关系可得速度矢量的方位角 η_i 与其对应的极径极角 θ_i 之间的关系为

$$\eta_i = \pi - \theta_i + \pi/2 = 3\pi/2 - \theta_i \quad (1)$$

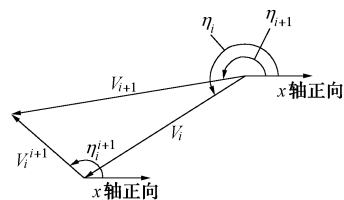


图2 协调速度场矢量关系

Fig. 2 Vector relationship of coordinating velocity field

(1) 方法一

方法一是先通过对滑坡体极角范围 $\theta_A - \theta_B$ 等分获得各个块体速度 V_i , 再由相邻的两个块体速度 V_i 、 V_{i+1} 结合闭合矢量关系求得矢量 V_i^{i+1} 的全部信息, 从而在两相邻块体速度取值点之间生成块体接触面。

在该方法中, 通过对极角范围等分获得各个速度取值点的极径 r_i (r_b 和 r_A 分别是第一条和最后一条极径), 结合角速度 ω 即得各个块体速度 V_i , 又由于速度方向与其极径方向垂直即可获得各块体速度方向 η_i , 根据图2中的闭合三角形关系, 根据几何关系有

$$V_i^{i+1} = \sqrt{V_i^2 + V_{i+1}^2 - 2V_i V_{i+1} \cos(\eta_i - \eta_{i+1})} \quad (2a)$$

$$\frac{V_i}{\sin(\eta_{i+1} - \eta_i^{i+1})} = \frac{V_i^{i+1}}{\sin(\eta_i - \eta_{i+1})} \quad (2b)$$

通过式 (2a)、(2b) 考虑相邻两块体速度大小和方向, 并进行联立可求得各个块体接触面的相对速度大小 V_i^{i+1} 和方位角 η_i^{i+1} 。理论上来说, 通过矢量的协调关系只能通过方位角 η_i^{i+1} 确定块体接触面的斜率而并不能确定其具体位置。而其具体位置的变化会改变块体间摩擦耗能功率的大小, 但是随着块体数量增加其影响规律是不变的, 而且随着划分块体数量足够多时, 相邻块体速度取值点 V_i 和 V_{i+1} 之间的空间会变的足够小, 在该范围内无论怎么平行移动块体接触面其结果变化并不大。故为了计算的方便, 本文统一认为块体接触面所在直线也通过对数螺旋线的极点, 见图 3。由于块体接触面的具体位置确定, 故根据几何关系求得各块体接触面的长度 d_i 。若将滑坡体极角范围划分 n 份, 可形成 $n+1$ 个 V_i , 并在各相邻的 V_i 之间形成 n 个块体接触面, 故其内部摩擦变形耗能功率即为该 n 个接触面上的耗能功率之和,

$$P'_c = c \cos \varphi \sum_{i=1}^n V_i^{i+1} d_i \quad (3)$$

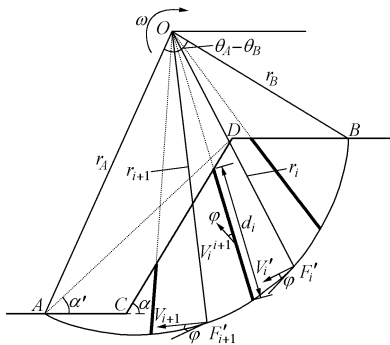


图 3 方法一块体界面示意图

Fig. 3 Interfaces between blocks in Method 1

(2) 方法二

方法二是先通过对滑坡体极角范围 $\theta_A - \theta_B$ 等分获得块体接触面, 即获得 V_i^{i+1} 的矢量方向, 再对上部的 1 号块体选取速度取值点选取获得 V_1 , 再结合上述闭合三角矢量关系迭代获得其他所有的 V_i , 然后由相邻的两个块体速度 V_i , V_{i+1} 结合闭合矢量关系求得矢量 V_i^{i+1} 的模, 从而全部获得矢量 V_i^{i+1} 的信息。

