

DOI: 10.11779/CJGE201605015

考虑应力历史的冻土一维蠕变模型

刘萌心^{1,2}, 姚晓亮^{1*}, 齐吉林^{1,3}, 马 玲⁴

(1. 中国科学院寒区旱区环境与工程研究所(冻土工程国家重点实验室), 甘肃 兰州 730000; 2. 中国科学院大学, 北京 100049;
3. 北京建筑大学, 北京 100049; 4. 北方民族大学, 宁夏 银川 750021)

摘要: 受力历史是影响冻土力学行为的关键因素。引入融土中考虑应力历史的一维蠕变模型并进行了相应修正, 使其能够反应温度对冻土蠕变特性的影响, 通过不同温度条件下的 K_0 加载试验获取相关模型参数, 经过回归分析得到了各参数与温度的函数关系。通过对比试验和模型计算结果表明, 修正后得到的冻土一维蠕变模型在预测不同温度条件下土体的蠕变发展规律时具有较好的预测精度。同时, 随着施加压力的增大, 该模型能够准确描述当外压力超过其历史上所受最大压力时所产生的应变急剧增长现象。因此, 该模型可以作为寒区工程稳定性分析和设计的可靠依据。

关键词: 冻土蠕变模型; 应力历史; 模型参数; 温度相关

中图分类号: TU47 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2016)05-0898-06

作者简介: 刘萌心(1989-), 男, 山东菏泽人, 硕士研究生, 主要从事冻土力学与寒区工程等方面的研究。E-mail: liumxvip@163.com。

1D creep model for frozen soil taking account of stress history

LIU Meng-xin^{1,2}, YAO Xiao-liang¹, QI Ji-lin^{1,3}, MA Ling⁴

(1. State Key Laboratory of Frozen Soil Engineering, Cold and Arid Regions Environmental and Engineering Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 3. Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing 100049, China; 4. Beifang University of Nationalities, Yinchuan 750021, China)

Abstract: The stress history is a key factor influencing the mechanical behavior of frozen soil. A one-dimensional creep model for unfrozen soil considering the effect of stress history is modified to describe the creep behavior of frozen soil. Model parameters are obtained from K_0 tests under different temperatures. Through the regression analysis, the relationships between model parameters and temperatures are established. The comparison between the calculated and tested results indicates that the modified creep model has a good agreement with the experimental results under different temperatures. At the same time, with the increase of overloading, this model can describe the sharp change of strain when the overloading is larger than the historical largest applied stress reasonably. So, the modified model can be a useful tool for the stability analysis and design of prospects in cold regions.

Key words: creep model of frozen soil; stress history; model parameter; temperature dependentce

0 引言

蠕变是冻土的重要力学特性, 也是寒区工程建设中地基与基础稳定性设计的重要依据。由于冻土中冰包裹体和未冻黏滞性水膜的存在, 外加荷载将导致冰的塑性流动和冰晶的重新定向, 从而导致其力学性质随时间不断变化^[1]; 同时, 受温度的影响冻土中未冻水含量也会产生显著变化, 其力学性质也表现出强烈的温度敏感性^[2]。考虑到这两个因素的影响, 研究者进行了大量蠕变试验研究^[3-6]。其中, 对 K_0 状态下冻土蠕变特性的研究表明: 蠕变应变随时间对数的发展会首先经历一个衰减过程随后进入恒定速率阶段。基于这一特点, 研究者提出了考虑压力和温度的经验和半经验

理论公式对其加以描述。Vyalov^[7]使用金属蠕变理论中的陈化理论, 提出了冻土蠕变的模型。该模型仅能描述冻土在衰减阶段的变形, 但不能定义常速率阶段从何开始, 并且在较高应力水平条件下其预测准确性较差。针对工程问题, Ladanyi^[8]认为蠕变过程中应变速率为常数, 提出了冻土线性蠕变模型。该模型能够较好地描述高含冰量的冻土蠕变, 但仅适用于以恒定蠕变速率的情况。上述通过试验结果确定蠕变预测公

基金项目: 国家基础科学人才培养基金项目(J1210003/J0109); 北京市属高等学校高层次人才引进与培养计划项目(CIT&TCD20150101); 国家自然科学基金项目(41572268)

