

DOI: 10.11779/CJGE201610022

利用锤击试验及数值反演获取岩体平行结构面接触刚度的可行性研究

郭汝坤, 冯 春, 唐德泓, 乔继延, 李世海

(中国科学院力学研究所流固耦合系统力学重点实验室, 北京 100190)

摘 要: 针对相对均匀的平行结构面, 基于结构面的线性接触假设, 提出了一种利用锤击试验及数值反演获得结构面接触刚度的方法。该方法实施时, 在结构面两侧分别布设若干振动传感器, 在远处利用激震锤进行激震, 通过结构面两侧垂直于结构面方向和平行于结构面方向振动传感器的起跳时间, 计算出纵波和横波通过结构面的耗时, 而后利用数值计算进行反分析, 通过不断调整结构面的法向和切向接触刚度, 实现与现场实测相同的耗时, 从而获得该结构面的法向和切向接触刚度特性。对该测试方法的可行性进行了理论、数值方面的论证, 结果表明纵波过缝耗时仅受法向接触刚度控制, 横波过缝耗时仅受切向接触刚度控制, 并存在一一对应的关系。而后, 通过对花岗岩岩块的试验及数值分析, 证明了通过锤击试验快速测试岩体结构面接触刚度的方法是可行的, 且具有较好的稳定性。

关键词: 结构面刚度; 现场试验; 锤击击震; 应力波; 线性接触假设

中图分类号: TU443

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2016)10-1911-06

作者简介: 郭汝坤(1988-), 男, 博士研究生, 主要从事岩土工程数值模拟及监测等方面的研究工作。E-mail: guorukun@imech.ac.cn。

Feasibility study on contact stiffness acquisition by hammering tests and numerical back-analysis for parallel structural plane of rock mass

GUO Ru-kun, FENG Chun, TANG De-hong, QIAO Ji-yan, LI Shi-hai

(Key Laboratory for Mechanics in Fluid Solid Coupling Systems, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: The contact stiffness acquisition method for the relatively uniform parallel structure of rock mass by hammering tests and numerical back-analysis is proposed. And the contact stiffness of structural plane is described based on the linear contact hypothesis. The vibration sensors are laid at both sides of the structural surface, and shock is produced by hammer in the distance. The time consumption of longitudinal waves penetrating the structural planes can be calculated by the wave arrival time of the sensors, the direction of which is perpendicular to the structural plane. The time consumption of transverse waves penetrating the structural planes can be observed by the wave arrival time of the sensors, the direction of which is parallel to the structural plane. The normal and tangential contact stiffnesses need to constantly be adjusted in the numerical model by means of numerical back-analysis. The normal and tangential contact stiffnesses are obtained when the time consumption of hammering tests is equal to the numerical calculation. The feasibility of the contact stiffness acquisition method is demonstrated through theoretical and numerical analysis. The results show that the time consumption of longitudinal waves penetrating the structural planes is only controlled by the normal contact stiffness, and that of transverse waves penetrating the structural planes is only controlled by the tangential contact stiffness. The feasibility and consistency of the contact stiffness acquisition method is validated by the hammering tests and numerical analysis of granite rocks.

Key words: structural plane stiffness; field test; hammer shock; stress wave; linear contact hypothesis

0 引 言

地质体中存在大量断层、节理、劈理等结构面, 结构面的力学性质直接影响地质体的稳定程度及潜在的失稳破坏模式。结构面的力学性质包括结构面的法

向接触刚度、切向接触刚度、黏聚力、内摩擦角及抗

基金项目: 国家重点基础研究发展计划项目(2015CB250903); 中国科学院战略性先导科技专项 B 类项目(XDB10030303)

收稿日期: 2016-02-25

拉强度等。随着计算机的发展,数值模拟在解决工程问题中越来越受到重视,接触刚度的获取是能否准确模拟结构面力学行为的关键,结构面的接触刚度不仅影响地质体的静态应力应变关系,更直接影响地质体的动态力学行为,如应力波在地质体中的传播、地质体在动载荷下的破坏演化规律等。