首先对极角范围 $\theta_A - \theta_B$ 等分为 n 份可形成 n 个块体, 故共产生 n 个块体速度 V_i 和 $n-1$ 个位置固定的内部块体接触面, 同时根据具体接触面位置可获得各接触面长度 d_i 。而根据相关联流动法则, 各相对速度方向与接触面成 φ 角, 故各相对速度的方位角 η_i^{i+1} 可由此确定。对于 V_1 , 本文取第一个块体极角范围内角平分线方向为 V_1 的极径, 故

$$\theta_1 = \theta_B + \frac{\theta_A - \theta_B}{2n} \quad (4)$$

将式 (4) 结果结合式 (1) 可得到对应的方位角 η_1 , 同时根据上述三角几何关系有:

$$\begin{aligned} \frac{V_{i+1}}{V_i} &= \frac{\sin(\eta_i - \eta_i^{i+1})}{\sin(\eta_{i+1} - \eta_i^{i+1})} = \frac{r_{i+1}}{r_i} = \exp[\tan \varphi (\theta_{i+1} - \theta_i)] \\ &= \exp[\tan \varphi (\eta_i - \eta_{i+1})] \end{aligned} \quad (5)$$

由于已知各 η_i^{i+1} 和 η_i , 通过式 (5) 可不断迭代求出所有的 η_i , 同时将方位角 η_i 转化为极角 θ_i 并结合角速度 ω 可获得各块体速度大小 V_i , 最后根据式 (2b) 可求得各相对速度 V_i^{i+1} 的大小, 故其内部摩擦变形耗能功率即为该 $n-1$ 个接触面上的耗能功率之和, 可表示为

$$P'_c = c \cos \varphi \sum_{i=1}^{n-1} V_i^{i+1} d_i \quad (6)$$

2 考虑内部摩擦变形耗能的预应力锚索边坡稳定性分析

对于预应力锚索边坡的稳定性分析, 本文考虑基于强度参数储备的安全系数定义来对其进行分析, 即通过强度折减法使边坡达到极限状态时的折减系数作为边坡的储备安全系数^[12, 16]。另外, 本文认为边坡土体均遵循 M-C 破坏准则, 故折减后的参数 c_0 和 φ_0 满足:

$$\left. \begin{aligned} c_0 &= \frac{c}{F_s} \\ \tan \varphi_0 &= \tan \frac{\varphi}{F_s} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

根据极限分析上限法原理, 边坡在处于极限状态时外力对边坡的做功功率等于边坡的能量耗散功率。对于预应力锚索边坡, 外力做功功率包括滑坡体重量做功功率 P_w 和锚索预应力做功功率 P_T , 而能量耗散功率包括滑动面耗散功率 P_c 以及内部摩擦变形耗能功率 P'_c 。其中 P_w 和 P_c 的具体计算公式可参考文献 [17, 18], 内部摩擦耗能功率 P'_c 计算方法已在前述 1.2 节介绍。而对于锚索预应力做功功率 P_T , 其计算原理见图 4。文献[14]已经指出, 锚索拉力作用点位于 Q 点和 P 点时所计算的功率是一致的, 但由于 P 点位于滑面上, 其速度 V_p 计算更为方便, 故本文将锚索拉力的作用点定为锚索与滑面的交点 P 点。根据图 4, V_p 和 T_p 的向量夹角为钝角, 锚索拉力做负功, 故虽然 P_T 被当做外力做功功率, 但实际表现为能量耗散, 其表达式为

$$P_T = -T_p \omega r_B \exp[\tan \varphi (\theta_p - \theta_B)] \sin(\theta_p - \beta) \quad (8)$$