收稿日期: 2015-06-11

*通讯作者

式的经验方法仅能考虑恒定荷载和温度条件的影响, 对蠕变速率的发展过程的描述均不够理想。基于这样的认识, Vyalov 结合开尔文体和黏塑性体提出了冻土一维原件流变模型^[9]。该模型能够合理反映荷载变化对土体蠕变规律的影响, 但其参数仍然需要通过拟合特定的试验结果得到, 因而适用性有限。近年来基于损伤力学的冻土微观蠕变理论也得到了长足发展^[10-11], 该理论通过土体内部微观结构的变化来反应温度和荷载改变过程中冻土蠕变的发展规律。由于众多微观参数极难通过常规试验获取, 使得该理论无法方便地应用于实际工程问题。通过以上分析表明, 现有经验、半经验模型以及微观损伤模型在应用于冻土工程问题时均存在一定的局限性。目前, 针对融土的实际工程问题, 已有大量成熟的蠕变理论见诸报道。因此, 可以通过借鉴和改进已有的融土理论, 在考虑温度因素的基础上, 描述冻土蠕变速率的发展规律以及应力状态的改变对其蠕变特性的影响。

新近的研究表明, 除了温度这一关键因素, 冻土的应力历史也会对冻土的力学行为产生显著影响^[12-13], 即: 冻土的塑性屈服应力随着加载时间的发展而持续增大; 对于荷载相同而施加时间不同的土体, 其应力应变关系也随之改变。因此, 合理描述冻土的蠕变特性必须考虑土体应力历史的影响。在融土的诸多蠕变模型中, 基于 Buisman^[14]、Bjerrum^[15]和 Garlanger^[16]的等速线理论发展而来的一维蠕变模型 (Den Haan)^[17]能够较好地反映应力历史对土体蠕变过程及蠕变速率的发展规律的影响。同时, 该理论形式简洁, 材料参数可以通过 K_0 逐级加载试验得到。可以尝试将该模型中的相关参数与温度建立联系, 进而描述不同温度条件下冻土的蠕变发展规律。

本文将基于融土的一维蠕变模型, 结合不同温度条件下的冻土 K_0 逐级加载试验结果, 获取相关参数并建立其与温度的关系, 进而提出适用于冻土的一维冻土蠕变模型。同时, 结合试验结果进一步验证该模型的客观性。

1 一维蠕变模型

根据 Den Haan^[17]的理论, 土体在外压力作用下的总应变分为弹性应变(ε_e)与黏塑性应变(ε_{vp})两个部分, 即

$$\varepsilon_e = a \ln\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right), \quad (1)$$

$$\varepsilon_{vp} = b \ln\left(\frac{\sigma}{\sigma_p}\right) + c \ln\left(\frac{\tau}{\tau_p}\right). \quad (2)$$

式中 a 和 b 分别为回弹与压缩系数, 可以通过 K_0 加载试验得到, a 为 $\varepsilon - \ln \sigma$ 曲线上弹性阶段的斜率, b

为进入塑性阶段的斜率; σ_p 为前期固结压力 (代表了土体的受力历史, 即: 前期所受到的最大应力; 对于冻土可理解为土体的塑性屈服应力^[13]), 即 $\varepsilon \ln$ 曲线上弹性与塑性两个加载阶段交点处所对应的应力; τ_p 为参考内变量时间, 在时间步长相等的 K_0 加载试验中为某一级压力的加载时间; σ_0 为初始应力; c 为蠕变速率参数, 即: 某一级压力条件下, 蠕变进入常速率阶段后蠕变应变对应于时间对数的斜率; τ 为内变量时间, 对于加载初期蠕变速率衰减较快的冻土, 其约等于加载时间。

将式 (1)、(2) 对时间求导可得土体的弹性应变速率和蠕变速率, 即

$$\dot{\varepsilon}_e = a \frac{\dot{\sigma}}{\sigma}, \quad (3)$$

$$\dot{\varepsilon}_c = \frac{c}{\tau}. \quad (4)$$

结合式 (2)、(4) 可以发现, 土体在蠕变阶段均遵循相同的发展规律, 即在蠕变阶段不同压力条件下的蠕变发展曲线为一系列平行线。从总应变中减去应力达到 σ 时产生的弹性应变 (这里 $\sigma > \sigma_p$), 就可得到蠕变应变方程, 即

$$\varepsilon_c = a \ln\left(\frac{\sigma_p}{\sigma_0}\right) + b \ln\left(\frac{\sigma}{\sigma_p}\right) + c \ln\left(\frac{\tau}{\tau_p}\right) - a \ln\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right), \quad (5)$$

