

DOI: 10.11779/CJGE201606018

基于广义粒子动力学的巷道围岩弹塑性分析

赵毅¹, 周小平¹, 钱七虎²

(1. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400045; 2. 解放军理工大学国防工程学院, 江苏 南京 210007)

摘要: 提出了广义粒子动力学数值分析方法, 该方法是一种无网格数值分析方法, 可以考虑关联塑性流动法则和非关联塑性流动法则对岩石材料塑性变形的影响。将广义粒子动力学数值分析方法应用于巷道围岩的弹塑性分析, 确定了巷道围岩的应力场、位移场和塑性区。该数值模拟结果与有限元结果吻合较好, 表明将考虑岩石材料剪胀特性的弹塑性本构理论引入到广义粒子动力学数值分析方法, 不失为模拟岩石类材料弹塑性破坏的一种有效数值手段, 研究结果为更好地理解岩石材料的屈服破坏过程提供重要的参考。

关键词: 巷道围岩; 剪胀角; 弹塑性; 广义粒子动力学; 位移; 塑性区

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2015)06-1104-13

作者简介: 赵毅(1983-), 男, 博士研究生, 主要从事岩土工程的科研工作。E-mail: zhaoyi0622@163.com。

Elastoplastic analysis of surrounding rock masses around tunnels using general particle dynamics method

ZHAO Yi¹, ZHOU Xiao-ping¹, QIAN Qi-hu²

(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 2. PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)

Abstract: The novel meshless numerical method, which is known as general particle dynamics (GPD) method, is proposed. The non-associated flow law and the associated flow law can be employed to analyze the plastic deformation of the surrounding rock masses around tunnels using the GPD method. The stability of the surrounding rock masses around tunnels are also determined using the GPD method as well as the stress fields, displacement fields and plastic zone. The numerical results by the proposed method are in good agreement with the FEM results. It is proved that the GPD method is efficient to predict the elastic-plastic properties of the surrounding rock masses around tunnels.

Key words: surrounding rock mass around tunnel; dilatancy angle; elastoplasticity; general particle dynamics; displacement; plastic zone

0 引言

对于地下洞室围岩稳定性分析, 众多学者已经做了大量的研究^[1-3]。理论研究主要基于理想弹塑性、弹脆性力学模型研究围岩的应力场和位移场, 如 Park 等^[4]给出了弹脆性模型下洞室围岩的应力和变形解析解; Sharan^[5-6]给出了 Hoek-Brown 弹脆性模型的围岩应力和变形的解析解, 算例表明 Hoek-Brown 弹脆性模型计算误差是满足工程精度要求的; 蒋斌松等^[7]通过考虑深部岩体的塑性承载特性, 分析了弹塑脆性模型围岩应力和变形的规律。

数值分析法也应用于研究巷道围岩的应力及变形规律。如 Brown 等^[8]认为峰后岩体的弹性变形为一定值, 通过计算得到了应力和变形场; Wang 等^[9]基于数值分析给出了脆塑性逼近形式的数值解。Lee 等^[10]采用有限差分方法给出了圆形洞室围岩的弹塑性数值

解; Park 等^[11]分析了不同剪胀特性的圆形洞室围岩的变形规律。

对于岩石、硬黏土及混凝土等材料, 随着应变的增大, 体积先是稍微减小, 随后逐渐增大, 称为剪胀。这一现象由著名学者 Prevost 等^[12]最早提出。在巷道围岩稳定性理论和数值研究中, 考虑围岩受剪体积变化是导致巷道围岩大变形的主要原因。

基于传统网格方法(如有限元)模拟时, 需要将材料不连续面设置成单元的边, 面临网格重划分等繁琐的前处理, 因此预测巷道围岩的塑性区乃至松动区时受网格划分精度的影响。而无网格 GPD 方法在处理

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(“973”计划)项目(2014CB046903); 国家自然科学基金项目(51325903, 51279218); 重庆市自然科学基金院士专项项目(cstc2013jcyjys30002)

收稿日期: 2015-02-26

大变形和不连续问题上具有优势^[13-14]。

在模拟岩石类材料塑性变形时, 本文提出的无网格 general particle dynamics 方法(以下简称 GPD 法)相对于基于连续介质力学的传统数值方法有诸多优点^[13-17]。在无网格 GPD 法的框架下, 引入考虑中间主应力影响的 Drucker-Prager 屈服准则(以下简称 D-P 准则), 并考虑材料剪胀性的非关联流动法则, 对圆形巷道围岩进行弹塑性力学分析, 能给出更为准确的数值模拟解答。

1 GPD 法的基本控制方程和考虑材料剪胀的弹塑性本构模型

1.1 GPD 法的基本控制方程

GPD 法是一种纯拉格朗日形式的无网格粒子法, 用于获取偏微分控制方程解的数值方法。在 GPD 方法中, 当前计算步的支持域内的离散化粒子将场函数及其导数的连续积分表达式近似转化为粒子离散化求和形式。该方法用于解决固体大变形问题具有优势。粒子 j 为粒子 i 支持域内的所有粒子(如图 1), 粒子 i 处的离散化粒子场量函数及其梯度形式表达式为^[17-18]

$$f(x)_{x=x_i} = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) W_{x_i}(x_i - x_j, h) , \quad (1)$$

$$\nabla f(x)_{x=x_i} = - \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} [f(x_i) - f(x_j)] \nabla W_{x_i}(x_i - x_j, h) , \quad (2)$$

式中, m 、 ρ 分别为粒子质量和密度, $W(x_i - x_j, h)$ 为光滑核函数, $x_i - x_j$ 为粒子 j 和粒子 i 的距离, h 为光滑长度, N 为粒子 i 的支持域内的 j 粒子总数。

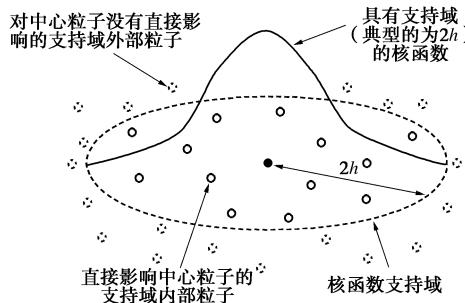


图 1 核函数和支持域示意图

Fig. 1 Kernel function and supporting domain

光滑核函数的表达式为^[13-14, 16, 19]

$$W(R, h) = \begin{cases} \left(\frac{2}{3} - R^2 + \frac{1}{2} R^3 \right) \alpha_d & (0 \leq R < 1) \\ \frac{1}{4} (2 - R)^3 \cdot \alpha_d & (1 \leq R < 2) \\ 0 & (R \geq 2) \end{cases} , \quad (3)$$

式中, 在一维、二维、三维情况下分别有 $\alpha_d = 1/h$, $15/(7\pi h^2)$, $3/(2\pi h^2)$ 。

连续介质力学中的质量和动量守恒方程经过 GPD 法离散处理后为^[17-18]

$$\frac{d_{\rho_i}}{d_t} = \rho_i \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} [(v_\alpha)_i - (v_\alpha)_j] \frac{\partial W_{ij}}{\partial (x_\alpha)_i} , \quad (4)$$

$$\frac{d(v_\alpha)_i}{d_t} = \sum_{j=1}^N m_j \left[\frac{(\sigma_{\alpha\beta})_i}{\rho_i^2} + \frac{(\sigma_{\alpha\beta})_j}{\rho_j^2} - \Pi_{ij} \delta_{\alpha\beta} \right] \frac{\partial W_{ij}}{\partial (x_\beta)_i} + f_i^\alpha , \quad (5)$$

式中, 密度 ρ , 速度 v_α 和应力 $\sigma_{\alpha\beta}$ 为因变量, 空间坐标 x_α 和时间 t_α 为自变量。移动拉格朗日框架下的时间导数算子为 (d/d_t) , 下标 α , β 表示坐标方向。

1.2 考虑岩石材料剪胀的弹塑性本构模型

(1) 弹塑性本构方程

为描述岩石类材料的力学性质, 在研究中引入理想弹塑性模型。本文将阐述弹塑性模型的一般形式^[20]。

首先, 应变率张量定义为

$$\dot{\varepsilon}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{v}^\alpha}{\partial x^\beta} + \frac{\partial \mathbf{v}^\beta}{\partial x^\alpha} \right) . \quad (6)$$

对于理想弹塑性材料, $\dot{\varepsilon}^{\alpha\beta}$ 由弹性应变率张量 $\dot{\varepsilon}_e^{\alpha\beta}$ 和塑性应变率张量 $\dot{\varepsilon}_p^{\alpha\beta}$ 两部分组成, 其表达式为

$$\dot{\varepsilon}^{\alpha\beta} = \dot{\varepsilon}_e^{\alpha\beta} + \dot{\varepsilon}_p^{\alpha\beta} . \quad (7)$$

根据广义胡克定律, 弹性应变率张量 $\dot{\varepsilon}_e^{\alpha\beta}$ 的表达式为

$$\dot{\varepsilon}_e^{\alpha\beta} = \frac{\dot{s}_e^{\alpha\beta}}{2G} + \frac{1-2\nu}{3E} \dot{\sigma}^{\gamma\gamma} \delta^{\alpha\beta} , \quad (8)$$

式中, $\dot{s}_e^{\alpha\beta}$ 是偏应力率张量, ν 为泊松比, E 为杨氏模量, G 为剪切模量, $\dot{\sigma}^{\gamma\gamma}$ 为 3 个应力率之和, 即 $\dot{\sigma}^{\gamma\gamma} = \dot{\sigma}^{xx} + \dot{\sigma}^{yy} + \dot{\sigma}^{zz}$ 。

塑性应变率张量 $\dot{\varepsilon}_p^{\alpha\beta}$ 通过塑性流动法则进行计算, 其表达式为

$$\dot{\varepsilon}_p^{\alpha\beta} = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma^{\alpha\beta}} , \quad (9)$$