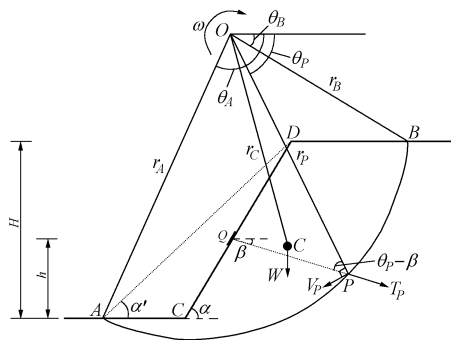


图4 单锚边坡计算原理图

Fig. 4 Schematic graph of slope with one anchor

根据极限分析上限法,各功率达到平衡时为极限状态,由于考虑了滑坡体内部摩擦耗能,此时通过参数折减后各功率满足:

$$P_T + P_W = P_c + P'_c \quad (9)$$

由于该问题的求解过程涉及到内部摩擦耗能功率,该过程中的最优解无法通过传统的解析式求导法获得,只能使用数值法求解。该计算过程涉及到两个基本问题:①在边坡几何参数和强度参数给定的情况下,搜索最不利对数螺旋线滑面的问题;②在只改变折减参数下,求解最优的折减参数使边坡的最不利状态刚好为极限状态。该两个问题均可转化为极小值问题,故本文基于智能遗传算法的思想,通过 Matlab 编程实现了上述全部求解过程,其中为保证锚索的抗滑效应,由式(8)可知在程序搜索过程中需要保证 $\theta_p > \beta$, 否则为无效解。

另外,除了上面所提到的整体破坏,边坡还可能出局部破坏模式,如图5所示,该种情况中,同样考虑滑面为对数螺旋线,其坡面剪出点位于坡面锚头处。这种情况的发生一般是由于锚索位置过低,且局部破坏安全系数要低于整体破坏系数,故此时在锚索设计时更需要关注局部安全系数,其计算过程等同于高度为 $H-h$ 的未加固边坡且滑面过坡趾的整体破坏计算,而实际滑动面应为两种破坏模式中安全系数较小的滑动面。

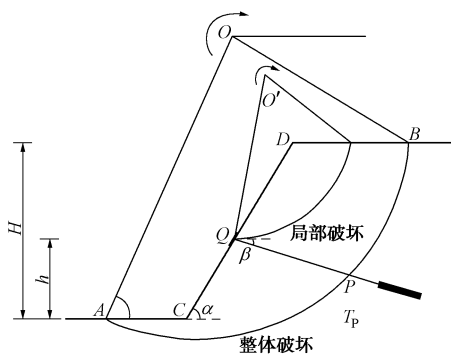


图5 整体破坏模式和局部破坏模式

Fig. 5 Global and local failure modes

3 算例分析

算例模型参照图4,其几何参数为:坡高 $H=7\text{ m}$, 坡角 $\alpha=60^\circ$, 其中设置一根锚索, 锚头高度 $h=3.5\text{ m}$, 锚索倾角 $\beta=20^\circ$, 锚索预张力 $T_p=100\text{ kN}$; 其他参数为: 土体黏聚力 $c=12\text{ kPa}$, 内摩擦角 $\varphi=25^\circ$, 重度 $\gamma=18\text{ kN/m}^3$ 。另外由于计算需要, 认为锚索自由端长度足够跨域所有搜索到的不利滑动面, 以此保证图4中的锚索加固效应成立。

3.1 块体接触面数量的影响规律

通过上述两种划分方法的介绍可知, 由于划分的不同, 同样对滑坡体进行 n 等分, 方法一将形成 n 个块体接触面, 而方法二将形成 $n-1$ 个块体接触面, 为了对比两种方法计算效果的差异, 需保证两种方法形成的块体接触面数量 N 相同, 故对于方法一需要进行 N 等分, 而方法二需要进行 $N+1$ 等分。图6给出了两种方法下 N 的变化对算例边坡整体破坏安全系数的影响, 其中计算结果表明图6中所有工况中的最不利滑动面均通过坡趾, 为图4中的特殊情况。

