

DOI: 10.11779/CJGE201610002

# 考虑空隙压密阶段特征的岩石应变软化统计损伤模拟方法

曹文贵, 张超, 贺敏, 刘涛

(湖南大学岩土工程研究所, 湖南 长沙 410082)

**摘要:** 为建立能很好地反映岩石变形破坏全过程模拟方法, 针对现有岩石统计损伤本构模型难以反映初始压密阶段变形非线性的局限性与不足, 首先, 在充分探讨空隙岩石变形机理基础上, 采用宏观与微观相结合的分析方法, 将空隙岩石抽象为岩石骨架和空隙两部分组成, 建立空隙岩石变形分析模型; 然后, 在探讨空隙部分变形机理基础上, 考虑空隙压密引起变形的不可恢复性特征, 建立空隙部分变形分析方法, 同时, 引入统计损伤理论, 建立岩石骨架变形分析方法, 进而建立模拟空隙岩石变形破坏全过程的统计损伤本构模型, 并给出了其参数确定方法。该模型不仅能反映空隙岩石的应变软化特征, 而且, 还能较好地反映空隙岩石在初始压密阶段的变形非线性特点。最后, 通过试验曲线、本文及现有同类模型理论分析曲线的比较, 表明了该模型与方法的合理性与优越性。

**关键词:** 空隙岩石; 本构模型; 统计损伤; 非线性变形; 空隙压密阶段

中图分类号: TU452

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2016)10-1754-08

**作者简介:** 曹文贵(1963-), 男, 湖南南县人, 博士后, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土工程教学与研究工作。E-mail: cwglyp@21cn.com。

## Statistical damage simulation method of strain softening deformation process for rocks considering characteristics of void compaction stage

CAO Wen-gui, ZHANG Chao, HE Min, LIU Tao

(Geotechnical Engineering Institute of Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract:** To establish a good simulation method for the full deformation and failure process of rocks, the deficiencies and limitations of the existing statistical damage constitutive models for rocks are investigated, which can not reflect the nonlinear deformation characteristics at the initial void compaction stage. Firstly, based on the full discussion of the deformation mechanism of porous rocks and the combination of the methods for macro analysis and micro analysis, a deformation analysis model for porous rocks is established by abstracting porous rocks into two parts, rock skeletons and voids. Then, on the basis of the discussion of the deformation mechanism of void part, a deformation analysis method for void part is proposed by considering the unrecoverable characteristics of deformation caused by void compaction. Meanwhile, a deformation analysis method for skeleton part is also developed by introducing the statistical damage theory. Moreover, a new statistical damage constitutive model to simulate the full deformation and failure process of porous rocks is hence established, and the relevant determination methods for the model parameters are also provided. This model can reflect the properties of strain softening deformation of porous rocks and the characteristics of the nonlinear deformation at the initial void compaction stage. Finally, the rationality and superiority of this model are validated by comparing the experimental and theoretical curves of the proposed model and other existing similar models.

**Key words:** porous rock; constitutive model; statistical damage; nonlinear deformation; void compaction stage

## 0 引言

岩石变形破坏全过程模拟方法是岩石力学的重要研究内容, 为此, 国内外众多学者<sup>[1-20]</sup>对此进行了研究, 取得了长足的进步, 其中较为成功的是基于统计损伤理论<sup>[3-20]</sup>的岩石变形全过程模拟方法。但是, 该

类模型均存在一个共同的缺陷或不足就是无法准确反映初始压密阶段的岩石非线性变形特征, 因此, 进一

基金项目: 国家自然科学基金项目(51378198); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20130161110017)

收稿日期: 2015-09-08

步研究并完善基于统计损伤理论的岩石变形破坏全过程模拟方法具有重要的理论意义。

自唐春安<sup>[3]</sup>利用统计损伤理论基于 Lemaitre 应变等价性假设<sup>[21]</sup>初步建立岩石或混凝土等材料变形破坏全过程模拟方法以来, 大量学者<sup>[4-17]</sup>在此基础上进行了广泛的研究, 而且, 这些研究主要集中在应力状态和损伤阈值的影响<sup>[4-12]</sup>、微元强度的度量方法<sup>[12-13]</sup>、微元强度随机分布形式<sup>[14-15]</sup>、本构模型参数的确定方法<sup>[11, 14-15]</sup>以及残余强度阶段模拟方法<sup>[16-17]</sup>等方面, 致使所建立的统计损伤本构模型在模拟岩石变形破坏全过程时取得了良好的效果, 但是, 这些本构模型不能反映初始压密阶段的非线性变形特征, 为此, 曹文贵等<sup>[18-20]</sup>抓住岩石空隙的特点, 将岩石抽象为由损伤材料、未损伤材料以及空隙等 3 部分组成, 并引入统计损伤理论, 从而建立了模拟岩石变形破坏全过程的新型统计损伤本构模型。该模型除了具备前述模型所有优点外, 在反映初始压密阶段的非线性变形特征方面也取得了初步进展, 但该模型的理论曲线与试验曲线仍存在较大的差异。究其原因, 首先, 该模型虽能在一定程度上反映岩石空隙特点, 但它认为空隙岩石的骨架微观变形与其宏观变形协调一致, 这显然不符合实际; 其次, 虽然该模型在一定程度上反映了空隙岩石变形的非线性特点, 但并未准确反映空隙岩石被压密的力学机理, 因为空隙岩石被压密而产生的变形具有不可恢复的特点, 而且, 这种不可恢复变形的产生必须有持续增加的应力增量作用, 并与其所处总应力水平关系不大。

综上所述, 现有利用统计损伤理论<sup>[1-20]</sup>建立的岩石本构模型均存在一定的不足, 但其无论如何为研究岩石变形破坏全过程的模拟方法提供了一条有效且可行的途径, 因此, 本文仍将在现有基础上, 重点探讨基于统计损伤理论的岩石变形破坏全过程模拟方法的改进问题。

