

DOI: 10.11779/CJGE2016S1018

Terzaghi 固结系数的试验反演分析

章为民，顾行文，王芳

(南京水利科学研究院，水利部水科学与水工程重点实验室，国家能源水电工程安全与环境研发中心，江苏 南京 210029)

摘要：依据 Terzaghi 固结理论解对固结试验结果进行了反演分析。分析发现，固结过程中固结系数 C_v 是变化的，变化范围可达 3 个数量级，大大超过了传统认识的预期。试验结果表明，固结系数并不是 Terzaghi 假定的固定参数，而是按加载周期循环重复，固结过程中持续变化的过程因子。

关键词：Terzaghi 固结理论；固结系数；试验反演；过程因子

中图分类号：TU411 文献标识码：A 文章编号：1000-4548(2016)S1-0099-05

作者简介：章为民(1959-)，男，教授级高级工程师，博士生导师，主要从事岩土工程等方面的科研工作。E-mail:wmzhang@nhri.cn。

Back analysis of Terzaghi consolidation coefficient

ZHANG Wei-min, GU Xing-wen, WANG Fang

(Nanjing Hydraulic Research Institute; Key Laboratory of Water Science and Hydraulic Engineering of MWR; R&D Center of Hydro-Power Engineering Safety and Environmental Technology of NEA, Nanjing 210029, China)

Abstract: Terzaghi consolidation theory assumes that the consolidation coefficient is constant. Laboratory observations of the consolidation behavior exhibit discrepancies between the theory and the results. Based on Terzaghi consolidation solution the back analysis of consolidation coefficient is conducted. The results show that the consolidation coefficient keeps changing in the process of the consolidation, ranging up to 3 orders of magnitude. The consolidation coefficient is not a fixed parameter but a process factor which repeats in each load and constantly changes in the process of consolidation.

Key words: Terzaghi consolidation theory; consolidation coefficient; back-analysis; process factor

0 引言

1924 年 Terzaghi 发表了渗透固结理论，第一次科学地提出了有效应力原理与固结理论，建立了土的固结模型，有效应力原理与渗透固结理论使土力学开始成为区别于固体力学、材料力学的一门独立的科学学科。九十年来，Terzaghi 固结理论的基本思想和方法被广泛应用于工程实践，发挥了重要的基础性作用。一般来说，土的沉降计算一般包括两方面的内容，总沉降量和沉降的时间过程。在沉降计算方面，今天在许多情况下已能够预估出不超过 10%~20% 的总沉降量或最终沉降量，但是预估沉降与时间关系的能力仍然相当差^[1]，如按照 Terzaghi 理论预估的沉降变形时间过程常常与实测相差甚远，甚至无法准确合理地再现简单的固结试验的变形时间过程。然而由于其方法简单，Terzaghi 固结理论和一维压缩模型仍然为工程师们所广泛使用。

1993 年 Duncan^[2] 在第 27 次太沙基讲座中专题分析了传统 Terzaghi 固结理论的不足，认为常数固结系数、线弹性土骨架以及均匀应变 3 个假定是导致传统

Terzaghi 固结理论产生偏差的主要原因。1998 年 Olson^[3] 在第 31 次太沙基讲座中又再次专门讨论了固结变形的时间过程问题。认为固结系数的变化、大应变、非线性的应力应变关系、多向渗流和次固结问题是软土地基变形时间过程研究中应当考虑的问题。他们都认为 Terzaghi 常数固结系数假定缺乏合理性。而事实上，在室内试验中很早就已发现不同固结压力得到的固结系数不是常数。

对于传统 Terzaghi 固结理论与实测值之间的偏差，多数的研究者认为，造成这一问题的原因是，固结试验的结果是初始固结、主固结和次固结等多因素的综合叠加，而 Terzaghi 固结理论所描述的是主固结过程，这样理论与试验的差异被认为是可以接受的。由于 Terzaghi 固结方程中只有一个参数——固结系数，为提高计算的准确性，固结系数很自然地成为主要的研究目标。为了准确确定土的固结系数 C_v ，国内外学者提出了许多确定 C_v 的方法，如时间对数法、时