将式 (4) 代入到式 (5) 中可得

$$\dot{\varepsilon}_c = \frac{c}{\tau_p} e^{-\varepsilon_c/c} \left(\frac{\sigma}{\sigma_p}\right)^{(b-a)/c}. \quad (6)$$

式 (6) 表明, 土体的蠕变速率同时是蠕变应变, 反应力历史的应力水平 ($OCR = \sigma/\sigma_p$) 和材料参数的函数, 即: 在恒定荷载条件下, 土体蠕变速率与蠕变应变 (时间) 呈指数衰减关系; 在加载阶段, 蠕变速率随着应力水平 (OCR) 的升高而持续增大; 土体材料参数则主要影响蠕变速率的变化率。下面将通过不同温度条件下冻土 K_0 加载试验进一步验证该理论的适用性。

2 试验方法与参数获取

2.1 试验介绍

本文采用自青藏铁路沿线具有代表性的粉质黏土作为研究对象, 其级配曲线如图 1 所示。土样的液限与塑限分别为 37.2% 和 19.5%。首先对土样进行烘干, 磨粉, 然后通过 2 mm 筛孔的筛选, 将筛选出的土样粉末加蒸馏水拌湿润, 装进内腔为直径与高度皆为 100 mm 的模具内。控制加入土样的质量, 使试样最终的干密度为 17.5 kN/m³。将模具放入模具中抽真空 1 h, 然后加蒸馏水, 进行试样饱水 4 h。最后将试样连同模具放入低温冰箱, 在 -30℃ ~ -35℃ 的环境下快

速冻结3 h。将冻结好的试样脱模放入试验机中, 调整试验机控温系统使试样处在目标环境温度下恒温12 h, 之后进行 K_0 加载试验。本研究对温度控制要求比较高, 故试验机选用了冻土国家重点实验室研发的冻土加载试验仪, 见图2。试验机共包含两个部分: 加载系统和控温系统。温度控制系统通过底板、顶板与周围环境全方位精确控制试样的温度, 使试样温度保持稳定。加载系统通过液压伺服系统为试样加载。温度与荷载的控制和数据的收集, 通过计算机系统来实现。为降低加载容器内壁与冻土试样的摩擦力对试样蠕变性质的影响, 本试验中加载容器的材质选为摩擦力与变形较小的有机玻璃。

