

DOI: 10.11779/CJGE201701009

土坡稳定性的分位概率法和分项系数法对比

储昭飞, 刘保国, 李 旭*, 张 宁

(北京交通大学土木建筑工程学院, 北京 100044)

摘 要: 对于土质边坡稳定性分析, 由于岩土参数变异系数波动范围较大, 分项系数设计法 (PFM) 计算结果不够稳定, 尚未在工程中广泛推行。分位概率设计法 (QVM) 是一种新的可靠度设计方法, 它以单一的分位概率 η 进行极限状态设计。将分位概率设计法应用于边坡稳定分析, 针对土质边坡, 进行了抗剪强度参数 (c, f) 的分项系数和分位概率的标定和误差分析。分析结果表明: ①在土体抗剪强度参数 (c, f) 的均值、变异系数、坡角和坡高在取值范围内变化时, 分位概率值 (η) 相比分项系数 γ_c, γ_f , 其标定结果更加稳定; ②相比分项系数设计法, 分位概率设计法给定的极限状态, 其实际可靠度 β_A 更稳定, 与目标可靠度 β_T 之间的误差更小, 设计更可靠; ③分项系数法对各变量分别使用不同的分项系数, 而分位概率法对所有变量采用相同的分位概率 (η), 设计更简洁。

关键词: 边坡稳定; 可靠度; 分项系数; 分位概率; 抗剪强度

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2017)01-0106-10

作者简介: 储昭飞 (1989-), 男, 安徽安庆人, 博士研究生, 主要从事岩土可靠度计算及岩土流变分析。E-mail: zhaofeichu@163.com。

Comparison between quantile value method and partial factor method for stability evaluation of soil slopes

CHU Zhao-fei, LIU Bao-guo, LI Xu, ZHANG Ning

(School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: Since the coefficients of variation of soil properties vary in a large range, the real reliability index for the soil slope designed using the partial factor method also fluctuates in a range. This drawback limits the application of PFM in stability evaluation for soil slopes. The quantile value method is a new method and adopts a single quantile value (η) as the design factor in slope reliability design. The quantile value method is introduced to analyze the reliability of soil slopes. In the analysis, both the quantile value (η) and the partial factors (c, f) are calibrated and validated. The results demonstrate that: (1) the quantile value (η) is more robust and stable comparing to the partial factors (c, f) when the fluctuations of the mean values and coefficients of variation of shear strength parameters of soil, the angle and height of slope are considered. (2) The quantile value method it is more conservative and safer than the partial factor method. (3) The quantile value method involves only one single value for all variables and is simpler than the partial factor method including many different partial factors for variables.

Key words: stability of slope; reliability; partial factor; quantile value; shear strength

0 引 言

基于可靠度理论的边坡稳定性分析已经被很多学者和设计人员所接受^[1-2]。中国水利水电工程边坡设计规范^[3]明确建议: 如有条件, 对于 1 级边坡可采用基于抗滑稳定安全系数的方法进行可靠度分析。DL/T5395—2007《碾压式土石坝设计规范》^[4]把安全系数法作为抗滑稳定计算基本方法的同时, 也将基于可靠度的“抗滑稳定分项系数设计法”列在附录里, 可见采用可靠度方法进行边坡稳定性分析是一种趋势。

对于边坡可靠度稳定分析, 目前国内外学者主要

沿用由结构工程领域所普遍应用的分项系数设计法 (partial factor method, 记作 PFM)^[5-6]。然而在岩土工程中, 近年来不少学者发现分项系数设计法的应用存在一些弊端: ①岩土材料强度的变异系数相对人工结构材料较大, 一般土体的黏聚力 c 的变异系数在 0.1 以上, 摩擦系数 f 的变异系数通常为 0.04~0.15, 重度 γ 的变异系数为 0.03~0.07^[8-9, 13-14], 按规范给定的

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51479001, 41471052); 中央高校基本科研业务费项目 (2014JJBZ013)

收稿日期: 2015-10-24

*通讯作者 (E-mail: cexuli2012@gmail.com)

方法^[10-11]标定得到的强度参数的分项系数变异性很大^[12-15]; ②对于某一案例, 采用标定的分项系数进行可靠度设计时, 实际可靠度 β_A 与目标可靠度 β_T 相差很大, 即在岩土工程不确定因素影响下, 分项系数设计法不能保证实际可靠度指标具有良好的稳定性^[12, 15, 17]。由于这些缺陷, 分项系数设计法在岩土工程可靠度设计中, 尚未能得到工程界和学术界的一致肯定。

分位概率设计法 (quantilevalue method, 记作 QVM) 是一种新的可靠度设计方法。该法是由 CHING Jianye 等^[16]基于随机变量的设计分位概率值和目标可靠度之间的等效原则所提出, 建立起分位概率 η 与失效概率 P_F 之间的对应关系。其基本思想是利用单一的分位概率值来代替分项系数设计法中的分项系数。在桩基础的可靠度设计中, 分位概率法取得了很好的效果^[16-18]。

为考察分位概率设计法应用于土质边坡的可靠度设计的可行性, 本文首先根据分位概率原理推导出适合边坡可靠度设计的分位概率 η 与失效概率 P_F 之间的等价方程。然后, 以单阶均质土坡为模型, 结合数值实验, 考虑土体抗剪强度参数 c, f 的变异性 and 土坡几何形状 (坡角 θ 、坡高 h) 的变化影响, 利用分项系数设计法和分位概率设计法对土体抗剪强度参数 c, f 的分项系数 γ_c, γ_f 和分位概率 η 分别进行标定和实际可靠度 β_A 的验证。最后, 对两种设计法在边坡可靠度设计中的适用性和优缺点进行了比较分析。

1 土坡稳定性分析

1.1 土坡数值模型及参数分布

Malkawi等^[7]指出, 边坡的可靠度分析不确定主要来源于边坡模型不确定、参数不确定以及数据采集不确定。边坡模型不确定性是指设计过程中采用的分析方法和数值模型的变异, 如安全系数的计算方法等。参数不确定性是源于参数不能精确定量地输入, 包括土坡几何参数和土体的物理参数的变异, 土坡几何参数主要是指土坡坡角 θ 和坡高 h , 而土体参数包括抗剪强度参数 c, f 以及土体重度 γ , 且 γ 的变异性相对较小, 一般可以忽略^[10]。

因此, 本文在对边坡可靠度分析前, 分别定义随机变量空间 $V: \{X=c, f\}$ 和参数空间 $W: \{\alpha=\mu_c, \mu_f, \delta_c, \delta_f, \theta, h\}$ 。随机变量空间包含两个随机变量: 黏聚力 c 和摩擦系数 f ; 参数空间指的是与土坡可靠度设计的相关的参数 α 集合, 包括强度参数 c, f 的均值 (μ_c, μ_f)、变异系数 (δ_c, δ_f)、坡角 θ 以及坡高 h 。显然, 随机变量空间 V 和参数空间 W 分别是二维和六维空间。

为简化问题, 本文选择单阶均质土坡, 如图 1,

不考虑地下水和坡面堆载作用, 考虑参数空间 W 中 6 种不确定因素的变化, 探讨分项系数法和分位概率法在土坡可靠度分析的适用性。陈立宏等^[21]指出, 土体抗剪强度参数 c, f 的分布对土坡可靠度也有较大影响, 但通常可认为黏聚力 c 服从对数正态分布, 摩擦系数 f 服从正态分布^[13-14]。因此, 本文研究中 6 种参数取值范围如表 1。