式中, 塑性乘子变化率 $\dot{\lambda}$ 取决于当前应力状态和加载历史, g 为塑性势函数, 它决定了塑性应变发展的方向和趋势。

剪胀是岩石类材料区别于金属材料的重要特征, 岩石材料具有剪胀性质, 不考虑剪胀的关联流动法则并不适用于岩石材料。Vermeer 等^[21]从理论上证明了关联流动法则不适用于岩石类材料, 它会引起岩石塑性变形时无能量耗散。之后, 范文等^[22-24]对岩土类材料的剪胀特性进行了大量研究, 指出用理论或数值方法分析边坡和隧洞等工程的稳定性时, 剪胀角的选取对结果影响很大。现阶段试验数据较少, 岩石剪胀特性的研究不够深入, 各种岩石材料剪胀角的取值还不明确。在进行岩石类材料数值计算时, 对剪胀角的处理往往采用两种做法: ①将材料的屈服函数 f 作为材料的塑性势 g (即关联流动法则), 这种忽略剪胀角

的做法, 其后果是扩大了材料的剪胀性; ②采用考虑剪胀角的非关联流动法则, 一般取剪胀角为特殊值 (0°)。

根据塑性力学理论, 塑性乘子 λ 和屈服函数 f 有以下的对应关系:

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma^{\alpha\beta}} d\sigma^{\alpha\beta} = 0 \quad . \quad (10)$$

将弹性应变率张量式 (7) 和塑性应变率式 (8) 代入式 (6), 总应变率张量表达式为

$$\dot{\epsilon}^{\alpha\beta} = \frac{\dot{s}^{\alpha\beta}}{2G} + \frac{1-2\nu}{3E} \dot{\sigma}^{\gamma\gamma} \delta^{\alpha\beta} + \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma^{\alpha\beta}} \quad . \quad (11)$$

根据柯西应力张量, 偏应变张量和静水应力张量的关系式为

$$\sigma^{\alpha\beta} = s^{\alpha\beta} + \frac{1}{3} \sigma^{\gamma\gamma} \delta^{\alpha\beta} \quad . \quad (12)$$

整理式 (11), 完全弹塑性材料的全应力应变关系可以表示为

$$\dot{\sigma}_i^{\alpha\beta} = 2G\dot{e}^{\alpha\beta} + K\dot{\epsilon}^{\gamma\gamma} \delta^{\alpha\beta} - \dot{\lambda} \left[\left(K - \frac{2G}{3} \right) \frac{\partial g}{\partial \sigma^{mn}} \delta^{mn} \delta^{\alpha\beta} + 2G \frac{\partial g}{\partial \sigma^{\alpha\beta}} \right] \quad , \quad (13)$$

式中, α 和 β 为自由指标, m 和 n 为哑指标, 应力率偏量为 $\dot{e}^{\alpha\beta} = \dot{\epsilon}^{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \dot{\epsilon}^{\gamma\gamma} \delta^{\alpha\beta}$, 体积模量为 $K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$, 剪切模量为 $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ 。

将全应力应变关系式 (13) 代入一致性条件 (10) 可得理想弹塑性乘子的表达式为

$$\dot{\lambda} = \frac{2G\dot{e}^{\alpha\beta} + \left(K - \frac{2G}{3} \right) \dot{\epsilon}^{\gamma\gamma} \frac{\partial f}{\partial \sigma^{\alpha\beta}} \delta^{\alpha\beta}}{2G \frac{\partial f}{\partial \sigma^{mn}} + \left(K - \frac{2G}{3} \right) \frac{\partial f}{\partial \sigma^{mn}} \delta^{mn} \frac{\partial g}{\partial \sigma^{mn}} \delta^{mn}} \quad . \quad (14)$$

将岩石材料的屈服函数 f 和塑性势函数 g 代入式 (13) 和 (14), 可得全应变率张量 $\dot{\epsilon}_e^{\alpha\beta}$ 和塑性乘子。将本构关系 (13) 得到的应力张量代入式 (5), GPD 法的控制方程即可形成封闭。

(2) Drucker-Prager 模型

通过是否越过 Drucker-Prager 屈服条件来判断岩石是否进入塑性流动区域。Drucker-Prager 屈服条件可表示为

$$f(I_1, J_2) = \sqrt{J_2} + \alpha_\varphi I_1 - k_c = 0 \quad , \quad (15)$$

式中, I_1 和 J_2 分别表示第一应力不变量和第二应力不变偏量, 其表达式分别为

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \sigma^{xx} + \sigma^{yy} + \sigma^{zz} \quad , \\ J_2 &= \frac{1}{2} s^{\alpha\beta} s^{\alpha\beta} \quad , \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

α_φ 和 k_c 是 Drucker-Prager 模型的参数, 对于平面应变

问题, 其与莫尔-库仑材料参数的凝聚力 c 和内摩擦角 φ 存在以下关系:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_\varphi &= \frac{\tan \varphi}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \varphi}} \quad , \\ J_2 &= \frac{3c}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \varphi}} \quad . \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

除了屈服准则, 塑性势函数用于准确描述应力应变关系。本文将关联和非关联塑性流动法则分别植入 GPD 法。

对于关联流动法则, 塑性势函数和屈服准则有如下形式:

$$g = \sqrt{J_2} + \alpha_\varphi I_1 - k_c \quad . \quad (18)$$

对于非关联流动法则, 其塑性势函数有如下形式:

$$g = \sqrt{J_2} + 3I_1 \sin \psi \quad , \quad (19)$$

式中, ψ 是膨胀角。

对于关联塑性流动问题, 将塑性势能函数式 (18) 代入应力应变关系式 (13), 并联合塑性乘子表达式 (14), Drucker-Prager 模型下的理想弹塑性应力应变关系可表达式为

$$\dot{\sigma}_i^{\alpha\beta} = 2G\dot{e}^{\alpha\beta} + K\dot{\epsilon}^{\gamma\gamma} \delta^{\alpha\beta} - \dot{\lambda} \left[3\alpha_\varphi K \delta^{\alpha\beta} + \frac{G}{\sqrt{J_2}} s^{\alpha\beta} \right] \quad . \quad (20)$$

式中, 塑性乘子的变化率 $\dot{\lambda}$ 的表达式为

$$\dot{\lambda} = \frac{3\alpha_\varphi K \dot{\epsilon}^{\gamma\gamma} + (G/\sqrt{J_2}) s^{\alpha\beta} \dot{\epsilon}^{\alpha\beta}}{9\alpha_\varphi^2 K + G} \quad . \quad (21)$$

对于非关联塑性流动问题, 将式 (19) 代入式 (13), 并联合塑性乘子表达式 (14), 可以得到如下表达式:

$$\dot{\sigma}_i^{\alpha\beta} = 2G\dot{e}^{\alpha\beta} + K\dot{\epsilon}^{\gamma\gamma} \delta^{\alpha\beta} - \dot{\lambda} \left[9K \sin \psi \delta^{\alpha\beta} + \frac{G}{\sqrt{J_2}} s^{\alpha\beta} \right] \quad , \quad (22)$$

式中, 塑性乘子的变化率为

$$\dot{\lambda} = \frac{3\alpha_\varphi K \dot{\epsilon}^{\gamma\gamma} + (G/\sqrt{J_2}) s^{\alpha\beta} \dot{\epsilon}^{\alpha\beta}}{27\alpha_\varphi^2 K \sin \psi + G} \quad . \quad (23)$$

从上述应力应变关系可看出, 关联和非关联塑性流动法则的主要不同在于是否存在剪胀角的影响。剪胀角参与到非关联塑性流动模型中, 通过选择不同的值, 对非关联塑性流动有不同贡献。在下面的拉格朗日 GPD 算法框架下, 用于求解式 (20)、(22), 而无需像有限元一样构建刚度矩阵。

考虑大变形问题, 本构关系中应力率不变式需考虑刚体转动。GPD 法中采用 Jaumann 应力率为

$$\dot{\sigma}^{\alpha\beta} = \dot{\sigma}^{\alpha\beta} - \alpha^{\alpha\gamma} \dot{\omega}^{\beta\gamma} - \alpha^{\gamma\beta} \dot{\omega}^{\alpha\gamma} \quad , \quad (24)$$

式中, 旋转张量 $\dot{\omega}^{\alpha\beta}$ 的表达式为

$$\dot{\omega}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{v}^\alpha}{\partial \mathbf{x}^\beta} - \frac{\partial \mathbf{v}^\beta}{\partial \mathbf{x}^\alpha} \right) \quad . \quad (25)$$

最后, 关联和非相关联流动模型的应力应变关系可以分别表达为

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}^{\alpha\beta} - \sigma^{\alpha\gamma} \dot{\omega}^{\beta\gamma} - \sigma^{\gamma\beta} \dot{\omega}^{\alpha\gamma} \\ = 2G\dot{e}^{\alpha\beta} + K\dot{\epsilon}^{\gamma\gamma} \delta^{\alpha\beta} - \lambda \left[3\alpha_\phi K \delta^{\alpha\beta} + \frac{G}{\sqrt{J_2}} s^{\alpha\beta} \right], \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}^{\alpha\beta} - \sigma^{\alpha\gamma} \dot{\omega}^{\beta\gamma} - \sigma^{\gamma\beta} \dot{\omega}^{\alpha\gamma} \\ = 2G\dot{e}^{\alpha\beta} + K\dot{\epsilon}^{\gamma\gamma} \delta^{\alpha\beta} - \lambda \left[9K \sin\psi \delta^{\alpha\beta} + \frac{G}{\sqrt{J_2}} s^{\alpha\beta} \right], \end{aligned} \quad (27)$$

式中, 塑性乘子变化率 λ 可通过式 (21)、(23) 分别进行计算。

(3) 引入计算塑性力学的数值误差处理

本文采用完全弹塑性模型, 需保证岩石的性质和模型的一致性, 比如: 某个区域塑性变形发生时, 该区域应力状态不能超过塑性屈服面。但是, 由于计算塑性力学中常出现数值误差, 岩石应力状态常常超越塑性面。在这种情况下, 需要将应力状态通过数值的方法折减回到屈服面。在 GPD 弹塑性模型中, 同样的问题也会出现, 采用以下数值处理过程用于将应力状态回归映射到屈服面上。

