

DOI: 10.11779/CJGE201606025

# 考虑土颗粒间胶结面积的粒间吸力计算

姜小雷, 李培超\*

(上海工程技术大学机械工程学院, 上海 201620)

**摘 要:** 粒间吸力的计算是非饱和土有效应力原理研究的重点之一。首先考虑土颗粒间胶结面积, 建立了微观状态下土颗粒相互作用的理想简化模型, 推导给出了土颗粒接触点处各个力之间的相互关系, 并分析了宏观上两种典型的堆积方式, 从而总结得到了粒间吸力的统一表达式。而后, 讨论了土颗粒间胶结面积对粒间吸力的影响。结果表明, 直接使用表面张力分量来计算粒间吸力, 可以简化粒间吸力的计算。最后, 通过算例分析, 阐明了颗粒间胶结面积对粒间吸力大小的影响。并基于多孔介质双重有效应力的假说, 引入本研究给出的考虑土颗粒间胶结面积的粒间吸力公式, 推导得到了适用于低含水率条件下非饱和土双重有效应力的计算公式。

**关键词:** 非饱和土; 粒间吸力; 胶结面积; 双重有效应力

**中图分类号:** TU43      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000 - 4548(2016)06 - 1160 - 05

**作者简介:** 姜小雷(1989 - ), 男, 硕士研究生, 主要从事非饱和土力学等方面的研究。E-mail: jxl283003123@163.com。

## Calculation of intergranular suction considering cementing area between soil particles

JIANG Xiao-lei, LI Pei-chao

(School of Mechanical Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

**Abstract:** The calculation of intergranular suction is a key factor concerning the study on the effective stress principle of unsaturated soils. First, taking into account the cementing area between soil particles, a simplified ideal model for granular interaction in the microscopic state is established, the relation among various stresses on soil particle contact points is derived, and two typical ways for macroscopic accumulation soil particles are analyzed. Then a unified expression for intergranular suction is proposed. Second, the effect of cementing between soil particles area on the intergranular suction is discussed. The results show that employing the surface tension component directly can simplify the calculation of intergranular suction. Finally, a case study demonstrates the existence of the cementing area between soil particles has an important influence on the intergranular suction. Besides, based on the double effective stress hypothesis in porous media, a double effective stress formulation for unsaturated soils under low water content is obtained. The aim of the study is to provide a novel idea for calculating the effective stress of unsaturated soils.

**Key words:** unsaturated soils; intergranular suction; cementing area; double effective stress

## 0 引 言

非饱和土在地球表面是普遍存在的, 一直以来都受到工程界的广泛关注, 非饱和土力学的研究意义重大<sup>[1-2]</sup>。有效应力原理在饱和土中的成功应用, 使得非饱和土有效应力原理的提出成为了必然结果, 由于非饱和土中吸力的存在, 使得非饱和土有效应力的计算变得复杂的多。

总所周知, 非饱和土是由固体颗粒、孔隙水和孔隙气所组成的三相系。同时事实上液气界面的性质既不同于液体也不同于气体, 早在 1926 年 Fisher<sup>[3]</sup>就认识到了水-气界面的重要作用, 目前有人将其作为独立的第四相进行考虑。

一般认为, 表面张力是非饱和土中吸力存在的重要原因。由表面张力产生的土颗粒间的吸力, 不同学者给出了不同的解释。沈珠江<sup>[4]</sup>将一切增加颗粒间抗滑阻力的因素都用广义吸力来表示, 并将广义吸力分为毛管吸力和结构吸力两部分。汤连生等<sup>[5-7]</sup>定义了湿吸力和结构吸力的概念, 其中湿吸力为土颗粒被水分湿润而使水分对土颗粒产生的吸力, 它是由水的表面张力和其与土颗粒的接触角使土颗粒之间产生的吸力, 是颗粒外法向拉应力, 使颗粒间产生压应力,

收稿日期: 2015 - 05 - 28

\*通讯作者



粒间吸力用  $s'$  来表示, 则可以得到

$$4R^2 s' = 4 \cdot \frac{1}{4} f \quad (7)$$

将式 (1)、(2) 代入式 (7) 化简可得

$$s' = \frac{\pi}{2} p_c (1 - \cos \varphi) \sin \varphi \tan(\varphi + \theta) \quad (8)$$