间平方根法、试算法、反弯点法、三点法、司各脱法等，这些方法是依据配线法来求取固结系数，基本是经验性的，并无可靠的理论依据。

本文对Terzaghi固结理论解进行了分析，验证了取用级数第一项的合理性。分析表明，取用固结理论级数解第一项的截断误差在多数条件下满足工程研究需求。在此基础上应用Terzaghi固结理论解对固结试验结果进行了反演分析。结果表明，固结过程中固结系数 C_v 是变化的，变化范围可达3个数量级，固结系数并不是Terzaghi假定的固定参数，是按加载周期循环重复，固结过程中持续变化的过程因子。文中给出了固结系数 C_v 随固结时间的变化规律，及与压缩应变的关系。

1 通过固结试验求固结系数的方法

Terzaghi 的固结方程为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad (1)$$

式中， $C_v = \frac{k}{m_v \gamma_w}$ 是固结系数， k 是渗透系数， m_v 是压缩系数， γ_w 是水的重度。为了便于求解，Terzaghi 假定渗透系数 k 和压缩系数 m_v 在土体压密固结过程中保持不变，即渗透系数 k 、压缩系数 m_v 和固结系数 C_v 在固结过程在均为常量。

Terzaghi 固结理论的解析解为

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4} T_v}, \quad (2)$$

式中， U_t 是 t 时刻的固结度， T_v 是无量纲固结时间， $M=(2m+1)/2$ ， $m=0, 1, 2, 3, \dots$ 。固结度只与无量纲时间 T_v 相关， T_v 的定义为

$$T_v = \frac{C_v t}{H^2}, \quad (3)$$

其中， C_v 是固结系数， t 是固结时间， H 是排水长度。把式(3)代入式(2)可以得到：

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{4} \frac{C_v t}{H^2}}. \quad (4)$$

Terzaghi 理论解(式(4))是一个目前尚无法求和的无穷级数，用该级数解决实际问题时在理论上必定存在截断误差，表1给出了取该无穷级数第一项的截断误差，在 T_v 较小时误差较大，而当 T_v 大于0.1之后，第一项与真值的误差则小于3%，当 T_v 大于0.3，误差已小于0.02%。这一结果表明，在实际工程和研究过程中，多数情况下，取用无穷级数的第一项，满足精度要求^[4-8]。

表1 Terzaghi 级数解第一项截断误差

Table 1 First-term relative truncation errors of infinite series

T_v	0.02	0.05	0.075	0.1	0.3
误差/%	43	12	5.6	2.8	0.018

根据以上的分析，如用表1来表示误差，式(4)则可以改写为

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2}{4} \frac{C_v}{H^2} t}, \quad (5)$$

由式(5)可以得到^[6-7]：

$$C_v = \frac{4H(t)^2}{\pi^2 t} \ln\left(\frac{8}{\pi^2(1-U(t))}\right). \quad (6)$$

对于固结试验而言，式(6)中的 $U(t)$ ， $H(t)$ ， t 是已知的， $U(t)$ 的定义为

$$U(t) = S_t / S_\infty, \quad (7)$$

式中， U 是 t 时刻的固结度， S_t 是 t 时刻的沉降变形， S_∞ 是最终沉降变形。

这样借助式(6)就可以直接得出固结过程中的固结系数 C_v ，所得 C_v 的截断误差仍可以用表1表示。

2 试验反演结果

进行了4种土的试验结果。两种制备土样，两种原状土样。土样1, 2为人工制备土样，土样3, 4为钻孔获取的原状土样。土样的基本物理性状见表2。试验采用南京某科技公司研制生产的全自动高压固结仪，该固结仪与传统杠杆式固结仪相比有如下主要特点，克服了传统固结仪的振动、冲击、晃动、偏心等人为因素对试验的影响；减小了工作强度；数据采集时间统一，准确可靠，避免了人工计时、读数带来的误差。

2.1 固结系数的时间变化过程

在加载初期，即初始固结阶段，固结系数 C_v 值不稳定，按照固结理论分析，此阶段的不稳定是瞬时沉降、截断误差和未形成稳定渗流等因素造成的。土力学中初始固结、主固结是一个概念，并没有明确的划分标准，文中分析时把 C_v 值的最高点作为主固结的起始点，之前的不稳定数据作为加载瞬时的扰动，在分析时予以剔除，所得结果见图1~4。