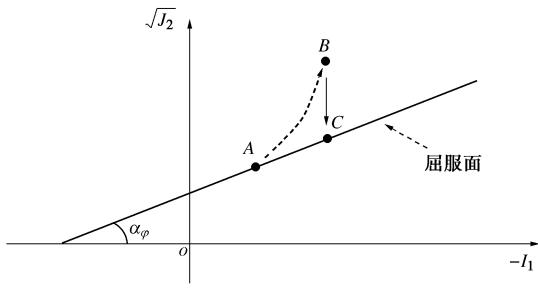


图 2 非物理塑性状态回归处理

Fig. 2 Stress-scaling back procedure

在塑性加载过程中, 理想弹塑性材料经历塑性形变, 其应力状态也在屈服面上。但是, 计算的误差会使应力状态越过塑性屈服面, 如图 2 中的路径 AB。在这样的情况下, B 点应力状态是计算出来的非真实的塑性应力状态, 应力状态需要进行折减回到屈服面。过程如下: 如图 2 中所示, 几何上进行了一个应力折减(垂直于 x 轴方向映射到屈服面上得到 C 点)使得 B 点到 C 点, 于是应力状态 B 点回归到屈服面的 C 点。数值上引入比例因子 r , 对于 Drucker-Prager 屈服条件而言, 第 n 步的比例因子为

$$r^n = \frac{-\alpha_\phi I_1^n + k_c}{\sqrt{J_2^n}} \quad . \quad (28)$$

相应地, 如果弹塑性材料为岩石类材料, 若应力状态越过屈服面, 比如 Drucker-Prager 屈服准则, 应满足

$$-\alpha_\phi I_1 + k_c < \sqrt{J_2} \quad . \quad (29)$$

在静水压力 $I_1^n = \sigma_n^{xx} + \sigma_n^{yy} + \sigma_n^{zz}$ 保持不变的情况下, 第 n 步偏剪切应力通过比例因子 r 进行折减, 根据式 (12) 有如下关系:

$$\tilde{\sigma}_n^{xx} = r^n s^{xx} + \frac{1}{3} I_1^n \quad , \quad (30)$$

$$\tilde{\sigma}_n^{yy} = r^n s^{yy} + \frac{1}{3} I_1^n \quad , \quad (31)$$

$$\tilde{\sigma}_n^{zz} = r^n s^{zz} + \frac{1}{3} I_1^n \quad , \quad (32)$$

$$\tilde{\sigma}_n^{xy} = r^n s^{xy} \quad , \quad (33)$$

$$\tilde{\sigma}_n^{xz} = r^n s^{xz} \quad , \quad (34)$$

$$\tilde{\sigma}_n^{yz} = r^n s^{yz} \quad . \quad (35)$$

模型由于采用蛙跳法进行积分, 在 $n+0.5$ 步进行判断更新回归。在每个半步的时候, 岩石应力状态越过塑性屈服面, 按上述映射方法将应力状态回归到屈服面。

2 GPD 中的弹塑性本构方程

2.1 GPD 法的控制方程离散化

连续介质力学中的质量和动量守恒方程经过 GPD 法离散处理后, 对于任意质点 i , 其密度和速度导数形式可表示为^[17-18]

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \rho_i \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \left[v_i^\alpha - v_j^\alpha \right] \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} \quad , \quad (36)$$

$$\frac{dv_i^\alpha}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + f_i^\alpha \quad , \quad (37)$$

式中, 密度 ρ , 速度 v 和应力 σ 为因变量, 空间坐标 x 和时间 t 是自变量。移动拉格朗日框架下的时间导数为 (d/dt) , 上标 α , β 表示坐标方向。

对于质点 i , 在关联塑性流动理论下, 由式 (26) 可得

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_i^{\alpha\beta}}{dt} = \sigma_i^{\alpha\gamma} \dot{\omega}_i^{\beta\gamma} + \sigma_i^{\gamma\beta} \dot{\omega}_i^{\alpha\gamma} + 2G\dot{e}_i^{\alpha\beta} + K\dot{\epsilon}_i^{\gamma\gamma} \delta_i^{\alpha\beta} - \\ \lambda_i \left[3\alpha_\phi K \delta_i^{\alpha\beta} + \frac{G}{\sqrt{J_2}} s_i^{\alpha\beta} \right] \quad . \end{aligned} \quad (38)$$

由式 (21) 可得塑性乘子变化率为

$$\lambda_i = \frac{3\alpha_\phi K \dot{\epsilon}_i^{\gamma\gamma} + (G/\sqrt{J_2}) s_i^{\alpha\beta} \dot{e}_i^{\alpha\beta}}{9\alpha_\phi^2 K + G} \quad . \quad (39)$$

对于质点 i , 在非关联塑性流动理论下, 由(26) 式可得

$$\frac{d\sigma_i^{\alpha\beta}}{dt} = \sigma_i^{\alpha\gamma} \dot{\omega}_i^{\beta\gamma} + \sigma_i^{\gamma\beta} \dot{\omega}_i^{\alpha\gamma} + 2G\dot{e}_i^{\alpha\beta} + K\dot{\varepsilon}_i^{\gamma\gamma} \delta_i^{\alpha\beta} - \lambda \left[9K \sin\psi \delta_i^{\alpha\beta} + \frac{G}{\sqrt{J_2}} s_i^{\alpha\beta} \right], \quad (40)$$

式中, 塑性乘子变化率由式(23)可得

$$\dot{\lambda}_i = \frac{3\alpha_\phi K \dot{\varepsilon}_i^{\gamma\gamma} + (G/\sqrt{J_2}) s_i^{\alpha\beta} \dot{\varepsilon}_i^{\alpha\beta}}{27\alpha_\phi^2 K + G}。 \quad (41)$$

由 GPD 法的一个基本数学变换, 可得下列表达式

$$\frac{\partial v_i^\alpha}{\partial x^\beta} = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (v_j^\alpha - v_i^\alpha) \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta}。 \quad (42)$$

应变率张量式(6)和角应变率张量式(25)离散后, 得到应变率 $\dot{\varepsilon}^{\alpha\beta}$ 和 $\dot{\omega}^{\alpha\beta}$ 的 GPD 离散形式为

$$\dot{\varepsilon}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\beta} + \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\alpha} \right) = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (v_j^\alpha - v_i^\alpha) \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (v_j^\beta - v_i^\beta) \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} \right], \quad (43)$$

$$\dot{\omega}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\beta} - \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\alpha} \right) = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (v_j^\alpha - v_i^\alpha) \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} - \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (v_j^\beta - v_i^\beta) \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} \right]。 \quad (44)$$

2.2 人工黏度

为使得算法更稳定, 人工黏度 Π_{ij} 引入动量方程用于解决非物理的数值振荡。因此, 式(37)修正为^[16, 25]

$$\frac{dv_i^\alpha}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left[\left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) - \Pi_{ij} \delta_i^{\alpha\beta} \right] \frac{\partial W_{ij}}{\partial x^\beta} + f_i^\alpha。 \quad (45)$$

式中 当 $\alpha = \beta$ 时, $\delta_{\alpha\beta} = 1$; 当 $\alpha \neq \beta$ 时, $\delta_{\alpha\beta} = 0$ 。

迄今为止, 有许多种人工黏度项被提出, 用于改进各种数值算法的稳定性和防止粒子穿透。Monaghan 型的人工黏度 Π_{ij} 是最为广泛使用的人工黏度, 本文将采用 Monaghan 型的人工黏度, 其具体表达式如下^[25]:

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha_\Pi c_{ij} \phi_{ij} + \beta_\Pi \phi_{ij}^2}{\rho_{ij}} & (v_{ij} \cdot x_{ij} < 0), \\ 0 & (v_{ij} \cdot x_{ij} \geq 0) \end{cases}, \quad (46)$$

式中 $\phi_{ij} = \frac{h_{ij} v_{ij} \cdot x_{ij}}{|x_{ij}|^2 + 0.01 h_{ij}^2}$, $c_{ij} = \frac{1}{2} (c_i + c_j)$, $\rho_{ij} = \frac{1}{2} (\rho_i + \rho_j)$, $h_{ij} = \frac{1}{2} (h_i + h_j)$, $x_{ij} = x_i - x_j$, $v_{ij} = v_i - v_j$, α_Π 是体积黏度, 而与 β_Π 相关的项是用来防止在高马赫数时粒子的相互穿透, 一般取值在 1.0 左右; 因子 $0.01 h_{ij}^2$ 用于防止粒子相互靠近时产生的数值发散; c 和 v 分别表示固体中声速和粒子的速度。

3 巷道围岩的弹塑性区、应力场及位移场的数值模拟

3.1 数值计算模型

圆形巷道受力模型如图 3 所示。计算时作如下假设: ①岩体是各向同性的; ②巷道为深埋圆形平巷, 承受的水平应力为垂直应力的 λ 倍, 考虑到深埋巷道实际情况, 忽略所取模型范围内的重力影响; ③模型简化为平面应变问题; ④塑性区内岩体满足 Drucker-Prager 强度准则。