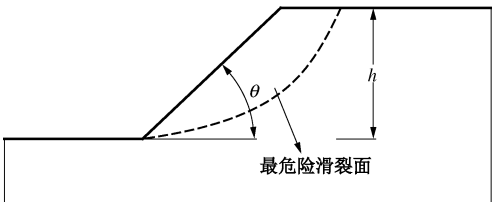


图 1 边坡数值模型

Fig. 1 Numerical model for uniform soil slope

表 1 6 种参数取值范围^[8, 15, 22]

Table 1 Range of six parameters

参数	μ_c/kPa	μ_f	δ_c	δ_f	$\theta/(^\circ)$	h/m
数值	5~45	0.274~1.0	0.15~0.35	0.04~0.12	30~60	5~15

1.2 土坡可靠度分析的功能方程

给定土坡, 进行可靠度分析, 其极限状态方程通常以安全系数进行表达。例如, 采用如下形式的极限状态方程^[8, 12, 14]:

$$G(X)=F(X)-1 \quad (\text{给定 } \theta, h) \quad (1)$$

式中 X 为变量, 代表 c, f ; θ, h 为坡角和坡高; $F(X)$ 为土坡安全系数值。

由于土坡的安全系数大多不存在显示表达 (无论是极限平衡方法还是有限元强度折减法来计算), 一些学者提出用响应面法^[21]来确定边坡功能函数。即, 先假定边坡稳定安全系数为关于随机变量 c, f 的二次含有交叉项多项式, 采用中心复合设计对土体抗剪强度指标 (c, f) 取样, 进而通过抽样求解和回归分析得到边坡安全系数的响应面函数 $F(X)$ 。最终结合式 (1), 可得边坡稳定功能函数为

$$G(X)=\lambda_0+\lambda_1c+\lambda_2f+\lambda_3c^2+\lambda_4f^2+\lambda_5cf \quad (2)$$

式中, $\lambda_i (i=0,1,2,\cdots,5)$ 为待定系数。本文的土坡安全系数的求解, 采用 STAB2009 中的 Morgenstern-Price 法进行。如图 1, 最危险滑裂面由程序自动搜索得到, 为任意曲线。具体求解功能方程步骤参见文献^[15]中的 1.2 节。

2 边坡的分项系数设计法和分位概率设计法

2.1 分项系数设计法

分项系数设计方法^[5-6]通过对荷载和抗力的特征

值(或是标准值)采用各自的分项系数值进行折算,得到设计值。当设计值满足极限状态要求时,结构满足目标可靠度。假设结构的功能方程表示为 $G(X)$, 失效概率 P_F 为

$$P_F = P(G(X) < 0), \quad (3)$$

式中, $X=(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 表示与结构功能方程有关的变量。相应的结构可靠度满足以下关系^[5, 6, 22]:

$$P_F = 1 - \Phi(\beta), \quad (4)$$

$$\beta \approx \min_{X \in G=0} \sqrt{(z_X)^T C^{-1} (z_X)} \quad (5)$$

$$z_X = \Phi^{-1}[F_X(X, \mu_X, \sigma_X)] \quad (6)$$

式中 β 是可靠度指标; X 为随机变量矩阵; z_X 为变量 X 在标准高斯空间中的变量矩阵; μ_X , σ_X 分别为随机变量均值和方差矩阵; C^{-1} 为变量标准化后的协方差矩阵逆矩阵; $F_X(\cdot)$ 为 X 的累积分布函数; $\Phi^{-1}(\cdot)$ 为标准正态密度分布函数。当已知功能函数时, 可采用验算点法等^[6, 22]求解满足目标可靠度 β_T 要求的设计验算点 X^* , 并作为设计值 X_d , 进而计算变量 X 的分项系数 γ_X :

$$\gamma_X = X_k / X^*, \quad (7)$$

式中, X_k 为 X 的标准值, 一般基于勘察和试验数据得到, 其与均值之间的存在以下关系^[5, 15]:

$$X_k = \begin{cases} \mu_X + \Phi^{-1}(t)\sigma_X, & X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2) \\ \exp\left[\ln(\mu_X / \sqrt{1 + \delta_X^2}) + \sqrt{\ln(1 + \delta_X^2)} \cdot \Phi^{-1}(t)\right], & (8) \\ X \sim LN(\mu_X, \sigma_X^2) \end{cases}$$

式中, t 为设计分位值, 对于岩土材料可取 $t=0.1$ ^[5], μ_X , σ_X 分别为变量的均值和标准差。

2.2 土坡的分位概率设计方法

分位概率法用单一的概率值 η 来代替分项系数设计法中的分项系数^[17], 即: 对有利于结构安全的变量(抗力), 其设计值按照概率 η 折减; 而对不利于结构安全的变量(荷载), 其设计值按照概率 $1-\eta$ 选取。即变量设计值 X_d :

$$X_d = \begin{cases} F_X^{-1}(\mu_X, \sigma_X, \eta) & (\text{对结构有利}) \\ F_X^{-1}(\mu_X, \sigma_X, 1-\eta) & (\text{对结构不利}) \end{cases}, \quad (9)$$

式中, $F_X^{-1}(\cdot)$ 为累积分布函数反函数。因此, 对于分别服从正态和对数正态分布的抗剪强度参数 c , f , 二者的设计值 X_d 为^[16-17]

$$X_d = \begin{cases} c_d = \frac{\mu_c}{\sqrt{1 + \delta_c^2}} \exp\left[\Phi^{-1}(\eta)\sqrt{\ln(1 + \delta_c^2)}\right] \\ f_d = \mu_f + \Phi^{-1}(\eta)\sigma_f \end{cases} \quad (10)$$

分位概率设计法和分项系数设计法类似, 当设计值 X_d 满足极限状态设计要求时($G(X) \geq 0$), 结构应满足目标可靠度 ($\beta \geq \beta_T$)。因此分位概率值 η , 目标可靠度 β_T , 失效概率 P_F 三者之间存在对应关系。文献^[16]

利用安全率的概念建立了分位概率值 η 和桩基础设计目标可靠度 β_T 之间的对应关系。然而, 该对应关系并不能直接用于边坡稳定的可靠度分析。

对于边坡可靠度分析, 根据边坡的功能方程式

(1)、(2), 由极限状态设计要求可知:

$$G(X_d) \geq 0 \Leftrightarrow F(X_d) \geq 1, \quad (11)$$

$$P(F(X) < 1) \leq P_F, \quad (12)$$

式中, X 为随机变量 c , f 。因此, 将类比文献^[16]的数学理论, 通过以下步骤建立式(11)、(12)之间关系, 即边坡分位概率 η 和失效概率 P_F 的对应关系。