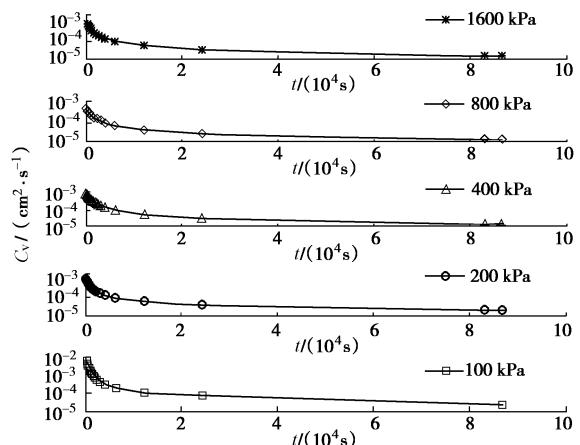


图1 固结系数的时间变化过程（土样1）

Fig. 1 Variation of C_v with time (sample 1)

表 2 试验土样的物理性状

Table 2 Soil properties

土样编号	粒径大小/mm			液限 $w_L/\%$	塑限 $w_p/\%$	塑性指数 I_p	干密度 $\rho_d/(g\cdot cm^{-3})$	备注
	>0.075%	0.075%~0.005%	<0.005%					
1	18.0	55.7	26.3	27.6	15	12.6	1.55	制备土
2	17.5	74.6	7.9	25.2	14.2	11	1.55	制备土
3	1.7	56.9	41.4	42.5	27.6	14.9	1.29	原状土
4	15.8	68.2	16.0	30.7	15.8	14.9	1.66	原状土

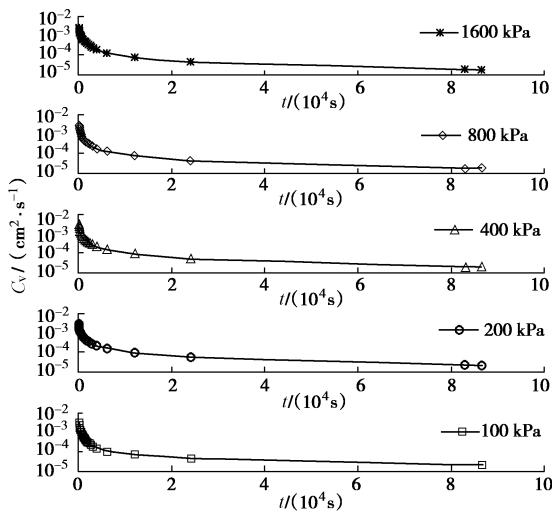


图 2 固结系数的时间变化过程 (土样 2)

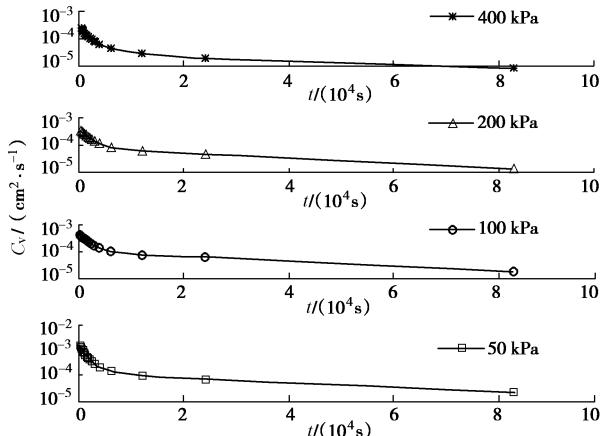
Fig. 2 Variation of C_v with time (sample 2)

图 3 固结系数的时间变化过程 (土样 3)

Fig. 3 Variation of C_v with time (sample 3)

可以看到, 在固结过程中, 固结系数随固结时间逐渐减小, 变化范围可达 3 个数量级区间, 并不是 Terzaghi 假定的常数。在分级加荷的固结过程中, 在每级加荷的固结系数均呈基本类似的从大到小的变化过程, 且以加荷过程为周期循环变化。

分级加荷情况下, 各级加荷的 $C_v - t$ 关系具有一定相似性和归一性。图 5 是土样 3 (原状土样) 的各级固结荷载条件下的 $C_v - t$ 关系图, 虽然形状相似, 但归一性较差。分析其原因应与土性及应力历史有关。图 6 是土样 4 (原状土样) 的各级固结荷载条件下的 $C_v - t$ 关系图, 可以看到, 具有良好的归一性。