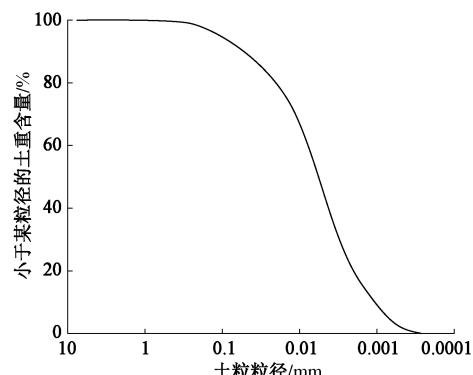


图1 颗粒级配曲线。

Fig. 1 Grain-size distribution of soil

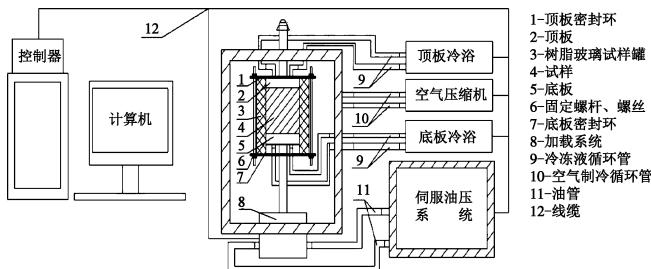


图2 冻土的 K_0 加载试验装置示意图

Fig. 2 Sketch of apparatus for K_0 compression

冻土是一种渗透系数极低的岩土材料, 其渗透系数约在 10^{-12} cm/s ^[18], 故 K_0 加载试验过程中为不排水条件。对于 K_0 加载试验, 选择五级不同的温度进行试验, -1.5°C , -2.5°C , -3.5°C , -4.5°C , -10°C , 为了保证试验结果的精度和可靠性, 试验中每个试样的温度波动均控制在 $\pm 0.1^\circ\text{C}$ 范围内。在五级温度的试验结果中预留 -3.5°C 的试验结果用以验证模型的准确性, 其他四级温度的试验结果用以获取模型参数。每一级温度条件下对试样所施加的轴向荷载依次为0.2, 0.4, 0.8, 1.6 MPa, 每级荷载施加时间为4 h。其中, -10°C 条件下冻土的蠕变速率较低, 为使冻土在低温条件下更完整的表现其蠕变特性同时保证参数取值的稳定性, 其阶梯加载间隔为6 h。

2.2 参数获取

模型参数的获取以 -1.5°C 条件下的 K_0 加载试验

为例进行说明。图3为不同压力条件下轴向应变随时间对数的发展关系。从图中可以发现, 土体进入蠕变阶段后其不同压力条件下的 $\varepsilon \square \ln t$ 曲线总体上相互平行。这表明冻土的蠕变发展也遵循式(2)、(4)中所描述的规律, 即: 不同压力下的蠕变随时间的发展曲线为一系列平行线。为了保证参数获取的精度, 蠕变速率参数 c 取为不同压力条件下 $\varepsilon \square \ln \sigma$ 曲线上蠕变进入常速率发展阶段的斜率的平均值(图3)。将图3中每条曲线对应的压力和最大应变画在 $\varepsilon \square \ln \sigma$ 坐标下, 就得到了应力应变曲线(图4)。式(1)~(6)中的 a 、 b 和 σ_p 则可通过 $\varepsilon \square \ln \sigma$ 曲线获取(图4)。其中, a 为弹性阶段加载曲线的斜率, b 为塑性加载阶段的斜率, σ_p 为两个加载阶段交点处所对应的压力。对于本试验 τ_p 为每一级压力的加载时间。根据上述参数获取方法, 表1中列出了各级温度条件下所获取的相关参数值。

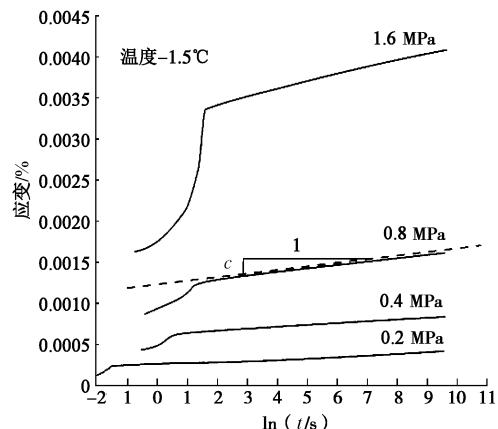


图3 不同压力条件下应变与时间对数关系图

Fig. 3 Relationship between strain and logarithm of time under different stress levels