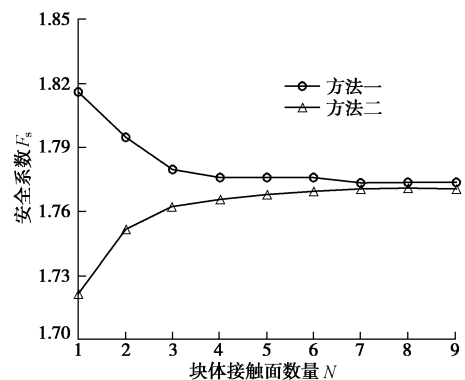


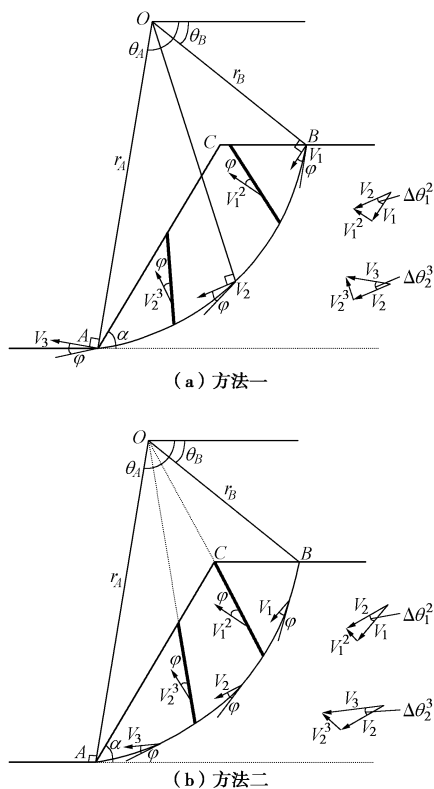
图6 块体接触面数量对安全系数的影响

Fig. 6 Influence of number of interfaces on safety factor

从图6中可以看出, 两种方法计算结果随块体接触面数量 N 的增加而表现的趋势完全不同: 方法一中曲线随着 N 增大而下降, 方法二中曲线随着 N 的增大而增大; 但两种方法计算得到的安全系数均趋于收敛, 且两种方法的收敛值十分接近, 在 $N=9$ 时均基本稳定。可以看出虽然划分方式的不同导致了在 N 数量较少时两种方法结果的差异, 但当 N 数量足够时, 两者均能收敛得到十分近似的精确解。

3.2 两种块体划分方法差异原因分析

3.1 节介绍了两种方法中随着 N 的增加, 影响曲线呈现不同的变化趋势, 本节将对这种不同趋势进行分析。从图6中可以看出, 这种不同的变化趋势在 N 较小时尤为明显。以 $N=2$ 为例, 图7给出了此时两种方法的计算示意图。

图 7 $N=2$ 时两种方法的划分示意图Fig. 7 Schematic graph of partition in two methods when $N=2$

从图 7 中可以看出, 方法一形成的块体较为不均匀, 其特征为: 中间块体较大, 其速度取值点位于块体内部; 两端块体较小, 其速度取值点位于滑坡体两端位置。而方法二形成的块体较为均匀, 其特征为: 各块体的极角范围相同, 若 V_1 选择在块体 1 的内部, 而其他的 V_i 也均在对应块体的内部。

对于方法二, 由于块体大小和速度取值点位置较为均匀, 故在 N 增大的过程中, 单个接触面上的 V_i^{i+1} 会随着相邻 V_i 差异的减小而减小, 但由于接触面数量 N 的增加, 式 (6) 中的 P'_c 仍表现为增加, 由于 P'_c 表现为能量耗散, 用以抵抗边坡自重的下滑效应, 故 P'_c 值越大, 抵抗下滑效应越强, 安全系数越大。由于块体接触面的划分只是量化内部摩擦耗能的一种方法, N 的增大会使计算结果不断逼近精确的内部摩擦耗能, 故在方法二中安全系数随着 N 的增大不断增大且收敛, 如图 6 中对应曲线所示。故对图 6 中方法二曲线来说, 其主要影响因素可总结为划分收敛效应。

对于方法一, 由于两端块体的速度取值点在滑坡体滑动面左右边界, 导致各相邻速度 V_i 和 V_{i+1} 的夹角较方法二有所扩大, 故图 7 (a) 中的 $\Delta\theta_1^2$, $\Delta\theta_2^3$ 均比图 7 (b) 中要大, 所以图 7 (a) 中根据闭合三角形关系所得出的接触面相对速度 V_i^{i+1} 较图 7 (b) 更大, 则在块体接触面数量 N 相同的情况下方法一得到的 P'_c 较方法二更大, 这种影响效应可称为角度扩大效应。