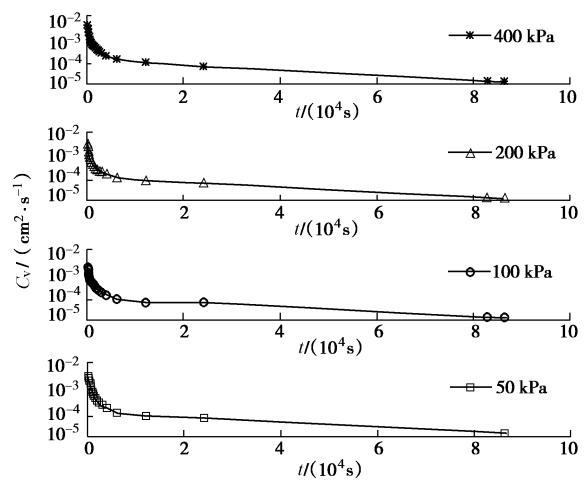
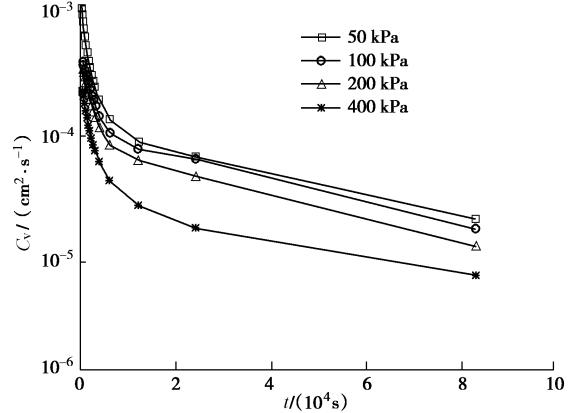
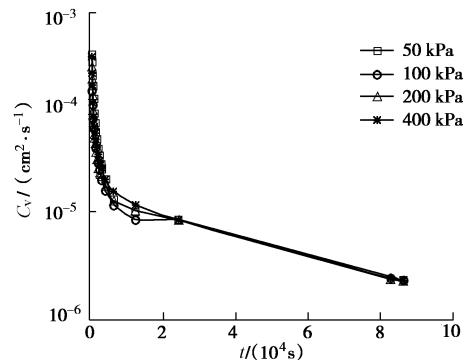


图 4 固结系数的时间变化过程 (土样 4)

Fig. 4 Variation of C_v with time (sample 4)图 5 不同固结压力下的 C_v 时间过程 (土样 3)Fig. 5 Variation of C_v under different pressures (sample 3)图 6 不同固结压力下的 C_v 时间过程 (土样 4)Fig. 6 Variation of C_v under different pressures (sample 4)

2.2 固结系数与应变的关系

图 7~10 分别给出了固结过程中固结系数与压缩

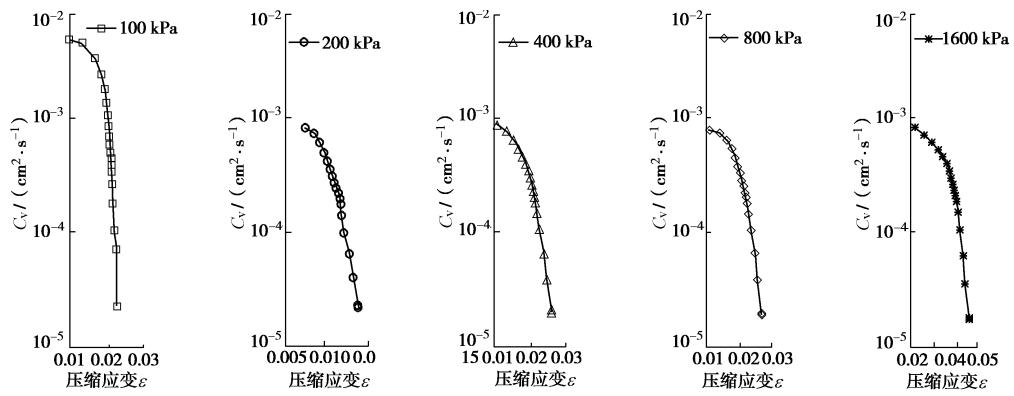


图 7 固结系数与压缩应变的关系 (土样 1)