这与文献[5]中给出的颗粒间吸力的表达式 (8) 是完全相同的, 而文献[5]中是由湿吸力来表示粒间吸力的。如前文所述, 考虑胶结面积使得湿吸力的计算变得复杂, 而表面张力分量的计算与胶结面积无关, 它只和土体饱和角, 接触角有关。由湿吸力的定义可知, 湿吸力是由其与表面张力的平衡关系求得, 所以直接用表面张力在颗粒中心连线方向的分量来表示粒间吸力, 可以使得粒间吸力的计算得到简化。

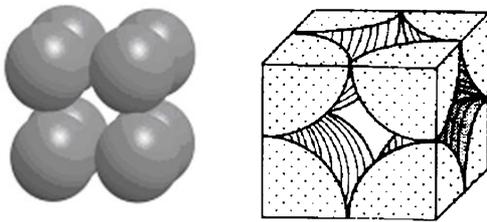


图2 立方最松散堆积及其晶胞结构

Fig. 2 Cubic loose packing and cell structure

(2) 等粒径圆球土颗粒立方最紧密堆积

等粒径圆球土颗粒立方最紧密堆积及其晶胞结构示意图见图3。

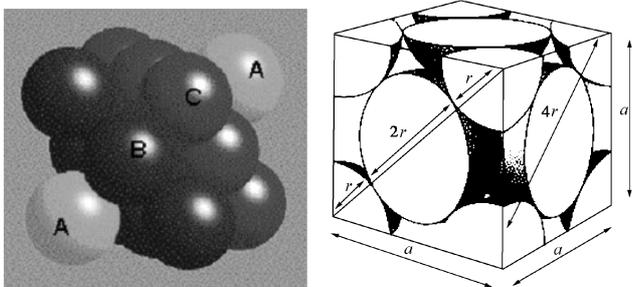


图3 立方最紧密堆积及其晶胞结构

Fig. 3 Cubic closest packing and cell structure

由几何关系可以得到

$$8R^2 s' = 8\sqrt{2} f \quad (9)$$

将式 (1)、(2) 代入式 (9) 化简可得

$$s' = 2\sqrt{2}\pi p_c (1 - \cos \varphi) \sin \varphi \tan(\varphi + \theta) \quad (10)$$

对于等粒径圆球颗粒组成的多孔介质, 其毛细压力平均值可以近似表达为

$$p_c = u_a - u_w \quad (11)$$

结合式 (6)、(7) 可以写出在宏观状态下粒间吸力的统一表达式为

$$s' = Df(\varphi, \theta)(u_a - u_w) \quad (12)$$

式中,  $f(\varphi, \theta) = (1 - \cos \varphi) \sin \varphi \tan(\varphi + \theta)$ ,  $D$  值和土

颗粒的堆积方式有关, 对于等粒径圆球土颗粒的立方最松散堆积和立方最紧密堆积 (图 2, 3), 分别为  $D = \pi/2$  和  $D = 2\sqrt{2}\pi$ , 若考虑土的堆积方式和土颗粒级配的影响,  $f(\varphi, \theta)$  和  $D$  还是土颗粒分选程度的函数。

## 2 土颗粒间胶结面积对粒间吸力大小的影响

当饱和角和接触角一定时, 胶结面积直接影响水和土颗粒接触面积的大小, 胶结面积增大, 接触面积减小, 反之亦然。当以湿吸力的概念来表示土颗粒间由水的表面张力引起的粒间吸力时, 胶结面积的大小只是对微观上粒间吸力的大小有影响, 而对宏观上的吸力没有直接影响。当以表面张力在颗粒中心连线方向的分量来表示粒间吸力时, 在微观和宏观上胶结面积都对粒间吸力的大小没有影响。

当孔隙度和饱和度一定时, 土颗粒间胶结面积将直接影响饱和角和接触角的大小, 从而间接影响粒间吸力的大小。

土颗粒之间的胶结面积及胶结程度是由土的类型所决定的, 它是土的基本性质。对于疏松性质的土, 颗粒间的胶结程度低, 胶结面积较小, 如质地松散的砂土, 通常可以假设颗粒间为点接触, 从而简化运算。对于致密性质的土, 颗粒间的胶结程度高, 胶结面积较大, 如夯击土, 这类土在计算粒间吸力时, 其颗粒间胶结面积不可忽略。

