

DOI: 10.11779/CJGE201607021

挡土墙土压力研究的错误倾向

孙建生

(太原理工大学水利科学与工程学院, 山西 太原 030024)

摘要: 针对目前挡土墙土压力研究的错误舆论倾向和学术影响普遍问题, 以澄清挡土墙土场中土拱及土拱效应基本力学概念为切入点, 剖析沿主应力轨迹线建立的侧土压力系数随墙壁摩擦角的变化规律与经典库仑土压力系数规律悖逆, 指出两者的差异越大水平土压力分布曲线影响越大, 这种差异的存在正是主应力土拱计算法自认为的土拱效应, 也正是其最大的谬误所在。根据微分层平衡条件导出的水平土压力分布计算公式数学原理, 揭示了只要采用此方法又得出土压力为曲线分布的任何理论, 必然是悖逆经典土压力理论且存在前后土压力系数自相矛盾的谬论。

关键词: 土压力; 土拱; 土拱效应; 主应力轨迹; 微分层; 力矩平衡; 挡土墙

中图分类号: TU432 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2016)07-1324-06

作者简介: 孙建生(1958-), 男, 副教授, 硕士生导师, 主要从事水利工程结构及其抗振的教学与研究。E-mail: SJSD1053@163.com。

Error tendency for studying earth pressure on retaining walls

SUN Jian-sheng

(Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: In view of the general problems of error tendency for studying the earth pressure on retaining wall, by clarifying the basic mechanical conceptions of soil arch and soil arching in soils of retaining wall, it is analyzed that the change laws of earth pressure coefficient based on the principal stress trajectory with the frictional angle between wall and backfill are contrary to those of the classical Coulomb's. The larger the difference between them is, the larger the effect of the horizontal earth pressure distribution. The existence of this difference is just the soil arching considered by the principal stress soil arch method, and it is the largest falsehood. According to the mathematical principle analysis of horizontal earth pressure distribution formula derived by differential stratum, it is expounded that any theoretical method to use the differential stratum to obtain the result that the earth pressure is curve distribution is necessarily false, that is to say they are contrary to the classical theories, and the earth pressure coefficients behind retaining wall are self-contradictory.

Key words: earth pressure; soil arch; soil arching; principal stress trajectory; differential stratum; moment equilibrium; retaining wall

0 引言

挡土墙在岩土工程中运用最普遍的结构形式, 其土压力的计算是设计的重要内容, 因此受到业内学者的广泛关注。两百多年前的库仑、朗肯经典土压力理论以极限状态和土压力直线分布为特征, 近代通过模型试验或有限元数值分析发现挡土墙后土压力并非直线分布, 因此探索一种可以反应土压力非直线分布特性的数学计算模型自然就成为该领域研究和理论发展的主流方向。然而, 近年来在挡土墙土压力研究中不顾力学基本概念错误、悖逆常理、自相矛盾、一味地迎合土压力曲线分布的文献报道几乎充斥了挡土墙主动土压力研究领域。一类是主应力土拱计算方法及考虑土拱效应的研究(简称土拱法), 另一类为考虑微分

层力矩平衡法(简称力矩法)。土拱法的发展过程, 1985年由Richard^[1]首先提出主应力土拱作用计算法, 文献[2, 3]开始采用主应力土拱研究挡土墙土压力, 文献[4]提出挡土墙后土体拱效应分析, 此后各种土拱形态假设或直接假设墙壁处土拱转角的方法及考虑土拱效应的研究成果成为热门方向^[5-12]。力矩法是2005年由王元战等^[13]首先提出, 此后主要有文献[14~16]。笔者在研究生答辩环节发现挡土墙研究方法的概念混淆和存在错误倾向性问题, 为了去伪存真澄清概念还科学的研究求实严肃的本来面目特撰写此文。首先针对挡土墙主动土压力小主应力土拱计算法的错误进行剖析。