而随着 N 的增大, 角度扩大效应会不断衰减, 同时随着 N 的增大, 方法二中的划分收敛效应也会同时作用, 角度扩大效应和划分收敛效应的综合作用使 P'_c 表现为衰减, 从而引起安全系数随 N 的增大而衰减, 如图 6 中对应曲线所示。

另外, 随着 N 的增大, 各块体极角变的较小, 角度扩大效应变的微乎其微, 各 V_i^{i+1} 的差异也变的极小, 两种方法所得到的安全系数也会不断逼近, 这一现象已被图 6 所证实。从图 6 看, 当块体接触面数量 $N=9$ 时, 两条曲线均已收敛至稳定状态, 其中方法一得到的安全系数为 1.774, 而方法二得到的安全系数为 1.771, 两者已十分接近, 也证明了该两种方法的可行性。

3.3 有无考虑内部摩擦变形耗能的影响

常见文献中滑坡体常常被视为一个刚体, 其忽略了滑坡体下滑过程中由于自适应变形而引起的内部摩擦变形耗能^[12-14]。在不考虑内部摩擦变形耗能功率 P'_c 的情况下, 各项做功功率满足 $P_T + P_W = P_c$ 时的参数折减系数即为安全系数, 计算过程同上。该情况下算例整体破坏安全系数为 $F_s = 1.606$, 可以看出缺少了 P'_c 的抗滑作用, 安全系数变小, 结果偏保守。

本文基于文献[14]中所列出的 3 个实例使用上述方法分别计算了有无考虑 P'_c 的整体和局部安全系数, 并与相关结果进行了对比, 相关参数已转化为本文所需参数, 见表 1, 其中参数 λ 为锚头高度与坡高之比, 即 $\lambda = h/H$ 。因方法一和方法二在 $N=9$ 时趋于收敛稳定并接近, 故表中考虑 P'_c 的结果统一使用方法一并选取 $N=9$ 。从表中可以看出无论是整体破坏安全系数还是局部破坏安全系数, 考虑 P'_c 的安全系数均要高于对应不考虑时的结果, 且第 3 个算例中局部破坏的危险性更大。通过该方法充分考虑了 P'_c 的作用, 使极限分析上限法的表达形式更为完整, 结果更为可靠。

4 锚索参数影响分析

对于锚索加固边坡, 锚索的参数直接影响了加固效果, 为探究锚索参数对于加固后安全系数的影响, 本节采用第 3 节算例, 分别研究了锚索预应力、锚索倾角和锚索位置高度对单锚边坡稳定性的影响。另外, 对于考虑内部摩擦的情况, 上节已经证明 $N=9$ 能够满足计算精度要求, 此时方法一和方法二结果十分接近, 故在以下考虑内部摩擦耗能的计算中同样统一采用方法一并选取 $N=9$ 。

4.1 锚索预应力

为研究锚索预应力对安全系数的影响, 锚索预应力 T_p 以 10 kPa 为间隔从 0 增加到 100 kPa, 其他参数

表 1 典型算例边坡安全系数对比
Table 1 Comparison of safety facors of typical slope cases

算例	c /kPa	φ /($^{\circ}$)	γ /(kN \cdot m $^{-3}$)	α /($^{\circ}$)	H /m	λ	β /($^{\circ}$)	T_p /kN	边坡安全系数			
									相关解答 (整体破坏)	本文结果		
										整体破坏		局部破坏
										考虑 P'_c	不考虑 P'_c	
1	12.00	20	20.00	45	8.0	0.5	15	40	文献[14]	1.254		
									文献[19]	1.197	1.325	1.213
									文献[20]	1.200		1.801
												1.606
2	23.94	10	19.63	30	13.7	—	—	—	文献[12]	1.110		
									文献[14]	1.109	1.246	1.109
									文献[21]	1.080		—
									文献[22]	1.120		—
3	23.94	10	19.63	30	13.7	0.0843	15	500	文献[12]	1.660	1.688	1.503
									文献[14]	1.567		1.318
												1.168

注：2 号算例未使用锚索加固。
与算例相同，且分别考虑了整体和局部破坏、有无考虑内部摩擦耗能 4 种条件，整体和局部破坏安全系数中取较小值作为最终的安全系数，见图 8。图 8 表明：整体破坏的安全系数随着锚索预应力的增大而增大，由于锚索位置未变，局部破坏安全系数保持不变，且均大于对应的整体破坏安全系数。