为此,国内外的学者对岩体结构面的力学性质进行了大量深入的研究,主要采用等效波速、波幅、频率 3 个参数进行应力波检测和探测,建立了定量或半定量的表达式。Goodman 等对结构面的刚度系数开展了研究,将节理作为等效的单元,给出了法向和切向刚度系数的经验公式^[1];李宁等^[2]在此理论上给出了节理刚度系数的现场声波测试方法。王芝银等^[3]基于岩体三轴压缩试验测试了岩体节理的力学参数,周建民等^[4]在分析了岩体节理法向变形的对数模型和双曲线模型的基础上提出了幂函数模型,刘雄贞^[5]采用单轴压缩和压剪试验对三峡工程岩体结构面剪切刚度和法向刚度特性进行了测试,研究了影响结构面刚度的因素。毕贵权等^[6]研究了非贯通裂隙介质中应力波的传播特性,测试和分析了纵波在裂隙介质中的波速变化和振幅衰减规律。龙平等^[7]采用线性变形节理描述宏观节理的变形特性,并提出了利用应力波频谱变化测试岩体节理刚度的方法。

目前,大多数的结构面刚度测试方法只能在室内完成,因此需要现场取样及试件加工,工序复杂、对结构面的扰动大、且无法准确反映原岩应力下结构面的刚度。此外,受室内试验设备的影响,试样及结构面尺寸较小,无法测量大型结构面的接触刚度。

因此,本文基于结构面的线性接触假设(接触刚度不随接触位移变化),提出了一种通过锤击试验结合数值反分析快速测试岩体结构面接触刚度的方法。该方法实施时,在结构面两侧分别布设若干支振动传感器,并在远处利用激震锤进行激震;通过结构面两侧振动传感器垂直于结构面方向和平行于结构面方向的起跳时间,计算出纵波和横波通过结构面的耗时;而后利用数值计算(本文采用连续-非连续单元方法 CDEM)进行反分析,通过不断调整结构面的法向接触刚度和切向接触刚度,实现与现场实测相同的耗时,从而获得该处结构面的法向接触刚度和切向接触刚度特性。通过对花岗岩岩块的试验及数值分析,证明了通过锤击试验及数值反分析获得岩体结构面接触刚度特性的方法是可行的。

1 结构面刚度测试方法的合理性分析

1.1 理论方面的合理性分析

岩体抵抗变形和破坏的能力很大程度上取决于岩体结构面的力学性质,从细观层面上看,结构面并非完全光滑平直,而是呈现出凹凸不平的粗糙状态。由于实际状态下无法准确获知两个块体间的实际接触面积,力学分析时,往往通过结构面的接触刚度来综合反映结构面的接触特性。

块体间的有效接触面积是影响应力波通过某一界面产生延时特性的主要原因。由于不同结构面上的有效接触面积不同,且结构面处材料性质的差异,应力波通过不同结构面产生的延时特性必然不同。因此,利用结构面的延时特性评价结构面的接触刚度从理论上是可行的。

针对相对均匀的平行结构面,将结构面作均一性处理,不考虑实际结构面刚度在结构面不同位置的差异性,通过等效接触刚度参数来表征结构面的接触特性。进一步利用结构面两侧任意测点的延时特性评价结构面的接触刚度从理论上也是可行的。

1.2 数值方面的合理性分析

针对相对均匀的平行结构面,将结构面作均一性处理,不考虑实际结构面刚度在结构面不同位置的差异性,基于结构面的线性接触假设,通过数值计算对结构面接触刚度和应力波过缝耗时的对应关系进行研究,进而论证本文所述结构面刚度获取方法的合理性。

本文的数值计算方法主要采用连续-非连续单元方法(CDEM)。CDEM^[8-12]方法是一种将有限元与离散元进行耦合计算,通过块体边界的断裂来分析材料渐进破坏过程的数值模拟方法,其包含块体及界面两个基本概念,块体由一个或多个有限元单元组成,用于表征材料的连续变形特征;界面由块体边界组成,通过在块体边界上引入可断裂的一维弹簧实现材料中裂纹扩展过程的模拟。

在本文的数值模拟中,完整岩块即为 CDEM 中的块体,结构面即为 CDEM 中的接触界面,结构面的变形特性受弹簧刚度控制,其破坏特性受弹簧强度控制。

结构面刚度测试三维数值计算模型如图 1 所示,模型由两个完整岩块拼接而成,完整岩块的尺寸为 $2.0\text{ m} \times 0.2\text{ cm} \times 0.2\text{ cm}$,一种颜色表示一个完整块体,块体内部采用连续单元划分,两个块体之间为结构面,结构面上设接触弹簧,共计划分四面体网格 1280 个。完整岩块采用线弹性本构,结构面采用线性接触本构,在结构面的两侧布设监测点,测点编号分别为 1, 2。