1 小主应力轨迹线不是土拱

把小主应力轨迹线称为土拱曲线的本质含义是指土场中具有拱形的曲线, 以区别任意曲线, 其概念毫无问题。但是, 把小主应力轨迹线的称呼由土拱曲线变为土拱, 就包含了一定的力学概念混淆问题。土拱即土场中的拱, 不仅具有拱曲线特征, 而且具有确切的拱力学含义, 如图1中3种受力结构的力学定义分别是曲梁、拱结构、悬索或膜结构。拱必须具有3个要素: 轴线为曲线、支座条件、受力特征—通过拱的承压性能把力传到支座。绝对不能把拱形曲线都称其为拱。挡土墙主动土压力情况土体中的小主应力轨迹线与真实拱效应的土拱如图2所示, 主动状态墙壁对土体的摩擦作用力是向上的, 根据土拱拱端轴线方向与合力方向一致要求及支座处的受力条件判断小主应力轨迹线不具有拱端的承压传力特征, 把小主应力轨迹线当成土拱是力学基本概念混淆错误。

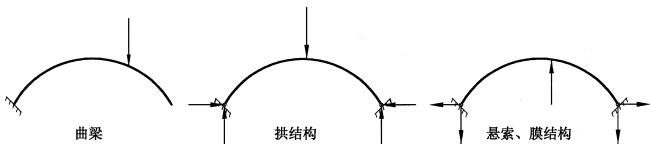


图1 结构图

Fig. 1 Structural drawing

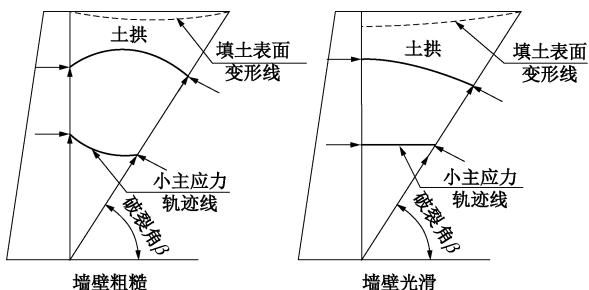


图2 挡土墙主动状态土拱与小主应力轨迹线

Fig. 2 Soil arches and minor principal stress trajectories in active state of retaining wall

2 土拱效应

土拱效应就字面意思可以解释为土场中的拱作用效果。早在20世纪50年代Terzaghi就对土拱效应进行定义^[17]: 当支撑土体的一部分屈服时, 屈服土体从原有位置移出, 屈服土体和邻近静止土体的相对移动将受到两部分土体间剪应力的阻碍作用, 由于剪应力阻力有使屈服土体保留原有位置的趋势, 从而使屈服区域的土压力减小, 而邻近静止土体的土压力增大, 这种土压力从屈服区域转移到邻近静止区域的现象称之为土拱效应。土拱效应必须包含通过土拱的土压力转移—屈服部分土压力降低邻近位置土压力增大。

土拱法把小主应力轨迹线变成土拱, 因此认为土拱就必然有土拱效应, 但绝大多数推崇研究者均未给出明确的小主应力土拱效应究竟指的是什么? 文献[8, 10, 11]提到主应力偏转和剪应力传递就是土拱效应, 文献^[14]提到土拱效应是使得土压力分布呈非线性。土拱法所指的土拱效应: 当考虑小主应力轨迹线偏转角的影响时, 由轨迹线点应力状态微元体的平衡条件得到侧土压力系数 K 的计算公式, 再由此系数确定墙背水平应力与铅直应力的联系, 根据水平微分层的平衡条件获得了侧向土压力为曲线分布的计算成果, 此计算曲线分布不仅与经典理论的直线分布形式不同, 而且与有限元数值分析及试验成果规律具有相似性, 并且总土压力计算结果又与库仑土压力系数计算结果一样。此种侧向水平土压力曲线分布而非直线的结果影响就是土拱计算法所指的小主应力土拱效应。