由安全系数定义 $F(X) > 0$, 且假设在参数空间 W 中, 存在与参数 α 有关的函数 $\rho(\alpha) \geq 1$, 使得

$$P(F(X) < 1) \leq P(\rho(\alpha)/F(X) > 1), \quad (13)$$

并存在合适的与参数 α 相关的分位概率值 η 满足

$$F(X_d) = \rho(\alpha) \geq 1, \quad (14)$$

$$P(\rho(\alpha)/F(X) > 1) = P_F. \quad (15)$$

由式(14)、(15)便可建立起分位概率 η 和失效概率 P_F 之间的对应关系为

$$P\left(\frac{F(X_d)}{F(X)} > 1\right) = P_F \quad (16)$$

结合式(11)、(16), 显然, 边坡的失效概率 P_F 可由对土体抗剪强度 c , f 的观测值进行合适的分位概率 η 折减来量化评估。尽管式(14)表明, 随着参数空间 W 中标点选取的不同, 分位概率 η 值也不同。然而, 式(16)中, $F(X_d)$ 是与参数 α 有关的确值, $F(X)$ 是与 α 有关的随机变量, 两者比值恰是一种标准化效应, 较大降低了分位概率 η 对参数空间 W 中标点的依赖性^[16]。这一点在下文第5节中得到验证。

2.3 边坡分位概率及分项系数设计方法的讨论

对于分别服从于对数正态和正态分布的二维变量 c , f , 不考虑两者相关性, 在 f - $\ln c$ 的原始二维正态空间中, 如图2, 存在以均值 ($\mu_{\ln c}$, μ_f) 为中心, 以 $\beta\sigma_{\ln c}$, $\beta\sigma_f$ 分别为长短轴半径的椭圆, 记为 $\beta\sigma$ -椭圆^[9, 23]。当 $\beta=1$ 时, 记为 1σ -椭圆。根据式(5)和正态分布联合概率椭圆方程^[22], 当 $\beta\sigma$ -椭圆与极限状态线 $G(X)=0$ 相切时, β 即为可靠度指标, 切点即为分项系数设计法中的设计验算点 X^* , 可作为分项系数的标定点点。

对于分位概率设计法, 在上述原始正态分布二维空间中, 过均值点 ($\mu_{\ln c}$, μ_f)、斜率为 $\tan \alpha = \sigma_f / \sigma_{\ln c}$ 的直线 $L(X)$, 与极限状态线 $G(X)=0$ 交于一点 X^η , 即分位概率设计法所采用的设计点 X_d , 即为分位概率的标定点点。

对应于高斯标准正态空间^[5, 22], 如图3, 4, 给定 X 的概率分布, 两种设计法的设计值 X_d 在标准正态空

间中的对应值可记为 z_X^η 和 z_X^* 。如图 3, 对于分位概率设计法, c, f 的分位概率 η 是 z_X^η 左侧区域的累积概率, 而分项系数则没有这样的物理意义。且分位概率法中, 随机变量 c, f 的在标准正态空间中的设计值相同, $z_c^\eta = z_f^\eta$; 而对分项系数法, 标准正态空间中设计值 $z_c^* \neq z_f^*$ 。

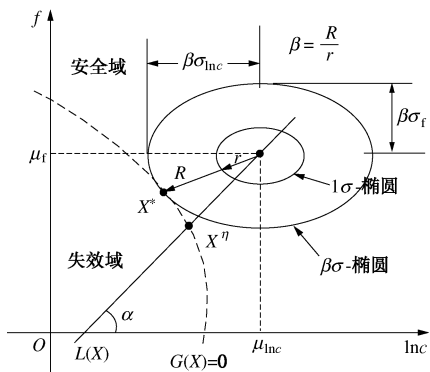


图 2 两种设计法在原始空间中的表示

Fig. 2 Two design methods in original space

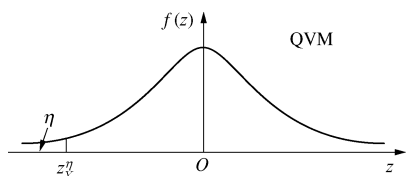


图 3 分位概率设计法在概率空间中的表示

Fig. 3 QVM in probability space

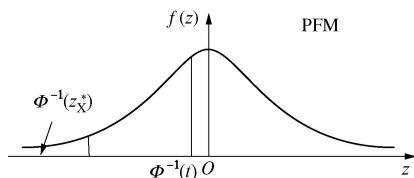


图 4 分项系数设计法在概率空间中的表示

Fig. 4 PFM in probability space

值得注意的是, 分位概率 η 与 2.1 节式 (8) 中的设计分位值 t 的意义不同, 分位概率 η 含义是基于概率平衡原理对所有变量设计值采用相同的概率折算。而设计分位值 t 用于参数标准值计算, 是对参数的保守估计, 通常基于勘察和试验数据得到。对不同材料, t 值也不同, 例如人工材料的强度标准值一般取用 0.05 的分位值, 即 95% 的保证率^[5-6]。

实际应用中, 采用两种设计方法, 都需分别对其中的设计系数 (γ_X, η) 进行标定和可靠度水平验证。在标准高斯空间中, 假定在标定分项系数和分位概率时, 使用的是 A 土坡, 其功能方程是 $g(z)$ 。而验算中, 使用的 B 土坡, 其功能方程为 $\bar{g}(z)$ 。一般有 $\bar{g}(z) \neq g(z)$ 。因为在标定和验算时, 参数空间 W 中

参数往往不同 (例如标定时 $\delta_c = 0.25$, 而验算时 $\delta'_c = 0.35$), 功能方程也会随机变量 X 分布不同而有所变化。

当功能方程变化时, 分位概率法通过相同的分位概率值 η 约束两个功能方程^[17], 而这种约束作用将直接影响工程设计中实际可靠度指标 β_A 的稳定性。在图 5 (a) 所示的高斯标准空间中, 设计验算点 (z_c^η, z_f^η) 即是过原点的直线 l_φ ($\varphi = 45^\circ$) 与极限状态线 $g(z)=0$ ($\bar{g}(z)=0$) 的交点。交点起到了枢轴的作用, 能够防止 β_A 与 β_T 相差过大。

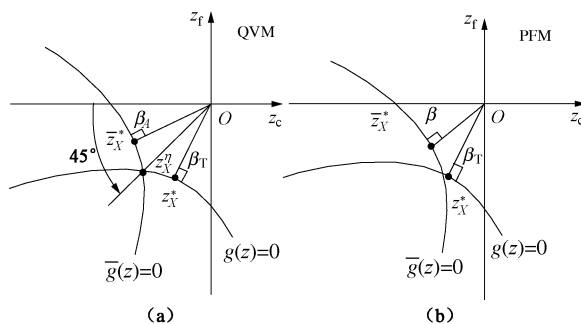


图 5 两种方法在标准高斯空间中几何解释

Fig. 5 Two design methods in standard Gaussian space

如图 5 (b), 分项系数设计法使用设计验算点进行分项系数的标定。标定时, 设计验算点 (z_c^η, z_f^η) 到原点距离最短, 为目标可靠度 β_T 。而实际设计时, 可靠度 β_A 为设计验算点 (z_c^*, z_f^*) 到原点的距离, 但两个设计验算点可能相差很远。

事实上, 对于同一功能方程, 同一可靠度指标可由不同的分项系数组合来满足, 即极限状态线上任一点都可以用于分项系数的标定, 与之对应的可得到不同的分项系数组合。而目前被广泛应用的分离函数法^[6-7]就选择了设计验算点 X^* 这一特殊点作为分项系数标定点。相比之下, 分位概率法选择了对变量 X 考虑相同折算的点 X^η 作为标定点, 其标定结果离散性相对较小, 标定点选取更加合理。