为了建立能更好地反映岩石在初始压密阶段的非线性变形特征并具备已有岩石损伤本构模型优点的岩石变形破坏全过程模拟方法, 本文将在充分研究空隙岩石初始压密阶段的变形特征与力学机理基础上, 采用宏观与微观分析相结合的研究方法, 并引入统计损伤理论继续对岩石变形破坏全过程模拟方法展开研究, 以期所获得的岩石统计损伤本构模型不仅能反映岩石应变软化的特征, 尤其能在模拟岩石初始压密阶段的变形过程时取得更好的效果, 从而完善岩石变形破坏全过程模拟方法。

## 1 空隙岩石变形过程与力学机理

为了建立更合理地反映空隙岩石变形全过程尤其

能反映空隙岩石初始压密阶段变形非线性特征的岩石变形过程模拟方法即岩石本构模型, 必须研究空隙岩石变形力学机理, 为此, 本文首先探讨空隙岩石的变形力学特征。

在应力作用下, 空隙岩石必然发生变形, 它由两部分构成。其一是由组成空隙岩石的岩石骨架产生, 它在屈服破坏前一般被认为是线弹性的, 但在屈服破坏后发生不可恢复的非线性变形, 岩石骨架产生的变形可采用连续固体介质力学理论进行分析与计算。为了模拟岩石骨架变形全过程, 采用前述基于统计损伤理论<sup>[3-20]</sup>的岩石本构模型进行模拟是目前很好的方法; 其二是由组成空隙岩石的空隙部分产生, 该部分变形产生的根本原因在于空隙发生闭合, 而这种空隙的闭合必须在持续增大的应力作用下才能持续产生, 而且空隙闭合产生的变形是不可恢复的。

在低应力水平作用下的空隙岩石将同时产生岩石骨架变形和空隙闭合变形, 当空隙闭合完成后, 岩石仅发生骨架变形, 而且, 当空隙完全闭合至岩石骨架屈服破坏前, 空隙岩石仅发生骨架变形, 此时, 空隙岩石的变形被认为是线弹性的, 之后, 当空隙岩石骨架应力超过岩石骨架屈服强度时, 空隙岩石会进一步发生非线性的骨架变形, 致使空隙岩石表现出应变硬化、应变软化和完全破坏的现象, 正因为如此, 空隙岩石在变形逐渐增大的过程中具有阶段性变形特征, 即初始压密阶段 (OA)、线性变形阶段 (AB)、屈服阶段 (BC) 和峰后破坏阶段 (CD), 如图 1 所示。

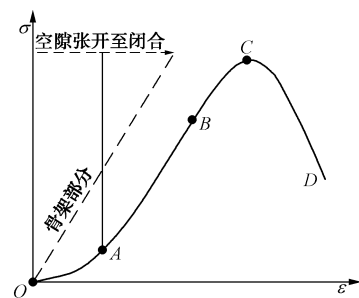


图 1 空隙岩石变形破坏全过程

Fig. 1 Full deformation and failure process of porous rocks

上述即为空隙岩石变形特征与力学机理, 其必须在建立空隙岩石变形破坏全过程模拟方法时得到充分反映, 为此, 本文将采用宏观与微观分析相结合的分析方法对空隙岩石变形分析模型进行探讨。

## 2 空隙岩石变形分析模型

为了建立空隙岩石变形分析模型, 在空隙岩石中取一代表性柱状单元, 如图 2 所示, 该柱状单元由空隙和岩石骨架两部分组成。设柱状单元在加载前初始长度为  $l_0$ , 空隙部分长度为  $l_0^v$ , 岩石骨架部分长度为

$l_0^r$ , 则

$$l_0 = l_0^r + l_0^v, \quad (1)$$

如果该柱状单元在应力 $\sigma_i$ 作用下产生的变形量为 $\Delta l$ , 其中, 骨架部分( $l_0^r$ )产生的变形量为 $\Delta l^r$ , 空隙部分( $l_0^v$ )产生的变形量为 $\Delta l^v$ , 则

$$\Delta l = \Delta l^r + \Delta l^v, \quad (2)$$

则空隙岩石宏观应变 $\varepsilon_i$ 可表示为

$$\varepsilon_i = \Delta l / l_0 = (\Delta l^r + \Delta l^v) / l_0, \quad (3)$$

由于骨架部分应变 $\varepsilon_i^r$ 和空隙部分应变 $\varepsilon_i^v$ 可分别表示为

$$\varepsilon_i^r = \Delta l^r / l_0^r, \quad (4)$$

$$\varepsilon_i^v = \Delta l^v / l_0^v, \quad (5)$$

因此, 如果定义 $\gamma_0 = l_0^v / l_0$ , 利用式(1)~(5)可得空隙岩石宏观应变与其组成部分应变之间的关系, 即

$$\varepsilon_i = (1 - \gamma_0) \varepsilon_i^r + \gamma_0 \varepsilon_i^v. \quad (6)$$

式(6)即为空隙岩石变形分析模型, 由此可以看出, 空隙岩石宏观应变 $\varepsilon_i$ 与其组成部分应变( $\varepsilon_i^r$ 或 $\varepsilon_i^v$ )并不存在变形协调关系(即 $\varepsilon_i \neq \varepsilon_i^r$ 或 $\varepsilon_i \neq \varepsilon_i^v$ ), 这显然是符合实际的, 因此, 本文模型比文献[3~20]建立的模型更为合理。