在模型左端施加正弦半波脉冲载荷 F ,如下式所示:

$$F = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right), \quad (1)$$

式中, A 为幅值取 4 kPa , T 为周期取 1 ms , 加载时间

为 0.5 ms, t 为时间, 作用面积为 0.04 m^2 。计算中, 岩石的弹性模量为 50.0 GPa , 密度为 2500 kg/m^3 , 泊松比为 0.25, 计算总时间为 40 ms。为了更为准确地获得某一测点的起跳时间, 排除反射应力波的干扰, 在模型左右两侧施加无反射边界条件。设计两组算例, 第一组为法向接触刚度 K_n 设置为 100 MPa/mm 且保持不变, 切向接触刚度 K_s 依次取 0.1, 1, 10, 100, 1000 MPa/mm ; 第二组为切向节理刚度 K_s 设置为 100 MPa/mm , 且保持不变, 法向接触刚度 K_n 依次取 0.1, 1, 10, 100, 1000 MPa/mm 。

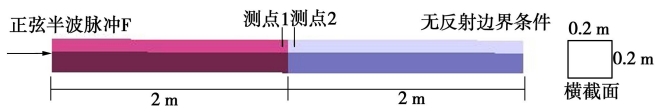


图 1 结构面刚度测试数值计算模型

Fig. 1 Numerical model for structural plane stiffness tests

在左端面垂直于端面方向施加锤击载荷产生振动方向垂直于结构面的波为纵波, 在左端面平行于端面方向施加锤击载荷产生振动方向平行于结构面的波为横波, 通过测试监测点竖直方向和水平方向的加速度即可获得横波和纵波的过缝耗时, 从而研究结构面的法向接触刚度 K_n 和切向接触刚度 K_s 对纵波和横波过缝耗时的影响规律。

波过缝耗时随结构面法向接触刚度 K_n 的变化曲线如图 2 所示。从图中可看出, 随着结构面法向接触刚度 K_n 的增大, 纵波过缝耗时逐渐减小, 在双对数坐标系下纵波过缝耗时随结构面法向接触刚度 K_n 几乎线性变化, 横波过缝耗时基本保持不变。由计算结果可知, 横波过缝耗时几乎不受结构面法向接触刚度的影响。

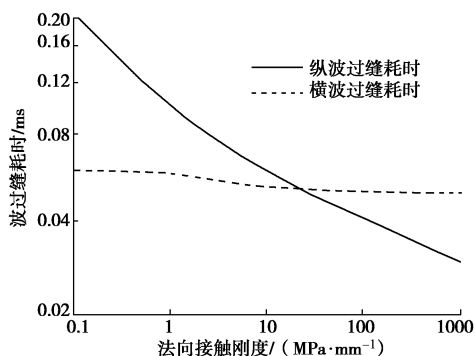


图 2 波过缝耗时随法向接触刚度变化曲线

Fig. 2 Relationship between normal contact stiffness and time consumption

波过缝耗时随结构面切向接触刚度 K_s 的变化曲线如图 3 所示。从图中可看出, 随着结构面切向接触刚度 K_s 的增大, 横波过缝耗时逐渐减小, 在双对数坐标系下横波过缝耗时随结构面切向接触刚度 K_s 几乎