3 土坡稳定可靠度分析数值试验

本文将通过数值试验对比分析分位概率法和分项系数法在土坡可靠度设计中的适用性。数值模拟中, 主要考虑土坡的参数空间 W 中 6 种参数 (均值 (μ_c, μ_f), 变异系数 (δ_c, δ_f), 坡角 θ 和坡高 h) 的影响, 依据规范中的标定步骤^[10-11], 对土体抗剪强度指标 c, f 的分项系数 (γ_c, γ_f) 和分位概率 η 进行标定, 并对其实际可靠度 β_A 水平的进行验证。研究中采用单一变量控制法, 对以上 6 种因素独立控制。由于分析中各种影响因素影响的标定和验算过程基本相同, 故本文以下以 f 的变异系数 δ_f 影响为例, 对标定和验算两个过

表 2 考虑不同因素的分位概率法和分项系数法标定和验算工况

Table 2 Cases for calibrating and validating quantile values and partial factors considering different factors				
因素	编号	标定过程	验算过程	其他条件
均值	工况 1 (μ_c)	$\mu_c=5\sim45\text{ kPa}$, $\delta_c=0.25$, $\delta_f=0.08$	$\mu'_c=5\sim45\text{ kPa}$, $\delta'_c=0.25$, $\delta'_f=0.08$	$\beta_T=2.7, 3.2, 3.7$, $h=h'=10\text{ m}$, $\theta=\theta'=45^\circ$, $\gamma=20\text{ kN/m}^3$
	工况 2 (μ_f)	$\mu_f=0.268\sim1.0$, $\delta_c=0.25$, $\delta_f=0.08$	$\mu'_f=0.268\sim1.0$, $\delta'_c=0.25$, $\delta'_f=0.08$	
变异系数	工况 3 (δ_c)	$\mu_f=0.577$, $\delta_c=0.15\sim0.35$, $\delta_f=0.08$	$\mu'_f=0.577$, $\delta'_c=0.15\sim$ 0.35 , $\delta'_f=0.08$	
	工况 4 (δ_f)	$\mu_c=25\text{ kPa}$, $\delta_c=0.25$, $\delta_f=0.04\sim0.12$	$\mu'_c=25\text{ kPa}$, $\delta'_c=0.25$, $\delta'_f=0.04\sim0.12$	
坡角	工况 5 (θ)	$\theta=30^\circ\sim60^\circ$, $h=10\text{ m}$	$\theta'=30^\circ\sim60^\circ$, $h'=10\text{ m}$	$\mu_c=\mu'_c=25\text{ kPa}$, $\mu_f=\mu'_f=0.577$,
坡高	工况 6 (h)	$\theta=45^\circ$, $h=5\sim15\text{ m}$	$\theta'=45^\circ$, $h'=5\sim15\text{ m}$	$\delta_c=\delta'_c=0.25$, $\delta_f=\delta'_f=0.08$, $\beta_T=2.7, 3.2, 3.7$, $\gamma=20\text{ kN/m}^3$

程进行详细叙述。研究中，对两种设计方法的标定和验算过程均用自行编写的 MATLAB 程序计算。

3.1 标定过程

标定的主要目的是获得满足目标可靠度的分项系数数值和分位概率值，具体标定流程如下：

(1) 给定土坡坡角 θ 以及坡高 h ，由式 (1) 确定边坡的功能方程 $G(X)$ ，并给定目标可靠度指标 β_T 。

(2) 给定 c 的均值、变异系数以及给定的 f 的变异系数，即给定 μ_c , δ_c , δ_f ，试算得到 μ_f ，使目标可靠度达到 β_T 。

(3) 根据第 2 节中分项系数法、分位概率法的原理，计算得到分项系数值 (γ_c , γ_f) 和分位概率值 η 。

3.2 验算过程

验算过程是检验标定得到的分项系数和分位概率的合理性和适用性，即考察不同条件下满足设计方程 ($G(X_0)=0$) 的实际边坡可靠度误差 ($\beta_A-\beta_T$)。具体验算过程如下：

(1) 给定标定得到分项系数 (γ_c , γ_f) 和分位概率值 (η)。

(2) 给定与标定过程相等的 c 的均值和变异系数 (μ'_c , δ'_c)，即 $\mu_c=\mu'_c$, $\delta_c=\delta'_c$ 。再给定的 f 的变异系数值 δ'_f 。

(3) 根据 γ_c , γ_f , η 的值，根据 $\bar{G}(X)=0$ 条件反算 f 的均值 μ_f 。

(4) 通过以上方法得到验算条件 (μ'_c , μ'_f , δ'_c , δ'_f)，采用变化映射法^[6, 15]计算该工况的实际可靠度值 β_A 。

如图 6，为考虑 δ_f 影响的标定和验算流程图。类似地，如表 2 中的 6 种工况，分别考虑 6 种因素的影响。

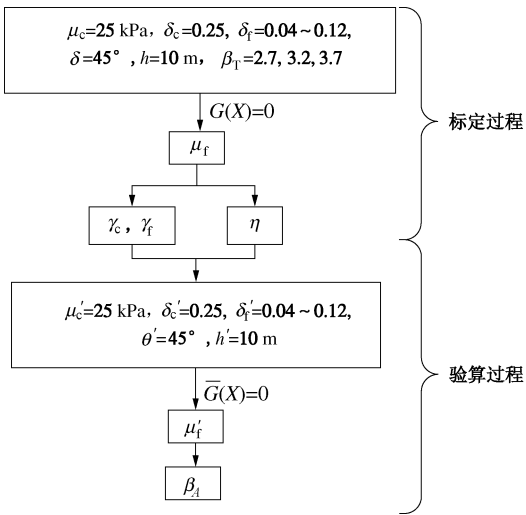


图 6 考虑 δ_f 影响的标定和验证流程
Fig. 6 Calibration and verification considering δ_f

4 不同因素对分位概率及分项系数标定结果的影响

对应于表 2 中工况 1~6 的标定过程，如图 7~15，分别为 c , f 的均值 (μ_c , μ_f)、变异系数 (δ_c , δ_f)、坡角 (θ) 以及坡高 (h) 对分项系数 (γ_c , γ_f) 及分位概率 (η) 影响曲线。由图 7~9 可知，在其他条件一定的情况下， c , f 的均值 μ_c , μ_f , f 的变异系数 δ_f 以及坡高 h 越大，分位概率 η 先增大后减小，且分别在 $\mu_c=15\text{ kPa}$, $\mu_f=0.577(\varphi=30^\circ)$, $\delta_f=0.08$, $h=10\text{ m}$ 处达到最大值；随着 c 的变异系数 δ_c 和土坡坡角 θ 值增大，分位概率 η 表现为一直增大的趋势。

如图 10, 12, 14，随着 c 的均值 μ_c 、变异系数 δ_c 以及坡角 θ 的增大， γ_c 逐渐增大， γ_f 逐渐减小；如图 11, 13, 15，随着 f 的均值 μ_f 、变异系数 δ_f 以及坡高 h 的增大， γ_c 逐渐减小， γ_f 逐渐增大。显然，在两种

情况下, γ_c 和 γ_f 都呈负相关关系。

表 3, 4 对应于图 7~15 中所有数据, 根据不同等级的目标可靠度 β_T , 分别给出了 3 种系数 γ_c , γ_f 和 η 在 6 种不同因素影响下的标定结果。对不同工况下的标定结果进行统计, 其标定结果变异性见表 3, 4。