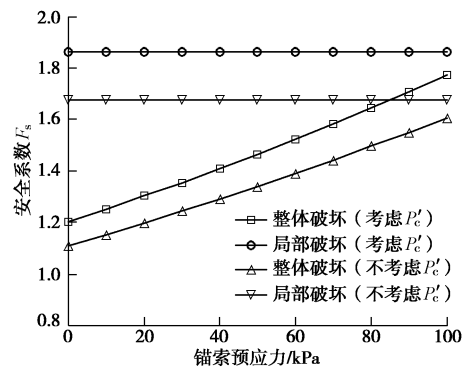


图 8 锚索预应力对安全系数的影响

Fig. 8 Influence of anchor prestress on safety factor of slope
4.2 锚索倾角

为研究锚索倾角对安全系数的影响，锚索倾角 β 以 5° 为间隔从 0° 增加到 30° ，其他参数与算例相同，同样考虑了整体和局部破坏、有无考虑内部摩擦耗能四种条件，计算结果见图 9。图 9 表明：整体破坏的安全系数随着锚索倾角的减小而增大，这是因为前面已经提到搜索得到的滑面需要保证 $\theta_p > \beta$ 以保证锚索的加固作用，随着图 4 中锚索倾角 β 的减小，式 (8) 中 $\sin(\theta_p - \beta)$ 会增大，故锚索倾角 β 的减小会使式 (8) 中锚索预应力的能量耗散增加，提高边坡的整体破坏安全系数。而锚索位置仍未变，局部破坏安全系数保持不变，且在锚索倾角 β 较小时整体破坏安全系数大于局部破坏安全系数，在锚索倾角 β 较大时则相反。

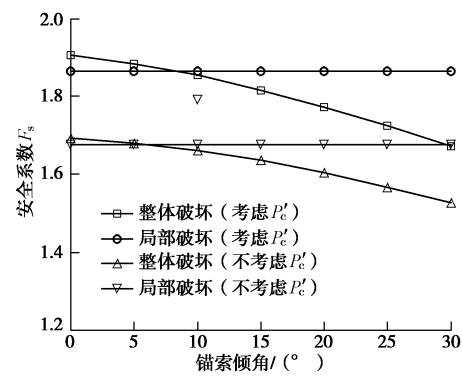


图 9 锚索倾角对安全系数的影响

Fig. 9 Influence of anchor inclination on safety factor of slope
4.3 锚索位置高度

为分析锚索位置高度对安全系数的影响，通过改变图 4 中锚头 Q 的高度来实现。但若锚索位置过低，上部坡体发生局部破坏的可能性增大（如图 5）。为研究锚索位置高度对边坡整体稳定性和局部稳定性的影响，令 $\lambda = h/H$ ，使 λ 以 0.1 为间隔从 0.1 增加到 0.9，其他参数与算例相同。同样考虑了整体和局部破坏、有无考虑内部摩擦耗能 4 种条件，计算结果见图 10。图 10 表明：随着锚索位置的降低，边坡整体稳定性提高，而局部稳定性降低，2 条曲线相交于 $\lambda_0 = 0.47$ 左右。因此，对于本例，就单根锚索加固而言，将其布置在 $\lambda_0 = 0.47$ 左右能够较好地兼顾两种破坏模式，为最优选择。这与工程实际中锚索一般设置在边坡的中部或者多根分布在中部结论一致。多根锚索加固边坡的安全系数计算通过参照上述过程对锚索做功功率进行叠加即可实现。
以上结果也表明，无论参数如何变化，考虑滑坡体内部摩擦的安全系数均要大于不考虑的情况，说明不考虑内部摩擦的结果过于保守，未能充分考虑滑坡体内部摩擦耗能对滑坡的抵抗作用。通过考虑滑坡体