为了利用式(6)建立空隙岩石变形破坏全过程的模拟方法, 必须解决空隙岩石各组成部分应变分析方法问题, 为此, 下面将详细介绍其具体内容及分析过程。

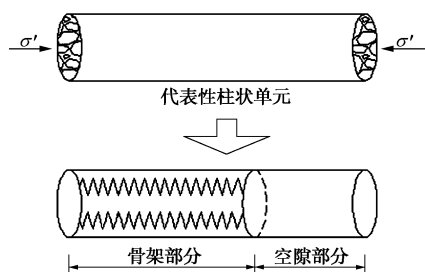


图2 空隙岩石变形分析模型

Fig. 2 Model of deformation analysis for porous rocks

## 2.1 空隙部分变形分析方法

为了建立在总应力 $\sigma_i$ 作用下空隙部分应变 $\varepsilon_i^v$ , 由式(5)可知, 必须首先获得相应空隙部分( $l_0^v$ )的变形量 $\Delta l^v$ , 为此, 将 $\sigma_i$ 划分成 $n$ 级应力增量 $\Delta \sigma_i^s$  ( $s=1, 2, \dots, n$ )逐级施加于空隙部分, 即

$$\sigma_i = \sum_{s=1}^n \Delta \sigma_i^s, \quad (7)$$

则 $\Delta l^v$ 可以视为由应力增量 $\Delta \sigma_i^m$ 作用而产生的变形量 $\Delta l^{vs}$ 的累加, 而依据前述空隙部分变形力学机理,  $\Delta l^{vs}$ 计算的关键在于空隙部分材料的瞬时应变和瞬时长度的分析方法问题, 因此, 在总应力 $\sigma_i$ 作用下的空隙部分( $l_0^v$ )变形量 $\Delta l^v$ 的计算问题转化为在应力增量 $\Delta \sigma_i^s$ 作用下空隙部分材料的瞬时应变和瞬时长度的分析方

法问题。如果假设空隙部分( $l_0^v$ )在应力增量 $\Delta \sigma_i^s$ 作用后的瞬时长为 $l_s^v$ , 则根据文献[22]可知, 此时空隙部分瞬时应变 $\varepsilon_i^{vs}$ 可以表示为

$$\varepsilon_i^{vs} = - \int_{l_{s-1}^v}^{l_s^v} \frac{dl}{l} = - \ln \frac{l_s^v}{l_{s-1}^v}. \quad (8)$$

另外, 如果假定 $\Delta \sigma_i^s$ 与 $\varepsilon_i^{vs}$ 服从广义虎克定律, 则 $\varepsilon_i^{vs}$ 亦可采用下式计算

$$\varepsilon_i^{vs} = [\Delta \sigma_i^s - \mu_1 (\Delta \sigma_j^s + \Delta \sigma_k^s)] / E_1, \quad (9)$$

其中,  $E_1$ 和 $\mu_1$ 分别为空隙部分材料的弹性模量和泊松比, 它们的确定方法将在后述部分介绍。于是, 由式(9)方程的两边求和, 可得

$$\sum_{s=1}^n \varepsilon_i^{vs} = [\sum_{s=1}^n \Delta \sigma_i^s - \mu_1 (\sum_{s=1}^n \Delta \sigma_j^s + \sum_{s=1}^n \Delta \sigma_k^s)] / E_1, \quad (10)$$

再将式(7)和(8)带入式(10)可得

$$- \ln [l_n^v / l_0^v] = [\sigma_i - \mu_1 (\sigma_j + \sigma_k)] / E_1, \quad (11)$$

因此,

$$\varepsilon_i^v = \frac{\Delta l^v}{l_0^v} = \frac{l_0^v - l_n^v}{l_0^v} = 1 - \exp \left[ - \frac{\sigma_i - \mu_1 (\sigma_j + \sigma_k)}{E_1} \right]. \quad (12)$$

式(12)即为空隙部分材料应变的分析方法。

## 2.2 岩石骨架部分的变形分析方法

空隙岩石骨架部分变形力学机理不同于空隙部分, 骨架部分的变形同时包括可恢复的弹性变形和不可恢复的非线性变形, 不可恢复变形是因其所受应力超过屈服强度而发生损伤引起的, 于是, 可采用基于连续介质的统计损伤理论进行分析, 具体分析过程与方法如下所述。

当岩石骨架所受应力超过屈服强度时, 它必然会发生损伤。如果令岩石骨架的损伤变量或损伤因子为 $D$ , 则由Lemaitre应变等价性假设可得岩石骨架损伤模型即骨架名义应力与实际应力之间的关系<sup>[7]</sup>, 即

$$\sigma_i = (1 - D) \sigma_i', \quad (13)$$

式中,  $\sigma_i$ 和 $\sigma_i'$ 分别为岩石骨架名义应力和实际应力。由于 $\sigma_i'$ 为岩石骨架未损伤部分材料所受应力, 故可认为其应力应变关系服从广义虎克定律<sup>[23]</sup>, 因此, 如果设岩石骨架未损伤部分材料应变为 $\varepsilon_i^{r'}$ , 可得

$$\varepsilon_i^{r'} = [\sigma_i' - \mu_2 (\sigma_j' + \sigma_k')] / E_2, \quad (14)$$

其中,  $E_2$ 和 $\mu_2$ 分别为岩石骨架弹性模量和泊松比。由于空隙岩石骨架在应力作用下的未损伤和损伤两部分材料紧密混杂在一起, 故可认为空隙岩石骨架名义应变 $\varepsilon_i^r$ 和损伤部分应变 $\varepsilon_i^{r'}$ 协调<sup>[7]</sup>, 即

$$\varepsilon_i^r = \varepsilon_i^{r'}, \quad (15)$$

于是, 将式(13)和(15)代入式(14)可得

$$\varepsilon_i^r = [\sigma_i - \mu_2 (\sigma_j + \sigma_k)] / [E_2 (1 - D)]. \quad (16)$$