线性变化, 纵波过缝耗时基本保持不变。由计算结果可知, 纵波过缝耗时几乎不受结构面切向接触刚度的影响。

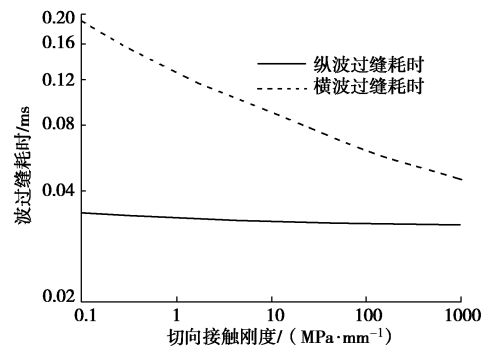


图 3 波过缝耗时随切向接触刚度变化曲线

Fig. 3 Relationship between tangential shear stiffness and time consumption

由图 2, 3 可得, 纵波过缝耗时仅受结构面法向接触刚度 K_n 控制, 横波过缝耗时仅受结构面切向接触刚度 K_s 控制。

由于结构面法向接触刚度 K_n 和纵波过结构耗存在一一对应的关系, 切向接触刚度 K_s 和横波过结构耗存在一一对应的关系, 因此利用实测的应力波过缝耗时计算结构面的接触刚度是可行的。具体操作时, 只需不断调整数值计算中结构面的法向接触刚度 K_n 、切向接触刚度 K_s , 使得数值计算获得的纵波过缝耗时、横波过缝耗时和试验测试值一致, 此时数值计算采用的结构面法向接触刚度 K_n 、切向接触刚度 K_s 即为待测结构面的接触刚度值。

2 结构面刚度测试流程

测试岩体单一结构面的锤击试验系统布置图如图 4 所示。

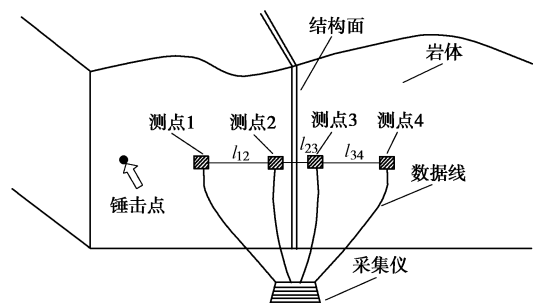


图 4 岩体单一结构面锤击试验系统布置图

Fig. 4 Hammering test system for a single structural plane of rock mass

试验中具体操作流程及步骤如下:

(1) 选取测试结构面: 选取露头较好的结构面岩体作为测试区域, 清除测试区域表面的粉尘及松散破

碎体。

(2) 监测点选取及传感器安装: 如图 4 所示以岩体结构面为对称中心在两侧布设监测点 1, 2, 3, 4, 各监测点需保持在一条直线上, 在监测点位置安装振动传感器, 对各监测点之间的距离进行测量并记录。

(3) 仪器的打开与连接: 利用数据线将振动传感器与采集仪相连, 打开采集仪使其处于采样状态。

(4) 施加锤击载荷: 在岩体结构面的一侧进行锤击, 通过调整锤击方向产生沿着振动传感器连线方向传播的纵波及横波。

(5) 数据采集: 利用各个振动传感器感知锤击产生的振动信号, 并通过采集仪进行记录。

(6) 波速及耗时计算: 设纵波试验时及横波试验时监测点 1, 2, 3, 4 处振动传感器的起振时间分别为 t_{p1} , t_{p2} , t_{p3} , t_{p4} 及 t_{s1} , t_{s2} , t_{s3} , t_{s4} , 测点 1, 2, 3, 4 间的距离分别为 l_{12} , l_{23} , l_{34} , 利用式 (2) 计算出完整岩体的纵波波速 c_p 、横波波速 c_s 、纵波通过结构面的耗时 Δt_p , 横波通过结构面的耗时 Δt_s 。

$$\left. \begin{aligned} c_p &= \frac{l_{12}}{t_{p2} - t_{p1}}, \\ c_s &= \frac{l_{12}}{t_{s2} - t_{s1}}, \\ \Delta t_p &= t_{p3} - t_{p2} - \frac{l_{23}}{c_p}, \\ \Delta t_s &= t_{s3} - t_{s2} - \frac{l_{23}}{c_s} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(7) 岩体弹性常数的获取: 对测试区域所在的完整岩体的密度 ρ 进行测试, 并计算出完整岩体的弹性模量 E 及泊松比 ν , 如下式

$$\left\{ \begin{aligned} E &= 2\rho(1+\nu)c_s^2 \\ \nu &= 1 - c_p^2 / (2c_p^2 - 2c_s^2) \end{aligned} \right. \quad (3)$$

(8) 建立数值反演模型: 借助数值方法进行反演分析, 建立与测试区域相似的数值模型, 完整岩体的密度 ρ , 弹性模量 E 及泊松比 ν 均取现场实测参数。

(10) 结构面刚度的反演: 在数值模型的一侧施加冲击载荷, 通过不断调整数值模型中结构面的法向接触刚度和切向接触刚度获得应力波通过结构面的不同耗时, 当应力波通过结构面的耗时与步骤 (6) 获得的耗时一致时, 此时的法向接触刚度和切向接触刚度为测试区域结构面的接触刚度值。