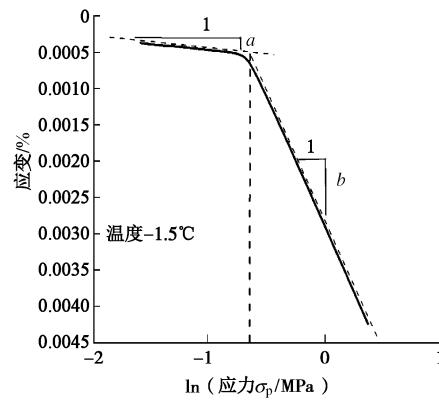


图4 应力应变关系图

Fig. 4 Relationship between strain and stress

3 结果及分析

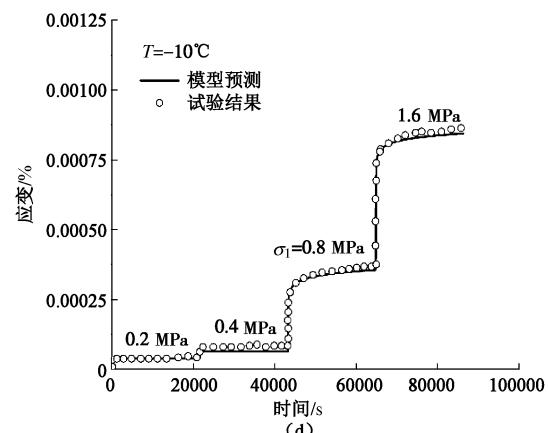
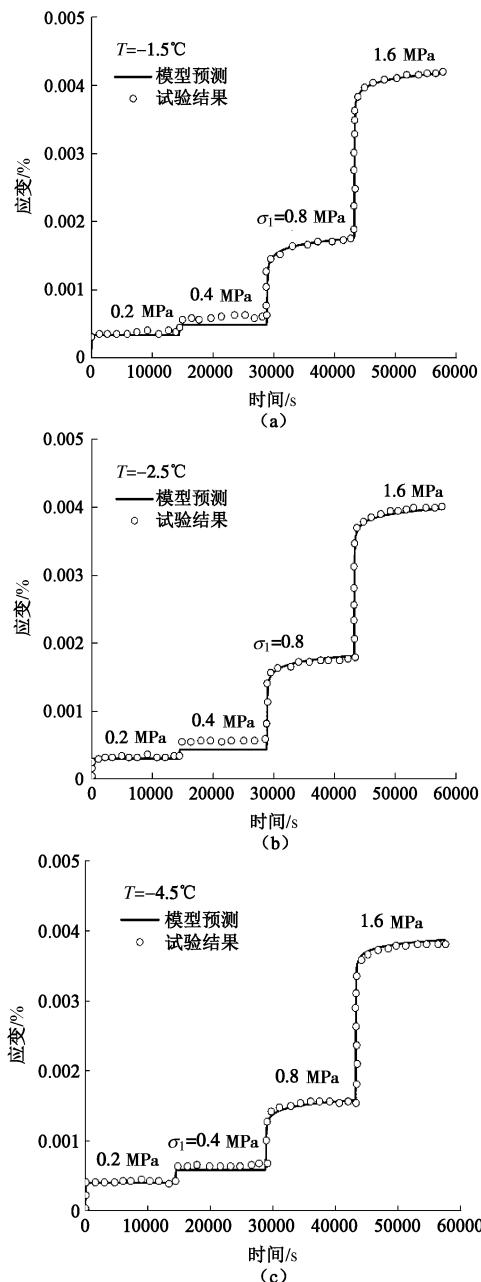
3.1 K_0 加载试验的实测与预测结果分析

表1 试验获取的模型参数

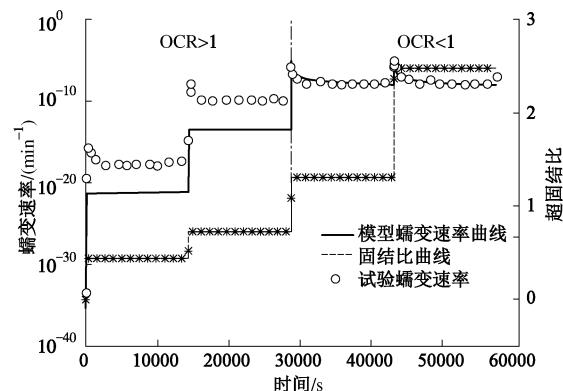
Table 1 Parameters for creep model

$\theta /(^{\circ})$	a	b	c	σ_p /kPa	τ_p /s
-1.5	0.00030	0.0038	0.000100	530	14400
-2.5	0.00027	0.0034	0.000095	620	14400
-4.5	0.00021	0.0027	0.000083	700	14400
-10.0	0.00008	0.0010	0.000060	820	21600

图5为不同温度条件下 K_0 加载试验中土体应变随时间发展的实测和计算结果。从图中可以看出, 随着压力升高, 土体应变也在相应增大。其中最为显著的变化出现在0.4~0.8 MPa之间。这主要是土体的应力水平所致, 即: 当OCR<1时, 土体压缩量主要受到回弹系数a的影响; 而当OCR>1时, 其压缩量主要取决于土体的压缩系数b(图4)。由表1可知, b远大于a, 同时各温度条件下前期固结压力在530~820 kPa之间, 因而当压力大于等于800 kPa时, 土体

图5 K_0 阶梯加载试验条件下模型预测与试验结果对比Fig. 5 Comparison between predicted and experimental results for K_0 step loading tests

的应变也会随之急剧增大(图6)。对比实测和计算结果可以进一步发现, 计算结果总体上和实测结果具有较好的一致性, 这表明考虑应力历史影响的一维蠕变模型能够较好地描述冻土的蠕变特性。