以目标可靠度 $\beta_T=3.2$ 为例 (表 3), 当不同影响因素的变化时, 分项系数 (γ_c , γ_f) 和分位概率 (η) 程度不同。分项系数 γ_c 受 μ_c 影响最大, 而受 δ_f 影响相对较小; 对于分项系数 γ_f , 坡角 θ 的变化对其影响最大, δ_c 变化对其影响最小; 相反, 对于分位概率 η , 坡角 θ 的变化对其影响最小, 而 c 的均值 μ_c 变化对其影响最大。对于同种因素的影响, 存在关系: $\text{cov}(\gamma_f) < \text{cov}(\eta) < \text{cov}(\gamma_c)$, 即三者中 γ_c 稳定性最差, γ_f 稳定性最好, η 稳定程度居中。

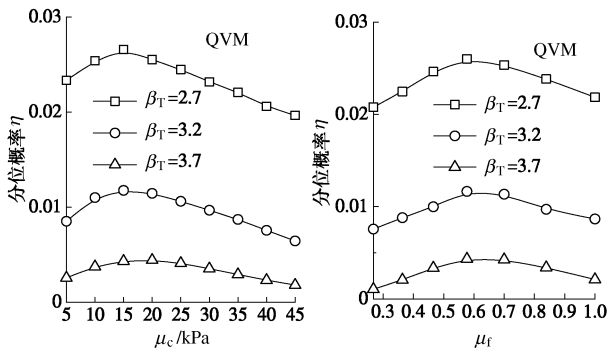


图 7 c , f 的均值对分位概率 (η) 的影响

Fig. 7 Influences of μ_c and μ_f on values of (η)

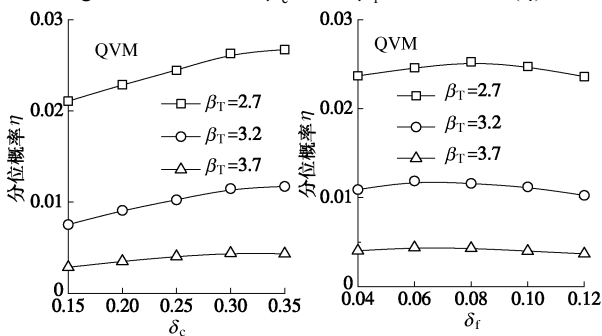


图 8 c , f 的变异系数对分位概率 (η) 的影响

Fig. 8 Influences of δ_c and δ_f on values of (η)

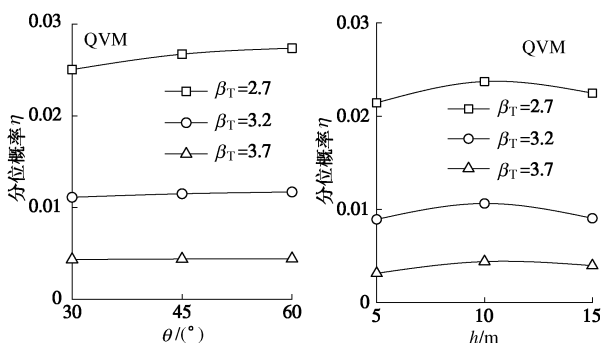


图 9 坡角 θ 和坡高 h 对分位概率 (η) 的影响

Fig. 9 Influences of θ and h on quantile values (η)

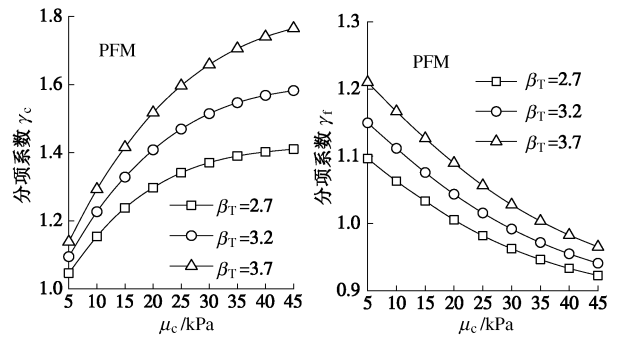


图 10 c 的均值对分项系数 (γ_c , γ_f) 的影响

Fig. 10 Influences of μ_c on partial factors (γ_c , γ_f)

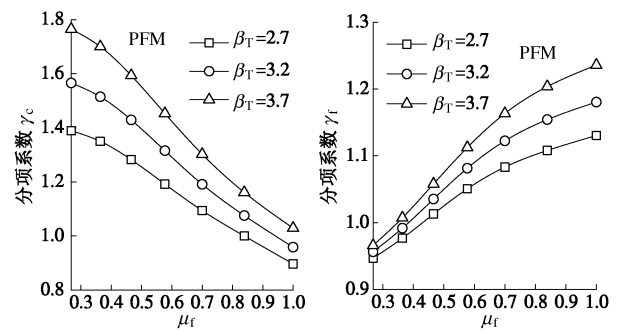


图 11 f 的均值对分项系数 (γ_c , γ_f) 的影响

Fig. 11 Influences of μ_f on partial factors (γ_c , γ_f)

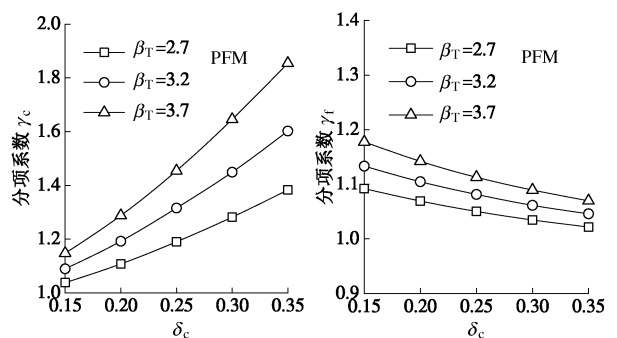


图 12 c 的变异系数对分项系数 (γ_c , γ_f) 的影响

Fig. 12 Influences of δ_c on partial factors (γ_c , γ_f)

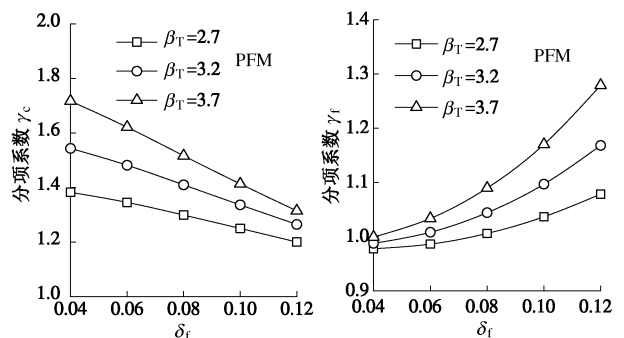


图 13 f 的变异系数对分项系数 (γ_c , γ_f) 的影响

Fig. 13 Influences of δ_f on partial factors (γ_c , γ_f)