下滑过程中的内部摩擦耗能,使上限法中的能量关系考虑的更为全面,所得到的安全系数也更为准确。

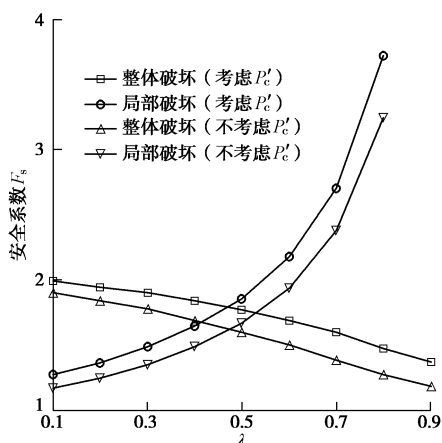


图 10 锚索位置高度对安全系数的影响

Fig. 10 Influence of anchor height on safety factor of slope

5 结论与建议

(1)提出了多块体划分法来量化对数螺旋线滑坡体内部摩擦变形耗能功率,并根据协调速度场的关系提出了 2 种具体的划分方法,并结合极限上限法和强度折减法推导了预应力锚索边坡的安全系数计算式。

(2)算例结果表明,虽然提出的 2 种多块体划分方法获得的边坡安全系数随着划分块体接触面数量的增加变化规律不同,但最终都趋于稳定收敛,且收敛值十分接近,并从具体划分原理角度解释了两种不同变化趋势的原因。

(3)使用控制变量法分析总结了锚索预应力、锚索倾角、锚索位置高度变化对边坡安全系数的影响规律,并同时比较了有无考虑内部摩擦变形耗能的影响。与相关典型边坡算例计算结果比较表明考虑滑坡体内部摩擦变形耗能,边坡的抗滑能力增强,安全系数较不考虑时有所增加。

(4)考虑滑坡体内部摩擦变形耗能,弥补了以往上限法求解过程中未全面考虑能量耗散的不足,可为相关边坡极限稳定性分析提供参考。

参考文献:

[1] 程良奎. 岩土锚固研究与新进展[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(21): 3803 - 3811. (CHENG Liang-kui. Research and new progress in ground anchorage[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(21): 3803 - 3811. (in Chinese))

[2] 程良奎, 范景伦, 韩 军, 等. 岩土锚固[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2003. (CHENG Liang-kui, FAN Jing-lun,

HAN Jun, et al. Anchoring in soil and rock[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2003. (in Chinese))

- [3] 徐祯祥. 岩土锚固工程技术发展之回顾与展望[J]. 市政技术, 2009, **27**(2): 136 - 140. (XU Zhen-xiang. Review and prospects of technique development for rock-soil anchoring[J]. Municipal Engineering Technology, 2009, **27**(2): 136 - 140. (in Chinese))
- [4] 尤明庆. 均质土坡的圆弧滑动分析[J]. 岩土力学, 2008, **29**(8): 2025 - 2032. (YOU Ming-qing. Analysis of homogeneous soil slope slipping in circular arc[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, **29**(8): 2025 - 2032. (in Chinese))
- [5] 万 文, 曹 平, 冯 涛, 等. 基于加速混合遗传算法搜索复杂边坡的最危险滑动面[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(4): 475 - 479. (WAN Wen, CAO Ping, FENG Tao, et al. Searching for the most dangerous failure surface of complex slope based on accelerating hybrid genetic algorithm[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(4): 475 - 479. (in Chinese))
- [6] 何思明, 张晓曦, 罗 渝. 坡顶条形荷载作用边坡潜在滑裂面与稳定性分析[J]. 山地学报, 2011, **29**(1): 95 - 100. (HE Si-ming, ZHANG Xiao-xi, LUO Yu. Potential sling surface position and slope stability analysis under the strip load[J]. Journal of Mountain Science, 2011, **29**(1): 95 - 100. (in Chinese))
- [7] 邓东平, 李 亮, 赵炼恒. 基于 Janbu 法的边坡整体稳定性滑动面搜索新方法[J]. 岩土力学, 2011, **32**(3): 891 - 898. (DENG Dong-ping, LI Liang, ZHAO Lian-heng. A new method of sliding surface searching for general stability of slope based on Janbu method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(3): 891 - 898. (in Chinese))
- [8] 祁小辉, 李典庆, 周创兵, 等. 考虑土体空间变异性的边坡最危险滑动面随机分析方法[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(4): 745 - 753. (QI Xiao-hui, LI Dian-qing, ZHOU Chuang-bing, et al. Stochastic analysis method of critical slip surfaces in soil slopes considering spatial variability[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(4): 745 - 753. (in Chinese))
- [9] 石 露, 李小春, 任 伟, 等. 蚁群算法与遗传算法融合及其在边坡临界滑动面搜索中的应用[J]. 岩土力学, 2009, **30**(11): 3486 - 3492. (SHI Lu, LI Xiao-chun, REN Wei, et al. Hybrid of ant colony algorithm and genetic algorithm and its application to searching critical slope slip surface[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(11): 3486 - 3492. (in Chinese))
- [10] 罗 强, 李 亮, 赵炼恒. 水力和超载条件下锚固岩石边