首先在土拱效应理念上, 小主应力土拱法侧土压力系数计算公式的建立过程均未涉及实际土场的屈服变形和土压力增大减小转移现象本质研究, 仅仅是通过改变小主应力土拱侧土压力系数 K 的大小来实现计算土压力分布曲线非直线影响, 这种变化影响充其量也仅是计算模型对计算结果的影响, 与土场实际的土压力增大减小转移本质是两个根本就不能相提并论的问题, 前者是主观对客观事物本质的认识问题, 后者是客观实际存在问题。在一定边界条件下, 挡土墙后土体的变形应力、土压力、主应力、主应力角及主应力轨迹线是客观实际存在的共同体, 土体变形规律的不同表现形式, 根本就不存在哪一个影响哪一个的问题, 只有依存伴生关系。一事物只能对它事物有影响, 自身只是本质规律, 因此主应力轨迹线的形态本质上就不是引起土压力转移改变其分布规律的影响因素, 也就是说主应力轨迹线不可能解释土压力的增大和减小转移现象, 主应力轨迹线不具有土拱效应。

挡土墙后的土场中土拱也是客观存在, 是人们用来解释土体变形应力及土压力变化规律的概化物, 由边界条件可以直接确定其形态趋势, 而并非依赖于应力场。如图2挡土墙主动土压力状态下, 根据墙壁及破裂面上的法向力和切向摩擦力的作用方向, 满足拱端受力条件要求的土拱只能是上凸形态。土柱压力的一部分通过拱的作用转移到挡土墙上, 以墙土间摩擦力的表现形式实现传递, 增大了挡土墙所承受的铅直分力, 使土场的铅直土压力小于土柱压力, 铅直土压力的减小又使侧向土压力系数减小, 这种土压力转移就是土拱效应的具体表现。由于土拱拱冠位移大于拱端位移, 因此墙后填土表面的沉降位移为凹曲线形式。随着墙土间摩擦角的增大土拱矢高增大、曲率增大、

土拱作用效应增大, 侧向土压力系数减小。当墙背为绝对光滑时实际土拱的拱冠位于墙背处, 仍然具有上述土拱效应。但墙壁为绝对光滑时小主应力轨迹线为水平线, 按照小主应力土拱法此时就没有土拱了也不存在土拱效应了? 没有土压力增大减小传递作用效果了? 这岂不成了天大的笑话? 至于主应力偏转角及剪应力传递就是土拱效应就更不符合土压力增大减小转移的定义, 在跨中受力的简支梁中也有小主应力轨迹线和主应力偏转角及剪力的传递, 照此定义梁也有拱效应, 那梁拱又还有什么区别?

3 土拱法的谬误

挡土墙主动土压力状态下土拱计算法沿小主应力轨迹线推导侧土压力系数公式时, 采用了 3 个条件: ①使用主应力微元体在铅直面的平衡条件; ②采用第一应力不变量; ③假设土拱内主应力比为常量且等于朗肯主动土压力系数。得到如下侧土压力系数 K 计算公式 (如文献[4]中式 (1)):

$$K = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} = \frac{\cos^2 \theta + K_a \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta + K_a \cos^2 \theta} \quad , \quad (1)$$

式中, θ 为大主应力方向与水平线间的夹角; θ 等于 90° 减法主应力偏转角, $K_a = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$ 为朗肯主动土压力系数。

公式推导过程没有涉及屈服和库仑强度条件土体力学性质, 仅在假设主应力比中引入朗肯主动土压力系数计算式, 并且没有进行合理性证明。

简单的数值计算就可验证式 (1) 为单减函数, 当 $\theta = 90^\circ$ 最大时 K 取最小值 K_a , 即主应力无偏转角时 (θ 最大) K 最小。在挡土墙墙壁处, 当墙壁绝对光滑时主应力无偏转角, 侧土压力系数等于朗肯主动土压力系数, 此时符合实际情况; 但是, 当墙壁非光滑有摩擦角时主应力偏转角大于 0, 则 θ 小于 90° , 侧土压力系数 K 大于最小值 K_a , 也就是说随着墙壁摩擦角的增大侧土压力系数 K 也在增大 (规律见文献[4]中表 1), 这显然违背了基本常识: 墙壁摩擦角越大主动土压力系数越小, 并与经典土压力理论严重悖逆。此为土拱计算原理第一谬误。

有些主应力土拱法研究者对式 (1) 进行改进, 或保留分子项^[2, 5]、或直接假设 θ 计算式^[7, 10]、或采用主应力圆建立水平力与铅直力的关系^[6, 9], 形成不同的土拱改进方法, 但侧土压力系数 K 全都是随墙壁摩擦角的增大而增大, 错误完全一样。