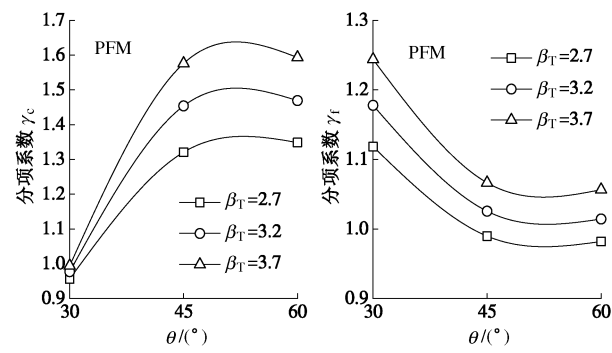


图 14 坡角 θ 对分项系数 (γ_c , γ_f) 的影响
Fig. 14 Influences of θ on partial factors

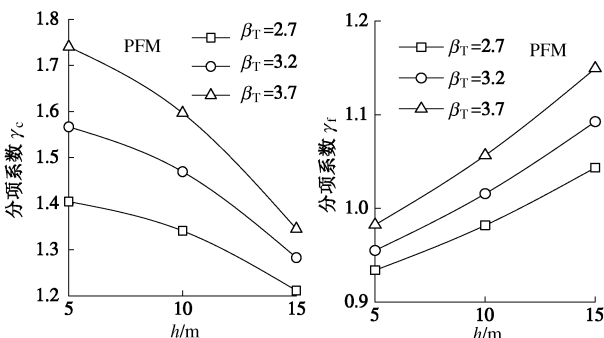


图 15 坡高 h 对分项系数 (γ_c , γ_f) 的影响
Fig. 15 Influences of h on partial factors

表 3 不同因素影响下 γ_c , γ_f , η 的变异性大小 ($\beta_T=3.2$)

Table 3 COV of γ_c , γ_f , η affected by different factors ($\beta_T = 3.2$)

参数	μ_c	μ_f	δ_c	δ_f	θ	h
cov(γ_c)	0.12	0.17	0.15	0.08	0.12	0.10
cov(γ_f)	0.07	0.08	0.03	0.07	0.09	0.07
cov(η)	0.11	0.13	0.14	0.06	0.03	0.10

在其他目标可靠度 β_T 条件下 (表 4), 依然存在 $\text{cov}(\gamma_f) < \text{cov}(\eta) < \text{cov}(\gamma_c)$ 关系。且随着 β_T 从 2.7 增大至 3.7, γ_c , γ_f 的最大值、最小值以及均值都依次增大, η 的 3 种值却逐渐减小。这一点, 从第 2 节中分项系数和分位概率的定义得到充分解释。对于某一土坡案例, 目标可靠度 β_T 越大, 土坡失稳概率 P_F 越小, 需对 c, f 的观察值 X 进行较大程度折减, 得到设计值 X_d 以满足目标设计, 因此, γ_c, γ_f 值越大; 而分位概

表 4 土坡考虑所有影响因素的分项系数和分位概率分布

Table 4 Distribution of partial factors and quantile values considering all factors in soil slopes

项目	$\beta_T=2.7$			$\beta_T=3.2$			$\beta_T=3.7$		
	γ_c	γ_f	η	γ_c	γ_f	η	γ_c	γ_f	η
最大值	1.41	1.13	0.0274	1.60	1.18	0.0119	1.85	1.28	0.0044
最小值	0.90	0.92	0.0197	0.96	0.94	0.0086	0.99	0.97	0.0028
均值	1.25	1.02	0.0238	1.37	1.06	0.0101	1.49	1.10	0.0037
变异性系数	0.12	0.06	0.09	0.14	0.07	0.11	0.16	0.08	0.12

率对应失稳概率 P_F , 因此, 其值愈小。

此外, 由以上分项系数法标定可知, 土体抗剪强度 c, f 的分项系数 (γ_c, γ_f) 随变异系数 (δ_c, δ_f) 变化成负梯度关系的现象, 国内外一些学者给出了一些解释。例如, 陈祖煜^[23]认为土体的两个抗剪强度参数之间服从负相关; GwanghaRoh 等^[14]还给出了 γ_c, γ_f 之间的相关公式。为此, 本文在考虑上述 6 种因素综合影响下, 提出 γ_c 与 γ_f 之间一般的相关关系表达式 (图 16):

$$\left. \begin{aligned} \beta_T = 2.7, \gamma_f &= 1.17 - 0.0024 \exp(3.22 \gamma_c) \quad (r=0.93), \\ \beta_T = 3.2, \gamma_f &= 1.23 - 0.0044 \exp(2.61 \gamma_c) \quad (r=0.96), \\ \beta_T = 3.7, \gamma_f &= 1.31 - 0.0136 \exp(1.83 \gamma_c) \quad (r=0.95), \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中, r 为拟合相关系数, 给定 β_T , γ_c 与 γ_f 之间均满足负指数相关关系, 相比文献[14]在非多因素影响下得出的换算表达式基本一致。相比分项系数法, 分位概率法以单一系数 η 来满足所有变量的设计, 在某种程度上就已经考虑了 c, f 两者间的相关性。

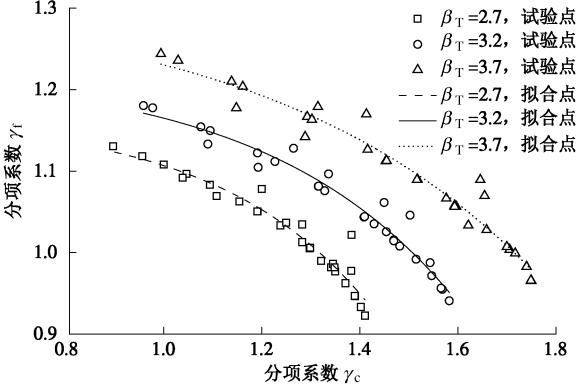


图 16 分项系数 γ_c 与 γ_f 之间的关系

Fig. 16 Relationship between γ_c and γ_f

5 分位概率及分项系数设计方法的可靠度水平验证

以第 4 节标定出的分项系数 (γ_c, γ_f) 和分位概率 (η) 为已知条件, 可以计算得到边坡的极限状态。然而, 无论采用哪种方法, 其极限状态边坡的实际可靠度 β_A 与目标可靠度 β_T 之间总会存在一定的偏差。因此, 有必要分析这种差距, 对极限状态边坡的实际

可靠度水平进行验证。

实际可靠度 β_A 的水平检验指标有 3 个: ①实际可靠度 β_A 的安全回归程度, 即在所有验算得到的实际可靠度 β_A 中, $\beta_A > \beta_T$ 的所占比例; ②实际可靠度 β_A 与目标可靠度 β_T 之间的误差, $\Delta\beta = \beta_A - \beta_T$ 值的大小; ③实际可靠度 β_A 的变异系数 $\text{Cov}(\beta_A)$ 大小。这实际上是对实际可靠度 β_A 的回归性和稳定性的检验。

如图 17~22 所示, 分别对应表 2 中当 $\beta_T = 3.2$ 时工况 1~6 中的验算情况。如图 17, 18, 对于分项系数法, 当均值 μ'_c , μ'_f 变化时, 均有 $\beta_A \leq \beta_T$, 为非保守估计。而对于分位概率法, 随着均值 μ'_c , μ'_f 的增大, β_A 都呈现先增大后减小的趋势。且对两种方法, 当 $\mu_c = \mu'_c$, 或 $\mu_f = \mu'_f$ 时, 都存在 $\beta_A = \beta_T$, 此时在图 5 的标准高斯空间中, $g(z)$ 与 $\bar{g}(z)$ 将重合。