图6 -4.5°C 时蠕变速率、应力水平与时间的关系图Fig. 6 Relationship among creep rate, stress level and time at -4.5°C

为了进一步验证一维蠕变模型对冻土应变速率的预测准确性, 图6给出了 -4.5°C 条件下蠕变速率的实测和预测值。从图中可以看出, 当OCR<1时, 实测和预测值之间有较大的差异; 而当OCR>1时, 预测值能够较好地吻合实测结果。结合式(6)和图5可以发现, 当OCR<1时, 土体蠕变应变(ε_c)均小于0.001, 在此情况下式(6)中的 $e^{-\varepsilon_c/c} \approx 1$, 则恒载条件下蠕变速率为常数, 即

$$\dot{\varepsilon}_c = \frac{c}{\tau_p} \left(\frac{\sigma}{\sigma_p} \right)^{(b-a)/c} \quad (7)$$

因而, 预测与实测结果间存在较大差异; 当OCR>1时, ε_c 随之急剧增大(图5)。此时 $e^{-\varepsilon_c/c} > 1$ 。在恒载条件下, 随着 ε_c (时间)的增大, 蠕变速率的计算结果以指数形式迅速衰减, 随后保持常速率发展趋势。这与试验结果具有较好的一致性。

通过以上分析表明, 在低应力水平时 ($OCR < 1$), 本文采用的一维蠕变模型对冻土蠕变应变速率的预测精度较低。这是由于该模型是针对融土提出的, 在低应力状态下也能产生相对较大的蠕变应变, 因而该模型能够客观地反映其蠕变应变速率的发展规律; 对于冻土, 由于远低于融土的压缩性和蠕变特性参数 (表 1, 比融土小 1~2 个数量级^[16]), 因而在应力水平较低, 蠕变应变极小的情况下, 该模型对蠕变应变速率的预测精度相对较低。对于较高的应力水平 ($OCR > 1$), 该模型对蠕变应变速率的发展规律具有很好的预测精度。对于冻土蠕变应变的发展规律 (图 6), 该模型总体上具有较好的准确性, 能够客观反映应力历史对蠕变规律的影响。

3.3 模型参数与温度间的关系

前面通过试验获取了不同温度条件下蠕变模型的参数 (表 1)。通过回归分析建立各参数与温度的函数关系, 即可得到考虑温度影响的冻土蠕变模型。图 8 为 a , b , c 和 σ_p 随温度的变化关系。从图中可以看出 a , b 和 c 均随着温度的降低呈现出良好的指数衰减关系, σ_p 则随着温度的降低呈对数增长关系。式 (8)~(11) 为通过回归分析得到的各参数与温度 θ 之间的函数关系。其中, 各拟合函数的均方差均大于 0.98, 这表明通过回归分析得到的各参数与温度的函数关系具有较高的拟合精度。

$$a = 0.0004 \cdot e^{0.158 \cdot \theta} \quad (R^2 = 0.997), \quad (8)$$

$$b = 0.0051 \cdot e^{0.159 \cdot \theta} \quad (R^2 = 0.990), \quad (9)$$

$$c = 0.0001 \cdot e^{0.0605 \cdot \theta} \quad (R^2 = 0.993). \quad (10)$$

$$\sigma_p = 154.25 \cdot \ln(-\theta) + 477.24 \quad (\theta < 0) \quad (R^2 = 0.985). \quad (11)$$