用此侧土压力系数 K 建立墙壁处的水平应力和铅直应力间的联系, 即 $\sigma_h = K \sigma_{av}$, 采用微分层平衡条件, 推导可得水平土压力分布计算式及水平土压力系数计

算公式 (见文献[4]中式 (24)、(25)、(21)):

$$\sigma_h = K \left[\left(q - \frac{\gamma H}{aK - 2} \right) \left(\frac{H - y}{H} \right)^{aK - 1} + \frac{\gamma (H - y)}{aK - 2} \right] \quad , \quad (2)$$

$$\frac{1}{a} = \frac{\sin(\beta - \varphi) \cos \delta \cot \beta}{\cos(\beta - \varphi - \delta)} \quad , \quad (3)$$

式中, γ 土体重度, H 挡土墙墙高, δ 墙壁摩擦角, φ 土体内摩擦角, β 破裂面与水平线夹角, q 为墙后填土表面荷载线压强, 无荷载作用时 $q=0$ 。

由式 (3) 可知, 按水平微分层平衡条件得到的水平土压力系数 $1/a$ 与侧土压力系数 K 无关, 也就是说不论 K 取什么值水平土压力系数 $1/a$ 保持不变, 而且当破裂面角 β 按库仑破裂面倾角计算时 (倾角 β 也与 K 无关), 水平土压力系数 $1/a$ 恒等于库仑土压力系数, 而库仑主动土压力系数是随着墙壁摩擦角的增大而减小, 考虑墙壁摩擦的库仑主动土压力系数总是小于朗肯主动土压力系数, 而侧土压力系数 K 却与此规律正好相反, 随墙壁摩擦角增大两者的差异就越大。本属于同一物理概念量的侧向水平土压力系数却在同一问题中出现了两种完全相反自相矛盾的规律, 真不知应当如何解释? 但这却是所有土拱法都具有的共性。土拱法以结果合力土压力系数等于库仑土压力系数为依据证明主应力土拱计算原理的合理性, 然而水平土压力系数却与按土拱确定的侧土压力系数 K 无关, 也就是说任意选取 K 值均有此结论, 即水平土压力系数等于库仑土压力系数与主应力土拱计算原理无关, 只要采用微分层平衡条件推导就一定会有此固化结论。因此, 不论小主应力轨迹线的何种假设只要采用微分层平衡推导都可以堂而皇之的以此证明是合理可靠的。这是土拱法隐秘的第二谬误。

即便是已知了应力场要精准的确定主应力轨迹线也并非是一件易事, 何况在不知应力场条件下判断主应力轨迹线的假设, 更确切地说是墙壁处主应力的偏转角假设, 是否合理就更是难上加难。任何主应力轨迹线方程的不同假设都可以成为土拱法推崇者新的研究成果和改进, 把挡土墙土压力的研究关注点引入到一个难于自清的死结上, 把本来非常严肃的科学问题变成了任人粉饰滑稽可笑的数字游戏, 实在是可悲! 这就是土拱法具有隐秘的欺骗伪装性, 又很难于被人们轻易识破的原因。

观察式 (2) 侧土压力系数 K 对于水平土压力的分布曲线确实有影响, 不同的 K 值分布曲线会有相应的变化。这里的 K 似乎好像是一个土压力分布影响参数的角色更加恰当, 但 K 进入公式无疑是有其明确的物理含义。土拱法假设与结论前后两个侧向水平土压力系数的计算结果明显不一样, 究竟哪一个更合理可靠? 毫无疑问当然是后者。那么, 直接使用后者进行

微分层平衡公式的推导,一方面可以避免前后土压力系数相互矛盾的尴尬境地,另一方面又可省去主应力轨迹线土拱形态的假设研究和相应的侧土压力系数公式的推导及其合理性证明,且不是既方便又简单,为什么不这样做呢?而非要把一侧土压力系数简单问题复杂化,使得自己说不清别人难明白,其目的当然不可能摆到台面上来讲。