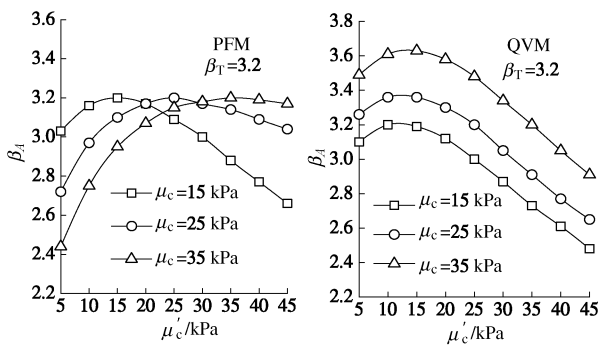


图 17 考虑 μ'_c 影响的实际可靠度水平验证

Fig. 17 Influences of μ'_c on actual reliability index

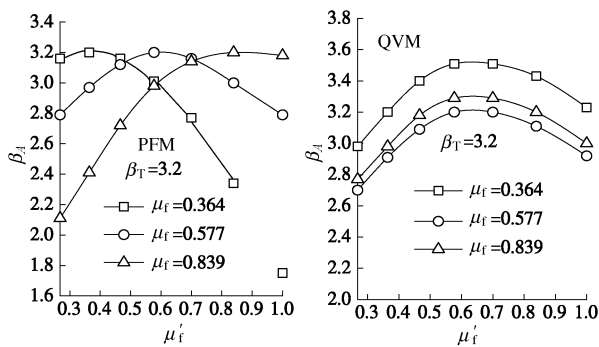


图 18 考虑 μ'_f 影响的实际可靠度水平验证

Fig. 18 Influences of μ'_f on real reliability index

如图 19, 20, 当 c, f 的变异系数 δ'_c, δ'_f 变化时, 由分项系数法验算得到的实际可靠度 β_A 很不稳定, 且随着 δ'_c, δ'_f 增大, β_A 逐渐减小。相比之下, 分位概率法所对应的 β_A 变化较小, 呈现先增后减的趋势。

图 21, 22 为考虑土坡坡角和坡高的影响的可靠度水平验证, 坡角 θ' 和坡高 h' 对两种设计方法影响趋势基本相同。对于分项系数法, 也均存在 $\beta_A \leq \beta_T$, 为非保守估计。而分位概率法, 所对应的 β_A 一直呈上升

趋势。

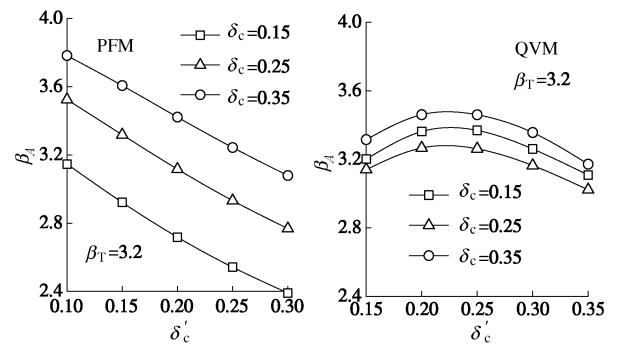


图 19 考虑 δ'_c 影响的实际可靠度水平验证

Fig. 19 Influences of δ'_c on real reliability index

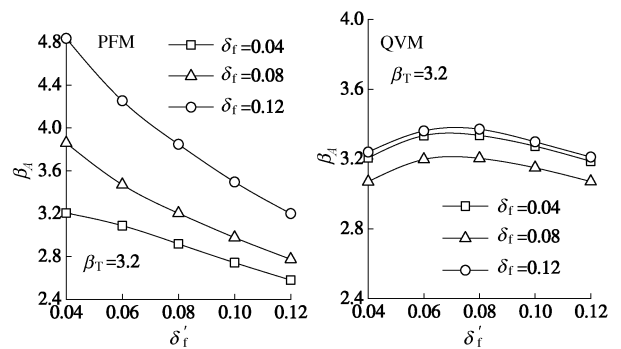


图 20 考虑 δ'_f 影响的实际可靠度水平验证

Fig. 20 Influences of δ'_f on real reliability index

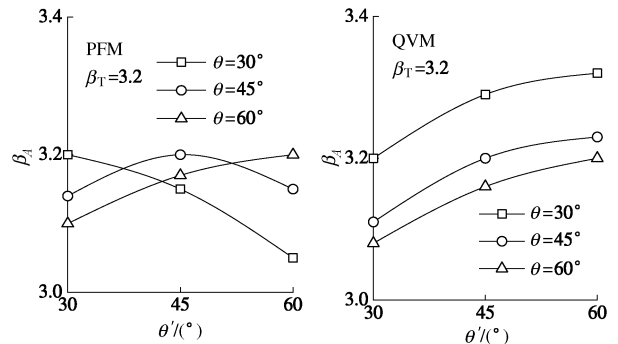


图 21 考虑 h' 影响的实际可靠度水平验证

Fig. 21 The influence of h' for the real reliability index

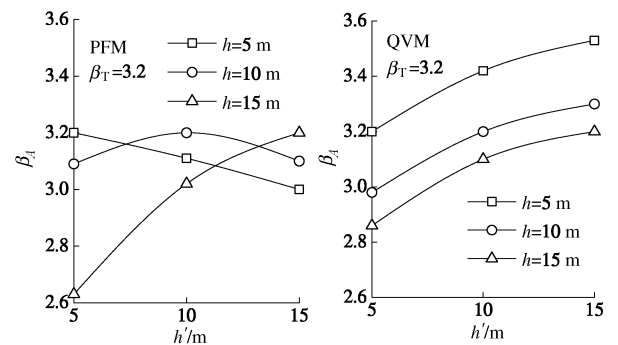


图 22 考虑 θ' 影响的实际可靠度水平验证

Fig. 22 Influences of θ' on real reliability index

表 5 实际可靠度 β_A 的水平验证结果
Table 5 Results of real reliability index β_A in validation

项目	μ'_c		μ'_f		δ'_c		δ'_f		θ'		θ'	
	PFM	QVM	PFM	QVM	PFM	QVM	PFM	QVM	PFM	QVM	PFM	QVM
Max(β_A)	3.20	3.63	3.20	3.51	3.78	3.46	4.84	3.37	3.20	3.53	3.20	3.32
Min(β_A)	2.44	2.48	1.75	2.70	2.39	3.02	2.58	3.07	2.63	2.86	3.05	3.08
Mean(β_A)	3.02	3.13	2.86	3.15	3.10	3.26	3.36	3.23	3.06	3.20	3.15	3.20
Cov(β_A)	0.07	0.10	0.14	0.07	0.13	0.04	0.18	0.03	0.06	0.06	0.02	0.02
Mean($\Delta\beta$)	-0.18	-0.07	-0.34	-0.05	-0.10	0.06	0.16	0.03	-0.14	0.00	-0.05	0.00
Ratio($\Delta\beta>0$)/%	0	37	0	33.3	40	66.7	60	66.7	0	33.3	0	33.3

注：①本表对应目标可靠度 $\beta_T=3.2$ ；②Cov(β_A)指实际可靠度指标 β_A 的变异系数；③Ratio($\Delta\beta>0$)为验证得到的 $\beta_A>\beta_T$ 所占的比例。

表 5 为 6 种因素影响下的 β_A 水平统计结果。由表 5 可知：首先，由分项系数法所得到 β_A 的变异系数 Cov(β_A)以及 β_A 与 β_T 之间的误差 $\Delta\beta$ 均大于等于分位概率法的与之对应值；其次，验证得到的 β_A 中， $\beta_A>\beta_T$ 所占的比例，即 Ratio($\Delta\beta>0$)，前者却小于后者。例如，当 $\beta_T=3.2$ ，考虑 δ'_f 影响时，前者的 β_A 最大值为 4.83 远大于后者 3.37；而前者的 β_A 最小值为 2.58 却远小于后者 3.0；并且，前者的 β_A 与 β_T (3.2) 之间的误差 $\Delta\beta=0.16$ ，亦远大于后者 $\Delta\beta=0.03$ ；此外，前者的 β_A 变异系数为 0.183 更是后者 0.029 的 6.3 倍。