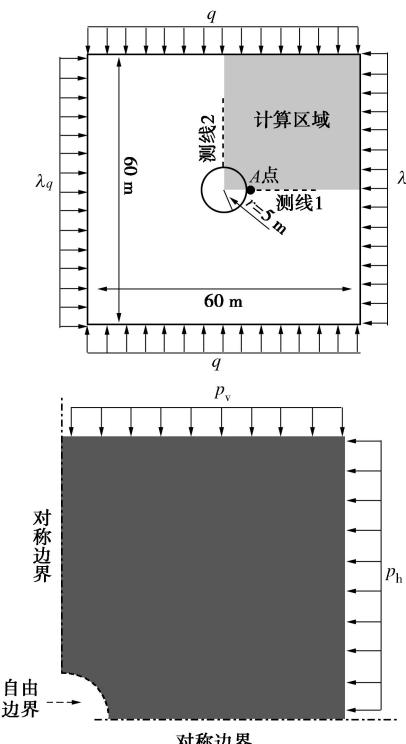


图 3 数值分析模型

Fig. 3 Numerical model

本文将 GPD 自编程序应用于巷道围岩的弹塑性分析, 模拟圆形巷道的弹塑性区、应力场及位移场。如图 3 所示, 计算模型的宽为 60 m, 高为 60 m, 巷道的直径为 10 m, 采用无 GPD 粒子模拟巷道, 类似有限元中空单元模拟巷道。由于研究模型的对称性, 本文截取计算模型的四分之一进行模拟。阴影部分为计算区域, 该模拟区域的长及高均为 30 m。岩体的密度 ρ 为 2500 kg/m³、弹性模量 E 、泊松比 ν 、体积模量 K 为 2 GPa 和剪切模量 G 为 1 GPa, 内摩擦角为 30°, 黏结力 2 MPa, 抗拉强度为 2 MPa。

将图 3 的阴影区模型通过 GPD 法离散为数值计算模型, 计算模型的水平方向离散为 200 个 GPD 粒子, 垂直方向离散为 200 个 GPD 粒子, 挖去洞室 2480 个 GPD 实粒子, 岩石的宏观力学性质 (如应力, 应变,

位移)集中在每个 GPD 粒子上, 模型共 36520 (40000~2480)个 GPD 实粒子。计算模型受垂直方向地应力 $p_v=q$, 水平方向地应力 $p_v=\lambda q$ 作用。共 5 个计算方案: ①方案 1, p_v 和 p_h 分别为 10 MPa 和 5 MPa; ②方案 2, p_v 和 p_h 为 10, 10 MPa; ③方案 3, p_v 和 p_h 分别为 10, 15 MPa; ④方案 4, p_v 和 p_h 分别为 10, 20 MPa; ⑤方案 5, p_v 和 p_h 分别为 10, 25 MPa。

3.2 侧压系数对巷道围岩塑性区的影响

图 4 给出了 GPD 法模拟的塑性区大小和形状随侧压系数的变化云图。作为对比, 图 5 给出了 FEM 法模拟的塑性区大小和形状随侧压系数的变化云图。表 1 分别列出了 GPD 法和 FEM 法洞室顶、底板与两帮塑性区半径与侧压系数 λ 之间的关系。

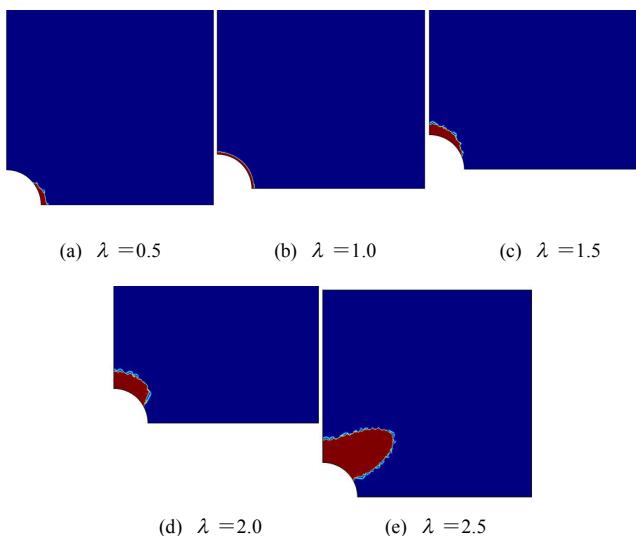


图 4 不同侧压系数下巷道围岩的塑性区分布 (GPD 法)

Fig. 4 Plastic zones of surrounding rock around tunnel under different lateral pressure coefficients using GPD

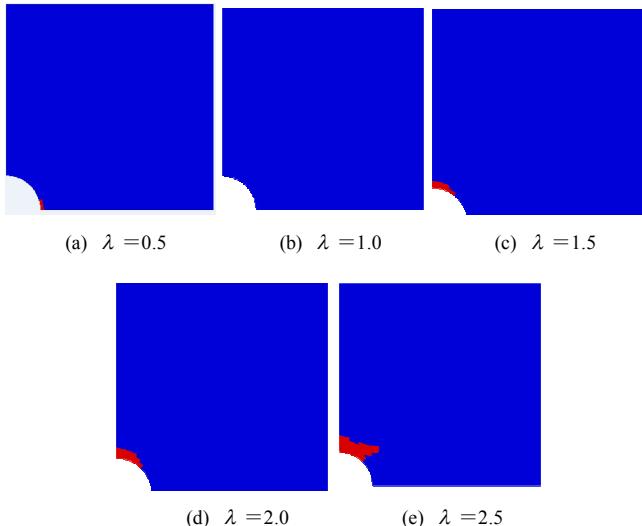


图 5 不同侧压系数下巷道围岩的塑性区分布 (FEM 法)

Fig. 5 Plastic zones of surrounding rock around tunnel under different lateral pressure coefficients using FEM

表 1 巷道围岩塑性区半径 R_p (m)

Table 1 Radii of plastic zones width of roof and floor and side wall around tunnel

侧压系数 λ	GPD		FEM	
	顶底	两帮	顶底	两帮
0.5	0.0	0.8	0.0	0.5
1.0	0.5	0.5	0.0	0.0
1.5	1.8	0.0	1.0	0.0
2.0	3.0	0.0	2.0	0.0
2.5	4.0	0.0	2.8	0.0

从图 4, 5 及表 1 可以看出: ①对于塑性区的形状和位置, 当 $\lambda < 1.0$ 时, 塑性区对称分布于圆形巷道两帮, 单侧帮呈“弦月”形; 当 $\lambda = 1.0$ 时, 塑性区为圆形; 当 $1.0 < \lambda < 2.0$ 时, 塑性区主要对称分布于圆形巷道的顶部和底部, 呈对称“弦月”形; 当 $\lambda > 2.0$ 时, 塑性区向巷道两肩与两底角转移。②对于塑性区的分布规律, 随水平地应力增大, 塑性区逐渐由两帮向顶底板转移。顶底板塑性区的宽度随水平地应力的增加而增大。当侧压系数 $\lambda > 2.0$ 以后, 塑性区向肩部与底角迅速扩展, 成为圆形巷道失稳的主要位置。③GPD 法塑性区结果和 FEM 法塑性区结果相比较, GPD 法塑性区形状、位置随侧压系数变化规律更接近实际工程中对围岩塑性区的描述, GPD 法模拟围岩塑性区具有合理性。

3.3 侧压系数对巷道围岩应力场的影响

(1) 不同侧压系数下径向应力和切向应力随半径的变化规律

假设垂直方向地应力 $q=10$ MPa, 侧压系数 λ 分别为 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 时, 图 6~10 分别给出巷道在 $\theta=0, \pi/2$ 时的径向应力 σ_r 及切向应力 σ_θ 随半径的变化规律。

如图 6 所示, 当侧压系数 $\lambda=0.5$ 时, 在巷道边墙范围内, 圆形巷道围岩的切向应力 σ_θ 随离洞壁距离的增加而先增后减, 在距洞壁 1 m 处, 切向应力达到最大值 22.6 MPa; 径向应力 σ_r 随离洞壁距离的增加而增大, 在距洞壁 15 m 处接近原岩应力。

在巷道顶板范围内, 圆形巷道围岩的切向应力 σ_θ 随离洞壁距离增加而先增后减, 距洞壁 2 m 处切向应力 σ_θ 达到最大值 6.6 MPa; 径向应力 σ_r 随离洞壁距离增加而增大; 在距周边 16 m 左右接近原岩应力。从图 6 可以看出: 巷道围岩应力场的 GPD 计算结果和有限元计算结果非常吻合。

如图 7 所示, 当侧压系数 $\lambda=1$ 时, 在巷道边墙、巷道顶板范围内, 圆形巷道围岩的切向应力 σ_θ 随离洞壁距离增加而先增后减, 在距洞壁 0.9 m 处有最大应

力 19.1 MPa; 径向应力 σ_r 随离洞壁距离增加而增大, 在距洞壁 14 m 左右接近原岩应力。从图 7 可以看出: 巷道围岩应力场的 GPD 计算结果和有限元计算结果非常吻合。

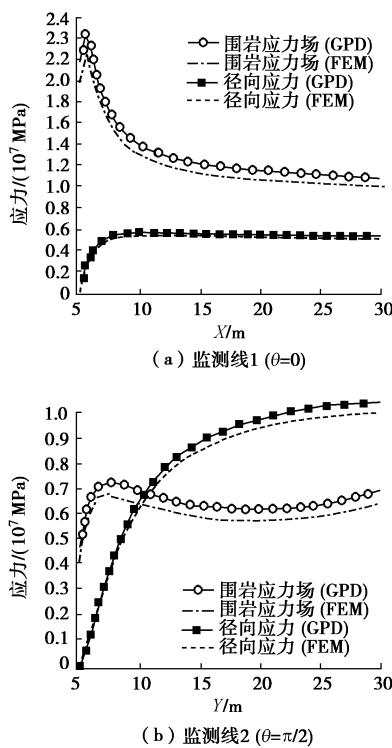


图 6 当 $\lambda = 0.5$ 时不同监测线上应力分布规律

Fig. 6 Stress distribution along different monitoring lines when

$$\lambda = 0.5$$

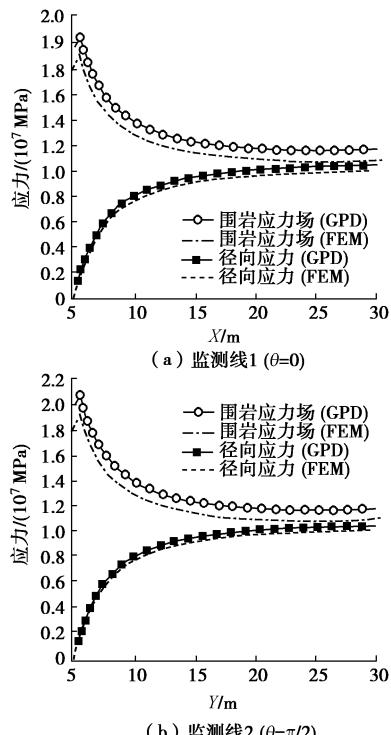


图 7 当 $\lambda = 1.0$ 时不同监测线上应力分布规律

Fig. 7 Stress distribution along different monitoring lines when

$$\lambda = 1.0$$

如图 8 所示, 当侧压系数 $\lambda = 1.5$ 时, 圆形巷道边墙的切向应力 σ_θ 随离洞壁距离增加而先增后减, 距洞壁 1.5 m 处切向应力达最大值为 14.5 MPa; 径向应力 σ_r 随离洞壁距离增加而增大; 在距洞壁 15 m 左右接近原岩应力。圆形巷道顶拱的切向应力 σ_θ 随离洞壁距离增加而先增后减, 距洞壁 1.5 m 处切向应力达最大值为 29.1 MPa; 径向应力 σ_r 随离洞壁距离增加而增加; 在距洞壁 10 m 左右接近原岩应力。从图 8 可以看出: 巷道围岩应力场的 GPD 计算结果和有限元计算结果非常吻合。