若令 $K=1/a$ 即用库仑土压力系数代替主应力土拱法推导过程假设的侧土压力系数,代入水平土压力分布计算式(2),结果是土压力分布变成直线分布与经典理论没有任何区别。

$$\sigma_h = \frac{1}{a} \left[\left(\frac{-\gamma H}{a \frac{1}{a} - 2} \right) \left(\frac{H-y}{H} \right)^{\frac{1}{a}-1} + \frac{\gamma(H-y)}{a \frac{1}{a} - 2} \right] = \frac{1}{a} \left[\frac{-\gamma H}{1-2} \left(\frac{H-y}{H} \right)^0 + \frac{\gamma(H-y)}{1-2} \right] = \frac{1}{a} \gamma y \quad (4)$$

进一步分析微分层水平土压力分布计算式(2)可知:

当 $K=1/a$ 时水平土压力非线性因子的指数 $aK-1=0$,故土压力按线性分布。

当 $K>1/a$ 时 $aK-1>0$ 水平土压力按线性加 $(aK-1)$ 次幂曲线分布,且 K 与 $1/a$ 两者差异越大幂曲线影响越大。

当 $K<1/a$ 时 $aK-1<0$ 水平土压力按线性加 $(aK-1)$ 次双曲线分布,且 K 与 $1/a$ 两者差异越大双曲线影响越大。

微分层平衡条件得出的水平土压力分布计算公式数学原理可以表述为 K 等于 $1/a$ 则直线分布, K 不等于 $1/a$ 则曲线分布并且 K 与 $1/a$ 差异越大曲线影响成份越大。这里 K 是土拱法的侧土压力系数, $1/a$ 是库仑水平土压力系数。也就是说按照微分层平衡条件推导只要土拱侧土压力系数不等于库仑土压力系数则水平土压力分布就必然是曲线分布,同时侧土压力系数与库仑土压力系数也必然存在随墙壁摩擦角的变化规律自相矛盾(墙壁光滑时两者相等)。主动土压力状态 $K>1/a$ 幂曲线分布,侧土压力系数必然是随墙壁摩擦角增大而增大,与经典理论悖逆;被动土压力状态 $K<1/a$ 双曲线分布,侧土压力系数必然是随墙壁摩擦角增大而减小,也与被动经典理论悖逆。更直白地说,只要采用微分层平衡条件推导原理又得到土压力为曲线分布形式,就必然是存在悖逆公理假设与结论自相矛盾的谬误。这就是数学原理的铁证,任何骗人的伪装和辩解都是无济于事的徒劳,任何理论只要触碰了悖逆公理自相矛盾的红线都无疑是谬论。故主应力土拱计算方法是人为利用微分层平衡条件刻意制造出的

土压力曲线分布规律,以迎合试验成果,而不顾违背公理自相矛盾的错误方法。

至此还应该知晓的是:如果在微分层平衡公式推导过程直接采用库仑土压力系数就没有必要研究主应力轨迹线,也就是与主应力土拱没有任何关系,当然失去了主应力土拱的研究意义,并且土拱计算法的所谓土拱效应—土压力曲线分布影响也荡然无存。当考虑墙壁摩擦作用时,土拱法的侧土压力系数 K 与库仑土压力系数差异越大土压力的分布曲线非直线影响愈大,也就是说微分层平衡推导前后土压力系数存在不一致性越大,土拱法推崇者自认为的土拱效应就越大。试问前后土压力系数一致的研究成果更可信,还是人为制造两者不一致使土压力分布曲线接近试验数据的研究成果更可靠?利用微分层平衡推导结果的土压力分布曲线与侧土压力 K 有关,而土压力的合力等于库仑土压力但又与 K 无关的特性,并把侧土压力系数计算与一个很难确定的主应力轨迹线的偏转角联系在一起,使人们难于判断其假设的合理性,并把关注点引入到轨迹线的死结上。这就是土拱计算法最诡秘的圈套陷阱。

微分层平衡条件土压力计算公式推导原理由卡岗在 1960 年首次提出,与库仑土压力推导假设边界条件相同,唯一区别就是一个按整体平衡一个是按分层平衡条件,当然两者土压力系数计算结果必然一致。该方法不属于土拱法的研究成果。