由此表明，无论是从定性还是定量的角度分析实际可靠度 β_A 的安全回归性和稳定性，分位概率法都具有一定优势。换言之，分位概率法在各种因素变化情况下，能够提供更稳定的可靠度水平，设计一致性更好，对应的土坡设计可靠性更高。

6 结论和建议

本文将分位概率法应用于边坡可靠度设计，建立了极限状态设计的分位概率 η 和失效概率 P_F 之间的关系。在分析中，考虑土体抗剪强度参数 c, f 的均值 (μ_c, μ_f) 和变异系数 (δ_c, δ_f)、坡角 (θ) 以及坡高 (h) 的影响，针对均质土坡，进行了分项系数 (γ_c, γ_f) 和分位概率 (η) 的标定和可靠度水平验证，得到了以下结论：

(1) 在土体抗剪强度参数 (c, f) 的均值、变异系数、坡角和坡高在取值范围内变化时， γ_c, γ_f 和 η 三者标定结果的变异性大致符合： $cov(\gamma_f) < cov(\eta) < cov(\gamma_c)$ 关系，即 γ_c 稳定性最差， γ_f 稳定性最好， η 稳定程度居中。分位概率值(η)相比分项系数 (γ_c, γ_f)，其标定结果更加稳定。

(2) 对同一问题，分项系数 γ_c 与 γ_f 之间的标定结果存在负指数相关关系 (式 (18))。

(3) 在 6 种土坡主要影响因素在取值范围内变动时，分别采用分项系数设计法和分位概率设计法进行

边坡设计，可以得到相应的极限状态边坡。相比分项系数设计法，分位概率设计法设计的边坡实际可靠度 β_A 更稳定，且与目标可靠度 β_T 间误差较小，设计更加可靠。

(4) 分项系数法对各变量分别使用不同的分项系数，而分位概率法对所有变量采用相同的分位概率 (η)，设计更简洁。

在本文以单阶均质土坡为模型的研究下，对于土坡可靠度设计，采用分位概率法比分项系数设计法更加安全、合理、具有优势。然而，对于实际边坡，往往面临地下水、坡面荷载以及多层土层等多种复杂工况，此时分位概率设计法是否依然具有明显的优势，值得进一步的验证和探究。

参考文献：

[1] CHRISTIAN J T, LADD C C, BAECHER G B. Reliability applied to slope stability analysis[J]. Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE 1994, 120(12): 2180 - 2207.

[2] SILVA F, LAMBE T W, MARR W A. Probability and risk of slope failure[J]. Journal of Geotechnical and Geo environmental Engineering, 2008, 134(12): 1691 - 1699.

[3] SL 386—2007 水利水电工程边坡设计规范[S]. 2007. (SL386—2007 Design code for engineered slopes in water resources and hydropower projects[S]. 2007. (in Chinese))

[4] DL /T5395—2007 碾压式土石坝设计规范[S]. 2007. (DL /T5395—2007 Design code for rolled earth-rock fill dams[S]. 2007. (in Chinese))

[5] GB 50199—2013 水利水电工程结构可靠性设计统一标准[S]. 2013. (GB 50199—2013 Unified design standard for reliability of hydraulic engineering structures[S]. 2013. (in Chinese))

[6] ANG A H S, CORNELL C A. Reliability bases of structure safety and design[J]. Journal of the Structure Division, ASCE, 1974, 100(ST9).

- [7] ABDALLAH I Husein Malkawi, WALEED F Hassan, FAYEZ A Abdulla. Uncertainty and reliability analysis applied to slope stability[J]. *Structural Safety*, 2000: 222.
- [8] PHOON K K, KULHAWY F H. Characterization of geotechnical variability[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1999, **36**(4): 612 – 624.
- [9] CHERUBINI C. Reliability evaluation of shallow foundation bearing capacity on $c'\phi'$ soils[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2000, **37**(1): 264 – 269.
- [10] GAYTON N, MOHAMED A, SORENSEN J D, et al. Calibration methods for reliability-based design codes[J]. *Structural Safety*, 2003: 261.
- [11] SØRENSEN J D, HANSEN S O, T Arnbjerg Nielsen: Calibration of Partial Safety Factors for Danish Codes[J]. Unpublished Manuscript, 2000.
- [12] GUHARAY A, BAIDYA D K. Partial safety factors for retaining walls and slopes[J]. *A Reliability Based Approach: Geomechanics and Engineering*, 2014, **6**: 99 – 115.
- [13] SALGADO R, KIM D. Reliability analysis of load and resistance factor design of slopes[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2014, **140**: 57 – 73.
- [14] GwanghaRoh H P Hong. Calibration of information-sensitive partial factors for assessing soil slopes[J]. *Journal of Geo-Engineering*, 2009, **4**(3): 93 – 102.
- [15] 张 宁, 李 旭, 储昭飞, 等. 关于土坡稳定性分析中的分项系数取值的讨论[J]. *岩土工程学报*, 2016, **38**(9): 1695 – 1704. (ZHANG Ning, LI Xu, CHU Zhao-fei, et al. Discussion on the optimum partial factor values in the stability analysis of soil slope[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2016, **38**(9): 1695 – 1704. (in Chinese))
- [16] CHING Jian-ye, PHOON Kok-Kwang. A quantile-based approach for calibrating reliability-based partial factors[J]. *Structural Safety*, 2011, **33**: 275 – 285.
- [17] CHING Jian-ye, PHOON Kok-Kwang. Quantile value method versus design value method for calibration of reliability-based geotechnical codes[J]. *Structural Safety*, 2013, **44**: 47 – 58.
- [18] KOK-KWANG Phoon, CHING Jian-ye, CHEN Jie-Ru. Performance of reliability-based design code formats for foundations in layered soils[J]. *Computers and Structures*, 2013.
- [19] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析—原理、方法、程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003: 273-274, 289-290. (CHEN Zu-yu. Soil slope stability analysis – principles, methods and procedures[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2003: 273-274, 289-290. (in Chinese))
- [20] 苏永华, 赵明华, 蒋德松, 等. 响应面方法在边坡稳定可靠度分析中的应用[J]. *岩石力学与工程学报*, 2006, **25**(7): 1417 – 1424. (SU Yong-hua, ZHAO Ming-hua, JIANG De-song, et al. Application of response surface method to reliability analysis of slope stability[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2006, **25**(7): 1417 – 1424. (in Chinese))
- [21] 陈立宏, 陈祖煜, 刘金梅. 土体抗剪强度指标的概率分布类型研究[J]. *岩土力学*, 2005(1): 37 – 40, 45. (CHEN Li-hong, CHEN Zu-yu, LIU Jin-mei. Probability distribution of soil strength[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2005(1): 37 – 40, 45. (in Chinese))
- [22] PHOON Kok-Kwang, CHING Jian-ye. Risk and reliability in geotechnical engineering[M]. FL: CRC Press, 2014.
- [23] LOW B K, TANG W H. Efficient reliability evaluation using spreadsheet[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1997, **123**(7): 749 – 752.