式(16)即为岩石骨架部分的应变分析方法, 其中,

损伤变量  $D$  可由统计损伤理论确定。为此, 设岩石骨架部分材料的微元强度<sup>[3, 13, 16]</sup>为  $F$ , 则

$$F = \sigma'_1 - \alpha\sigma'_3 - k_0, \quad (17)$$

其中,  $\sigma'_1$  和  $\sigma'_3$  分别为骨架部分所承受的最大和最小主应力,  $\alpha$  和  $k_0$  分别为与骨架部分发生屈服时的黏聚力  $c_y$  和内摩擦角  $\phi_y$  有关的常数<sup>[7]</sup>, 可表示为

$$\alpha = (1 + \sin\phi_y) / (1 - \sin\phi_y), \quad (18)$$

$$k_0 = 2c_y \cos\phi_y / (1 - \sin\phi_y). \quad (19)$$

利用式 (13) 可将式 (17) 改写为

$$F = (\sigma_1 - \alpha\sigma_3) / (1 - D) - k_0, \quad (20)$$

另外, 将 (16) 代入式 (6), 则可得

$$D = 1 - \frac{(1 - \gamma_0)[\sigma_i - \mu_2(\sigma_j + \sigma_k)]}{E_2(\varepsilon_i - \gamma_0\varepsilon_i^v)}, \quad (21)$$

其中,  $\varepsilon_i^v$  由式 (12) 确定。考虑到骨架部分材料发生损伤时, 空隙部分材料因压密而引起的变形已基本完成即  $\varepsilon_i^v$  已基本达到最大值, 因此, 式 (21) 亦可近似改写为

$$D = 1 - \frac{(1 - \gamma_0)[\sigma_i - \mu_2(\sigma_j + \sigma_k)]}{E_2(\varepsilon_i - \gamma_0)}, \quad (22)$$

再将式 (22) 代入式 (20) 可得岩石骨架微元强度的另一表达形式, 即

$$F = \frac{E_2(\varepsilon_i - \gamma_0)(\sigma_1 - \alpha\sigma_3)}{(1 - \gamma_0)[\sigma_i - \mu_2(\sigma_j + \sigma_k)]} - k_0. \quad (23)$$

式 (23) 即为岩石骨架部分材料的微元强度度量方法。于是, 引入统计损伤理论, 并假定微元强度  $F$  服从 Weibull 随机分布<sup>[15-20]</sup>, 则可建立骨架部分材料的损伤演化模型, 即

$$D = \begin{cases} 1 - \exp[-(F/F_0)^m] & F \geq 0 \\ 0 & F < 0 \end{cases}. \quad (24)$$

其中,  $m$  和  $F_0$  为 Weibull 随机分布参数。再将式 (24) 代入式 (16) 可得岩石骨架部分的应变分析方法, 即

$$\varepsilon_i^r = \begin{cases} \frac{\sigma_i - \mu_2(\sigma_j + \sigma_k)}{E_2 \exp[-(F/F_0)^m]} & F \geq 0 \\ [\sigma_i - \mu_2(\sigma_j + \sigma_k)] / E_2 & F < 0 \end{cases}. \quad (25)$$

### 3 空隙岩石统计损伤本构模型及参数确定方法

前述已解决了空隙岩石的空隙部分和骨架部分的应变分析方法, 因此, 将式 (12) 和 (25) 代入式 (6) 可得模拟空隙岩石变形破坏全过程的统计损伤本构模型, 即

$$\varepsilon_i = \begin{cases} \gamma_0 \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{\sigma'_i}{E_1}\right] \right\} + \frac{(1 - \gamma_0)\sigma''}{E_2 \exp[-(F/F_0)^m]} & F \geq 0 \\ \gamma_0 \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{\sigma'_i}{E_1}\right] \right\} + \frac{(1 - \gamma_0)\sigma''}{E_2} & F < 0 \end{cases},$$

其中,  $F$  由式 (23) 确定;  $\sigma'$  和  $\sigma''$  可分别表示为

$$\sigma' = \sigma_i - \mu_1(\sigma_j + \sigma_k), \quad (27)$$

$$\sigma'' = \sigma_i - \mu_2(\sigma_j + \sigma_k). \quad (28)$$

由此可以看出, 该模型包含  $\gamma_0$ ,  $E_1$ ,  $\mu_1$ ,  $E_2$ ,  $\mu_2$ ,  $m$  和  $F_0$  等模型参数。为了利用式 (26) 模拟空隙岩石变形破坏全过程, 须解决这些参数的确定方法问题, 然而这些参数无法直接通过常规力学试验进行测定, 只能依据空隙岩石常规三轴压缩试验曲线采用间接方法确定。为此, 下面将作详细介绍。

#### (1) $\gamma_0$ 的确定方法

由前述空隙岩石变形力学机理分析可知, 空隙岩石宏观变形由空隙和骨架两部分变形组成, 当空隙岩石进入线性变形阶段 ( $AB$ ) 时, 因空隙压密至闭合而发生的空隙部分变形已基本完成, 此时空隙部分产生的变形即式 (26) 中两个表达式中的第一项达到稳定最大值  $\gamma_0$ , 因此, 如图 3 所示, 空隙岩石单轴压缩试验曲线  $AB$  直线段的延长线在应变轴上的截距即为  $\gamma_0$ 。

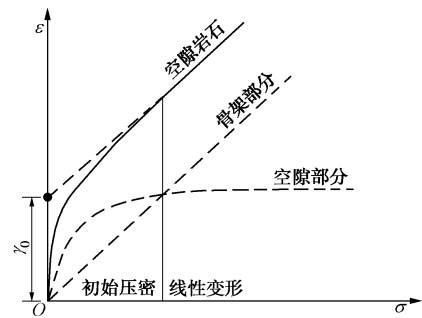


图 3 空隙岩石各组成部分的变形关系

Fig. 3 Deformation relationships of constituent parts for porous rocks

#### (2) $E_2$ 与 $\mu_2$ 的确定方法

由于岩石三轴试验 ( $\sigma_2 = \sigma_3 \neq 0.0$ ) 获得的应力应变曲线一般是偏应力与轴向应变之间的关系曲线, 也就是说该曲线中应变不包含当轴向应力  $\sigma_1$  加载到  $\sigma_3$  所产生的变形, 因此, 在利用该试验曲线确定模型参数时必须考虑其影响。为此, 令  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  并将其代入式 (26) 的第二式可得试件被加载到静水压力  $\sigma_3$  时所产生的轴向初始应变  $\varepsilon_c$  为

$$\varepsilon_c = \gamma_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{1 - 2\mu_1}{E_1} \sigma_3\right) \right] + \frac{(1 - \gamma_0)(1 - 2\mu_2)\sigma_3}{E_2}. \quad (29)$$