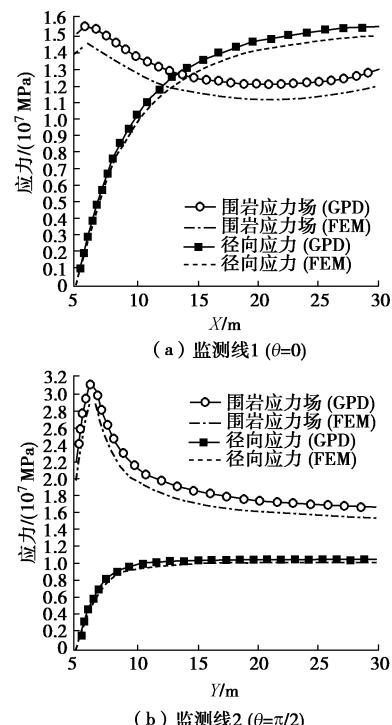


图 8 当 $\lambda = 1.5$ 时不同监测线上应力分布规律

Fig. 8 Stress distribution along different monitoring lines when

$$\lambda = 1.5$$

如图 9 所示, 当侧压系数 $\lambda = 2.0$ 时, 圆形巷道边墙的切向应力 σ_θ 随距洞壁距离增加而先增后减, 距洞壁 2.5 m 处有最大应力 12.8 MPa; 径向应力 σ_r 随离洞壁距离增加而增大; 在距洞壁 20 m 左右接近原岩应力。圆形巷道顶板围岩的切向应力 σ_θ 随离洞壁距离增加而先增后减, 距洞壁 2 m 处有最大应力 37.1 MPa; 径向应力 σ_r 随离洞壁距离增加而增大, 在距洞壁 12 m 左右接近原岩应力。

如图 10 所示, 当侧压系数 $\lambda = 2.5$ 时, 圆形巷道边墙的切向应力 σ_θ 随离洞壁距离增加而增大; 径向应力 σ_r 随离洞壁距离增加而增大; 在距洞壁 12 m 左右接近原岩应力。圆形巷道顶板的切向应力 σ_θ 随离洞壁距离增加而先增后减, 距洞壁 2.5 m 处切向应力达最大值为 46.5 MPa; 径向应力 σ_r 随离洞壁距离增加而增

大, 在距洞壁 12 m 左右接近原岩应力。

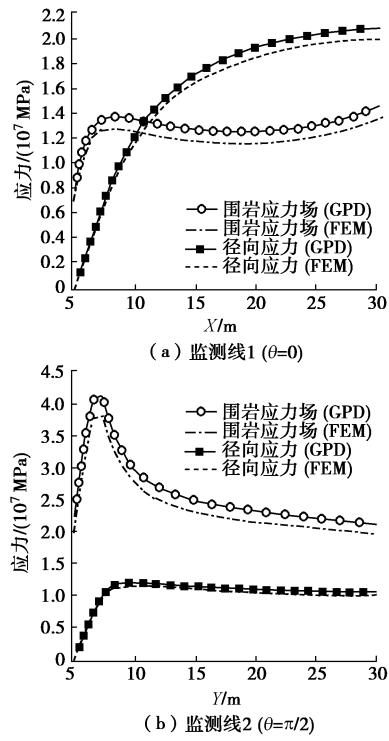


图 9 当 $\lambda = 2.0$ 时不同监测线上的应力分布规律

Fig. 9 Stress distribution along different monitoring lines when

$$\lambda = 2.0$$

综上分析, 在圆形巷道监测线 1 ($\theta=0$) 及监测线 2 ($\theta=\pi/2$) 方向上, 巷道的切向应力 σ_θ 随离洞壁距离增加而先增后减, 最后达到原岩应力状态; 径向应力 σ_r 随离洞壁距离的增加而增大, 最后达到原岩应力状态。

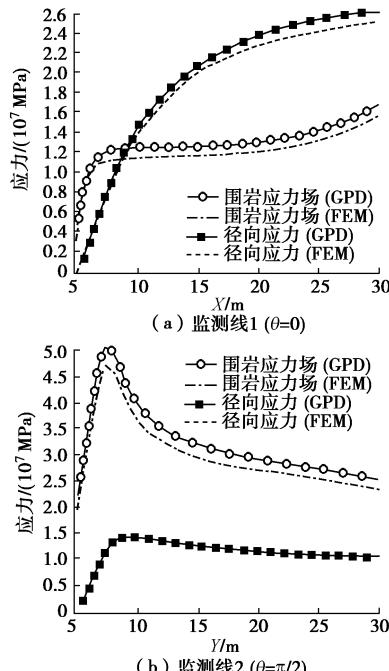


图 10 当 $\lambda = 2.5$ 时不同监测线上的应力分布规律

Fig. 10 Stress distribution along different monitoring lines when

$$\lambda = 2.5$$

(2) 不同侧压系数对巷道围岩应力场的影响

图 11~13 给出了不同侧压系数下, GPD 法巷道围岩的最大主应力、最小主应力、最大剪应力分布图和 FEM 法巷道围岩的最大主应力、最小主应力、最大剪应力分布图。表 2 给出了 GPD 法计算的不同侧压系数的最大主应力、最小主应力、最大剪应力的极值及应力集中系数。相应地, 图 14, 15 分别给出了上述 3 种应力值随侧压系数的变化规律。

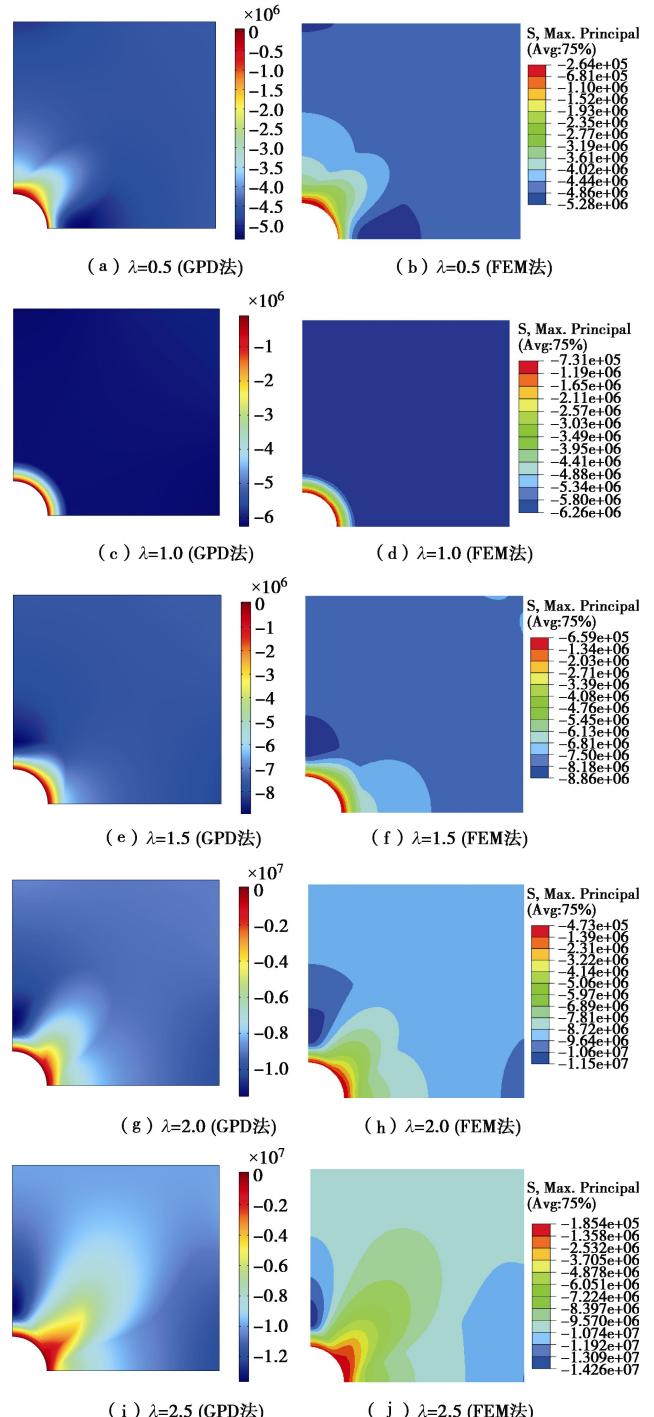


图 11 不同侧压系数下巷道围岩最大主应力 σ_1 分布云图

Fig. 11 Distribution of maximum principal stress of surrounding rock around tunnel at different lateral pressure coefficient