3 实例与验证

在鞍山某采石场选取某批次芝麻黑花岗岩进行试验研究, 石块尺寸为 $12.0 \text{ cm} \times 60.0 \text{ cm} \times 1.5 \text{ cm}$, 传感器采用朗斯 ICP 型加速传感器, 采集仪采用北京东

方振动和噪声技术研究所生产的 INV3062T0 型 24 位网络式同步采集仪, 采样频率为 51.2 k。

3.1 花岗岩弹性常数测试

利用单个花岗岩块进行弹性常数的测试, 传感器布设图如图 5 所示。在石块两端分别布设一支朗斯 ICP 型加速传感器。

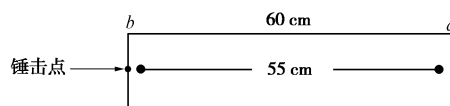


图 5 花岗岩弹性常数测试时的传感器布设图

Fig. 5 Elastic parameter test system for granite

在石块的左端施加垂直和平行于侧面的锤击载荷, 测试监测点在竖直方向和水平方向的加速度, 根据式 (2) 计算横波波速 c_s 和纵波波速 c_p , 测试次数为 11 次, 测试结果如图 6。

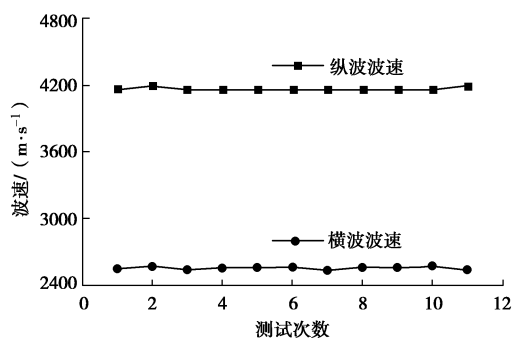


图 6 花岗岩弹性常数测试结果

Fig. 6 Test results of elastic parameters for granite

由图 6 中的测试结果可知, 花岗岩的纵波波速 c_p 均值为 4168.23 m/s , 横波波速 c_s 均值为 2556.70 m/s 。因此根据式 (3), 该花岗岩的弹性模量 E 为 39.17 GPa , 泊松比 ν 为 0.20 , 测试结果的数据离散性较小。

3.2 平行结构面的接触刚度测试

将上述 4 个完整花岗岩块拼接起来, 在拼接处形成一组相互平行的人工结构面, 在每个花岗岩块的同一端布设朗斯 ICP 型加速传感器, 平行结构面及监测点布设图如图 7 所示。

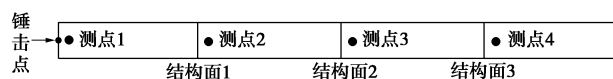


图 7 平行结构面及监测点布设图

Fig. 7 Parallel structural planes and layout of monitoring points

为了获取结构面的接触刚度特性, 在石块的左端施加垂直和平行于结构面的锤击载荷产生向右传播的波, 测试各监测点的水平方向加速度和竖直方向的加速度, 纵波过结构面 i 的耗时 Δt_{pi} 和横波过结构面 i 的耗时 Δt_{si} 采用式 (4) 进行计算, 测试次数为 13 次,

测试结果如图 8, 9 所示。

$$\begin{cases} \Delta t_{pi} = \Delta t_{pi,i+1} - l_{i,i+1} / c_p \\ \Delta t_{si} = \Delta t_{si,i+1} - l_{i,i+1} / c_s \end{cases} \quad (i=1, 2, 3) \quad (4)$$

式中, $\Delta t_{pi,i+1}$ 为监测点 i 和监测点 $i+1$ 处纵波的到时差, $\Delta t_{si,i+1}$ 为监测点 i 和监测点 $i+1$ 处横波的到时差, $l_{i,i+1}$ 为监测点 i 和监测点 $i+1$ 处的距离。