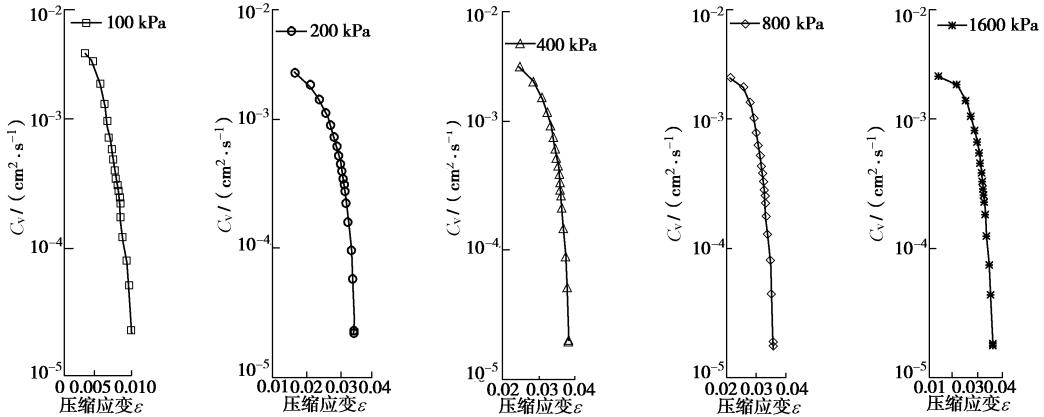
Fig. 7 Variation of C_v with strains (sample 1)

图 8 固结系数与压缩应变的关系 (土样 2)

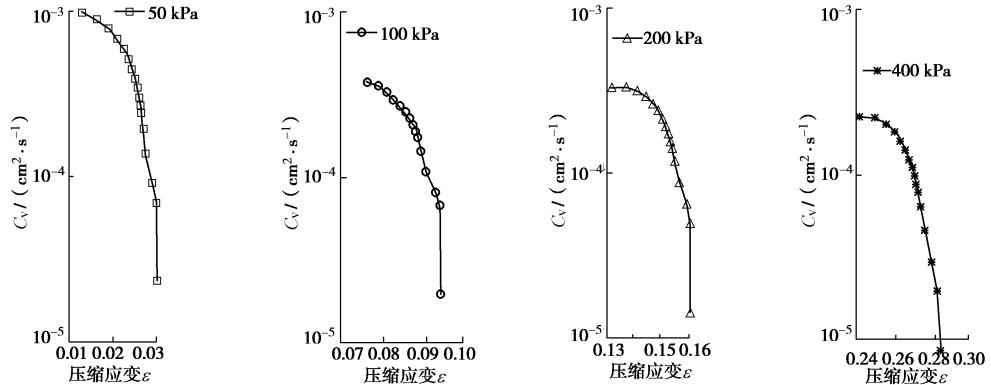
Fig. 8 Variation of C_v with strains (sample 2)

图 9 固结系数与压缩应变的关系 (土样 3)

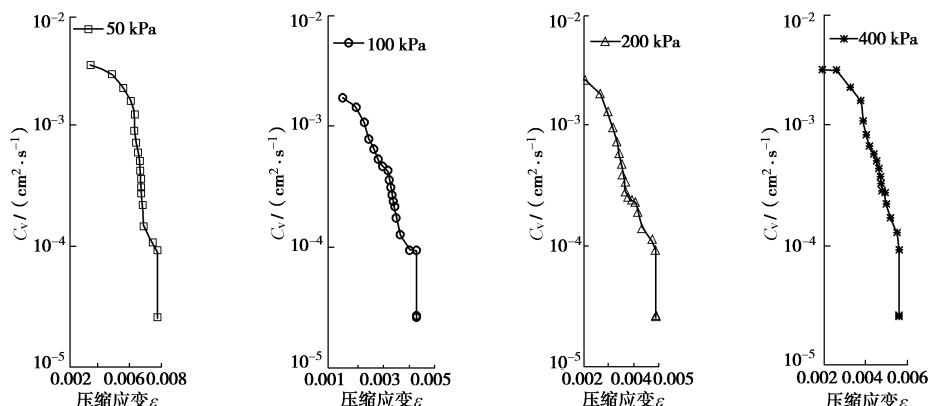
Fig. 9 Variation of C_v with strains (sample 3)

图 10 固结系数与压缩应变的关系 (土样 4)

Fig. 10 Variation of C_v with strains (sample 4)

应变的关系。可以看到固结过程中，随压缩应变的增加，固结系数减小。另外不同固结压力的作用下，同样呈现了以加载过程为周期的循环变化特性。

2.3 固结系数与加载过程的关系

图 11, 12 分别给出了固结过程中固结系数与加载过程的关系。可以看到，与加载过程对应的固结系数变化过程是基本类似的独变化过程。其特征是以加载过程为周期、循环变化，在固结过程中随时间减小。固结系数的变化过程表明，固结系数不是一个固定的土性参数，而是一个过程的变化因子。