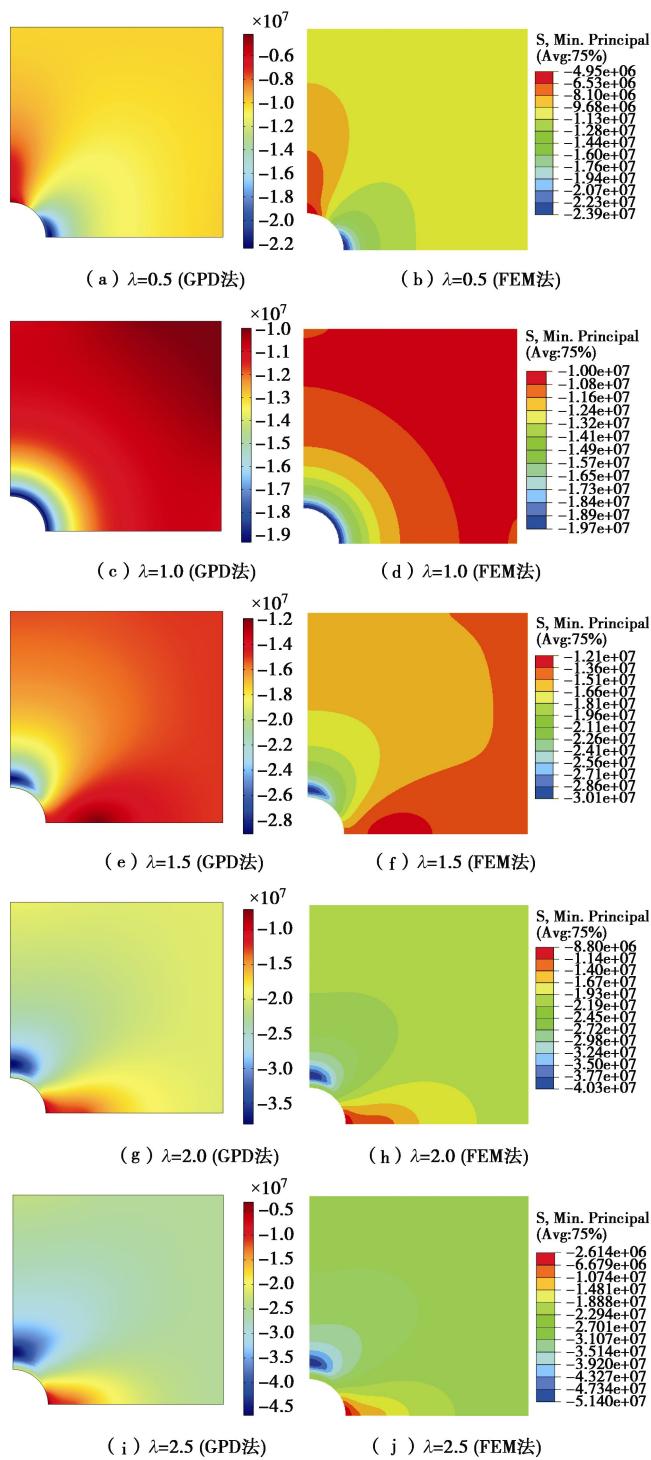
图 12 不同侧压系数下巷道围岩最小主应力 σ_3 分布云图

Fig. 12 Distribution of minimum principal stress of surrounding rock around tunnel under different lateral pressure coefficients

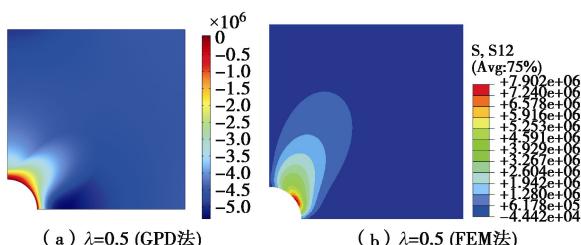
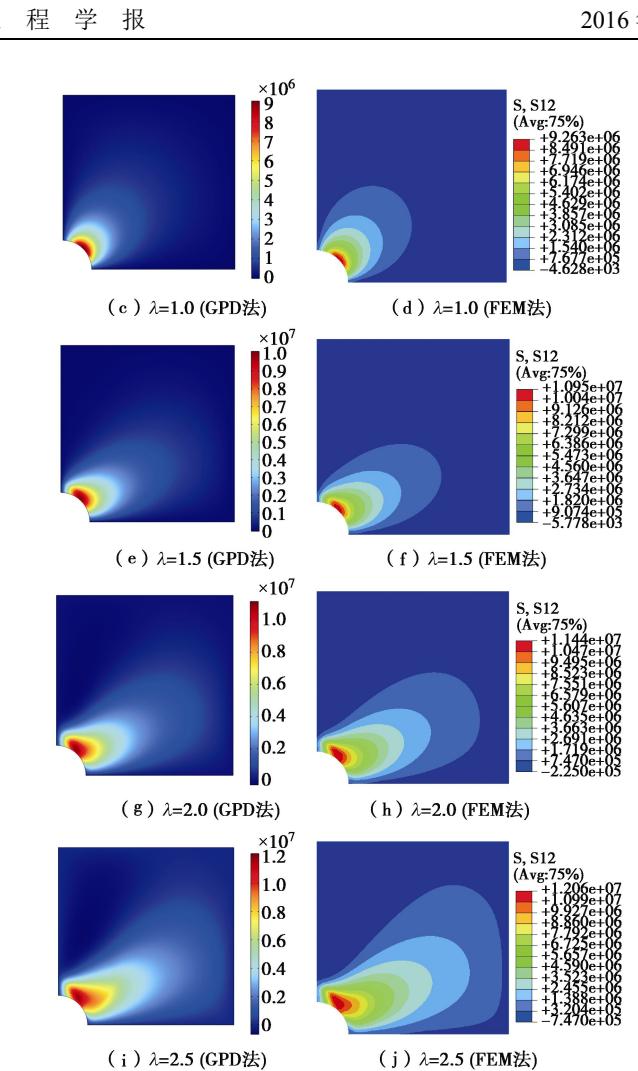
图 13 不同侧压系数下巷道围岩剪应力 σ_{12} 分布云图图 13 不同侧压系数下巷道围岩剪应力 σ_{12} 分布云图

Fig. 13 Distribution of shear stress of surrounding rock around

tunnel under different lateral pressure coefficients

表 2 应力极值随侧压系数的变化规律

Table 2 Extreme values of principal stresses varying with different lateral pressure coefficients

侧压系数 λ	$\sigma_{1\max}$ /MPa	$\sigma_{3\max}$ /MPa	$\tau_{xy\max}$ /MPa	应力集中系数 β
0.5	-5.3	-24.0	7.9	2.26
1.0	-6.3	-19.7	9.3	1.94
1.5	-8.9	-30.1	11.0	1.89
2.0	-11.5	-40.3	11.4	1.85
2.5	-14.3	-51.4	12.1	1.88

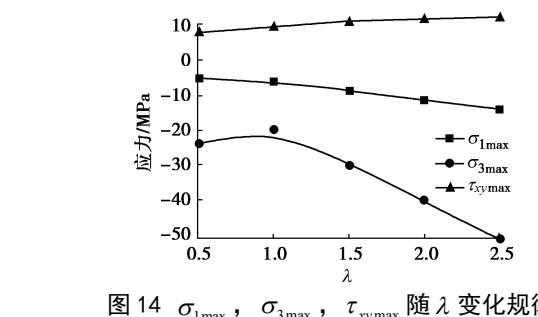


Fig. 14 Relationship between stress and lateral pressure coefficient

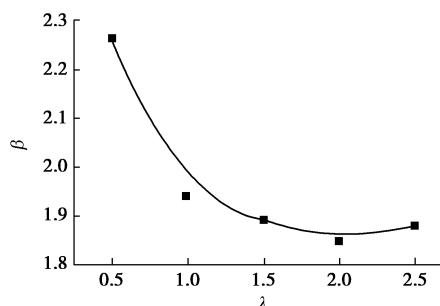
图 15 应力集中系数 β 随 λ 变化规律

Fig. 15 Relationship between stress concentration factor and lateral pressure coefficient

从图 14, 15 及表 3 可以看出: ①当 $\lambda < 1.0$ 时, 最小主应力的极值 $\sigma_{3\max}$ 随侧压系数增大而增大; 当 $\lambda > 1.0$ 时, 最小主应力的极值 $\sigma_{3\max}$ 随侧压系数增大而减小。②最大主应力的极值 $\sigma_{1\max}$ 随侧压系数的增大而增大; 剪应力 $\tau_{xy\max}$ 也随侧压系数的增大而增加。③当 $\lambda < 2.0$ 时, 应力集中系数 β 随侧压系数 λ 的增大而减小; 当 $\lambda > 2.0$ 时, 应力集中系数 β 随侧压系数 λ 的增大而增大。④当 $\lambda = 2.0$ 时, 应力集中系数 β 最小。⑤使用广义粒子动力学数值模拟方法计算的巷道围岩应力场分布规律和有限元法一致。

3.4 不同侧压系数对巷道围岩变形特征的影响

图 16~18 给出了不同侧压系数下巷道围岩水平位移、垂直位移及总位移的分布规律。从图 16~18 中可以看出: ①随着侧压系数 λ 的增大, 巷道顶板和边墙的水平位移增大。当 $\lambda = 0.5$ 时, 巷道顶底板的水平位移接近于边墙的水平位移值。②随着侧压系数 λ 的增大, 顶部、帮部垂直位移都在均匀增大。当 $\lambda = 2.0$ 时候, 巷道顶底板的水平位移接近于边墙的水平位移值。③随着侧压系数 λ 的增大, 总位移不断增大。当 $\lambda = 1.0$ 时, 巷道顶底板总位移和巷道边墙的总位移值相当。当 $\lambda < 1.0$ 时, 巷道顶底板总位移大于巷道边墙; 当 $\lambda > 1.0$ 时, 巷道边墙总位移大于巷道顶底板。④使用广义粒子动力学数值模拟方法计算的巷道围岩位移分布规律和有限元法一致。