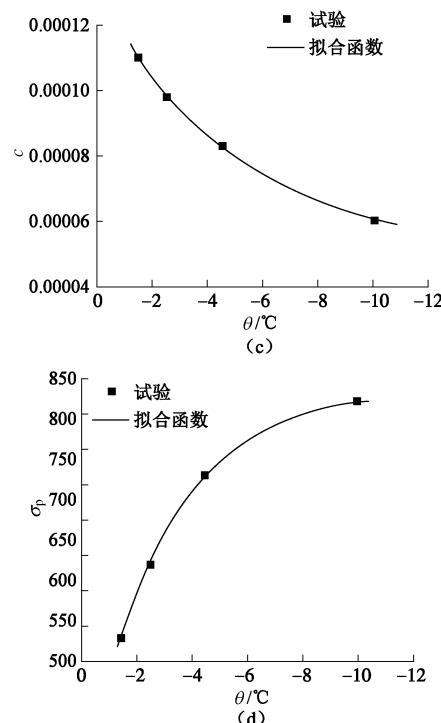
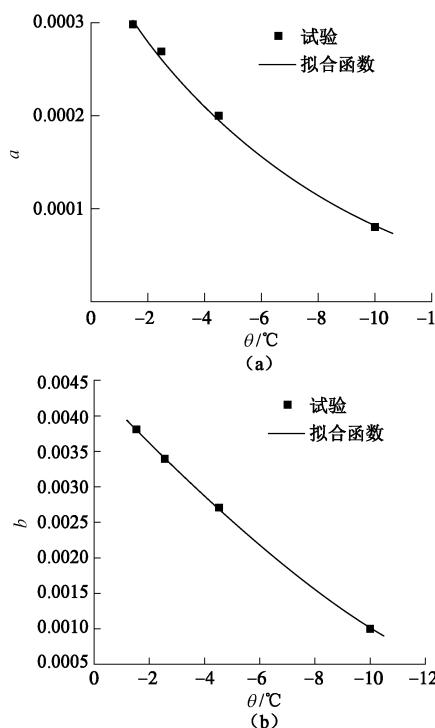


图 7 参数与温度之间拟合函数

Fig. 7 Relationship between parameter and temperature

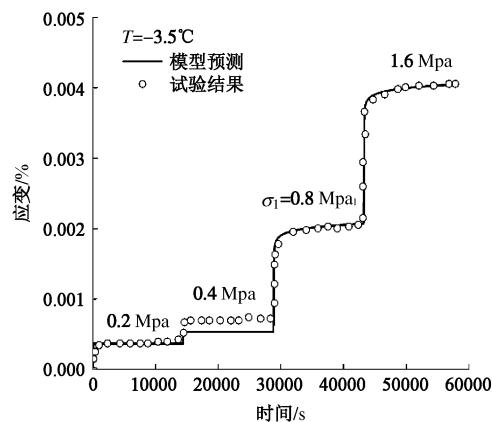


图 8 K_0 阶梯加载试验条件下模型预测与试验结果的对比

Fig. 8 Comparison between predicted and experimental results for K_0 step loading tests

下面将进一步结合预留的-3.5℃条件下冻土 K_0 加载试验结果验证各参数与温度函数关系的准确性。表 2 为根据式 (8)~(11) 得到的-3.5℃时各参数值。图 8 为使用表 2 中参数计算得到的计算结果与实测结果。从图 8 可以看到, 计算结果总体上与实测结果具有较好的一致性。同时, 计算结果也能够合理反映当应力水平 $OCR > 1$ ($\sigma > \sigma_p$) 时土体应变所产生的突变。这表明, 通过对不同温度条件下各模型参数进行回归分析得到的函数关系在预测不同温度条件下土体的 K_0 蠕变规律时具有较好的预测精度, 可以为寒区工程稳定性分析和设计提供可靠依据。

表 2 -3.5°C 条件下蠕变模型参数Table 2 Parameters of creep model at -3.5°C

$\theta /(^{\circ})$	a	b	c	σ_p / kPa	τ_p / s
-3.5	0.00023	0.0029	0.000081	670	14400

4 结论与建议

本文针对冻土的蠕变特性引入了考虑应力历史的一维蠕变模型, 并根据不同温度条件下的 K_0 加载试验获取了相关模型参数。在此基础上得到了各模型参数与温度的函数关系, 建立了适用于冻土的一维蠕变模型, 并通过试验结果验证了该模型的适用性, 得到以下 3 点结论。

(1) 通过分析试验结果表明, 当施加应力超过土体的前期固结压力时, 土体会产生较大的应变。计算结果总体上和实测结果具有较好的一致性, 这表明考虑应力历史影响的一维蠕变模型能够较好地描述冻土的蠕变特性。

(2) 对于蠕变应变速率, 一维蠕变模型在 $\text{OCR} > 1$ 时能够较好地描述土体蠕变应变速率的发展规律; 而对于 $\text{OCR} < 1$ 的情况, 该模型的预测精度较低, 这是由于冻土较低的压缩性以及蠕变特性在应力水平较低时产生极小的应变所致。