于是, 可得由试验获得应力应变曲线中实际应变值  $\varepsilon'_i$  的计算方法, 即

$$\varepsilon'_i = \varepsilon_i - \varepsilon_c = \varepsilon_N \gamma' + (1 - \gamma_0)(\sigma_1 - \sigma_3) / E_2, \quad (30)$$

其中,

$$\gamma' = 1 - \exp[-(\sigma_1 - \sigma_3) / E_1], \quad (31)$$

$$\varepsilon_N = \gamma_0 \exp[-(1 - 2\mu_1)\sigma_3 / E_1]. \quad (32)$$

由此可以看出,式(30)中并不包含模型参数 $\mu_2$ ,因此,利用岩石偏应力应变试验曲线无法确定 $\mu_2$ ,其只能通过泊松比试验进行直接测定。考虑到 $\mu_2$ 为空隙岩石骨架的泊松比,可以采用完整致密岩块的泊松比试验进行测定。

为了建立 $E_2$ 的确定方法,首先,依据式(30)获得三轴压缩试验曲线上任一点切线的斜率 $k$ ,可表示为

$$k = \partial(\sigma_1 - \sigma_3) / \partial \varepsilon_1' \quad (33)$$

考虑到空隙岩石处于线性变形阶段( $AB$ )时空隙部分的压密变形已经完成,即式(30)中 $\varepsilon_N \gamma'$ 为常数,于是,将式(30)代入式(33)可得线性变形阶段应力应变曲线的直线段斜率 $k_{AB}$ 为

$$k_{AB} = E_2 / (1 - \gamma_0) \quad (34)$$

由于其又可依据偏应力应变试验曲线直线段的斜率进行计算,并考虑到试验所获得线性变形阶段( $AB$ )的应力应变曲线为直线,因此,其在线性变形阶段( $AB$ )的切线斜率又可采用下式计算,即

$$k_{AB} = [(\sigma_1 - \sigma_3)_A - (\sigma_1 - \sigma_3)_B] / (\varepsilon_1^A - \varepsilon_1^B) \quad (35)$$

其中,  $(\sigma_1 - \sigma_3)_A$ ,  $(\sigma_1 - \sigma_3)_B$ ,  $\varepsilon_1^A$ 和 $\varepsilon_1^B$ 分别为偏应力应变试验曲线上 $A$ 和 $B$ 点对应的偏应力与应变值。于是,利用式(34)和(35)可得 $E_2$ 的确定方法,即

$$E_2 = \frac{(1 - \gamma_0)[(\sigma_1 - \sigma_3)_A - (\sigma_1 - \sigma_3)_B]}{\varepsilon_1^A - \varepsilon_1^B} \quad (36)$$

### (3) $E_1$ 与 $\mu_1$ 的确定方法

考虑到空隙岩石在达到线性变形阶段( $AB$ )之前的偏应力应变关系应满足式(30),因此,在达到 $A$ 点之前的空隙岩石偏应力应变试验曲线上选取 $z$ 点 $[(\sigma_1 - \sigma_3)_k, \varepsilon_{1k}']$  ( $k=1, 2, \dots, z$ ),采用基于最小二乘法原理的曲线拟合方法可得空隙岩石的空隙部分材料的变形力学参数 $E_1$ 及 $\mu_1$ 。

### (4) 微元强度随机分布参数的确定方法

利用空隙岩石应变软化特性即其应力应变曲线的极值特性,采用文献[11]方法可确定岩石骨架的微元强度随机分布参数 $m$ 和 $F_0$ 。设空隙岩石常规三轴应力应变曲线峰值点处的应力和应变分别为 $\sigma_{sc}$ 和 $\varepsilon_{sc}$ ,根据空隙岩石应力应变曲线的极值特性,可得

$$\left. \frac{\partial \sigma_1}{\partial \varepsilon_1} \right|_{\substack{\sigma_1 = \sigma_{sc} \\ \varepsilon_1 = \varepsilon_{sc}}} = 0 \quad (37)$$

这是一个关于 $m$ 和 $F_0$ 的方程。再将 $\sigma_1 = \sigma_{sc}$ 和 $\varepsilon_1 = \varepsilon_{sc}$ 代入式(26)又可以得到关于 $m$ 和 $F_0$ 的另一个方程,联立这两个方程即可以确定出 $m$ 和 $F_0$ ,这就是本文确定模型参数 $m$ 和 $F_0$ 的研究思路。具体分析过程如下。

由上述确定模型参数 $m$ 和 $F_0$ 的思路可知,其关键在于利用式(26)得到 $\partial \sigma_1 / \partial \varepsilon_1$ ,因此,如果直接利用式(26)得到 $\partial \sigma_1 / \partial \varepsilon_1$ ,其分析过程及其由此获

得的 $m$ 和 $F_0$ 的表达式会很复杂,为此,须依据空隙岩石应力应变特征进行变换与简化。

利用式(26)来模拟空隙岩石应力应变过程时,当空隙岩石变形超过空隙压密阶段以后,空隙压密产生的变形已经完成,即式(26)中第一式的右边第一项达到稳定最大值 $\gamma_0$ ,因此,可以采用式(26)简化式来模拟空隙岩石压密变形阶段后的变形过程。对于常规三轴压缩试验( $\sigma_2 = \sigma_3$ ),式(26)简化后的方程式可改写为

$$\varepsilon_1 = \gamma_0 + \frac{(1 - \gamma_0)(\sigma_1 - 2\mu_2\sigma_3)}{E_2(1 - D)} \quad (38)$$