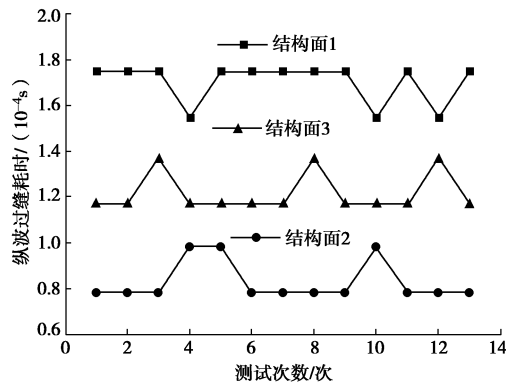


图 8 纵波过平行结构面耗时的测试结果

Fig. 8 Time consumption of longitudinal waves penetrating structural planes

从图 8 的纵波过平行结构面耗时测试结果可看出, 数据的离散性较小, 测试方法具有较好的稳定性。多次测试的纵波过结构面 1, 2, 3 的平均耗时为 170, 83, 122 μs , 误差为采集仪的最小采样时间间隔 20 μs 。

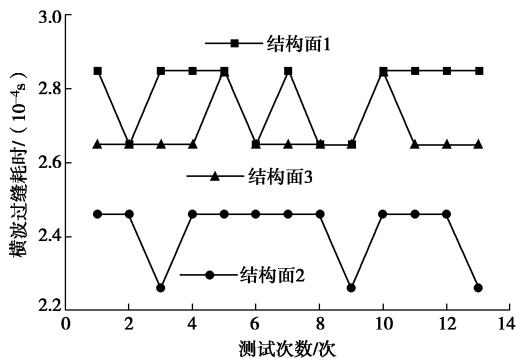


图 9 横波过平行结构面耗时测试结果

Fig. 9 Time consumption of transverse waves penetrating structural planes

从图 9 的横波过平行结构面耗时测试结果可看出, 数据的离散性较小, 测试方法具有较好的稳定性。多次测试的横波过结构面 1, 2, 3 的平均耗时分别为 279, 241, 268 μs , 误差为采集仪的最小采样时间间隔 20 μs 。

从试验结果来看, 将 4 个单独完整花岗岩岩块拼接后进行试验, 由于花岗岩岩块表面粗糙程度的差异, 且波通过结构面的衰减耗时主要取决于细观上两块岩块的接触面积, 所以测试得到的 3 个结构面的过缝耗

时有所不同。

利用 CDEM 进行数值计算, 根据波过缝耗时反分析结构面的法向和切向接触刚度, 建立和试验一致的数值计算模型, 块体内部采用连续单元划分, 两个块体之间为结构面, 结构面处设接触弹簧, 共计剖分四面体网格 276480 个。计算中完整岩块采用线弹性本构模型, 结构面处进行接触计算, 监测点布设位置和试验一致。

完整块体的计算参数选取上述测试得到的花岗岩参数, 密度 ρ 为 2500 kg/m^3 , 弹性模量 E 为 39.17 GPa, 泊松比 ν 为 0.20。在模型左端施加正弦周期载荷 F 如式 (1)。其中, A 为幅值取 4 kPa, T 为周期取 1 ms, 加载时间为 0.5 ms, t 为时间, 作用面积为 1.5 cm^2 , 计算总时间为 10 ms。为了更为准确地获得某一测点的起跳时间, 排除反射应力波的干扰, 在模型左右两侧施加了无反射边界条件。

利用二分法不断调整结构面法向接触刚度使得纵波过缝耗时和试验测得结果一致, 反分析得到结构面 1, 2, 3 的法向接触刚度分别为 0.22, 3.2, 0.68 MPa/mm, 利用二分法不断调整结构面切向接触刚度使得横波过缝耗时和试验测得结果一致, 反分析得到结构面 1, 2, 3 的切向接触刚度分别为 0.0014, 0.0022, 0.0018 MPa/mm。

4 结论与展望

针对相对均匀的平行结构面, 由于室内测试岩体结构面的接触刚度有较多的局限性, 本文基于结构面线性接触的假设, 提出了一种利用锤击试验及数值反分析, 获取岩体结构面接触刚度的方法。该方法实施时, 需在结构面两侧分别布设若干支振动传感器, 在远处利用激震锤进行激震, 通过结构面两侧振动传感器的起跳时间差, 计算出应力波过缝耗时, 而后利用相应的数值方法进行反分析, 通过不断调整结构面的法向和切向接触刚度, 实现与现场实测相同的耗时, 从而获得该处结构面的法向和切向接触刚度特性。在此过程中, 得到了如下结论:

(1) 数值计算结果表明, 结构面法向接触刚度和纵波过缝耗时存在一一对应的关系, 在双对数坐标下纵波过缝耗时随结构面法向接触刚度 K_n 几乎呈线性关系。结构面切向接触刚度和横波过缝耗时存在一一对应的关系, 在双对数坐标下横波过缝耗时随结构面切向接触刚度 K_s 几乎呈线性关系。