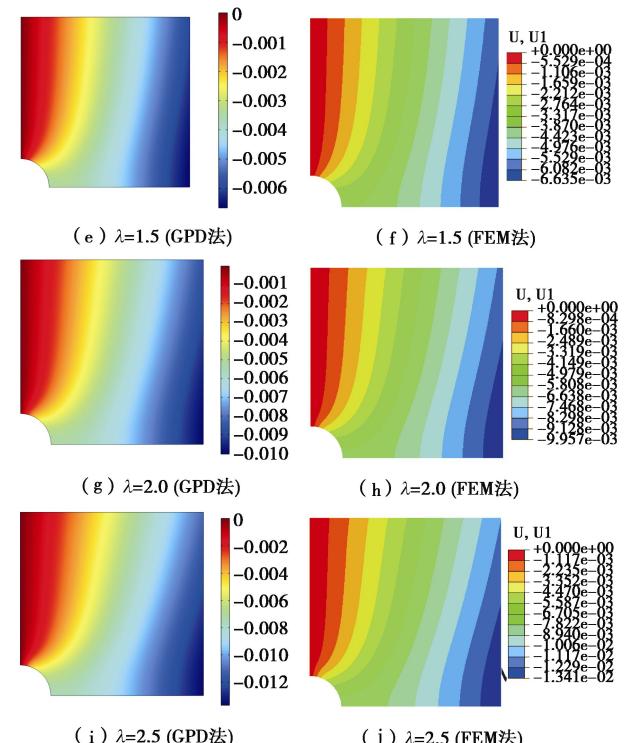
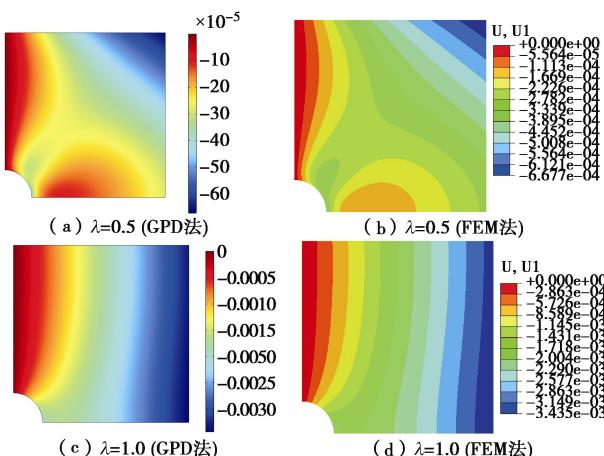
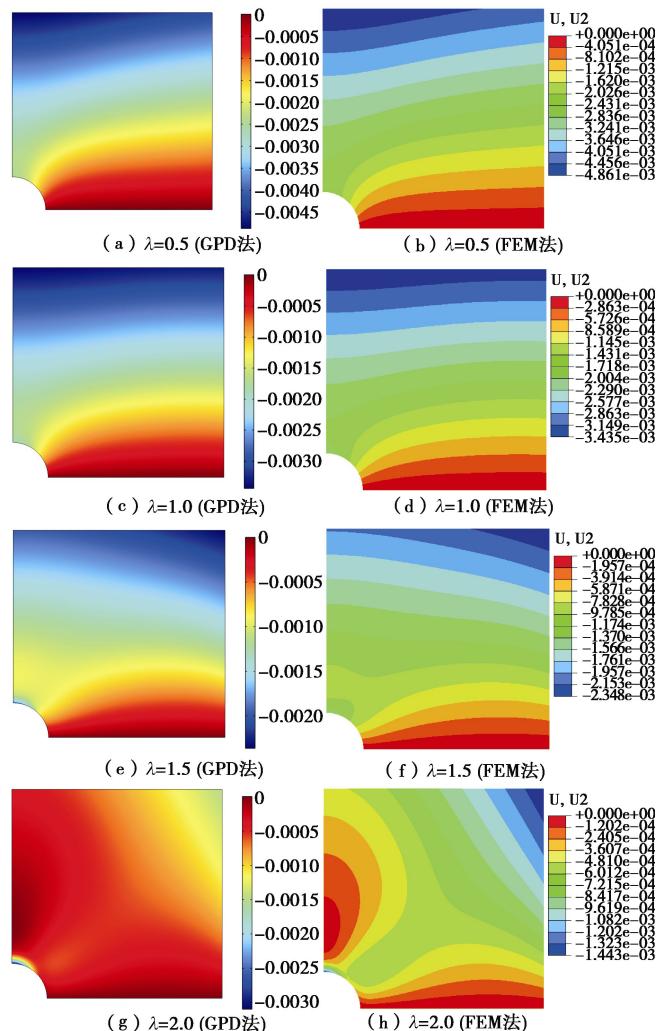


图 16 不同侧压系数下巷道围岩的水平方向位移分布图

Fig. 16 Distribution of horizontal displacement of surrounding rock around tunnel under different lateral pressure coefficient



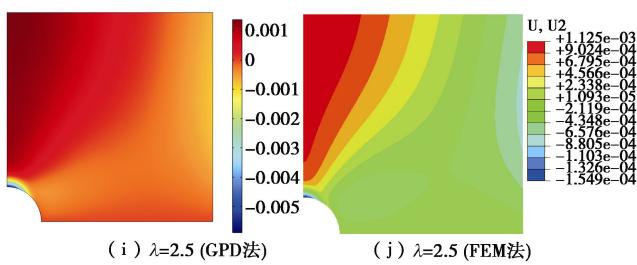


图 17 不同侧压系数下巷道的垂直方向位移云图

Fig. 17 Distribution of vertical displacement of the surrounding rock around tunnel under different lateral pressure coefficients

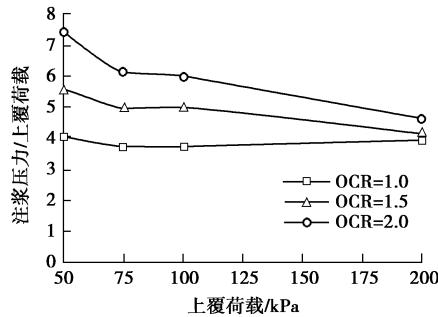


图 18 不同侧压系数下巷道围岩的总位移云图

Fig. 18 Distribution of total displacement of surrounding rock around tunnel under different lateral pressure coefficients

3.5 GPD 法的精度和收敛性研究

本文分别对有限元法(FEM 法)和 GPD 法模拟垂直方向地应力 $q=10$ MPa, 侧压系数 λ 为 1 的巷道围岩等效应力的精确度和收敛性进行研究。采用 FEM 法模拟巷道围岩应力时, 采用 8 节点二次减缩积分四边形网格。采用 GPD 法模拟巷道围岩应力时, GPD 粒子与 FEM 法的网格采用同样的尺度 (FEM 法的网格取 0.3 m)。对比如下:

图 19 为图 3 中 A 点(图 3 测线 1 上距离洞壁 1 m 处)的瞬态和稳态阶段等效应力曲线图, GPD 法和 FEM 法的数值结果基本一致。在瞬态下(如图 19(a)), FEM 法的数值结果有明显的震荡, 而 GPD 法模拟结果更平滑且没有震荡, 这表明 GPD 法在捕捉结构瞬态力学响应时更稳定。

由于 GPD 法较为新颖, 在结构应力分析方面的研究成果并不多, 有必要研究 GPD 法的收敛性。采用 3 种 GPD 粒子精度 (0.3, 0.375, 0.5 m) 分别对图 3 中 A 点计算, 将模拟的等效应力场结果与 0.3 m 网格精度的 FEM 法模拟结果进行对比分析。由图 20 可见, 采用不同粒子精度的 GPD 法模拟巷道围岩应力时, 应力和时间是线性关系, 均未出现不稳定。

由 GPD 法和 FEM 法模拟巷道围岩应力场的对比可以看出, GPD 法和 FEM 法模拟结果比较一致, 且 GPD 法中 GPD 粒子越密, 模拟结果越精确。

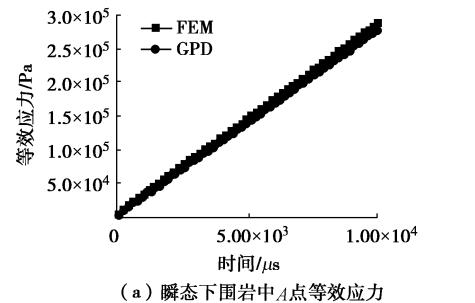
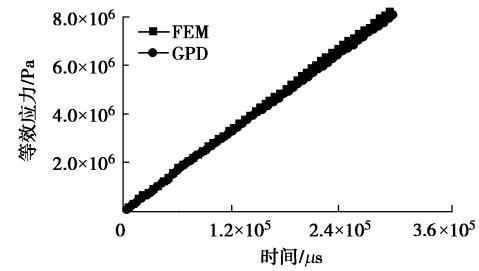
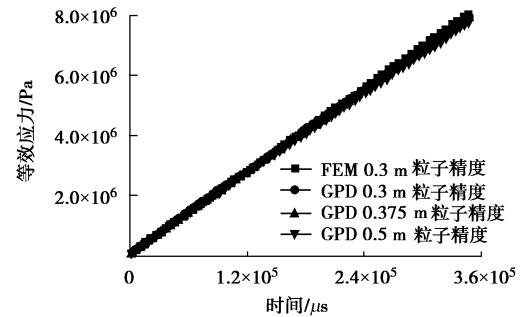
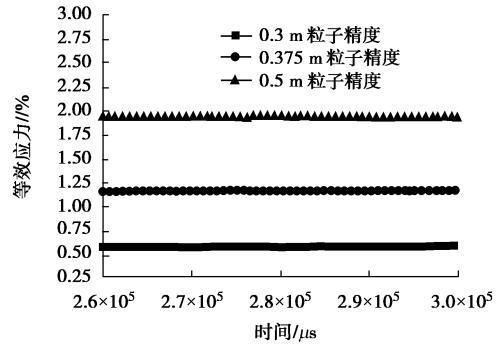
(a) 瞬态下围岩中 A 点等效应力(b) 稳态下围岩中 A 点等效应力