## 3 算例分析及应用

### 3.1 算例分析

为了更好地说明土颗粒间胶结面积对粒间吸力的影响, 这里对某种特定性质的土体, 在其含水率一定的条件下, 对比分析了考虑颗粒间胶结面积与否, 对粒间吸力大小的影响。

由于实际土体的结构性质复杂, 为了简化计算, 对该土体性质做了一些基本假设。假设土体处于低含水率状态, 水和土颗粒表面的接触角恒定不变。

首先, 在不考虑胶结面积的影响下, 假设颗粒间为点接触, 即  $r_c = 0$ , 胶结物所对应的饱和角度  $\varphi_c = 0$ 。令饱和角  $\varphi_1 = 30^\circ$ , 水和土颗粒表面的接触角  $\theta = 30^\circ$ 。

对于等粒径圆球土颗粒立方最松散堆积, 由式 (1)、(8) 得

$$s' = \frac{\pi \sigma}{2 R} \sin \varphi \sin(\varphi + \theta) \quad (13)$$

将上述数据代入式 (10), 得  $s'_1 \approx 0.21\pi \frac{\sigma}{R}$ 。

对于等粒径圆球土颗粒立方最紧密堆积, 由式 (1)、(7) 得

$$s' = 2\sqrt{2}\pi \frac{\sigma}{R} \sin\varphi \sin(\varphi + \theta) \quad (14)$$

将数据代入式 (14), 得  $s'_1 \approx 1.19\pi \frac{\sigma}{R}$ 。

其次, 考虑颗粒间存在一定的胶结面积的情况。不妨假设胶结物所对应的饱和角  $\varphi_c = 30^\circ$ 。在含水率一定的条件下, 胶结物的存在, 使得水体对应饱和角的大小发生了变化。可以得到变化后的饱和角  $\varphi_2$  和  $\varphi_1$ ,  $\varphi_c$  之间的几何关系, 从而求出  $\varphi_2$  的大小, 经计算得  $\varphi_2 \approx 36.5^\circ$ 。将  $\varphi_2$  代入式 (10)、(11) 分别得到  $s'_2 \approx 0.27\pi \frac{\sigma}{R}$ ,  $s'_2 \approx 1.53\pi \frac{\sigma}{R}$ 。

可以看出密集堆积时粒间吸力要比松散堆积时大的多, 颗粒间胶结面积对粒间吸力的影响也较为明显, 这是因为密集堆积颗粒接触更加紧密, 颗粒间相互作用更强。另外, 当土体含水率一定时, 颗粒间胶结物面积将直接影响饱和角的大小。与点接触时比较饱和角有明显的增大, 粒间吸力也相应的增大。通过以上的计算分析, 阐明了颗粒间胶结面积对粒间吸力的影响。

### 3.2 低含水率非饱和土双重有效应力

李传亮等<sup>[14-15]</sup>提出饱和和多孔介质存在本体变形和结构变形二种变形机制, 并将介质的总应变分为本体应变和结构应变两部分, 进而提出了多孔介质双重有效应力的概念。即存在本体有效应力和结构有效应力, 本体有效应力决定介质的本体应变变量, 而结构有效应力则决定介质的结构应变变量。相应有效应力公式如下:

$$\sigma_{\text{eff}}^p = \sigma - \phi p \quad (15)$$

$$\sigma_{\text{eff}}^s = \sigma - \phi_c p \quad (16)$$

式中  $\sigma_{\text{eff}}^p$  为本体有效应力;  $\sigma_{\text{eff}}^s$  为结构有效应力;  $\sigma$  为外部总应力;  $p$  为多孔介质的孔隙压力;  $\phi$  为多孔介质的孔隙度;  $\phi_c$  定义为触点孔隙度 (触点处孔隙面积占整个介质横截面积的百分比)。

非饱和土作为一种典型和常见的非饱和和多孔介质, 其变形亦应存在本体变形和结构变形两种变形机制, 相应地应存在控制本体变形的本体有效应力和控制结构变形的结构有效应力。然而, 非饱和土中粒间吸力的存在, 大大增加了非饱和土力学性质的复杂性。

此处主要讨论低含水率非饱和土, 如图 4 所示。假设孔隙水以环形悬挂在土颗粒之间, 土颗粒表面几乎不含水。可以认为粒间吸力只对土体结构有效应力有影响, 而对本体有效应力影响不大。