根据有限元数值分析成果或实测土压力试验数据,探索符合实际边界条件的数学模型,不断促进土压力计算理论的进步和发展本来无可非议。但是,主应力土拱计算法却在混淆概念的前提下—把主应力轨迹线称为土拱、把计算土压力曲线分布影响取代有明确概念定义的土拱效应,通过一个严重有悖常识的主应力土拱侧土压力系数替换微分层公式推导中水平土压力系数的隐秘方式,而结果又与经典库仑土压力具有一致性掩盖其前后土压力系数自相矛盾的谬误,引入主应力轨迹线土拱实现人为假设墙壁主应力偏转角对水平土压力分布影响,并且假设的合理性很难判断。故挡土墙主动土压力研究的小主应力土拱计算法具有严重概念及推理过程自相矛盾的错误,并且有重大人为误导嫌疑。

4 力矩法的错误

力矩法采用微分层平衡计算时不仅考虑水平和铅直方向的平衡条件,而且考虑微分层的力矩平衡,侧土压力系数 K 由铅直平衡条件和力矩平衡条件求解得到,推导过程正确无疑,表面上看起来似乎合理可信。实质上,力矩法确定的土压力系数同样是随着墙壁摩

擦角的增大而增大, 而结论给出的合力土压力系数却是随着墙壁摩擦角的增大而减小, 其谬误之处与土拱法完全相同, 但力矩法的错误隐秘性更大, 拓展变化性较小。文献[12]中式(7)、(12)如下:

侧向土压力系数

$$K = \frac{\cos \theta \cos \delta \sin(\theta - \varphi)}{\sin \theta \cos(\theta - \varphi + \delta)} ; \quad (5)$$

合力土压力系数

$$\frac{\cos \theta \cos \delta \sin(\theta - \varphi)}{\sin \theta \cos(\theta - \varphi - \delta)} = \frac{1}{a} , \quad (6)$$

式中, δ 为墙壁摩擦角, φ 为土体内摩擦角, θ 为破裂面与水平线夹角。

取 $\varphi=30^\circ$ 且 $\tan \theta = \sqrt{\tan^2 \varphi + \frac{\tan \varphi}{\tan(\varphi + \delta)}} + \tan \varphi$,

变化 δ 计算上两式可得图 3。

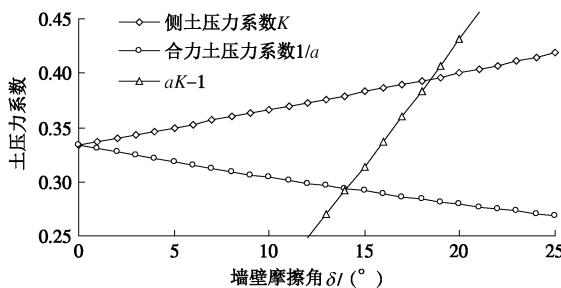


图 3 墙壁摩擦角 δ 对于侧土压力系数 K 及合力土压力系数 $1/a$ 的影响

Fig. 3 Effect of friction angle δ of wall back on lateral earth pressure coefficient K and resultant force $1/a$ of earth pressure

《岩土工程学报》2013 年发表文献[10]属于假定主应力偏转角的土拱法, 文献[15]属于力矩法, 存在的错误问题完全与上述相同。

5 被动挡土墙的大主应力轨迹线形似而实非土拱也不具有土拱效应

挡土墙被动土压力状态下, 土场中的大主应力轨迹线在轴线、支座及受力条件均能满足拱的条件要求, 因为该状态时大主应力轨迹线与实际土拱都是向下凸, 尽管两者非常相似, 但在破裂面支座处还是有区别的, 并且两者依赖的条件是不一样, 主应力轨迹线的形态仅依赖于应力场, 而土拱形态仅依赖于边界条件。当墙壁光滑时大主应力轨迹线变成水平线, 而真实土拱的拱冠位置移动到了墙壁处。挡土墙被动土压力状态时的大主应力轨迹线及相应的真实土拱见图 4 所示。