图 19 GPD 法模拟结果精度分析

Fig. 19 Accuracy studies by using GPD



(a) 不同粒子精度的GPD法和FEM法等效应力数值结果对比



(b) 不同粒子精度的GPD法等效应力数值结果的相对偏差

图 20 GPD 法数值结果收敛性的分析

Fig. 20 Convergence studies by using GPD

3.6 考虑剪胀特性的巷道围岩特征

岩石材料受剪应力作用时会出现颗粒错动, 往往会产生塑性体积变形, 岩石不可避免出现剪胀特性。上文中采用非关联塑性流动模型的 GPD 法来描述岩石材料的剪胀特性, 但剪胀角为 0。在非关联塑性流动模型中, 剪胀角为 0 的物理意义是该岩石材料具有塑性不可压缩特性。本节中, 对不同剪胀角情况下的

巷道围岩位移和塑形区的情况分别进行讨论。

在模拟直径 $D=10$ m 的圆形巷道时 (图 3), 在保持其他条件不变的情况下只改变剪胀角的值。图 21 表示垂直方向地应力 $q=10$ MPa, 侧压系数 λ 为 0.5 时圆形巷道围岩发生塑性变形的情况, 其最大位移出现在圆形巷道顶部, 随着剪胀角 ψ 的增加, 巷道围岩的位移也增加。当 $\psi=0^\circ$ 时, 最大位移 $d_{\max}=0.45$ cm; 当 $\psi=10^\circ$ 时, $d_{\max}=0.80$ cm; 当 $\psi=25^\circ$ 时, $d_{\max}=1.2$ cm。同时, 由于剪胀角的增大, 使围岩塑性区的范围逐渐增大 (如图 22 (a) ~ (c)), 宏观表现为围岩承载能力的提高。

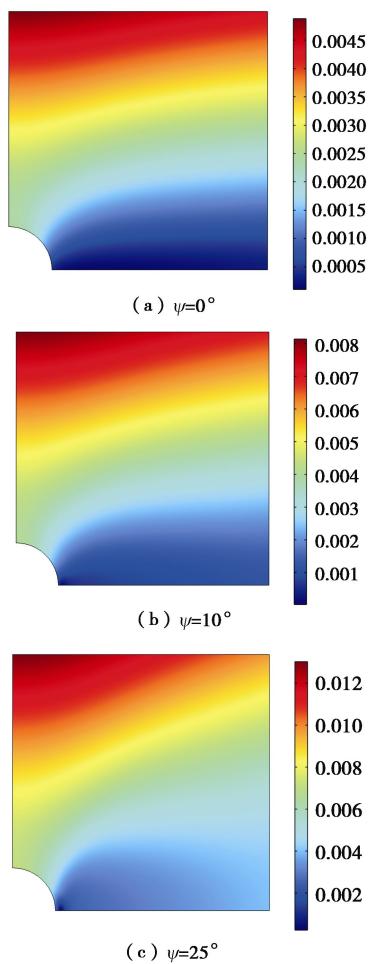


图 21 不同膨胀角下 GPD 法巷道围岩位移的数值结果

Fig. 21 Displacement contours of surrounding rock around tunnel under different dilatancy angles by using GPD

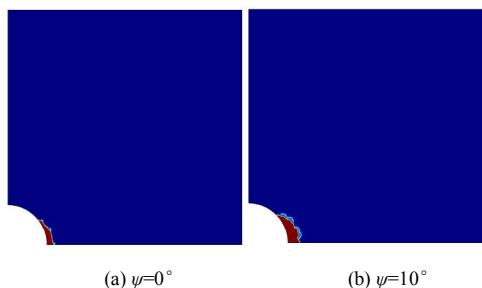


图 22 不同膨胀角下 GPD 法巷道围岩塑形区的数值结果
Fig. 22 Plastic zone of surrounding rock around tunnel under different dilatancy angles by using GPD

4 结语

本文提出了一种无网格数值模拟方法, 即广义粒子动力学数值分析方法, 可以考虑剪胀角对岩石材料塑性变形的影响, 能模拟岩石材料的弹塑性变形特性。本文将广义粒子动力学数值分析方法应用于不同侧压系数下巷道围岩的弹塑性分析, 确定了不同侧压系数下巷道围岩的应力场、位移场和塑性区。本文的数值模拟结果和有限元结果比较吻合。表明将考虑岩石材料剪胀特性的弹塑性本构理论引入到广义粒子动力学数值分析方法, 不失为模拟岩石类材料弹塑性破坏的一种有效数值手段, 研究结果为更好地理解岩石材料的屈服破坏过程提供重要的参考。

参考文献:

- [1] 潘岳, 王志强. 基于应变非线性软化的圆形硐室围岩弹塑性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(6): 915 ~ 920.
(PAN Yue, WANG Zhi-qiang. Elastoplastic analysis of surrounding rock of circular chamber based on strain nonlinear softening[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(6): 915 ~ 920. (in Chinese))
- [2] CARRANZA-TORRES C, FAIRHURST C. The elastoplastic response of underground excavations in rock masses that satisfy the Hoek-Brown failure criterion[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1999, 36(6): 777 ~ 809.
- [3] WANG Y. Ground response of circular tunnel in poorly consolidated rock[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 122(9): 703 ~ 708.
- [4] PARK K H, KIM Y J. Analytical solution for a circular opening in an elastic-brittle-plastic rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2006, 43(4): 616 ~ 622.
- [5] SHARAN S K. Elastic-brittle-plastic analysis of circular openings in Hoek-Brown media[J]. International Journal of

- Rock Mechanics and Mining Sciences, 2003, **40**(6): 817 - 824.
- [6] SHARAN S K. Analytical solutions for stresses and displacements around a circular opening in a generalized Hoek-Brown rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2008, **40**(1): 78 - 85.
- [7] 蒋斌松, 张强, 贺永年, 等. 深部圆形巷道破裂围岩的弹塑性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, **26**(5): 982 - 986. (JIANG Bin-song, ZHANG Qiang, HE Yong-nian, et al. Elastoplastic analysis of cracked surrounding rocks in deep circular openings[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, **26**(5): 982 - 986. (in Chinese))
- [8] BROWN E T, BRAY J W, LADANYI B, et al. Ground response curves for rock tunnels[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1983, **109**(1): 15 - 39.
- [9] WANG S L, YIN X T, TANG H, et al. A new approach for analyzing circular tunnel in strain-softening rock masses[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2010, **47**(1): 170 - 178.
- [10] LEE Y K, PIETRUSZCZAK S. A new numerical procedure for elastoplastic analysis of a circular opening excavated in a strain-softening rock mass[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2008, **23**(5): 588 - 599.
- [11] PARK K H, TONTAVANICH B, LEE J G. A simple procedure for ground response curve of circular tunnel in elastic-strain softening rock masses[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2008, **23**(2): 151 - 159.
- [12] PREVOST J H, HUGHES T J R. Finite element solution of elastic-plastic boundary value problems[J]. Journal of Applied Mechanics, 1984, **48**: 69 - 74.
- [13] ZHOU X P, BI J, QIAN Q H. Numerical simulation of crack growth and coalescence in rock-like materials containing multiple pre-existing flaws[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2015, **48**(3): 1097 - 1114.
- [14] ZHOU X P, ZHAO Y, QIAN Q H. A novel meshless numerical method for modeling progressive failure processes of slopes[J]. Engineering Geology, 2015, **192**(18): 139 - 153.
- [15] GINGOLD R A, MONAGHAN J J. Smoothed particle hydrodynamics: theory an application to non-spherical stars[J]. Mon Not R Astron Soc, 1977, **181**: 375 - 389.
- [16] MONAGHAN J J, LATTANZIO J C. A refined particle method for astrophysical problems[J]. Astron Astrophys, 1985, **149**(1): 135 - 143.
- [17] LIBERSKY L D, PETSCHEK A G, CARNEY T C, et al. High strain Lagrangian hydrodynamics a three-dimensional SPH code for dynamic material response[J]. J Comput Phys, 1993, **109**(1): 67 - 75.
- [18] LIBERSKY L D, PETSCHEK A G. Smoothed particle hydrodynamics with strength of materials[J]. Advances in the Free Lagrange Method Lecture Notes in Physics, 1990, **395**: 248 - 257.
- [19] MONAGHAN J J. Simulating free surface flows with SPH[J]. J Comput Phys, 1994, **110**(2): 399 - 406.
- [20] YU M H, LI J C. Computational plasticity: with emphasis on the application of the unified strength theory and associated flow rule[M]. Berlin: Springer, 2012.
- [21] VERMEER P A, DE B R. Non-associated plasticity for soils, concrete and rock[J]. Heron, 1984, **29**(3): 1 - 65.
- [22] 范文, 俞茂宏, 陈立伟. 考虑材料剪胀及软化的有压隧洞弹塑性分析的解析解[J]. 工程力学, 2004, **21**(5): 16 - 24. (FAN Wen, YU Mao-hong, CHEN Li-wei. An analytic solution of elastoplastic pressure tunnel considering material softening and dilatancy[J]. Engineering Mechanics, 2004, **21**(5): 16 - 24. (in Chinese))
- [23] 邓楚键, 郑颖人, 王凯, 等. 有关岩土材料剪胀的讨论[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(7): 1110 - 1114. (DENG Chu-jian, ZHENG Ying-ren, WANG Kai, et al. Some discussion on the dilatancy of geotechnical materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(7): 1110 - 1114. (in Chinese))
- [24] 张培文, 陈祖煜. 剪胀角对求解边坡稳定的安全系数的影响[J]. 岩土力学, 2004, **25**(11): 1757 - 1760. (ZHANG Pei-wen, CHEN Zu-yu. Finite element method for solving safety factor of slope stability[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, **25**(11): 1757 - 1760. (in Chinese))
- [25] MONAGHAN J J. On the problem of penetration in particle methods[J]. Journal of Computational Physics, 1989, **82**: 1 - 15.