于是,利用式(23)~(24)及式(37)、(38)可得

$$m = \frac{F_{sc}(1 - D_{sc})}{(\alpha\sigma_3 - \sigma_{sc})\ln(1 - D_{sc})} \quad (39)$$

再将式(39)代入式(24)可得

$$F_0 = F_{sc}[-\ln(1 - D_{sc})]^{-1/m} \quad (40)$$

其中,

$$D_{sc} = 1 - \frac{(1 - \gamma_0)[\sigma_{sc} - \mu_2(\sigma_2 + \sigma_3)]}{E_2(\varepsilon_{sc} - \gamma_0)} \quad (41)$$

$$F_{sc} = \frac{E_2(\varepsilon_{sc} - \gamma_0)(\sigma_{sc} - \alpha\sigma_3)}{(1 - \gamma_0)[\sigma_{sc} - \mu_2(\sigma_2 + \sigma_3)]} - k_0 \quad (42)$$

上述式(39)和(40)即为岩石骨架微元强度随机分布参数确定方法。但是,值得注意的是,其中 $\sigma_{sc}$ 和 $\varepsilon_{sc}$ 并非偏应力应变曲线上的峰值强度 $\sigma_{sc}'$ 及其对应的应变 $\varepsilon_{sc}'$ ,它们之间的关系可以表示为

$$\sigma_{sc} = \sigma_{sc}' + \sigma_3 \quad (43)$$

$$\varepsilon_{sc} = \varepsilon_{sc}' + \varepsilon_c \quad (44)$$

由此可以看出, $m$ ,  $F_0$ 与 $\sigma_{sc}$ ,  $\varepsilon_{sc}$ 直接相关,但 $\sigma_{sc}$ 和 $\varepsilon_{sc}$ 随围压变化而变化,为了使其能适用于任意围压下的空隙岩石变形全过程的模拟,就必须建立 $\sigma_{sc}$ 和 $\varepsilon_{sc}$ 分别与 $\sigma_3$ 的关系,于是,本文引用文献[11, 18, 24]研究成果,即

$$\sigma_{sc} = \frac{2c_f \cos \varphi_f}{1 - \sin \varphi_f} + \frac{1 + \sin \varphi_f}{1 - \sin \varphi_f} \sigma_3 \quad (45)$$

$$\varepsilon_{sc}' = b + a\sigma_3 \quad (46)$$

式中, $c_f$ 和 $\varphi_f$ 为空隙岩石峰值抗剪强度指标, $a$ 和 $b$ 均为常数。于是,将式(43)~(46)分别代入式(39)和(40)即得任意围压下 $m$ 和 $F_0$ 的确定方法。

## 4 实例分析与验证

前述已建立模拟空隙岩石变形全过程的统计损伤本构模型并给出了模型参数的确定方法,其可行性与合理性仍须通过实例分析进行验证,为此,引入文献[25]的试验曲线进行分析。该文献给出了煤岩分别在围压 $\sigma_3=0.0, 3.0, 5.0, 8.0$  MPa下的常规三轴试验曲线,本文模型参数须利用这些试验资料确定。

(1) 强度指标的确定

本文模型的强度指标包括骨架部分的屈服强度指标 ( $c_y$  和  $\varphi_y$ ) 和峰值强度指标 ( $c_f$  和  $\varphi_f$ )。由前述分析可知, 骨架部分在  $B$  和  $C$  点 (见图 1) 分别发生屈服和强度达到峰值, 于是, 根据不同围压下的骨架屈服应力和峰值应力, 利用莫尔库仑强度准则进行线性拟合可得  $c_y=8.47$  MPa,  $\varphi_y=35^\circ$ , 相关系数为 0.996;  $c_f=9.43$  MPa,  $\varphi_f=39^\circ$ , 相关系数为 0.995。

(2)  $a$  与  $b$  的确定

由不同围压下的试验曲线可得空隙岩石峰值应变  $\varepsilon'_{sc}$ , 将其与  $\sigma_3$  按式 (46) 进行线性拟合可得  $a=1.15 \times 10^{-3}$  MPa $^{-1}$ ,  $b=16.45 \times 10^{-3}$ , 相关系数为 0.999。

(3)  $\gamma_0$  的确定

根据前述第 3 节模型参数确定方法可确定  $\gamma_0=3.87 \times 10^{-3}$ 。

(4)  $E_1$ ,  $\mu_1$ ,  $E_2$  及  $\mu_2$  的确定

依据前述第 3 节模型参数确定方法, 首先确定不同围压下的模型参数  $E_1$ ,  $\mu_1$ ,  $E_2$ , 如表 1 所示, 然后对这些模型参数分别取均值, 并将其作为空隙岩石统计损伤本构模型参数的最终取值, 即  $E_1=2.08$  MPa,  $\mu_1=0.48$ ,  $E_2=3.49$  GPa。骨架泊松比取  $\mu_2=0.19$ 。

表 1 不同围压下的模型参数

Table 1 Model parameters under different confining pressures				
$\sigma_3$ /MPa	$E_1$ /MPa	$\mu_1$	相关系数	$E_2$ /GPa
0	1.80	—	0.995	3.32
3.0	2.20	0.48	0.991	3.49
5.0	2.11	0.48	0.993	3.48
8.0	2.22	0.49	0.992	3.67

将上述模型参数代入本文所建立的统计损伤本构模型即可获得该岩石应力应变理论曲线, 见图 4。为了验证本文模型的合理性, 将试验曲线和依据文献[7, 18]方法获得的理论曲线也绘入其中。由此可以看出, 本文方法理论曲线较现有其它方法理论曲线更接近试验曲线, 尤其是在模拟初始空隙压密阶段的变形过程时具有明显的优越性, 本文模型能更好地反映压密阶段的非线性变形特征。