挡土墙被动土压力状态下的大主应力土拱计算法存在的错误问题与主动状态基本相同, 限于论文篇幅就不赘述。

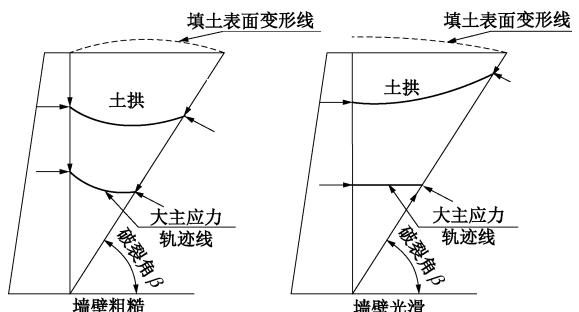


图 4 挡土墙被动状态土拱与大主应力轨迹线

Fig. 4 Soil arches and major principal stress trajectories in passive state of retaining wall

6 结 论

(1) 挡土墙土压力研究, 主动状态的小主应力拱计算方法、被动状态的大主应力拱计算方法沿主应力轨迹线建立的侧向土压力系数规律与库仑土压力系数规律悖逆, 具有自相矛盾的严重错误。

(2) 小主应力轨迹线不可能是土拱, 也不可能具有土拱效应。大主应力轨迹线形状酷似土拱, 但与应力场及土压力分布共存不能解释墙壁光滑时的土体变形和土压力增大减小转移现象, 仍然不具有土拱特性和土拱效应。

(3) 主应力土拱计算法所考虑土拱效应的实质是人为借用一个严重违背经典土压力理论的侧土压力系数, 通过调整其大小人为改变微分层计算公式的土压力分布曲线规律, 以迎合试验数据。

(4) 建立的主应力轨迹线与侧土压力系数影响关系严重违背了常理和经典土压力理论, 把本来一个墙壁处水平土压力系数的简单问题故意与难以预知的主应力轨迹线进行联系, 而由此建立的土拱与土压力系数的关系又悖逆基本规律, 具有隐秘玩弄数字游戏人为错误导向的重大嫌疑。

(5) 王元战法侧土压力系数尽管由力矩平衡条件推求, 但仍然是随着墙壁摩擦角的增大而增大, 严重违背了常理和经典理论, 其理论错误所在与主应力土拱计算法相同。

(6) 微分层平衡条件得到的水平土压力分布计算公式数学原理揭示了任何采用此方法得出土压力为曲线分布的理论方法, 均是悖逆经典土压力理论并前后土压力系数自相矛盾的谬论, 只能是自欺欺人的数学游戏, 一定会产生错误诱导和败坏学术风气的作用。

挡土墙土压力研究的错误舆论倾向和学术影响十分普遍, 必须纠正此种倾向的继续蔓延, 使挡土墙土压力研究走向健康正确的轨迹。

参 考 文 献:

- [1] RICHARD L H. The arch in soil arching[J]. Journal of

- Geotechnical Engineering, 1985, **111**(3): 302 – 318.
- [2] 李永刚, 白鸿莉. 垂直墙背挡土墙土压力分析研究[J]. 水利学报, 2003, **34**(2): 102 – 105. (LI Yong-gong, BAI Hong-li. Study of earth pressure distribution on the retaining wall with vertical back[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2003, **34**(2): 102 – 105. (in Chinese))
- [3] 李永刚. 挡土墙被动土压力研究[J]. 岩土力学, 2003, **24**(2): 273 – 276. (LI Yong-gang. Study on passive earth pressure of retaining wall[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, **24**(2): 273 – 276. (in Chinese))
- [4] 蒋波, 应宏伟, 谢康和. 挡土墙后土体拱效应分析[J]. 浙江大学学报, 2005, **39**(1): 131 – 136. (JIANG Bo, YING Hong-wei, XIE Kang-he. Analysis on soil arching behind retaining wall[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2005, **39**(1): 131 – 136. (in Chinese))
- [5] 应宏伟, 蒋波, 谢康和. 考虑土拱效应的挡土墙主动土压力分布[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(5): 717 – 722. (YING Hong-wei, JIANG Bo, XIE Kang-he. Distribution of active earth pressure against retaining walls considering arching effects[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(5): 717 – 722. (in Chinese))
- [6] 朱建明, 赵琦. 考虑土拱效应的挡土墙主动土压力与被动土压力统一解[J]. 岩土力学, 2014, **35**(9): 2501 – 2506. (ZHU Jian-ming, ZHAO Qi. Unified solution to active earth pressure and passive earth pressure on retaining wall considering soil arching effects[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, **35**(9): 2501 – 2506. (in Chinese))
- [7] 涂兵雄, 贾金青. 考虑土拱效应的黏性填土挡土墙主动土压力研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, **31**(5): 1064 – 1070. (TU Bing-xiong, JIA Jin-qing. Research on active earth pressure behind rigid retaining wall from clayey backfill considering soil arching effects[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, **31**(5): 1064 – 1070. (in Chinese))
- [8] 应宏伟, 蒋波, 谢康和. 平行竖墙间的土拱效应与侧土压力计算[J]. 水利学报, 2006, **37**(11): 1303 – 1308. (YING Hong-wei, JIANG Bo, XIE Kang-he. Soil arching and estimation of earth pressure on two parallel vertical walls[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2006, **37**(11): 1303 – 1308. (in Chinese))
- [9] 侯键, 夏唐代, 陈炜昀. 考虑土拱效应的挡土墙地震主动土压力静力研究[J]. 岩土力学与工程学报, 2013, **32**(增刊 1): 2825 – 2832. (HOU Jian, XIA Tang-dai, CHEN Wei-yun, et al. Static study of seismic active earth pressure on retaining walls considering soil arching effect[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, **32**(S1): 2825 – 2832. (in Chinese))
- [10] 王梅, 李镜培. 考虑土拱效应的刚性挡墙主动土压力计算方法[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(5): 865 – 870. (WANG Mei, LI Jing-pei. New method for active earth pressure of rigid retaining walls considering arching effect[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(5): 865 – 870. (in Chinese))
- [11] 吴明, 彭建兵, 徐平, 等. 考虑土拱效应的挡墙后土压力研究[J]. 工程力学, 2011, **28**(11): 89 – 95. (WU Ming, PENG Jian-bing, XU Ping, et al. Study on earth pressure against rigid retaining walls considering soil arching effects[J]. Engineering Mechanics, 2011, **28**(11): 89 – 95. (in Chinese))
- [12] 章瑞文, 徐日庆. 土拱效应原理求解挡土墙土压力方法的改进[J]. 岩土力学, 2008, **29**(4): 1057 – 1060. (ZHANG Rui-wen, XU Ri-qing. Solution of problem of earth pressure on retaining wall calculated by method of soil arching effect[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, **29**(4): 1057 – 1060. (in Chinese))
- [13] 王元战, 李新国, 陈楠楠. 挡土墙主动土压力分布与侧压系数[J]. 岩土力学, 2005, **26**(7): 1019 – 1022. (WANG Yuan-zhan, LI Xin-guo, CHEN Nan-nan. Active earth pressure on a retaining wall and lateral coefficient of earth pressure[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, **26**(7): 1019 – 1022. (in Chinese))
- [14] 张永兴, 陈琳. 挡土墙非极限状态主动土压力分布[J]. 土木工程学报, 2011, **44**(4): 112 – 118. (ZHANG Yong-xing, CHEN Lin. Active earth pressure on retaining walls in non-limit state[J]. China Civil Engineering Journal, 2011, **44**(4): 112 – 118. (in Chinese))
- [15] 胡俊强, 张永兴, 陈琳, 等. 非极限状态挡土墙主动土压力研究[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(2): 381 – 387. (HU Jun-qiang, ZHANG Yong-xing, CHEN Lin, et al. Active earth pressure on retaining wall under non-limit state[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(2): 381 – 387. (in Chinese))
- [16] 纪秋林, 彭润民. 刚性挡土墙主动土压力计算方法的改进[J]. 岩土力学, 2009, **30**(增刊 2): 189 – 191. (JI Qiu-lin, PENG Run-min. Improvement in the calculating method of active earth pressure on rigid retaining walls[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(S2): 189 – 191. (in Chinese))
- [17] 贺会团, 赵维炳. 土压力问题研究综述[J]. 水利与建筑工程学报, 2005, **3**(4): 10 – 14. (HE Hui-tuan, ZHAO Wei-bing. Summarization on study of earth pressure[J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2005, **3**(4): 10 – 14. (in Chinese))