- 坡动态稳定性拟静力分析[J]. 岩土力学, 2010, **31**(11): 3585 - 3593. (LUO Qiang, LI Liang, ZHAO Lian-heng. Quasi-static analysis of seismic stability of anchored rock slope under surcharge and water pressure conditions[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(11): 3585 - 3593. (in Chinese))
- [11] 邓东平, 李亮, 罗强. 预应力锚索加固土质边坡极限平衡稳定性分析[J]. 工程地质学报, 2013, **21**(1): 53 - 60. (DENG Dong-ping, LI Liang, LUO Qiang. Limit equilibrium analysis on stability of soil slopes reinforced with pre-tensioned cables[J]. Journal of Engineering Geology, 2013, **21**(1): 53 - 60. (in Chinese))
- [12] 李新坡, 何思明, 徐骏, 等. 预应力锚索加固土质边坡的稳定性极限分析[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2006, **38**(5): 82 - 85. (LI Xin-po, HE Si-ming, XU Jun, et al. Stability analysis of slopes reinforced with pre-tensioned cables by limit analysis method[J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2006, **38**(5): 82 - 85. (in Chinese))
- [13] 何思明, 张晓曦, 欧阳朝军. 岩质高切坡预应力锚索超前支护研究[J]. 土木工程学报, 2011, **44**(12): 101 - 107. (HE Si-ming, ZHANG Xiao-xi, OUYANG Chao-jun. Research of rock high cut slope reinforced by pre-stressed anchorage[J]. China Civil Engineering Journal, 2011, **44**(12): 101 - 107. (in Chinese))
- [14] 赵炼恒, 罗强, 李亮, 等. 基于失稳状态耗能最小原理的预应力锚索加固边坡稳定性上限解析[J]. 岩土力学, 2013, **34**(2): 426 - 432. (ZHAO Lian-heng, LUO Qiang, LI Liang, et al. Energy analysis method for slopes reinforcing with prestressed anchor cables based on minimum energy principle of instability state[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(2): 426 - 432. (in Chinese))
- [15] 龚晓南. 土塑性力学[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1997. (GONG Xiao-nan. Soil plasticity mechanics[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1997. (in Chinese))
- [16] NIAN T K, LIU K, ZHENG D F, et al. Limit analysis of anchored slopes subjected to seismic loading[C]// Advances in Soil Dynamics and Foundation Engineering, ASCE. Shanghai, 2014: 548 - 553.
- [17] CHANG C J, CHEN W F, YAO J T P. Seismic displacements in slopes by limit analysis[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1984, **110**(7): 860 - 874.
- [18] CHEN W F, SAWADA T. Earthquake-induced slope failure in nonhomogeneous, anisotropic soils[J]. Soils and Foundations, 1983, **23**(2): 125 - 139.
- [19] BISHOP A W. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes[J]. Géotechnique, 1955, **5**(1): 7-17.
- [20] CAI F, UGAI K. Reinforcing mechanism of anchors in slopes: a numerical comparison of results of LEM and FEM[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2003, **27**(7): 549 - 564.
- [21] HASSIOTIS S, CHAMEAU J L, GUNARATNE M. Design method for stabilization of slopes with piles[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1997, **123**(4): 314 - 323.
- [22] DAY R W, HULL T S, POULOS H G, et al. Design method for stabilization of slopes with piles (discussion)[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1999, **125**(10): 911 - 913.