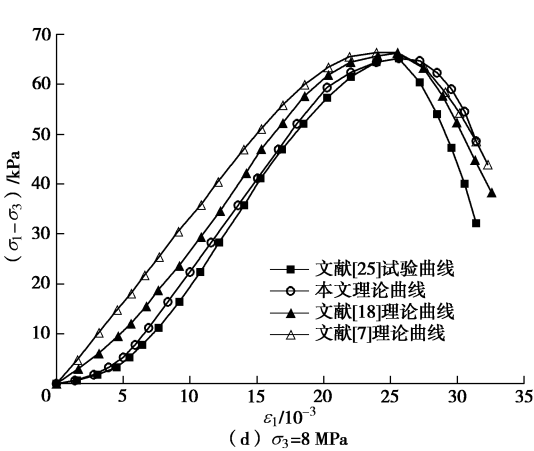
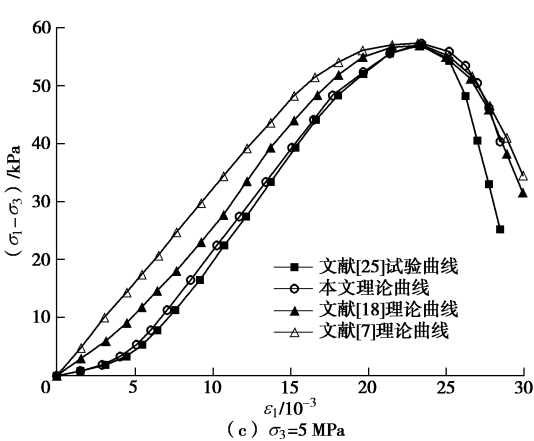
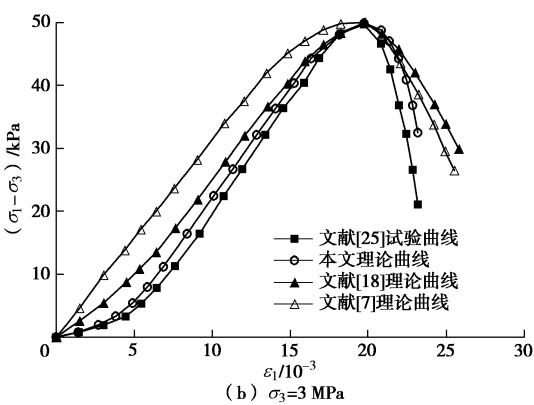
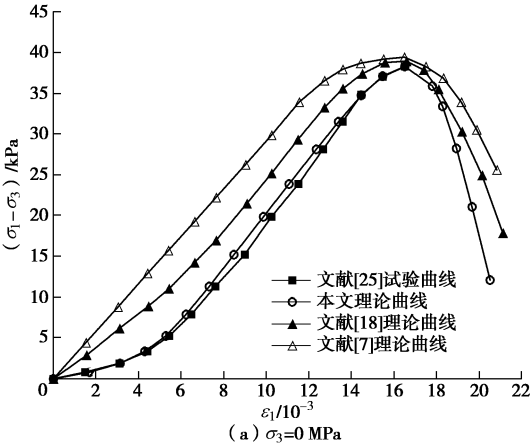


图 4 试验与理论曲线的比较

Fig. 4 Comparison between test and theoretical curves

5 结 论

本文针对岩石在初始空隙压密阶段时的非线性变形特征, 引入统计损伤理论, 对反映初始空隙压密阶段及屈服破坏阶段的非线性变形特征的空隙岩石变形全过程模拟方法进行了研究。由此可得如下结论:

- (1) 通过探讨空隙岩石与组成部分之间的变形关系, 将空隙岩石抽象为由空隙和骨架两部分材料组成, 建立了空隙岩石变形分析模型, 为空隙岩石变形破坏全过程模拟方法研究奠定了基础。
- (2) 结合空隙岩石空隙和骨架变形机理与特征, 分

别建立了空隙和骨架部分变形分析方法,进而建立了可模拟空隙岩石变形破坏全过程的统计损伤本构模型,其不仅具有现有相关模型的优越性,还能较好地反映空隙压密阶段的非线性变形特征。