(2) 采用多块完整花岗岩岩块拼成了一组平行结构面, 按照本文所述的方法对结构面的接触刚度进行了测试, 测得结构面 1, 2, 3 的法向接触刚度分别

为 0.22, 3.2, 0.68 MPa/mm, 切向接触刚度分别为 0.0014, 0.0022, 0.0018 MPa/mm。

(3) 波过缝耗时的实测结果表明, 试验数据离散性较小, 说明此方法进行结构面接触刚度的测试是可行的, 且具有良好的稳定性。

(4) 对于较为复杂的结构面, 接触刚度的获取方法仍需进一步的研究。

参考文献:

- [1] 蔡美峰, 何满潮, 刘东燕. 岩石力学与工程[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 90 - 96. (CAI Mei-feng, HE Man-chao, LIU Dong-yan. Rock mechanics and engineering[M]. Beijing: Science Press, 2002: 90 - 96. (in Chinese))
- [2] 李 宁, 辛有良. 岩体节理刚度系数的现场声波测试[J]. 应用力学学报, 1998, 3(15): 119 - 123. (LI Ning, XIN You-liang. Rock joints stiffness coefficient of acoustic test on site[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 1998, 3(15): 119 - 123. (in Chinese))
- [3] 王芝银, 段品佳. 基于岩体三轴压缩试验的节理力学参数确定方法[J]. 岩土力学, 2011, 32(11): 3219 - 3224. (WANG Zhi-yin, DUAN Pin-jia. A new method for determining mechanical parameters of joints based on triaxial compressive test for rock mass[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(11): 3219 - 3224. (in Chinese))
- [4] 周建民, 许宏发, 杨红禹. 岩体节理法向变形的数学模型分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(增刊): 853 - 855. (ZHOU Jian-min, XU Hong-fa, YANG Hong-yu. Power function model of normal deformation for rock joints[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, 19(S0): 853 - 855. (in Chinese))
- [5] 刘雄贞. 三峡工程岩体结构面刚度特性试验[J]. 长江科学院院报, 1998, 15(2): 25 - 27. (LIU Xiong-zhen. Experimental study on stiffness characteristics of rock mass structural face in TGP[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 1998, 15(2): 25 - 27. (in Chinese))
- [6] 毕贵权, 李 宁, 李国玉. 非贯通裂隙介质中波传播特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(增刊 1): 3116 - 3123. (BI Gui-quan, LI Ning, LI Guo-yu. Experimental study on characteristics of wave propagation in media containing intermittent cracks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(S1): 3116 - 3123. (in Chinese))
- [7] 龙 平, 王观石, 胡世丽, 等. 基于应力波频谱变化测试岩体节理的刚度[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(8): 1677 - 1684. (LONG Ping, WANG Guan-shi, HU Shi-li, et al. Measuring stiffness of jointed rock based on spectrum variation of stress wave[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34(8): 1677 - 1684. (in Chinese))
- [8] LI S H, WANG J G, LIU B S, et al. Analysis of critical excavation depth for a jointed rock slope using a face-to-face discrete element method[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2007, 40(4): 331 - 348.
- [9] FENG C, LI SH, LIU XY, et al. A semi-spring and semi-edge combined contact model in CDEM and its application to analysis of Jiweishan landslide[J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2014, 6(1): 26 - 35.
- [10] 李世海, 冯 春, 刘晓宇, 等. 用于描述地质体块体颗粒的连续及非连续计算模型—CDEM 最新进展[C]// 颗粒材料计算力学研究进展. 张家界, 2012: 21 - 23. (LI Shi-hai, FENG Chun, LIU Xiao-yu, et al. The latest developments of continue- discontinue element model which describes the geological block particles[C]// National Conference on Computational Mechanics of Granular Materials. Zhangjiajie, 2012: 21 - 23. (in Chinese))
- [11] LI S H, ZHAO M H, WANG Y N, et al. A new numerical method for DEM-block and particle model[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, 41(3): 436 - 440.
- [12] LI S H, LIU X Y, LIU T P, et al. Continuum-based discrete element method and its applications[C]// Proceedings of UK-China Summer School/International Symposium on DEM. Beijing, 2008: 147 - 170.