由于非饱和土是颗粒和孔隙宏观上连续 (微观上随机) 分布的一种特殊的物质形式, 研究它的性质 (包

括力学性质) 必须研究其统计平均值。

考虑到非饱和土中粒间吸力对本体有效应力影响不大, 参考文献[14, 15]直接给出本体有效应力公式

$$\sigma^p = \sigma - \phi u_a \quad (17)$$

式中,  $\sigma^p$  为非饱和土本体有效应力,  $u_a$  为孔隙气压力。

对于受粒间吸力影响比较大的结构有效应力给出如下分析。

如图 4 所示, 取一条由土颗粒接触点连成的曲面  $OO'$ , 保证曲面不通过土颗粒内部。假设  $A_i$  为第  $i$  个颗粒接触点应力的垂向分量  $\sigma_{ci}$  的作用面积的垂向投影面积,  $A_j$  为第  $j$  个颗粒接触点处对有效应力有贡献的吸力的垂向分量  $p_j$  的作用面积的垂向投影面积, 有如下静力平衡方程:

$$\sigma A = \sum \sigma_{ci} A_i + \sum p_j A_j + (A - \sum A_j) u_a \quad (18)$$

令  $\sigma^s = \frac{\sum \sigma_{ci} A_i}{A}$ ,  $\phi'_c = 1 - \frac{\sum A_j}{A}$ , 则式 (18) 可简化为

$$\sigma^s = \sigma - \phi'_c u_a + s' \quad (19)$$

式中  $\sigma^s$  为非饱和土结构有效应力;  $\phi'_c$  为颗粒接触点处除去孔隙水和胶结物面积的孔隙面积占整个介质横截面积的百分数,  $\phi'_c = 1 - (1 - \phi) \sin\varphi$ , 其中  $\varphi$  为饱和角;  $s' = \sum p_j A_j / A = Df(\varphi, \theta)(u_a - u_w)$ 。

式 (14) 和 (16) 即为低含水率非饱和土双重有效应力公式。对比已有的非饱和土有效应力原理 (例如, Bishop 等<sup>[16]</sup>、沈珠江<sup>[4]</sup>、汤连生等<sup>[5]</sup>提出的有效应力公式), 双重有效应力能更好地表达非饱和土的变形机制。物性参数  $\phi$  和  $\phi'_c$  的加入, 使得公式更能真实反映土体的性质。