(3)通过本文模型、现有相关模型以及实测曲线的比较分析,表明了本文模型的合理性与优越性。

#### 参考文献:

- [1] KRAJCINOVIC D, SILVA M A G. Statistical aspects of the continuous damage theory[J]. International Journal of Solids and Structures, 1982, **18**(7): 551 - 562.
- [2] KRAJCINOVIC D. Continuous damage mechanics[J]. Applied Mechanics Review, 1984, **37**(1): 1 - 5.
- [3] 唐春安. 岩石破裂过程中的灾变[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1993. (TANG Chun-an. Catastrophe in rock unstable failure[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1993. (in Chinese))
- [4] 曹文贵, 赵明华, 刘成学. 岩石损伤统计强度理论研究[J]. 岩土工程学报, 2004, **26**(6): 820 - 823. (CAO Wen-gui, ZHAO Ming-hua, LIU Cheng-xue. A study on damage statistical strength theory for rock[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, **26**(6): 820 - 823. (in Chinese))
- [5] 陈忠辉, 傅宇方, 唐春安. 岩石破裂声发射过程的围压效应[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, **16**(1): 65 - 70. (CHEN Zhong-hui, FU Yu-fang, TANG Chun-an. Confining pressure effect on acoustic emissions during rock failure[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1997, **16**(1): 65 - 70. (in Chinese))
- [6] WANG Z L, LI Y C, WANG J G. A damage-softening statistical constitutive model considering rock residual strength[J]. Computers & Geosciences, 2007, **33**(1): 1 - 9.
- [7] LI X, CAO W G, SU Y H. A statistical damage constitutive model for softening behavior of rocks[J]. Engineering Geology, 2012(143/144): 1 - 17.
- [8] 杨圣奇, 徐卫亚, 韦立德, 等. 单轴压缩下岩石损伤统计本构模型与试验研究[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2004, **32**(2): 200 - 203. (YANG Sheng-qi, XU Wei-ya, WEI Li-de, et al. Statistical constitutive model for rock damage under uniaxial compression and its experimental study[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2004, **32**(2): 200 - 203. (in Chinese))
- [9] 徐卫亚, 韦立德. 岩石损伤统计本构模型的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, **21**(6): 787 - 791. (XU Wei-ya, WEI Li-de. Study on statistical damage constitutive model of rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, **21**(6): 787 - 791. (in Chinese))
- [10] 薛云亮, 李庶林, 林峰, 等. 考虑损伤阈值影响的纤维混凝土损伤本构模型研究[J]. 岩土力学, 2009, **30**(7): 1987 - 1992. (XUE Yun-liang, LI Shu-lin, LIN Feng, et al. Study on damage statistical constitutive model of SFRC considering effect of damage threshold[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(7): 1987 - 1992. (in Chinese))
- [11] 曹文贵, 赵衡, 张玲, 等. 考虑损伤阈值影响的岩石损伤统计软化本构模型及其参数确定方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, **27**(6): 1148 - 1154. (CAO Wen-gui, ZHAO Heng, ZHANG Ling, et al. Damage statistical softening constitutive model for rock considering effect of damage threshold and its parameters determination method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, **27**(6): 1148 - 1154. (in Chinese))
- [12] 许江, 李树春, 刘延保, 等. 基于Drucker-Prager准则的岩石损伤本构模型[J]. 西南交通大学学报, 2007, **42**(3): 278 - 282. (XU Jiang, LI Shu-chun, LIU Yan-bao, et al. Damage constitutive model of rock based on Drucker-Prager criterion[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2007, **42**(3): 278 - 282. (in Chinese))
- [13] 曹文贵, 张升. 基于Mohr-Coulomb准则的岩石损伤统计分析方法研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2005, **32**(1): 43 - 47. (CAO Wen-gui, ZHANG Sheng. Study on the statistical analysis rock damage based on Mohr-Coulomb Criterion[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2005, **32**(1): 43 - 47. (in Chinese))
- [14] 曹文贵, 莫瑞, 李翔. 基于正态分布的岩石软化损伤统计本构模型及其参数确定方法探讨[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(5): 671 - 675. (CAO Wen-gui, MO Rui, LI Xiang. Study on statistical constitutive model and determination of parameters of rock based on normal distribution[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(5): 671 - 675. (in Chinese))
- [15] 曹文贵, 赵明华, 刘成学. 基于Weibull分布的岩石损伤软化模型及其修正方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, **23**(19): 3226 - 3231. (CAO Wen-gui, ZHAO Ming-hua, LIU Cheng-xue. Study on the model and its modifying method for rock softening and damage based on Weibull random distribution[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, **23**(19): 3226 - 3231. (in Chinese))

- [16] 曹文贵, 赵 衡, 李 翔, 等. 基于残余强度变形阶段特征的岩石变形全过程统计损伤模拟方法[J]. 土木工程学报, 2012, **45**(6): 139 - 145. (CAO Wen-gui, ZHAO Heng, LI Xiang, et al. A statistical damage simulation method for rock full deformation process with consideration of the deformation characteristics of residual strength phase[J]. China Civil Engineering Journal, 2012, **45**(6): 139 - 145. (in Chinese))
- [17] 曹瑞琅, 贺少辉, 韦 京, 等. 基于残余强度修正的岩石损伤软化统计本构模型研究[J]. 岩土力学, 2013, **34**(6): 1652 - 1660. (CAO Rui-lang, HE Shao-hui, WEI Jing, et al. Study of modified statistical damage softening constitutive model for rock considering residual strength[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(6): 1652 - 1660. (in Chinese))
- [18] CAO W G, ZHAO H, LI X, et al. Statistical damage model with strain softening and hardening for rocks under the influence of voids and volume changes[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2010, **47**(8): 857 - 871.
- [19] 曹文贵, 李 翔, 刘 峰. 裂隙化岩体应变软化损伤本构模型探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, **26**(12): 2488 - 2494. (CAO Wen-gui, LI Xiang, LIU Feng. Discussion on strain softening damage constitutive model for fissured rock mass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, **26**(12): 2488 - 2494. (in Chinese))
- [20] 曹文贵, 赵 衡, 张永杰, 等. 考虑体积变化影响的岩石应变软化损伤本构模型及其参数确定方法[J]. 岩土力学, 2011, **32**(3): 647 - 654. (CAO Wen-gui, ZHAO Heng, ZHANG Yong-jie, et al. Strain softening and hardening damage constitutive model for rock considering effect of volume change and its parameters determination method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(3): 647 - 654. (in Chinese))
- [21] LEMAITRE J. How to use damage mechanics[J]. Nuclear Engineering and Design, 1984, **80**(3): 233 - 245.
- [22] 李玉兰. 真应力-应变的定义及其力学特征[J]. 重庆大学学报, 2001, **24**(3): 58 - 60. (LI Yu-lan. Definition and mechanical characteristics of true stress-strain[J]. Journal Chongqing University, 2001, **24**(3): 58 - 60. (in Chinese))
- [23] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006. (XU Zhi-lun. Elasticity[M]. Beijing: Higher Education Press, 2006. (in Chinese))
- [24] ZHOU G L, THAM L G, LEE P K K, et al. A phenomenological constitutive model for rocks with shear failure mode[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2001, **25**(25): 391 - 414.
- [25] YUMLU M, OZBAY M U. Study of the behaviour of brittle rocks under plane strain and triaxial loading conditions[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Science & Geomechanics Abstracts, 1995, **32**(7): 725 - 733.