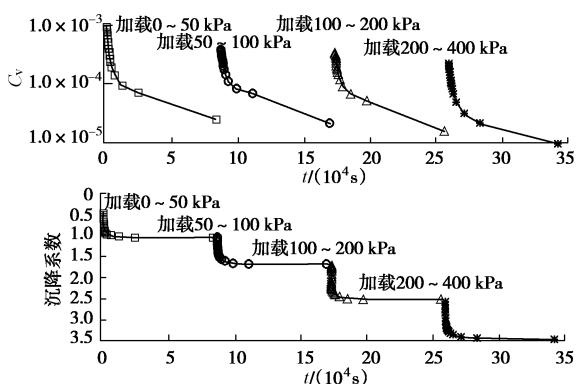


图 11 C_v 与加载过程对应关系 (土样 3)

Fig. 11 C_v during staged loading consolidation (sample 3)

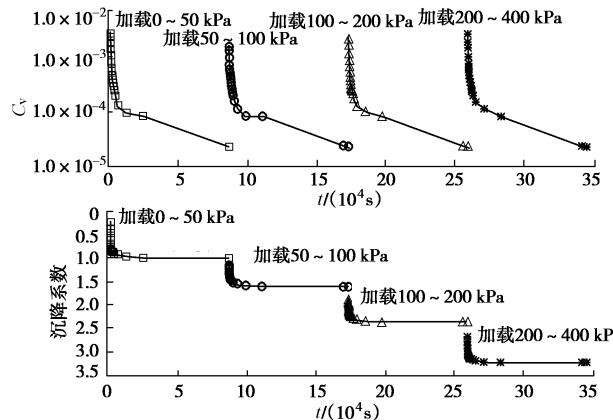


图 12 C_v 与加载过程对应关系 (土样 4)

Fig. 12 C_v during staged loading consolidation (sample 4)

3 结语

试验结果表明，固结系数不是一个固定的参数，固结过程中其变化范围可达 3 个数量级区间，Terzaghi 固结理论假定固结系数为常数没有试验支持，缺乏合理性。

固结系数与加载过程相关，每次加载过程均呈现类似的变化规律，像一个以加载过程为周期循环变化的过程因子。

试验结果表明，本文方法不适用于主固结之前的初始固结（瞬时沉降）阶段。

本文研究为进一步的非线性固结理论研究，提供了一个试验参考。

参考文献：

- [1] BRAND E W, BRENNER R P. Soft clay engineering[M]. Amsterdam: Elsevier Scientific Publishing Company, 1981.
- [2] DUNCAN J M. Limitations of conventional analysis of consolidation settlement[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1993, 119(9): 1333 - 1359.
- [3] OLSON Roy E. Settlement of embankment on soft clays[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 1998, 124(4): 278 - 288.
- [4] 武汉水利电力学院土力学教研组. 土力学地基与基础[M]. 北京：中国工业出版社，1961: 174 - 174. (Soil Mechanics Laboratory of Wuhan Institute of Water Conservancy and Electric Power. Soil Mechanics and Foundation[M]. Beijing: China Industry Press, 1961: 174 - 174. (in Chinese))
- [5] 龚晓南. 高等土力学[M]. 杭州：浙江大学出版社，1996: 99 - 99. (GONG Xiao-nan. Advanced soil mechanics[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1996: 99 - 99. (in Chinese))
- [6] 周健, 闫东霄, 贾敏才, 等. 某深水港土层固结系数反演及工后长期沉降预测[J]. 岩土力学, 2008, 29(5): 407 - 410. (ZHOU Jian, YAN Dong-xiao, JIA Min-cai, et al. Back analysis of consolidation coefficient of soils and prediction of long term post-load settlement of a deep-water port, Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(5): 1407 - 1410. (in Chinese))
- [7] 秦植海, 秦鹏. 海堤地基固结系数反演与工后沉降分形模型预测[J]. 岩土力学, 2012, 33(6): 1747 - 1753. (QIN Zhi-hai, QIN Peng. Consolidation coefficient inversion of seawall foundation and prediction of its post construction settlement based on fractal theory[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(6): 1747 - 1753. (in Chinese))
- [8] 章为民, 顾行文, 王芳. 土的卸荷回弹试验及其时间过程的计算方法[J]. 岩土工程学报, 2015, 37(6): 979 - 987. (ZHANG Wei-min, GU Xing-wen, WANG Fang. The swelling test of soils and the simulation method of unloading-swelling process[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, 37(6): 979 - 987. (in Chinese))

(本文责编 胡海霞)