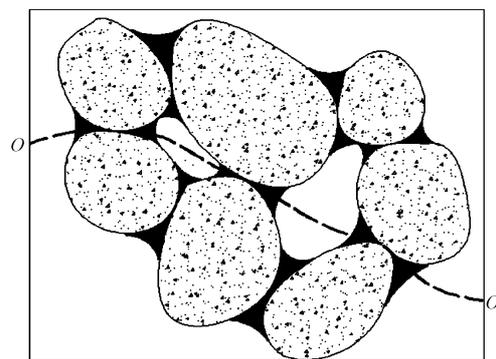


图 4 低含水率非饱和土结构示意图

Fig. 4 Structure of unsaturated soil with low water content

## 4 结 语

本文讨论了非饱和土中土颗粒间胶结物的存在对粒间吸力的影响。通过微观和宏观两个方面的分析计算, 总结得到了粒间吸力的统一表达式, 证明了考虑

颗粒间接接触面积对粒间吸力的大小具有重要影响。并基于饱和土双重有效应力的假说,推导得到了低含水率非饱和土双重有效应力的计算公式。

#### 参考文献:

- [1] 龚壁卫, 刘艳华, 詹良通. 非饱和土力学理论的研究意义及其工程应用[J]. 人民长江, 1999, **30**(7): 20 - 22. (GONG Bi-wei, LIU Yan-hua, ZHAN Liang-tong. Significance and engineering application of unsaturated soil mechanics theory[J]. Yangtze River, 1999, **30**(7): 20 - 22. (in Chinese))
- [2] 赵成刚, 韦昌富, 蔡国庆. 土力学理论的发展和面临的挑战[J]. 岩土力学, 2011, **32**(12): 3521 - 3540. (ZHAO Cheng-gang, WEI Chang-fu, CAI Guo-qing. Development and challenge for soil mechanics[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(12): 3521 - 3540. (in Chinese))
- [3] FISHER R A. On the capillary forces in ideal soil: correction of formulas by W B Hains[J]. J Agric Sci, 1926, **16**: 492 - 505.
- [4] 沈珠江. 广义吸力和非饱和土的统一变形理论[J]. 岩土工程学报, 1996, **18**(2): 1 - 9. (SHEN Zhu-jiang. Generalized suction and unified deformation theory for unsaturated soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, **18**(2): 1 - 9. (in Chinese))
- [5] 汤连生, 王思敬. 湿吸力及非饱和土的有效应力原理探讨[J]. 岩土工程学报, 2000, **22**(1): 83 - 88. (TANG Lian-sheng, WANG Si-jing. Absorbed suction and principle of effective stress in unsaturated soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, **22**(1): 83 - 88. (in Chinese))
- [6] 汤连生. 结构吸力及非饱和土的总有效应力原理探讨[J]. 中山大学学报(自然科学版), 2000, **39**(6): 95 - 100. (TANG Lian-sheng. Structure suction and principle of general effective stress in unsaturated soils[J]. ACTA Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni, 2000, **39**(6): 95 - 100. (in Chinese))
- [7] 汤连生, 颜波, 张鹏程, 等. 非饱和土中有效应力及有关概念的解说与辨析[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(2): 216 - 220. (TANG Lian-sheng, YAN Bo, ZHANG Peng-cheng, et al. Definition and exploration for effective stress and related conception in unsaturated soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(2): 216 - 220. (in Chinese))
- [8] 栾茂田, 李顺群, 杨庆. 非饱和土的理论土-水特征曲线[J]. 岩土工程学报, 2005, **27**(6): 611 - 615. (LUAN Mao-tian, LI Shun-qun, YANG Qing. Theoretical soil-water characteristic curve for unsaturated soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(6): 611 - 615. (in Chinese))
- [9] 栾茂田, 李顺群, 杨庆. 非饱和土的基质吸力和张力吸力[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(7): 863 - 868. (LUAN Mao-tian, LI Shun-qun, YANG Qing. Matric suction and tension suction of unsaturated soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(7): 863 - 868. (in Chinese))
- [10] 苗天德, 慕青松, 刘忠玉, 等. 低含水率非饱和土的有效应力及抗剪强度[J]. 岩土工程学报, 2001, **23**(4): 393 - 396. (MIAO Tian-de, MU Qing-song, LIU Zhong-yu, et al. Effective stress and shear strength of unsaturated soil with low water content[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, **23**(4): 393 - 396. (in Chinese))
- [11] HYODO M, YONEDA J, YOSHIMOTO N, et al. Mechanical and dissociation properties of methane hydrate-bearing sand in deep seabed[J]. Soils and Foundations, 2013, **53**(2): 299 - 314.
- [12] 蒋明镜, 白闰平, 刘静德, 等. 岩石微观颗粒接触特性的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **32**(6): 1121 - 1128. (JIANG Ming-jing, BAI Run-ping, LIU Jing-de, et al. Experimental study of inter-granular particles bonding behaviors for rock microstructure[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, **32**(6): 1121 - 1128. (in Chinese))
- [13] 蒋明镜, 张宁, 金树楼. 不同胶结宽度粒间胶结特性试验研究[J]. 岩土力学, 2015, **36**(4): 928 - 936. (JIANG Ming-jing, ZHANG Ning, JIN Shu-lou. Experimental study of mechanical behaviors of bonded granules with different bond widths[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, **36**(4): 928 - 936. (in Chinese))
- [14] 李传亮, 孔祥言, 徐献芝, 等. 多孔介质的双重有效应力[J]. 自然杂志, 1999, **21**(5): 288 - 292. (LI Chuan-liang, KONG Xiang-yan, XU Xian-zhi, et al. Double effective stresses of porous media[J]. Chinese Journal of Nature, 1999, **21**(5): 288 - 292. (in Chinese))
- [15] 李传亮. 多孔介质的有效应力及其应用研究[D]. 北京: 中国科学技术大学, 2000. (LI Chuan-liang. Double effective stresses of porous media and its applications[D]. Beijing: University of Science and Technology of China, 2000. (in Chinese))
- [16] BISHOP A W, ALPAN I, BLIGHT G E, et al. Factors controlling the strength of partly saturated cohesive soils[C]// Research Conf on Shear Strength of Cohesive Soils. London, 1960: 503 - 532.