(3) 通过 K_0 加载试验获取了不同温度条件下的模型参数, 并通过回归分析建立了各参数与温度的函数关系, 进而得到了考虑温度影响的冻土一维蠕变模型。通过对 -3.5°C 条件下 K_0 加载的试验与预测结果表明, 本文建立的考虑温度影响的蠕变模型在预测不同温度条件下土体的 K_0 蠕变规律时具有较好的预测精度, 可为寒区工程稳定性分析和设计提供可靠依据。

参考文献:

- [1] 齐吉琳, 马巍. 冻土的力学性质及研究现状[J]. 岩土力学, 2010, 31(1): 133–143. (QI Ji-lin, MA Wei. State-of-art of research on mechanical properties of frozen soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(1): 133–143. (in Chinese))
- [2] 马巍, 王大雁. 冻土力学[M]. 北京: 科学出版社, 2014: 1–366. (MA Wei, WANG Da-yan. Frozen soil mechanics[M]. Beijing: Science Press, 2014: 1–366. (in Chinese))
- [3] 朱元林, 张家懿, 彭万巍, 等. 冻土力学[J]. 冰川冻土, 1992, 14(3): 210–217. (ZHU Yuan-lin, ZHANG Jia-yi, PENG Wan-wei, et al. Constitutive relations of frozen soil in uniaxial compression[J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 1992, 14(3): 210–217. (in Chinese))
- [4] WANG Song-he, QI Ji-lin, YIN Zhen-yu. A simple rheological element based creep model for frozen soils[J]. Cold Regions Science and Technology, 2014(106/107): 47–54.
- [5] SAYLES F H. Tri-axial constant strain rate tests and tri-axial creep tests on frozen Ottawa sand[C]// Proceedings of 2nd International Permafrost Conference. Russia: Yakutsk, 1973: 384–391.
- [6] FISH A M. Kinetic nature of long term strength of frozen soil [C]// Proceedings of 2nd International Symposium on Ground Freezing. Trondheim, 1980: 95–108.
- [7] VYALOV S S. The strength and creep of frozen soils and calculations for ice-soil retaining structures[R]. US Army Cold Regions Research and Laboratory. Hanover, 1965.
- [8] LADANYI B. An engineering theory of frozen soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1972, 9(1): 63–80.
- [9] VYALOV S S. Rheological fundamentals of soil mechanics[M]. Amsterdam: Elsevier, 1986: 389–390.
- [10] 苗天德, 魏雪霞, 张长庆. 冻土蠕变过程的微结构损伤理论[J]. 中国科学 (B辑), 1995, 25(3): 309–317. (MIAO Tian-de, WEI Xue-xia, ZHANG Chang-qing. Creep of frozen soil based on microstructural damage mechanics[J]. Science in China (Series B), 1995, 25(3): 309–317. (in Chinese))
- [11] HE Ping, CHENG Guo-dong, ZHU Yuan-lin. Constitutive theories on visco-elasto-plasticity and damage of frozen soil[J]. Science in China (Series D), 1999, 42: 38–43.
- [12] 胡伟, 齐吉琳, 马巍. 冻土前期固结压力的试验研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(5): 1313–1316. (HU Wei, QI Ji-lin, MA Wei. Experimental research on preconsolidation pressure of frozen soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(5): 1313–1316. (in Chinese))
- [13] QI Ji-lin, HU Wei, MA Wei. Experimental study of a pseudo-preconsolidation pressure in frozen soils[J]. Cold Regions Science and Technology, 2010, 60: 230–233.
- [14] BUISMAN A S K. Results of long duration settlement tests [C]// Proc 1st Int Conf Soil Mech Cambridge. MA, 1936: 103–106.
- [15] BJERRUM L. Engineering geology of Norwegian normally-consolidated marine clays as related to settlements of buildings[J]. Géotechnique, 1967, 17(2): 81–118.
- [16] GARLANGER J E. The consolidation of soils exhibiting creep under constant effective stress[J]. Géotechnique, 1972, 22(1): 71–78.
- [17] DEN HAAN E J. A compression model for non-brittle soft clays and peat[J]. Géotechnique, 1996, 46(1): 1–16.
- [18] TEZERA F A, DAVID C S, LUKAS U A, et al. Using soil freezing characteristic curve to estimate the hydraulic conductivity function of partially frozen soils[J]. Cold Regions Science and Technology, 2012(83/84): 103–109.